



中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

## 博士学位论文

定向钻进陀螺随钻测量关键技术研究

作者姓名: \_\_\_\_\_ 薛旭

指导教师: \_\_\_\_\_ 游庆瑜 研究员

\_\_\_\_\_ 杨长春 研究员

学位类别: \_\_\_\_\_ 理学博士

学科专业: \_\_\_\_\_ 地球与空间探测技术

培养单位: \_\_\_\_\_ 中国科学院地质与地球物理研究所

2019 年 10 月



**Research on key technology of the Gyro–MWD for**  
**the Directional Drilling application**

**A dissertation submitted to**  
**University of Chinese Academy of Sciences**  
**in partial fulfillment of the requirement**  
**for the degree of**  
**Doctor of Philosoph**  
**in Earth and Space Detection Technology**

**By**

**Xu Xue**

**Supervisor :** **Professor Qingyu You**  
**Professor Changchun Yang**

**Institute of Geology and Geophysics,**  
**Chinese Academy of Sciences**

**Oct. 2019**



**中国科学院大学**  
**研究生学位论文原创性声明**

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名：

日 期：

**中国科学院大学**  
**学位论文授权使用声明**

本人完全了解并同意遵守中国科学院有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分內容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：



## 摘要

由石英挠性加速度计与陀螺仪组成的陀螺随钻测量系统（简称 GMD）是定向井的定向钻进测量的关键工具与装备，满足使用环境要求（高温、强振动、高精度、小体积）的陀螺仪是 GMD 的瓶颈，而国外的相关产品与技术都对我国严格封锁，本研究首次将 CVG 固态陀螺仪技术应用到 GMD 系统中，将敏感单元、惯性仪表以及惯性测量系统三者有机的结合与统一，将惯性技术上升到系统的角度并结合应用需求解决 GMD 的关键技术难题。

论文的主要研究内容如下：

GMD 系统以及高温陀螺仪技术路线分析与优选。分析比对了平台式与捷联式两大类国外主流 GMD 相关产品的基本原理、误差机理与优缺点，针对高温、强振动与冲击、小体积与高精度等应用需求，分析比对了各种类型的陀螺仪工作原理、精度潜力与特点，提出了基于压电陶瓷激励与检测的 CVG 固态陀螺仪是 GMD 陀螺仪的优选方案；

基于 Averaging 方法设计了陀螺的控制系统，分析了阻尼失衡与频率裂解在闭环控制系统设计中的相互耦合关系，并从稳态与动态特性进行了优化设计。厘清了影响高温 CVG 固态陀螺仪精度极限的主要误差源，分析得出了相互的量化关系。

分析并给出了东西向大井斜角下 GMD 的高精度方位测量的解决方案。将 GMD 的寻北问题转化为捷联惯导系统的静基座初始对准问题，计算与分析了初始对准的失准角误差与惯性仪表误差之间的量化关系，得出了高温陀螺仪的零偏重复性误差是影响方位测量精度的主要因素，理论计算与试验仿真分析了转位调制消除零偏误差的原理与精度极限，分析得出 Z 轴陀螺仪的可观测性直接影响东西向井轨迹在大井斜角下的方位测量，由此提出了基于卡尔曼的双位置最优估计算法，采用转位前后的零速修正与地球自转恒定角速率修正作为卡尔曼滤波的量测更新，并结合转位过程的速率更新、姿态更新算法，实现了在 70°大井斜角下的东西方位测量精度优于 1°，东西向水平井的方位测量精度优于 5°。

提出了 CVG 固态陀螺仪的自校准与自标定方法。将全角模式下的自由进动与速率模式下的力平衡二者结合，提出了“Index In Loop”校准方法，并结合了标度因子自校准方法，设计了自校准总体方案与流程，理论计算得到校准后的 GMD 的方位测量精度优于  $0.06^\circ$ ，满足了在全井斜角下的方位测量精度的要求。

提出了高温陀螺仪的振动整流误差抑制方法，初步介绍了动平衡的机理，重点分析了如何通过减振器设计去抑制陀螺仪的振动整流误差，并设计了耐高温的减振器，试验得出，振动前后零偏变化小于  $1.2\text{deg/h}$ ，满足了应用要求。

最后，完成了高温陀螺仪以及 GMD 系统的原理样机研制，实现了在常温下的测量精度：零偏不稳定性优于  $0.05\text{deg/h}$ ，角度随机游走系数优于  $0.005\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$ ，在  $150^\circ\text{C}$  高温下的测量精度：零偏不稳定性优于  $0.1\text{deg/h}$ ，角度随机游走系数优于  $0.005\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$ ，提出 Warm-up 的建模与抑制方案，提出了全参变量补偿方法，实现了在变温环境下的零偏稳定性优于  $2\text{deg/h}$ ，上述问题的解决，明显抑制了高温陀螺仪的趋势项误差，提升了静基座下的方位测量的精度与快速性，并为连续随钻陀螺奠定了基础。

**关键词：**随钻测量系统；定向钻进；高温陀螺仪；高温加速度计；初始对准

## ABSTRACT

Gyro-Measurement while Drilling system (GMD) consisting of quartz flexible accelerometer and gyroscope is the key equipment for directional drilling measurement tools. The gyroscope that meets the requirements of the environment (high temperature and strong vibration, high precision, small volume) is bottleneck of the GMD system, and foreign related products and technologies are strictly blocked in China. This study applies solid-state Coriolis Vibratory Gyroscope (CVG) technology to GMD system, and combines and unifies the sensing element, inertial sensor and inertial measurement system, and raises the inertial technology to the perspective of the system and solves the key technical problems of GMD in combination with application requirements.

The main research contents of the thesis are as follows:

GMD system and high temperature gyroscope technical route analysis and optimization. The analysis compares the basic principles, error mechanisms, advantages and disadvantages of the two major types of foreign mainstream GMD products, such as platform and strapdown. For high temperature, strong vibration and high shock, small volume and high precision, the analysis compares each working principle, precision potential and characteristics of gyroscopes are proposed. The solid-state CVG based on piezoelectric ceramic excitation and detection is the preferred scheme of GMD gyroscope.

Based on the Averaging method, the control system of high temperature gyro is designed. The mutual coupling relationship between damping mismatch and frequency split in the design of closed-loop control system is analyzed, and the steady-state and dynamic characteristics are optimized. The main error sources that affect the accuracy limit of the gyroscope are clarified, and the mutual quantitative relationship is obtained.

The solution of high-precision azimuth measurement of GMD at the high inclination and east/west directions is analyzed and given. The True North Finding problem of GMD is transformed into the Initial Alignment problem of the static base of

the inertial navigation system. The quantitative relationship between the misalignment angle error and the inertial sensors error is calculated and analyzed. The bias repeatability of the high temperature Gyro is the main factor affecting the accuracy of azimuth measurement. The theoretical calculation and experimental simulation analyze the principle and accuracy limitation of the method of index to eliminate the bias error. The analysis shows that the observability of the Z-axis gyroscope directly affects the azimuth measurement ability of the east-west well trajectory. The Kalman filter based on two-position index optimal estimation algorithm is proposed. The ZUPT and the constant angular rate correction of the Earth's rotation are used as the measurement update of the Kalman filter, and combined with the rate update and attitude update algorithm during the process of index. It is indicated by the analysis and simulation that the east-west azimuth measurement accuracy is better than  $1^\circ$  under the  $70^\circ$  large inclination of the well, and better than  $5^\circ$  at the east-west horizontal well trajectory.

A self-testing and self-calibration method for gyroscopes is proposed. Combining the free precession in whole-angle mode with the force balance in rate mode, the 'Index In Loop' calibration method is proposed, and the scale factor self-calibration method is combined to design the self-calibration overall scheme and process. The azimuth measurement accuracy of the calibrated GMD is better than  $0.06^\circ$ , which satisfies the requirements of azimuth measurement accuracy under the east-west horizontal well trajectory.

The vibration rectification error suppression method of high temperature gyroscope is proposed. The mechanism of dynamic balance is introduced. The high temperature damper is designed to suppress the vibration rectification error of the gyroscope. The bias change before and after vibration is less than  $1.2\text{deg/h}$ , which meets the application requirements.

Finally, the development of the high-temperature gyroscope and GMD system prototype is completed, and the measurement accuracy at ambient temperature is achieved: the bias instability is better than  $0.05\text{deg/h}$ , and the Angular Random Walk

coefficient is better than  $0.005\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$ . Measurement accuracy at  $150^{\circ}\text{C}$  high temperature: the bias instability is better than  $0.1\text{deg}/\text{h}$ , and the Angular Random Walk coefficient is better than  $0.005\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$ . The modeling and compensation scheme of Warm-up is proposed, and the full-parameter variable compensation method is proposed. The solution to the above problem obviously inhibits the drift of high-temperature gyroscope, and the bias stability in the variable temperature environment is better than  $2\text{deg}/\text{h}$ , which improves the accuracy and rapidity of the azimuth measurement under the static base and lays a foundation for the continuous GMD.

**Key Words:** Measurement while Drilling, Directional Drilling, High Temperature Gyro, High Temperature Accelerometer, Initial Alignment



## 目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
目 录.....	VII
图目录.....	XI
表目录.....	XVII
<b>第 1 章 绪 论.....</b>	<b>1</b>
1.1 选题的背景和意义.....	1
1.2 国内外的研究现状与进展.....	5
1.2.1 陀螺（随钻）测井技术.....	5
1.2.2 定向钻进（随钻）测量陀螺技术.....	13
1.3 论文研究内容与方法.....	18
1.4 论文研究的组织结构.....	20
<b>第 2 章 高温陀螺技术路线优选与评价方法.....</b>	<b>23</b>
2.1 全对称哥氏振动陀螺技术路线分析与 GMD 应用优选方案.....	23
2.2 陀螺导向基本原理及误差机理.....	35
2.3 本章小结.....	40
<b>第 3 章 CVG 固态陀螺仪控制系统设计与误差机理分析.....</b>	<b>43</b>
3.1 全对称谐振子的基本运动学方程.....	43
3.2 理想模型下陀螺仪的工作模式.....	45
3.2.1 全角模式—速率积分陀螺仪.....	45
3.2.2 力平衡模式—速率陀螺仪.....	46
3.3 非理想模型下陀螺仪的工作模式.....	47

3.3.1 考虑非理想因素下的全角模式.....	47
3.3.2 考虑非理想因素的速率运行模式.....	49
3.4 基于平均法 (Averaging) 的陀螺仪控制方法.....	53
3.5 速率模式下深度闭环负反馈方案设计.....	59
3.5.1 驱动轴的控制策略与方法.....	61
3.5.2 测量轴的控制策略与方法.....	64
3.6 误差机理分析与消除方法.....	67
3.7 本章小结.....	74
<b>第 4 章 陀螺随钻测量系统初始对准与自校准方法.....</b>	<b>75</b>
4.1 GMD 系统测量原理与误差方程.....	75
4.1.1 参考坐标系.....	75
4.1.2 GMD 定位定向原理与误差方程.....	76
4.2 解析式粗对准方法.....	80
4.3 GMD 解析式双位置对准方法.....	85
4.4 基于卡尔曼滤波最优估计的双位置对准.....	91
4.4.1 卡尔曼滤波建模.....	91
4.4.2 算法流程设计.....	94
4.4.3 仿真试验与分析.....	97
4.5 采用自校准方法的 GMD 方位测量方案.....	101
4.5.1 自校准的基本原理.....	102
4.5.2 自校准的建模与实现.....	105
4.6 本章小结.....	110
<b>第 5 章 GMD 系统级设计及相关试验.....</b>	<b>113</b>
5.1 GMD 总体方案设计.....	113
5.1.1 系统组成.....	113
5.1.2 高温陀螺仪敏感单元与减振器设计.....	115
5.1.3 核心硬件电路与 QC 设计.....	117
5.2 GMD 高温陀螺仪测试与分析.....	121
5.2.1 随机误差建模与算法补偿.....	123

---

5.2.2 全模型参量零偏温度建模与补偿.....	126
5.2.3 静基座寻北陀螺仪高温测试与评价.....	130
5.2.4 振动特性测试与分析.....	134
5.3 本章小结.....	137
<b>第 6 章 总结与展望 .....</b>	<b>139</b>
6.1 主要研究成果总结.....	139
6.2 展望与进一步工作.....	143
参考文献.....	145
致 谢.....	157
作者简历及在学期间发表学术文章 .....	159



## 图目录

## 第 1 章

图 1.1	导向钻井水平井示意图.....	2
图 1.2	Bartington 公司的高温磁通门（左）与 JAE 公司的高温石英挠性加速度计（右）.....	3
图 1.3	贝克休斯公司研发的随钻陀螺仪.....	8
图 1.4	SDI 公司的有缆陀螺寻北仪.....	8
图 1.5	Gyrodata 公司的随钻陀螺仪.....	10
图 1.6	斯伦贝谢随钻陀螺仪专利.....	11
图 1.7	斯伦贝谢 GyroSphere 系统使用的陀螺仪（左）与谐振环示意图（右）.....	11
图 1.8	UTC 公司的环形 MEMS 陀螺仪产品与内部结构图.....	12
图 1.9	MEMS 环形陀螺仪的工作原理示意图.....	12
图 1.10	可靠性设计的“浴盆”曲线.....	17
图 1.11	陀螺发展路线与 MTBF 关系图.....	17
图 1.12	论文主要研究内容.....	19
图 1.13	论文研究思路与方法.....	19

## 第 2 章

图 2.1	$n = 2$ 模式下谐振子的工作振形示意图.....	24
图 2.2	谐振子的电极布置示意图.....	24
图 2.3	全角模式驻波进动示意图.....	25
图 2.4	速率模式下一、二阶模态能量转换示意图.....	25
图 2.5	薄壁半球壳模型.....	26
图 2.6	Northrop Grumman “三部件”式半球陀螺仪实物与示意图.....	27
图 2.7	Northrop Grumman “二部件”式半球陀螺仪实物与示意图.....	27
图 2.8	130R 半球陀螺仪随钻测量系统.....	29
图 2.9	梅吉科（Medicon）的半球陀螺仪组成.....	30

图 2.10	梅吉科 (Medicon) 的半球陀螺 MWD .....	30
图 2.11	Quapason™ 敏感单元 (左) 与压电陶瓷示意图 (右) .....	31
图 2.12	Quapason™ 谐振子制造工艺流程图 .....	31
图 2.13	传统的球面电极 (左) 与法国赛峰 (Safran) 的平板电极 .....	32
图 2.14	赛峰 (Safran) 的 HRG 敏感单元 (左) 与核心部件 (右) .....	32
图 2.15	赛峰 (Safran) 定义的陀螺仪新的格局 .....	32
图 2.16	金属 CVG 的振动模态示意图 .....	34
图 2.17	金属 CVG 部件组成与装配示意图 .....	34
图 2.18	地理坐标系与经纬度关系图 .....	35
图 2.19	陀螺导向原理 .....	35
图 2.20	单轴陀螺仪转位置消除零位原理 .....	36
图 2.21	标准捷联惯导系统的方位测量原理 .....	37
图 2.22	随机误差在 Allan 标准差中分布图 .....	40
第 3 章		
图 3.1	全对称谐振子的简化傅科摆模型 .....	43
图 3.2	全角模式下的傅科摆基本模型示意图 .....	46
图 3.3	陀螺仪的物理模型信号流图 .....	50
图 3.4	刚度耦合激发的正交耦合示意图 .....	51
图 3.5	维持谐振子自由进动的控制力示意图 .....	56
图 3.6	半球陀螺仪的 Averaging 控制架构 .....	58
图 3.7	陀螺仪的深度负反馈控制系统框图 .....	59
图 3.8	驱动轴幅度控制回路框图 .....	62
图 3.9	驱动轴相位控制框图 .....	64
图 3.10	测量轴全闭环回路示意图 .....	65
图 3.11	测量轴控制互相耦合关系图 .....	66
图 3.12	谐振子的响应特性 .....	68
图 3.13	谐振子的非平衡质量示意图 .....	73
第 4 章		

图 4.1	捷联惯导原理简图.....	77
图 4.2	最小曲率方法轨迹测量原理.....	77
图 4.3	粗对准结果失准角（不考虑重复性误差）.....	84
图 4.4	粗对准结果失准角（考虑重复性误差）.....	84
图 4.5	南北走向井轨迹对准失准角曲线.....	88
图 4.6	陀螺仪（左）与加速度计（右）常值漂移估计误差.....	88
图 4.7	井轨迹东西走向时水平姿态与方位对准失准角.....	89
图 4.8	陀螺仪（左）与加速度计（右）常值漂移估计误差.....	89
图 4.9	不同常值漂移误差下得到的全井斜方位对准精度.....	90
图 4.10	Gyrodata 报道的 20°、40°、70°GWD 系统（左）与全姿态 GWD 系统（右）.....	90
图 4.11	斯伦贝谢的陀螺 MWD 全井斜测量能力.....	91
图 4.12	卡尔曼滤波算法流程.....	95
图 4.13	卡尔曼序贯处理方法流程.....	96
图 4.14	GMD 双位置对准流程示意图.....	97
图 4.15	南北向失准角误差曲线.....	98
图 4.16	南北向陀螺仪（左）与加速度计（右）漂移估计误差.....	98
图 4.17	竖直井失准角估计误差曲线.....	98
图 4.18	陀螺仪（左）与加速度计（右）漂移估计误差.....	99
图 4.19	小井斜（左）与大井斜（右）失准角估计误差曲线.....	99
图 4.20	70°大井斜角惯性仪表的常值漂移估计误差（左：陀螺仪，右：加速度计）.....	100
图 4.21	全井斜角下 GMD 对准失准角误差仿真曲线（东西向井轨迹）.....	100
图 4.22	全井斜角下 GMD 常值漂移估计误差曲线（左：陀螺仪，右：加速度计）.....	101
图 4.23	陀螺仪驱动与检测控制回路简化框图（模式 1）.....	103
图 4.24	谐振子工作模式 1 振型示意图.....	103
图 4.25	陀螺仪切换模式后的控制框图.....	104

图 4.26 谐振子工作模式 2 振型示意图.....	104
图 4.27 GMD 陀螺仪自校准与自标定控制框图 .....	106
图 4.28 陀螺仪自校准过程示意图.....	107
图 4.29 GMD 陀螺仪自校准工作流程 .....	110
第 5 章	
图 5.1 GMD 系统级组成示意图 .....	113
图 5.2 高温陀螺敏感单元关键工艺示意图.....	115
图 5.3 不同温度下的电激励响应曲线.....	117
图 5.4 三轴陀螺仪敏感单元的安装示意图.....	117
图 5.5 GMD 系统电路架构 .....	118
图 5.6 GMD 高温陀螺仪电路实物图 .....	118
图 5.7 振动监测传感器滤波采集电路.....	119
图 5.8 振动监测采集滤波器幅频响应曲线.....	119
图 5.9 高温陀螺仪 QC 设计框图 .....	120
图 5.10 GMD 系统框图 .....	121
图 5.11 陀螺仪的误差模型.....	122
图 5.12 陀螺仪输出曲线.....	124
图 5.13 包含 Warm-up 时间段的陀螺输出直方图.....	124
图 5.14 采用二阶拟合 Warm-up 曲线.....	125
图 5.15 补偿后陀螺输出分布直方图.....	125
图 5.16 补偿前后的 Allan 方差曲线比对 .....	126
图 5.17 陀螺仪温度标定建模.....	127
图 5.18 陀螺仪原始输出与温度的关系.....	127
图 5.19 单一温度补偿的陀螺零偏估计.....	128
图 5.20 综合温度补偿后的陀螺零偏估计.....	128
图 5.21 原始零偏误差输出分布图.....	129
图 5.22 单一补偿后的零偏误差分布图.....	129
图 5.23 综合补偿后的零偏误差分布图.....	129

---

图 5.24	陀螺仪温变环境下的 Allan 方差比对图.....	130
图 5.25	寻北陀螺仪的 Allan 方差测试曲线.....	131
图 5.26	高温陀螺仪敏感单元加热台（左）与固定工装（右）.....	132
图 5.27	室温加热到 150°C 的原始零偏输出曲线.....	132
图 5.28	高温陀螺仪的 Allan 方差测试曲线（022215A）.....	133
图 5.29	高温陀螺仪的 Allan 方差测试曲线（022269B）.....	133
图 5.30	全温度域综合补偿后的零偏曲线.....	134
图 5.31	高温陀螺仪振动试验.....	135
图 5.32	振动谱密度.....	136
图 5.33	陀螺仪随机振动输出曲线.....	136



## 表目录

第 2 章	
表 2.1 金属 CVG 与石英 HRG 的特征比对.....	34
表 2.2 陀螺仪精度等级划分.....	38
第 3 章	
表 3.1 主要参数物理定义.....	44
第 4 章	
表 4.1 高温惯性仪表仿真参数设置.....	83
第 5 章	
表 5.1 高温石英挠性加速度计主要规格参数.....	114
表 5.2 高温 MEMS 加速度计主要规格参数.....	114
表 5.3 高温 CVG 固态陀螺仪主要规格参数.....	115
表 5.4 高温表头关键工艺点互联的部件描述.....	116
表 5.5 Allan 方差误差项系数拟合值统计.....	131



## 第1章 绪论

### 1.1 选题的背景和意义

随着经济的持续、快速发展,油气产量的增长远远低于消费量的增长,油气进口量逐渐增大,导致我国油气对外依存度逐年提高,根据国际能源署(IEA)报告<sup>[1]</sup>,预计2030年我国石油对外依存度将达到77%,已经威胁到了国家的战略安全,并严重制约经济持续发展。面对严峻的油气资源形势,除了加大能源利用率,降低单位产能能耗,增加可利用能源种类之外,最根本的解决办法就是加大油气勘探开发力度。当前我国油气勘探的主体深度是4500m以浅,未来将以大于4500m深层-超深层油气、非常规油气、海洋油气为勘探开发主体<sup>[2]</sup>。随着勘探领域逐步向复杂地区和特殊环境延伸,开发难度和开发成本将大大增加。另一方面,国内大部分油田相继进入开发后期,为实现稳产,面临着大量的边缘油气藏、独立小油气藏、复杂断块油气藏、超薄油气藏等难动用储量的开发问题。勘探开发形势的需要推动着井型的演变与发展,大位移井、超薄油层水平井、多分支井等复杂结构井在油气田勘探开发中所占的比例越来越大<sup>[3]</sup>。

定向井的定向钻进是指沿着预设的井眼轨迹钻达目的层位的钻井方法<sup>[4]</sup>,按照导向的依据可分为几何导向钻井和地质导向钻井<sup>[4-5]</sup>,几何导向钻井通常是指采用随钻测量工具(Measurement While Drilling,简称MWD)测量的井眼的几何参数(井斜角、方位角和工具面角)来控制井眼轨迹的导向钻井方式。地质导向是在拥有几何导向的能力的同时,又能根据随钻测井(Logging While Drilling,简称LWD)得出的地质参数(地层岩性、地层层面、油层特点等),实时控制井眼轨迹,使钻头沿着地层的最优位置钻进<sup>[5]</sup>。导向钻井的实现主要靠导向工具,自从上世纪九十年代发展起来的旋转导向钻井技术<sup>[5-6]</sup>是指钻柱在全旋转的条件下进行井斜和方位的调整,进而实现对钻头轨迹的控制,利用旋转导向系统进行钻井作业时,不需要频繁起下钻就可以实现三维井眼轨迹控制,具有轨迹控制精度和灵活性好、井眼质量好、位移延伸能力高、三维绕障能力强等优点,旋转导向钻井技术很大程度上提高了钻具的工作效率和安全性,因而成为目前水平井

(如图 1.1)、大位移井和三维多目标井中最适用的钻井方式。旋转导向技术代表了当今世界钻井技术发展的最高水平,尤其对深层油气资源开采而言是一项关键技术,也是我国石油工业的一个技术瓶颈<sup>[6]</sup>。

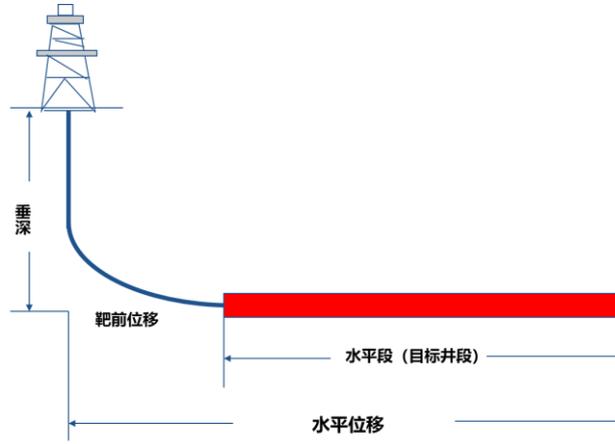


图 1.1 导向钻井水平井示意图

MWD 工具作为最为核心的导向钻井仪器之一,在过去的三十年中快速发展并成功应用,得益于航空航天核心传感器<sup>[7-9]</sup>—石英挠性加速度计与磁通门的组合在油气资源开发应用领域的技术突破,尤其是对于井下高温和振动恶劣环境的适应性以及在此恶劣环境下的精度保证,使得石英挠性加速度计和磁通门成为导向钻井的标准配置,其使用范围涵盖了垂直井、大倾斜角和水平井。通过磁通门测量去测量地磁北向,实现了井轨迹方位的测量,并通过磁通门与石英挠性加速度计的组合实现了井轨迹上任何点的井斜角与工具面角的度量,从而实现了定点与连续工作状态下对钻铤的姿态与方位的度量,这两种传感器的组合,在某种程度上定义了 MWD 的规格要求,尤其是在保证精度的前提下,兼顾了在振动与冲击下的可靠性与寿命。Bartington 公司<sup>[10]</sup>是高温磁通门产品全球最领先的供应商,其 Mag610 (如图 1.2) 温度可达 175°C, Mag611 最高温度可到 215°C,在高温环境下噪声水平可达到 30pTrms/ $\sqrt{\text{Hz}}@1\text{Hz}$ ,可耐受 20grms (10-500Hz) 的随机振动;日本的 JAE 公司<sup>[11]</sup>和美国的 Honeywell 公司<sup>[12]</sup>是高温石英挠性加速度计的领域全球最领先的供应商,如 JAE 公司的 JA-5H200 型高温石英挠性加速度计,工作温度可达 200°C,可耐受 20grms (10-500Hz) 的随机振动、1000g (0.5ms 半正弦) 冲击,测量分辨率可达 1 $\mu\text{G}$ ,温度系数小于 150 $\mu\text{g}/^\circ\text{C}$ 。



图 1.2 Bartington 公司的高温磁通门（左）与 JAE 公司的高温石英挠性加速度计（右）

随着旋转导向技术为代表的导向钻井技术的发展，尤其是在深层与超深层导向钻井应用中，对井眼轨迹控制精度的要求不断提高，而现有姿态测量技术手段面临如下问题与挑战：

1) 磁场干扰问题：基于磁传感器的 MWD 系统是利用磁传感器测量地球磁场来计算方位角，测量过程中来自地层矿体的磁干扰、钻杆磁干扰、以及太阳风和磁暴等都会对地磁场的测量产生影响。

2) 近钻头问题：受钻头磁干扰和无磁钻铤长度的限制，现有 MWD 姿态测量系统不能直接安装在近钻头位置，一般距离钻头至少 10~15m 以上，这就意味着，钻进 10~15m 后才能获得钻头当前的姿态以及换算得到的位置信息，如果井眼轨迹已经偏离了原来的设计，发现后进行修正的代价是非常大的，尤其是对于钻进速度很慢的硬地层轨迹修正。

3) 旋转导向工具方位测量的问题：斯伦贝谢的 PowerDrive Archer<sup>[13-14]</sup>系统和贝克休斯的 AutoTrak Curve<sup>[15]</sup>系统分别代表了指向式和推靠式旋转导向技术的最高水平，前者采用了速率陀螺稳定平台的方案，后者采用了石英挠性加速度计捷联式安装，测量工具面进而实现导向控制的方案，而旋转导向的近钻头方位测量一直是美国各大公司研发的一个重要方向，相对而言，由于直接固联到近钻头位置，高温、大冲击、强振动等恶劣环境，使得此类应用对于陀螺仪的综合性能要求最具挑战性。

4) 套管开窗问题：套管中定位开窗是陀螺仪在石油钻井领域较早的应用，主要是针对丛式井，水平井定向钻进过程中，通常采用有缆陀螺仪测斜仪，完成开窗定位，避免了“试错式”开窗，节约了时间成本，但是和随钻测量相比，有缆测量的时间成本仍然是不容忽视的，此外，在套管开窗之后，仍然有一段时间处于磁干扰环境下，此时的方位测量仍然处于磁通门的“盲区”，需要陀螺仪在

磁通门有效工作之前，实现准确的方位测量，此时的陀螺仪工作模式可以是寻北模式，也可以是开窗初始对准完毕后的连续测量模式，即采用 AHRS (Attitude and Heading Reference System) 方位测量算法。而采用陀螺随钻 (Gyro-MWD) 的模式，是石油行业对这一类应用的基本需求，有缆测量模式无法高效地解决此类应用。

5) 国外相关技术的封锁：国外斯伦贝谢公司、Gyrodatta 公司<sup>[16]</sup>为代表的基于陀螺技术的 MWD 产品已经实现了随钻测量，其可单独使用，并实现了与磁测 MWD 接口通用化和标准化<sup>[17]</sup>，最为显著的是实现了全倾角姿态下尤其是东西向的方位测量能力，有望成为 MWD 领域的新的标准化产品，真正实现了陀螺仪惯性数据与磁测数据互补与互校，但是相关产品与技术对我国严格封锁，不仅不出售产品，也不提供服务。

6) 石油勘探开发对于高端陀螺仪的需求：能够满足高温、强振动且具备小体积和高精度的陀螺仪，一直是石油行业对于惯性技术矢志不渝的追求，当前并非不需要陀螺仪，而是尚无适合的陀螺仪产品，能够在由磁测 MWD 构建的标准下正常工作。

本课题在国内首次将第五代惯性技术的代表—CVG 固态陀螺仪技术与深层-超深层导向钻井应用相结合，实现了系统级、传感器级、元件级的一体化设计，研究真正意义上的随钻测量陀螺仪及其测量系统 (Gyro Measurement while Drilling, 本文简称为 GMD)，满足定向井测量、旋转导向系统等应用需要。

惯性技术是涉及到数学、物理、力学、光学、材料学、精密机械学及微电子、计算机、控制、测试、先进制造工艺等技术的一门综合性技术，具有自主、连续、隐蔽特性，无环境限制的载体运动信息感知技术，是现代精确导航、制导与控制系统的核心信息源，是衡量一个国家尖端技术水平的重要标志之一<sup>[18-19]</sup>。陀螺仪与加速度计构成的惯性技术核心传感器是美国对华出口封锁与管制的技术类和产品类的第一类别，在构建陆海空天电 (磁) 多维一体信息化体系以及实现军事装备机械化与信息化复合式发展的进程中，惯性技术具有不可替代的关键支撑作用<sup>[19]</sup>。半球陀螺仪作为近两年来国内研发的热点，其全固态结构使得这种类型的陀螺仪具有极高的 MTBF (无故障工作时间)、免维护和重复标校，是空间应用

的最优选陀螺仪，也是唯一的被西方国家证明了的具有 20 年以上空间运行寿命的陀螺仪<sup>[21-22]</sup>，而该项核心技术，我国严重落后以美国和法国为代表的惯性技术强国 20-30 年以上，本论文是从惯性技术尤其是 CVG 固态陀螺仪技术作为切入点，以导向钻井测量作为应用背景，研究和分析关键技术瓶颈，并给出具体解决方案，将深空探测的惯性技术应用到深地探测应用领域中。

本论文是在中国科学院 A 类战略性先导科技专项“智能导钻技术装备体系与相关理论研究”（简称“智能导钻专项”）资助下完成的，智能导钻是指从深层石油地质理论出发，围绕“圈得准”、“定得准”、“打得准”，开展技术攻关，形成深层（6000 米）油气资源开发整体技术解决方案，突破深层-超深层油气勘探开发面临的重大理论和技术瓶颈，支撑我国未来 20 年深层油气和地热能勘探开发，为未来非常规油气等勘探开发提供核心技术<sup>[23]</sup>。

## 1.2 国内外的研究现状与进展

### 1.2.1 陀螺（随钻）测井技术

将惯性陀螺技术应用到石油行业井轨迹定向测量在时间上可以追溯到上个世纪三十年代，Elmer A. Sperry 公司（惯性技术的早期开拓者，以其名字命名的企业成立于 1910 年，在 2001 并入美国军工巨头：Northrop Grumman Corporation）首次将陀螺仪技术代入到石油行业中，而 John Eastman 被公认为是定向钻井工具应用最早期的开拓者<sup>[24]</sup>，而此时的工具是采用的陀螺仪测量方案，在随后的近四十余年中，随着陀螺仪技术以及系统级测量技术的提升，分别经历了单、多点照相式陀螺仪（Photo Mechanical Free Gyro Systems）、照相式寻北测量系统（Photo Mechanical Compass Systems）、有缆导向工具（Wireline Steering Tools）、地面记录陀螺仪（Surface Recording Gyros）等应用<sup>[25]</sup>，这些应用中大多采用早期的框架式陀螺仪，实际上，在 1978 年磁测 MWD 出现之前，在石油行业井轨迹定向测量应用中，陀螺仪起到了不可替代的作用。而在 1978 年出现的由磁通门与石英挠性加速度计的构成的 MWD 方案<sup>[26]</sup>，由于其极好的测量精度与恶劣环境下的适应性能力，定义了 MWD 的基本规格，迅速地成为各大石油公司的标准化产品，这两类核心传感器的关键技术的突破起到了关键性的作用，磁通门通过敏感

地磁实现方位测量，由于其没有活动部件，故而振动与冲击等恶劣环境对之几乎没有影响，再加上对于耐高温的磁通门核心材料的突破，使其成为方位测量的首选传感器。另一个核心传感器是惯性类传感器，石英挠性加速度计是敏感惯性空间加速度的传感器，在 MWD 中主要是敏感重力加速度，出现之初主要是军事用途，与陀螺仪构成了各种导弹和飞行器的惯导系统，以日本航空电子 JAE 和美国霍尼韦尔（Honeywell）为代表的厂家对军用惯导石英加速度计进行了改进与优化，使其满足高温和强振动下环境下的精度，此外，此时的数据传输技术也取得了突破，也就是传感器技术和传输技术的进展使得磁测 MWD 成为定向井测量的主流技术。

然而，从磁测 MWD 的出现到现在的四十余年中，陀螺惯性技术在石油领域中的研究与应用并没有因此停止，一方面，新型陀螺仪不断出现，陀螺仪的精度和环境适应性也越来越高，另一方面，更为复杂的井轨迹测量，要求测量精度也越来越高，这期间，陀螺仪的应用主要包含了：寻北陀螺仪（North Seeking Gyro），陀螺导向测量（Gyro Steering），连续陀螺寻北系统（Continuous North Seeking Gyros Systems），投掷式陀螺仪（Drop Gyro）以及近期出现的陀螺仪随钻测量系统（Gyro-MWD），将陀螺技术推向了一个新的高度，总的来说，陀螺仪（随钻）测量可以做如下划分：

从工作原理分，陀螺仪的应用主要是两大类，一类是静态点测，主要是通过陀螺仪敏感地速水平分量，从而实现地理北向的测量，称之为寻北陀螺仪（True North Finder）或者陀螺罗盘（Gyro-Compass）模式；另一类是连续测量，根据初始对准（寻北）的结果，采用标准的惯性导航 AHRS（Attitude and Heading Reference System）算法，实时测量姿态方位信息，从而拟合并轨迹。

从实现的方式划分，主要分为随钻模式与有缆模式，随钻模式下，陀螺仪组合与钻具固联，当钻具处于静态位置时（如旋转导向工具开始换杆时），陀螺仪组合开始工作，一般采用寻北模式，实现快速北向方位测量，当钻具钻进工作是，此时陀螺仪组合处于休眠状态，随着钻具一起钻进，因此，陀螺仪保证在高温、强振动和大冲击下存活，其在开启工作模式后能保证测量精度；在有缆测井模式下，一般是独立工作，主要是针对有缆测井应用，对井轨迹进行测量，效率较低，

但此时陀螺仪的工作环境相对随钻而言是缓和的。

此外，从陀螺仪的固联方式划分，分为平台式和捷联式，在平台式的工作方式下，陀螺仪处于速率稳定环中的一个测量元件，速率稳定回路建立惯性空间，据此，加速度计或者其他传感器相对惯性空间完成姿态方位的的测量，捷联方式下，陀螺仪与加速度计直接固联到测量工具，通过寻北算法或者捷联算法，实现方位姿态信息的测量。

上述各种应用模式，除了陀螺仪作为核心的传感器以外，都需要加速度计组件，通过敏感地球重力分量，去计算工具面角与倾角，这两项关键钻井参数是计算方位角的前提，因此加速度计和陀螺仪是同等重要的，目前常用的是石英挠性加速度计，其在基于磁测的 MWD 中广泛应用，此外，随着 MEMS 加速度计精度的不断提高，近期高温 MEMS 加速度计也逐步在低精度、强振动冲击领域中得到了应用。

国外，以斯伦贝谢、贝克休斯、陀螺数据、科学钻井等公司为代表的公司，在过去的几十年当中，一直致力于陀螺（随钻）测量系统的研制。

贝克休斯公司 (Baker Hughes) 早在 1987 年报道了环形激光惯性制导测量仪 (Ring Laser Inertial Guidance Surveyor, RIGS)，它是采用小型三轴激光陀螺组成的有缆陀螺测量仪，选用精度可达到战略级的激光陀螺仪，并兼顾了静态点测和连续测量的能力<sup>[27]</sup>，但是受限于激光陀螺仪的尺寸与环境适应性，其无法应用于随钻测量领域，在随后的二十余年中，贝克休斯公司花费数百万美元，用于测试与调研惯性领域各种工作原理的陀螺仪，均没有取得良好的结果<sup>[7]</sup>，究其原因，尚无合适的陀螺仪满足随钻测量的需要，即：高精度且在高温、强振动、大冲击等恶劣环境下有很好的环境适应性，且兼顾探管的小尺寸要求。最终贝克休斯尝试了应用于武器领域的 GBG（气体轴承陀螺仪），采用双轴该型陀螺仪和三轴石英挠性加速度计构成了测量单元，并采用步进电机转位控制消除了陀螺仪的常值零偏，产品样机见图 1.3，初步测试结果实现了 150℃ 温度下的寻北精度 1°（rms 值），耐受 20grms 随机振动与 30g 正弦振动，现场测试运行 65 小时、井下 90 小时无故障<sup>[7]</sup>。但在随后的几年，贝克休斯鲜有报道相关研究的产品情况。而在 2007 年，报道<sup>[28]</sup>贝克休斯 INTEQ 推出的产品 GyroTrak 陀螺仪随钻 MWD 产品与其

旋转导向系统结合，在大位移井开窗中起到了关键的作用，具体的细节如选用陀螺仪的型号、技术方案等没有更多的参考。



图 1.3 贝克休斯公司研发的随钻陀螺仪

Keeper 系列陀螺寻北仪<sup>[29]</sup>是美国科学钻井公司（Scientific Drilling）代表性产品，可以用来定向及井眼轨迹的测量，在过去的十几年中，市场占有率很高，可以说，是有缆测井行业中非常成功的一代产品，产品实物见图 1.4，尽管美国科学钻井公司没有透漏更多的技术细节，但是从其操作手册能够捕捉一些信息，本论文对其做了一些基本的分析与研究，力求较为清楚的还原其技术实施方案。



图 1.4 SDI 公司的有缆陀螺寻北仪

Keeper 分为三种运行模式，分别是：自寻北模式（Gyro Compass）、低井斜角高速模式（Low Angle High Speed）、高井斜角高速模式（High Angle High Speed），定义坐标系为东北地，分别代表 XYZ 轴系，在 X 轴，安装了加速度计与陀螺仪，Y 轴安装了加速度计，Z 轴安装了陀螺仪，此外，报道中称采用了一只陀螺仪，可以判断，Keeper 采用的动力调谐陀螺仪，动力调谐陀螺仪（简称动调陀螺，DTG）是一种框架式、高速马达转子式的双轴陀螺仪，分别为 X 轴与 Z 轴提供角速率信息，陀螺三种运行模式下分别采用不同的组合方式。

在自寻北模式（Gyro Compass）下，采用单陀螺仪寻北模式，即采用 X 向陀螺仪敏感地速水平分量，X 加速度计测量倾角，为了消除陀螺仪的零位误差，采用 Z 轴陀螺仪控制转位机构，执行四位置转位控制，分别在 0°、90°、180°、270° 四个位置采集 X 轴的加速度计与陀螺仪输出，并设定转位时间很短，X 陀螺仪的常值零偏保持不变，四个位置下陀螺仪的输出分别为：

$$\begin{aligned}\omega^{p1} &= \cos\psi\omega_N + b_0 + \varepsilon_1 \\ \omega^{p2} &= \sin\psi\omega_N + b_0 + \varepsilon_2 \\ \omega^{p3} &= -\cos\psi\omega_N + b_0 + \varepsilon_3\end{aligned}\quad \dots(1.1)$$

$$\omega^{p_4} = -\sin\psi\omega_N + b_0 + \varepsilon_4$$

式(1.1)中,  $\omega^{p_{1-4}}$ 是指陀螺仪在四个位置的测量值,  $\psi$ 是指探管固定位置与地理北向的夹角, 也是实际需要求解的物理量,  $\omega_N$ 是指地球自转角速率水平分量,  $b_0$ 是常值零偏,  $\varepsilon_{1-4}$ 是指陀螺仪的四个位置的随机漂移。综合利用四个位置的测量结果, 并假设随机漂移为小量, 得到北向角为:

$$\psi = \arctan \frac{\omega^{p_2} - \omega^{p_4}}{\omega^{p_1} - \omega^{p_3}} \quad \dots(1.2)$$

同样通过四个位置下加速度计的输出, 可以计算出倾角值, 从而作为北向角在倾角方向的补偿。综合考虑探管的倾角, 得到:

$$\psi = \arctan \frac{\omega^{p_2} - \omega^{p_4} - 2K_{SF}\sin\gamma\cos\theta\omega_N}{\omega^{p_1} - \omega^{p_3} - 2K_{SF}\sin\theta\omega_N} \times \frac{\cos\theta}{\cos\gamma} \quad \dots (1.3)$$

上式中,  $\theta$ 、 $\gamma$ 是指水平倾角, 可以看出, 单陀螺仪寻北最大的局限性就是倾角误差, 因此, Keeper 陀螺仪的寻北模式受限于井斜角的大小, 需要在直井或者近视直井完成初始寻北, 此外, 四位置转位是通过 Z 陀螺仪控制的, 因此, Z 陀螺仪的标度因子与零偏也是影响转位精度从而间接影响了寻北精度的关键因素。

在低倾角高速模式 (Low Angle High Speed) 下, 采用寻北模式下得到的北向方位与水平姿态作为初始参数, X 轴加速度计敏感绕 Y 方向的转动, 同样 Y 轴加速度计敏感绕 X 方向的转动, 通过伺服电机反馈, 建立了水平姿态稳定平台, 在自寻北初始对准的基础上, 通过 Z 轴陀螺仪敏感连续测量状态下的方位信息。

当在大倾角高速模式时, 初始值由低倾角高速模式所测得最后一个方位值提供, 通过加速度计建立水平姿态回路, 保持 Y 方向加速度计输出为零, 此时 X 轴加速度计与 X 轴的陀螺仪输入轴在垂直于平面的方向, 完成在稳定平台空间的连续方位测量。

Keeper 采用了经典的稳定平台方案, 需要复杂框架结构设计配合转角传感器以及电机等执行机构, 建立各种倾角下的惯性空间, 完成对应的方位测量, 对于小倾角与大倾角的连续测量, 都是以前一个状态为初始值, 一旦发生掉电或者由于环境因素带来大的误差, 都需要回到竖直井的寻北初始状态获取初始姿态方位。

如果说 keeper 是平台式惯导应用的成功产品，那么美国的陀螺数据（GyroData）公司的 GWD 系列随钻陀螺仪就是捷联惯导应用的经典方案，其采用的动力调谐陀螺仪（DTG）技术方案，如图 1.5 所示，GWD 系列经历了多代产品的迭代，根据不同井斜角下方位测量的能力，经历了最初的 20°最大井斜角测量系统，再到 40°和 70°系统，而最为革命性的突破是其在 2014 年报道的 GWD90 产品<sup>[35-37]</sup>，在全姿态角下尤其是东西水平向井轨迹下仍然能够准确测量方位。GWD 每一代产品的进步都取决于陀螺质量控制(QC)<sup>[31-32][34]</sup>技术的提升，从本质上来说，所谓的 QC 就是校准动调陀螺仪动平衡的能力和方案，GyroData 公司 70°倾角以下的系统是采用一只双轴陀螺仪方案，而为了保证陀螺仪在大倾角甚至水平方向精确方位测量，需要引入 Z 轴陀螺，由于转位调制消除零位的方法受制于探管尺寸，在细长探管杆内，绕 Z 轴（探管轴线）旋转可以实现水平轴陀螺仪（XY 陀螺）常值零位消除，而 Z 轴陀螺仪的零位消除是难点，在公开文献报道中提及了 GWD90 采用了校准方法去消除 Z 陀螺仪的常值零偏<sup>[35-37]</sup>，但是没有透漏具体的细节，而在专利<sup>[42]</sup>中，提及了几种实施例，如双转位机构等，但是没有任何证据能够给出 GWD90 最终采用何种方法去校准零位，实现了报道中的东西向水平井高精度方位测量，但是笔者分析认为，寻求 Z 陀螺仪常值零偏消除的方法，通常分为两个研究方向，一个是结合陀螺仪本身的误差模型，通过内部自校准的方法，如文献<sup>[31-32][34][42]</sup>报道的各种 QC 方法，明确了陀螺仪的误差机理，从而实现零偏的校准；另外一种研究方向就是采用外部校准的方式，如机械式的转位结构，或者外部其他辅助观测信息，前提是观测信息是准确的（或者相对准确），且观测信息与被估计的误差量存在线性关系，如采用卡尔曼算法等。

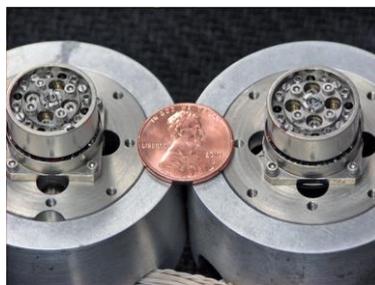


图 1.5 Gyrodata 公司的随钻陀螺仪

斯伦贝谢（Schlumberger）在 2018 年推出了 GyroSphere 陀螺仪随钻测量系

统<sup>[46]</sup>，采用的是 MEMS 陀螺仪方案，和框架式机械陀螺相比，其具有环境适应性强、多次测量免标定等特点，报道的方位测量精度可达到  $1^\circ$ ，工作温度达到  $100^\circ\text{C}$ ，并可在  $150^\circ\text{C}$  高温下存活，静态下的测量时间 150s，并且具有  $0-90^\circ$  全井斜角测量能力。2018 年斯伦贝谢报道了一个成功案例，采用其 PowerDrive Xcel RSS 旋转导向工具结合了陀螺技术，成功在大井斜角  $81^\circ$  下实现了套管中开窗定向，达到了预期的高精度测量，并且累计节省了 5 天作业时间<sup>[47]</sup>。

斯伦贝谢的这一项随钻陀螺技术可以追溯到其 2010 年布局的专利文献<sup>[48]</sup>，专利图 1.6 中给出了采用 MEMS 陀螺仪实现方位测量的方法，通过旋转调制或者多位置转位的方式，消除陀螺仪的零偏，值得关注的是，采用了巧妙的结构设计，实现了轴向转动马达的过程中，其中一个陀螺仪在径向可以实现转位调制，使得在水平井方位测量时，消除等效东向陀螺仪的常值零偏，保证水平井测量时的方位测量精度。该项专利技术类似于 Gyrodata 公司专利中的实施例<sup>[42]</sup>，应该说都是采用通过外部机械结构校准零位的方式。

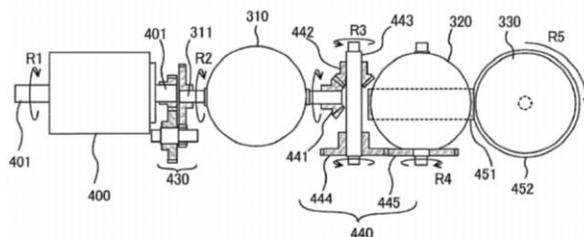


图 1.6 斯伦贝谢随钻陀螺仪专利

值得一提的是，在斯伦贝谢的专利与公开产品说明书中，虽然没有提及采用何种类型的 MEMS 陀螺仪，笔者针对其产品说明书给出的如图 1.7 所示的产品图片与原理图分析，基本可以分析得出，其采用的 MEMS 陀螺仪是环形 MEMS 陀螺仪，环式 MEMS 陀螺仪和本文研究的重点 CVG 固态陀螺仪都属于 Type II 哥氏振动陀螺，相关内容在第二章会有详细的介绍。

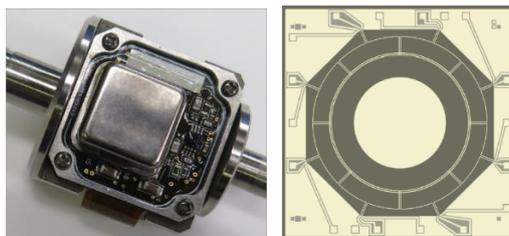


图 1.7 斯伦贝谢 GyroSphere 系统使用的陀螺仪（左）与谐振环示意图（右）

此类型的陀螺仪采用全对称的谐振子，精度潜力高且理想的谐振子对外部振动不敏感。目前英国的 UTC 公司在日本的机构 Silicon Sensing<sup>[49]</sup>研发的此类型陀螺仪代表着已产品化的相关技术的最高水平，图 1.8 给出了 UTC 公司的陀螺仪产品外形和内部敏感单元的组成图。不同于传统的 MEMS 多采用电容检测、静电力反馈，UTC 的陀螺仪采用的是电磁力反馈方案，和静电反馈相比，电磁力反馈能够极大的提高反馈效率与精度。

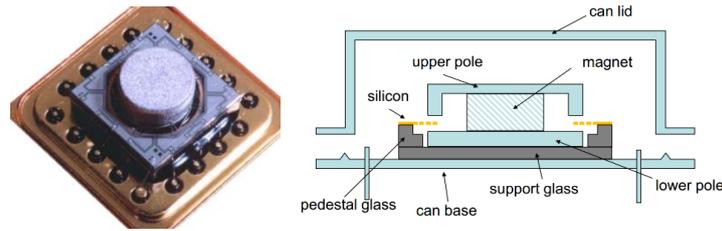


图 1.8 UTC 公司的环形 MEMS 陀螺仪产品与内部结构图

图 1.9 是该型陀螺仪的谐振环结构示意图，并给出了环式谐振子的工作原理，当外部存在角速率时，产生的径向运动合成了哥氏力，实现了能量从一个模态跃迁到另外一个模态，通过闭环负反馈控制与测量，实现了外部输入角速率的测量。

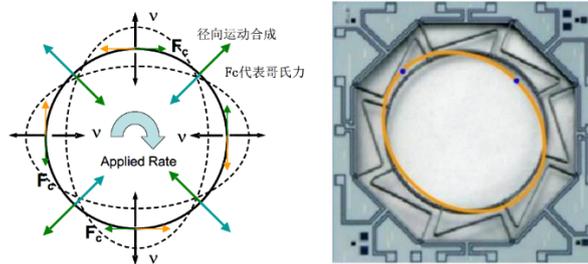


图 1.9 MEMS 环形陀螺仪的工作原理示意图

斯伦贝谢的 MEMS 陀螺仪方案成功应用，从技术上进一步验证了哥氏振动陀螺仪在导向钻井应用中的明显优势，传统的动力调谐等框架式陀螺仪是以高速旋转马达建立陀螺效应，具有等待时间长，环境适应性差，工作寿命短等劣势，而以 MEMS 陀螺仪、半球陀螺仪为代表的固态陀螺仪方案，是导向钻井应用的最优选方案，相关内容在下一节中展开。

国外的卡尔加里大学尝试采用工业级 MEMS 陀螺仪与 MEMS 加速度计组合实现近钻头旋转导向方位测量<sup>[50-51]</sup>，研究了基于单轴或者双轴光纤陀螺仪的旋转导向等<sup>[52]</sup>，在基于小波变换的振动信号提取、利用井场各种信息如井深度、停钻

零速修正等进行数据融合等领域开展了相关的研究,但是仅仅是从理论仿真和基本的实验室测试进行了研究,尚未对常值零偏校准、QC 等关键问题开展工作,此外,工业级 MEMS 惯性器件,其精度水平低、无法实现初始对准(自寻北),终究无法在实际旋转导向中得到应用;而光纤陀螺仪其耐受高温的能力受限于光学器件的材料物理特征,目前,尚未报道超过 75°C 的光纤陀螺仪,因此大多采用保温的措施,不能长时间使用。

国内以北京航空航天大学<sup>[53]</sup>、航天科工惯性<sup>[54]</sup>为代表的研究团队,重点是开展了基于光纤陀螺仪的有缆测井技术攻关,受限于光纤陀螺仪的工作温度,极大地限制了测斜仪的使用范围与场景,而对于陀螺随钻系统的研制,尚无突破性的进展。

### 1.2.2 定向钻进(随钻)测量陀螺技术

磁场测量为基本原理的 MWD 误差源主要是来源于外部磁场基准的畸变或者干扰,磁通门传感器本身具有很好的环境适应性与测量精度,而对于陀螺仪 MWD,测量或者敏感的基准是地球自转,是准确的参考源,陀螺仪 MWD 的误差来源于陀螺仪本身的测量误差,其中最主要是来自于对于高温、振动、冲击下的环境适应性误差。因此,优选陀螺仪的技术路线必须结合导向钻井的应用环境需求。在过去的五十多年中,陀螺仪的应用牵引主要是来自于武器装备以及空间应用等对于导航、制导与控制的需求,近代惯性技术的先驱,美国 MIT-Draper 根据惯性系统的功能以及惯性仪表的精度及其进展阶段,将惯性技术划分为五代:

第一代是指 1930 年代之前出现的惯性原理验证与技术突破,如傅科摆、早期的陀螺罗盘等;

第二代是指在 1950 年代成熟的以浮子式陀螺仪(Floated gyroscope or Rate Integrating Gyroscope,简称 FG)为代表的技术;

第三代是指以动力调谐陀螺仪(Two-axis Dynamically tuned gyroscope,简称 DTG)为代表的技术;

第四代是以光纤陀螺(Fiber Optic Gyroscope,简称 FOG)以及工程化的激光陀螺仪(Ring Laser Gyroscope,简称 RLG)为代表光学陀螺仪技术;

而当前的第五代陀螺仪是基于哥氏振动效应的固态陀螺仪（Coriolis Vibratory Gyroscope, 简称 CVG），以 MEMS（Microelectromechanical system, 简称 MEMS）陀螺仪、半球陀螺仪为代表。

而作为惯性技术的科学支撑，可以追溯到几百年前，表 1.1 梳理几个重要的学术里程碑<sup>[55]</sup>，由此作为惯性技术尤其是陀螺仪技术路线划分的依据。

表 1.1 惯性技术发展的重要事件表

时间（年）	重要事件
1687	牛顿(Newton)力学三大定理, 奠定了经典惯性技术的理论基础
1765	欧拉(Euler)发表的《刚体绕定点运动的理论》, 奠定了转子式陀螺的理论基础
1835	哥里奥利(Coriolis)提出了哥氏效应原理, 奠定了哥氏振动陀螺仪的理论基础
1851	傅科(Foucault)在巴黎验证了地球自转现象, 经典的傅科摆成为哥氏振动陀螺仪的雏形, 并首次使用了 Gyroscope 这个专业词汇
1890	布莱恩(G.H.Bryan)发表了旋转柱体壳的振动节拍论文, 奠定半球谐振陀螺仪(HRG)的理论基础
1905	爱因斯坦(Einstein)提出狭义相对论, 奠定了光学陀螺的理论基础
1913	萨格奈克(Sagnac)提出 Sagnac 效应, 成为光学陀螺的基本原理

以上述主要学术事件为依据，将陀螺仪按照工作原理，可以分为两大类，第一类是基于牛顿力学定律的陀螺仪，包含了浮子式、动调式以及哥氏振动类；第二类是基于爱因斯坦狭义相对论以及 Sagnac 效应的光学陀螺仪，包含了光纤陀螺仪与激光陀螺仪。

而经典牛顿力学陀螺仪又可以根据建立陀螺效应的方式不同，划分为转子式陀螺仪，包含浮子式陀螺仪、动力调谐陀螺仪等，以及哥氏振动陀螺仪，包含半球陀螺仪、MEMS 陀螺仪等。

传统机械转子陀螺在经历了滚珠轴承支撑、液浮支撑、气浮支撑、磁浮支撑、

挠性支撑、静电支撑在内的多种支撑技术之后,已经达到了非常成熟的地步,相应的主要产品有液浮陀螺、气浮陀螺、磁悬浮陀螺、挠性支撑陀螺、动力调谐陀螺、静电悬浮陀螺、超导悬浮陀螺,以及三浮陀螺等多种陀螺。

陀螺漂移是衡量陀螺仪性能的最关键指标,根据对浮子式陀螺仪的误差机理分析,漂移误差的根本性源头来源于支撑技术,从50年代开始,以MIT-Draper实验室为代表的全球顶尖惯性技术研发机构,在不遗余力的改进浮子式陀螺仪的支撑技术,先后开展了滚珠轴承、气浮、液浮、磁悬浮等控制技术,每一项技术革命,都带来了陀螺仪精度的飞跃。当前,同时采用了液浮技术、动压气浮技术、磁悬浮技术的三浮陀螺仪代表了浮子式陀螺仪的最高水平<sup>[18]</sup>,它是在单自由度液浮积分陀螺仪的基础上发展的改进型,采用动压气浮轴承电机代替滚珠轴承电机以提高陀螺寿命及精度,采用磁悬浮技术来消除机械摩擦力矩对浮子组件进行精确定中,进一步提升陀螺精度,国外上个世纪80年代报道的三浮陀螺精度可以达到 $1.5 \times 10^{-7} \text{deg/h}$ ,仍然是战略导弹、战略核潜艇的核心惯性技术<sup>[56]</sup>。而这一切都是建立在高速旋转的马达这一教科书式的传统式陀螺仪工作原理,也给产品应用环境带来了很大的限制,如体积大、成本高、抗冲击能力弱、量程小等,因此此类陀螺仪更多的用于平台式惯导方案。

动调陀螺仪仍然是基于高速旋转的马达实现陀螺效应,不同于传统浮子式陀螺仪,其采用了挠性支撑悬挂陀螺转子,并将陀螺转子与驱动电机隔开,采用平衡环产生的动力效应力矩补偿挠性支撑的弹性力矩,实现闭环测量,动调陀螺仪设计比较巧妙,当达到调谐状态时,在小角度范围内会呈现出自由陀螺的特性,是一种小型化双轴陀螺仪,也是转子陀螺技术上的重大革新。动调陀螺仪也是比较早的应用于(随钻)测量领域,比如上一节提及的美国 Gyrodata 公司与 Northrop Grumman 深度合作,在过去的四十年多中,不断改进动调陀螺仪的设计与工艺,使其在高温和振动环境下的精度与寿命不断提高。

随着计算机技术的发展,捷联惯性技术要求陀螺仪具备小体积、大量程、高可靠性等技术优势,而傅科摆和哥氏效应带来了新的启发,建立陀螺效应的方式由之前的高速旋转的转子技术变革为哥氏振动,在小体积、可靠性等技术方向,极大的解放了思想。而对于哥氏振动陀螺仪,又分为 Type I 和 Type II 型<sup>[57] [62]</sup>,

Type I多采用音叉方案，如 Draper 实验室早期的 MEMS 梳齿式陀螺仪，BEI 公司的石英音叉式陀螺仪，Type II型采用全对称结构，极大地改善了频率与阻尼的各项同性指标，并且正是由于对称结构的设计，使得陀螺仪的方便地实现了自校准与自标定，并能够实现力平衡速率模式与速率积分全角模式的统一，代表性的产品如 UTC 的 MEMS 环形陀螺仪<sup>[49]</sup>，JPL 的 MEMS-Disk 型陀螺仪<sup>[60]</sup>，以及半球陀螺仪 HRG<sup>[61]</sup>。

作为导向钻井应用的陀螺仪技术，恶劣环境下的可靠性是优选陀螺仪的重要依据，而平均无故障工作时间(MTBF: Mean Time Between Failure)是可靠性优选的常用的评价方法，基于电子设备可靠性预计手册 MIL-HDBK-217<sup>[63]</sup>是最为应用广泛的标准，我国也借鉴美军标制定了自己的标准 GJB/Z299-98<sup>[64]</sup>，作为陀螺仪技术路线可靠性比对的定性分析。MTBF 在计算过程中，是基于对历史数据统计的推断，早期是服务于美国的大型军工和航天项目中，并在日本的电子产品中得到了应用于推广。IEEE 于 1998 年组织制定了电子系统和设备可靠性预计与评估标准(IEEE 1413)，主要由美国陆军装备系统分析中心(AMSAA)主要推动和参与，2002 又制定发布了基于 IEEE1413 的可靠性预计方法的选择和应用指南(IEEE 1413.1)<sup>[65]</sup>，IEEE 本身并不是一个可靠性预计方法手册，但是给设计人员提供了现有标准下的置信度分析方法。此外，欧空局 (ESA) 联合空客和泰雷兹等企业也发布了 FIDES 标准<sup>[66]</sup>，但是作为核心和原创的 MIL-HDBK-217 标准仍然是各个新标准的基石，本文仍然使用该标准制定的可靠性分析方法。参考标准提出了可靠性设计的经典浴盆曲线，如图 1.10，该曲线是基于指数函数建立的数学模型，将故障发生的时间分为早期故障期、偶发故障期和磨损故障期，早期故障期是指产品在早期失效，主要是由于诸如工艺缺陷等因素造成的失效，产品出厂之前所开展的一系列试验，如振动、冲击、温度循环、多次通断电等等，都是为了尽快剔除陀螺仪的早期失效，使得交付用户的产品都已经进入了稳定的偶发故障期区段。对于 GMD 陀螺仪的寿命或者 MTBF，指的是偶发故障期，也就是曲线的斜率固定的区域，产品在偶发故障期的 MTBF 可以定义为：

$$MTBF = T/R \quad \dots (1.4)$$

式(1.4)中， $T$ 是指总工作时间， $R$ 是指失效的部件数目。

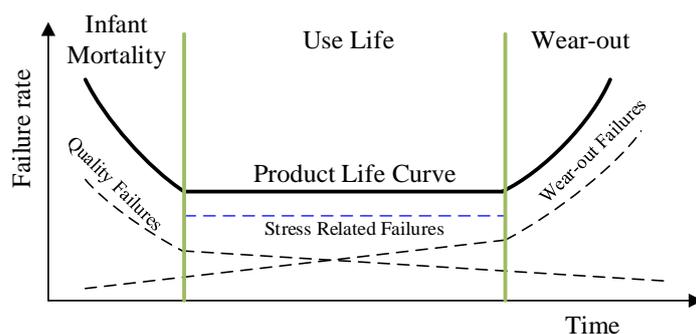


图 1.10 可靠性设计的“浴盆”曲线

那么在工作时间段  $t$  内，特定产品存活的概率是：

$$P(t) = e^{-t/MTBF} \quad \dots (1.5)$$

图 1.11 给出了各种类型原理的陀螺仪的部件数目与 MTBF 的定性分析图，可以看出，从浮子式陀螺仪发展到现今的哥氏振动陀螺仪，部件数目越来越少，一方面降低了陀螺仪的制造成本，另一方面极大的提高了陀螺仪的 MTBF，这对于 GMD 应用来说，是非常重要的。小体积、高精度、高可靠性和低成本，正是 GMD 应用的基本需求，从这一角度来说，以半球陀螺仪、MEMS 陀螺仪为代表的哥氏振动陀螺仪是现阶段 GMD 应用最为优选的技术方案。

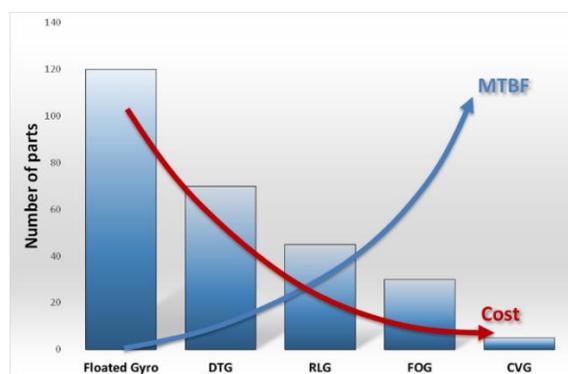


图 1.11 陀螺发展路线与 MTBF 关系图

作为哥氏振动陀螺仪 Type II 型的成功典型代表 HRG，其优越的性能，给惯性技术领域带来了极大鼓舞，尤其是法国赛峰集团最近几年的报道<sup>[68-71]</sup>，其高精度半球陀螺仪应用方向涵盖了低成本要求的航空制导炸弹，也包含了高精度要求的战略核潜艇，可以说是从高精度到低成本全部的应用领域。

与传统浮子式或者动调陀螺仪相比，半球陀螺仪没有活动部件，与光学陀螺仪相比，半球陀螺仪没有光源，因此，作为固态陀螺仪的典型代表，半球陀螺仪

是业内公认的超长寿命陀螺仪<sup>[72]</sup>，半球谐振陀螺还具有独有的关机抗辐射能力，瞬间断电一定时间内还能继续指示出载体当前的惯性坐标。尤其是它具有长达 15 年以上的工作寿命，连续工作 15 年的可靠度可高达 0.99<sup>[61]</sup>。

而 MEMS 陀螺仪目前精度水平很难达到 GMD 使用需求，尽管斯伦贝谢报道了相关的 MEMS 应用，但是限于国内 MEMS 工艺、ASIC 电路等核心技术，研发应用于 GMD 并具备方位测量能力优于 1°的 MEMS 陀螺仪，是非常有挑战的。值得一提的是，经历了近 30 余年 MEMS 陀螺仪的研发，多种技术路线的尝试，最近从国际上几个大公司的产品级突破来看，技术路线逐步统一，即回归到了以半球陀螺仪为代表的全对称方案，并在能量耗散设计、静平衡与动平衡技术上、控制策略与方法等取得了突破性的进展<sup>[73-77]</sup>，也就是说 MEMS 关键技术的研发逐步趋同于半球技术，因此半球陀螺仪技术对 MEMS 陀螺仪起到了技术牵引作用。因此，基于精密机械加工与装配工艺、毫米尺度的全对称谐振陀螺仪，是本论文的优选的 GMD 陀螺方案。

### 1.3 论文研究内容与方法

总的来说，当前面对我国深层及超深层的导向钻井应用领域所期待的陀螺（随钻）测量技术面临如下的挑战：

（1）由磁通门与石英加速度计组合建立的“行业标准”：环境适应性强、方位测量精度高，给 Gyro-MWD 带来很大的挑战，研究满足行业标准的陀螺仪的技术路线和方案是 Gyro-MWD 的核心；

（2）由高温陀螺仪及加速度计组成的高温惯性器件的测试与校准方法以及 QC（质量控制<sup>[36]</sup>，特指高温陀螺仪的标定与校准方法）体系都由国外几大石油公司掌握，不对外公开，惯性器件在强振动与大冲击以及高温环境下的误差机理尚不清楚；

（3）陀螺仪寻北技术（True North Finding 或者 Gyro compass）以及其与连续测量方法的统一，寻北时间与测量精度的提升技术；

（4）全井斜以及东西向水平井方位测量的技术解决方案。

针对上述挑战与难点，并结合国内外 GMD 领域的研究现状，提出了本文的

研究内容:

针对导向钻进所需求的陀螺仪随钻测量系统 (GMD) 的核心技术难题, 主要研究内容如图 1.12 所示, 首先优选出导向钻进的随钻陀螺测量系统的惯性仪表技术路线, 建立惯性技术的误差机理评价方法, 由此给出了核心惯性仪表的控制及校准策略, 并在此基础上, 研究 GMD 的初始对准技术、温度补偿技术、自校准技术等关键技术方案, 并建立 GMD 的 QC 技术体系, 从而完成 GMD 原型机设计。

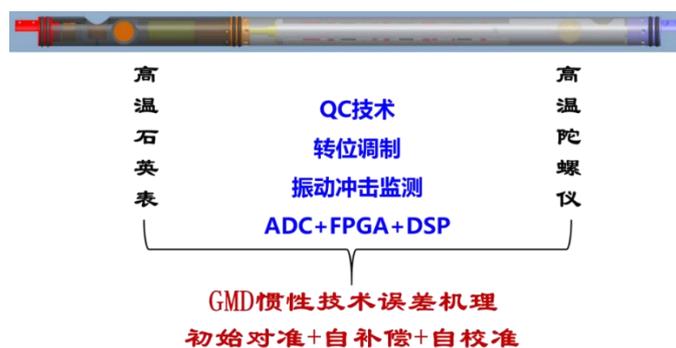


图 1.12 论文主要研究内容

具体方法是采用顶层设计思路, 分别从敏感芯体级、敏感单元传感器级以及测量单元系统级, 研究定向钻进陀螺随钻测量的关键技术, 本文的研究思路如图 1.13:

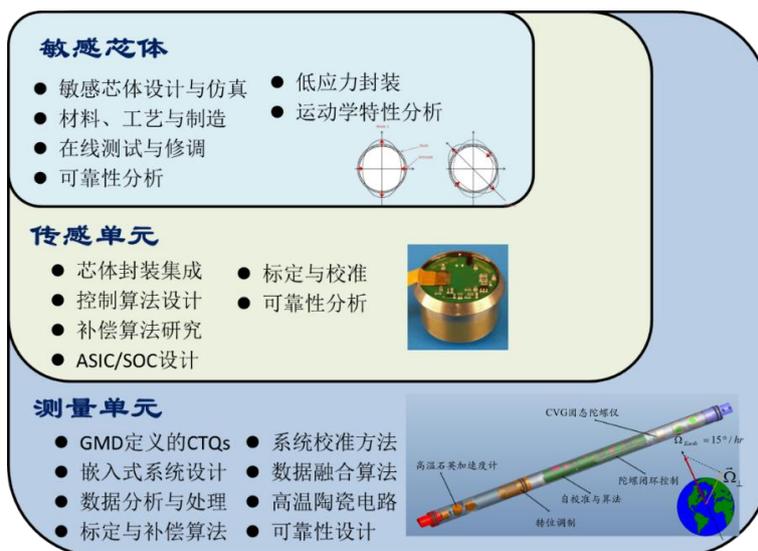


图 1.13 论文研究思路与方法

将惯性技术上升到系统级的角度, 重点针对陀螺导向钻进的关键点和难点,

从底层敏感芯体运动学方程着手，研究诸如温度、振动等恶劣环境下惯性仪表的误差机理，从传感器级提出了控制与校准方案，在此基础上，上升到系统级的角度，在系统上实现了在传感器一级较难或者代价较大的校准与补偿。

#### 1.4 论文研究的组织结构

本文以深层、超深层导向钻进高精度姿态方位测量为研究背景，意在将第五代惯性技术的代表—CVG 固态陀螺仪应用到陀螺随钻测量系统中，针对陀螺仪导向钻井应用的关键技术和难点开展了相关的研究工作，首先完成导向钻进应用的陀螺惯性技术的技术路线分析，针对高温、强振动、大冲击应用背景分析了惯性技术的误差机理，进而将研究重点落脚到高温 CVG 固态陀螺仪上，重点分析了高温陀螺仪的运动学方程、闭环控制技术，并最终研究了基于 CVG 固态陀螺仪的初始对准技术、温度补偿技术、校准技术等。

本章针对国内外的相关技术进行了梳理与分析，并提出了陀螺导向钻进的技术难点和发展趋势，在此基础上，重点围绕导向钻进应用的陀螺仪技术路线，提出了 CVG 固态陀螺仪是实现陀螺仪（随钻）测量的优选方案；

第二章，围绕全对称哥氏振动陀螺仪的多种技术路线，结合 GMD 的具体应用场景，给出了 GMD 高温陀螺仪的设计思路与优选方案，分析了 GMD 静态方位测量的原理，并重点研究了高温陀螺仪的误差模型，给出了其评价体系和重点关注的评价指标，得出了影响 GMD 静态方位测量指标的主要因素；

第三章，建立了 CVG 固态陀螺仪的控制策略与模型，首先给出了谐振子的运动学方程与非理想模型，重点针对深度闭环负反馈工作模式，通过引入 Averaging 方法，设计了 CVG 固态陀螺仪的闭环控制系统，并根据 GMD 应用背景针对性的优化了关键控制参数；

第四章，引入惯导系统的初始对准技术到 GMD 设计方案中，理论分析与仿真得到了影响陀螺导向方位测量的关键指标，通过多位置转位的方式消除常值零偏，分析了全井斜方位测量的关键技术与制约因素，通过卡尔曼滤波技术以及序贯处理算法，实现了 70°大井斜角下方位测量精度优于 1°的设计指标，并满足了东西向水平井下测量精度优于 5°，进一步研究了 CVG 固态陀螺仪常值零偏自校

准的方法,理论上分析与计算了可以通过内部自校准控制实现全井斜角下的方位测量可行性,为进一步相关的工作奠定了理论基础;

第五章,给出了 GMD 的总体设计方案,并针对性的研究了 GMD 的 QC 设计方案,分析了 Warm-up 补偿方法,试验分析与测试了阻尼减振技术,研究了 CVG 固态陀螺仪的全参数补偿技术,最终完成了 GMD 的系统级设计,全面评估了高温陀螺仪的性能;

第六章,总结与展望。



## 第2章 高温陀螺技术路线优选与评价方法

本章针对陀螺仪随钻测量的应用技术需求,分析比对了当前国际上全对称哥氏振动陀螺仪的主要技术路线,从而优选了针对 GMD 应用高温陀螺仪的实现方案,最后针对陀螺仪随钻测量系统应用最为广泛的静态方位测量,分析了基本的测量原理以及对于传感器基本性能的要求,建立了相应的 GMD 高温陀螺仪的评价方法。

### 2.1 全对称哥氏振动陀螺技术路线分析与 GMD 应用优选方案

自从 1890 年物理学家 G. H. Bryan 发现旋转的轴对称壳体的惯性效应,一直到 1965 年,在 D. Lynch 等工程师与科学家的努力下,将物理现象变成了产品样机,诞生了第一代半球谐振陀螺仪 (HRG),自此,半球陀螺仪进入了不断的改进与工程化阶段,先后有美国的诺斯洛普·格鲁门公司 (Northrop Grumman)、法国赛峰 (Safran)、俄罗斯明吉科 (Medicon)<sup>[78]</sup>等公司和研究机构开发了各自的半球陀螺仪产品,此外, JPL、UTC 等开发了类似的 MEMS 全对称谐振子<sup>[74]</sup>, Innalabs 公司开发了杯型金属谐振子<sup>[79-81]</sup>,尽管各自有其独特的特点,但总体来说,基本结构形式与工作机理没有发生大的改变,都属于全对称型哥氏振动陀螺仪的类型,为了方便,在后续的章节中,统一称之为: CVG 固态陀螺仪或者 CVG 陀螺仪。

上述各类 CVG 固态陀螺仪的核心结构为一个薄壳谐振子,谐振子常用的材料包含各向同性熔融石英、弹性合金、硅 (MEMS) 等,常用的形状有:半球形、圆柱形、环形、碟形等,薄壳谐振子壁薄、容易变形,且由其材料和形状决定的谐振子的谐振频率是重复和稳定的<sup>[58]</sup>。谐振子最为常见的是三种工作模式:  $n = 0$ 模式,在该模式下谐振子做拉压振动,  $n = 1$ 模式,此时谐振子的振形做位移平动,  $n = 2$ 的弯曲振动模式,其中,  $n = 2$ 的工作模式最为稳定。如图 2.1 给出了  $n = 2$ 模式下集中参数模型的对称谐振子的振形工作方式,在该模式下,谐振子的振动包含主振型 (一阶模态): 沿着笛卡尔坐标系  $x$  轴振动,定义  $+x$  与  $-x$  轴分

别是一阶模态振形 ( $\cos 2\theta$ ) 的波腹驱动 (Antinode Excitation) 轴与波腹检测 (Antinode Detection) 轴, 波腹点分别位于  $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $270^\circ$ , 分别布置在其上的电极称之为波腹驱动电极 1A、1B 与波腹检测电极 2A、2B; 次振型 (二阶模态,  $\sin 2\theta$ ) 沿着笛卡尔系  $y$  轴  $45^\circ$  方向振动, 分别位于  $45^\circ$ 、 $135^\circ$ 、 $225^\circ$ 、 $315^\circ$  位置的点称之为二阶模态振形的波腹点, 为了区分主振型电极名称, 布置在其上的电极的名称是按照主振型的模式定义, 称之为波节驱动电极 3A、3B 与波节检测电极 4A、4B, 如图 2.2 所示, 从而定义  $-y$  与  $+y$  轴分别是波节驱动轴 (Node Excitation) 与波节检测轴 (Node Detection)。此外, 还可以看出, 在  $n = 2$  工作模式下, 一阶和二阶模态是相对独立的, 也就是, 在一阶模态工作时, 表征二阶模态的四个波腹点处不发生振动和位移, 同样, 在二阶模态工作时, 表征一阶模态的四个波腹点处也不发生位移, 也正是基于此, 一般将  $n = 2$  工作模式选取为谐振子振型模态。

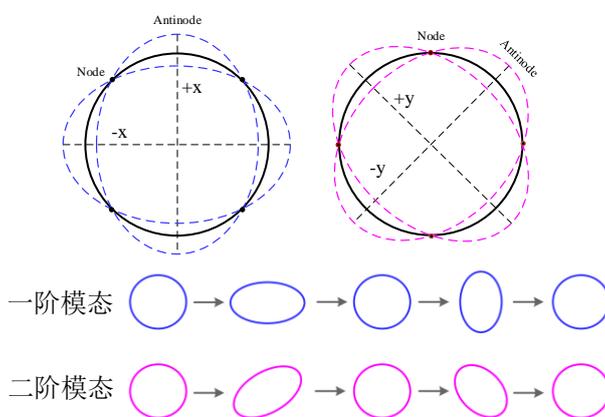


图 2.1  $n = 2$  模式下谐振子的工作振形示意图

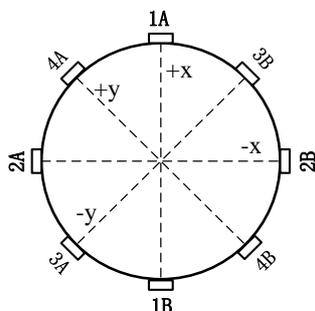


图 2.2 谐振子的电极布置示意图

谐振子被激励时的振型为驻波形式，当谐振子无角速度输入时，波腹位于对称谐振子的四个轴上，当谐振子以角速率 $\Omega$ 绕对称轴旋转时，波腹轴在哥氏惯性力的作用下，会引起波腹轴（驻波）相对谐振子在惯性空间的旋转（进动）。在惯性力的作用下，谐振子振动的四波腹进动角 $\Phi_1$ 与谐振子物理转角 $\Phi_0$ 存在一个固定的滞后，即 $\Phi_1 = \kappa\Phi_0$ ，如图 2.3 所示， $\kappa$ 称之为布莱恩因子，其值只与谐振子的材料与形状相关<sup>[58]</sup>，通过拾取电极实时检测四波腹振型方位角的位置，进而根据振型进动角计算出陀螺仪的旋转角度，该模式称之为全角工作模式。

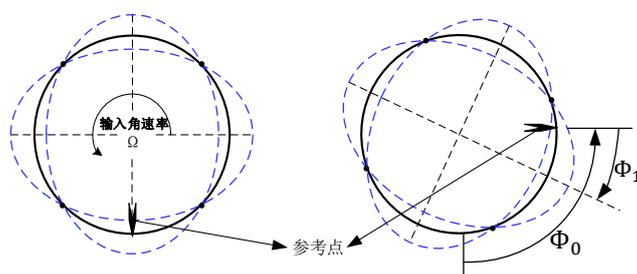


图 2.3 全角模式驻波进动示意图

通过施加反馈控制抑制谐振子的进动，使得四波腹振型能够克服哥氏力而时刻与壳体保持抑制，通过施加反馈力计算输入角速率，称之为深度负反馈模式或者速率模式，如图 2.4 所示。

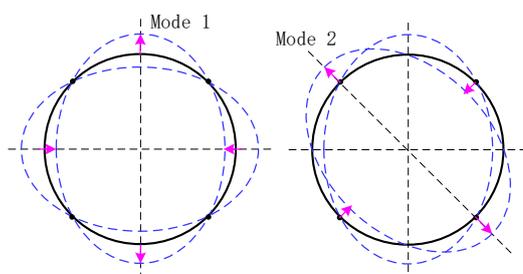


图 2.4 速率模式下一、二阶模态能量转换示意图

以半球谐振陀螺谐振子为例，其基本形状为在极点区域固定在圆柱形支撑杆上的薄壁半球壳，目前学术界建立的半球谐振陀螺动力学模型主要有两类<sup>[58]</sup>。一类是基于基希霍夫-李雅夫假设的薄壳模型，如图 2.5 所示，一类是谐振子在多个截面内近似薄弹性环振动的环形模型。

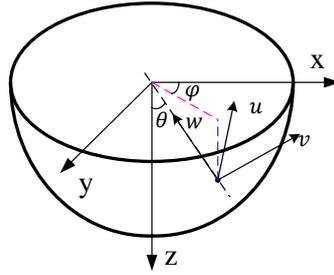


图 2.5 薄壁半球壳模型

这里直接引用基希霍夫-李雅夫假设，假设理想谐振子，材料均匀，且各向同性，并认为谐振子为一个等厚度的薄壳体，且薄壳的中性面无形变，加工无误差，谐振子完全对称。当谐振子处于自由振荡的情况下，谐振子各点的位移按照不可拉伸薄壳二阶固有振型为：

$$\begin{aligned} u &= \sin \theta \tan^2 \frac{\theta}{2} [q_1(t) \cos 2\varphi + q_2(t) \sin 2\varphi] \\ v &= \sin \theta \tan^2 \frac{\theta}{2} [q_1(t) \sin 2\varphi - q_2(t) \cos 2\varphi] \quad \dots(2.1) \\ w &= (2 + \cos \theta) \tan^2 \frac{\theta}{2} [q_1(t) \cos 2\varphi + q_2(t) \sin 2\varphi] \end{aligned}$$

( $u$ 、 $v$ 、 $w$ ) 分别表示轴向、切向、半径辐射方向的位移振动幅度，考虑激励和检测位置在半球赤道位置，也就是  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，方程(2.1)变为：

$$\begin{aligned} u &= q_1(t) \cos 2\varphi + q_2(t) \sin 2\varphi \\ v &= q_1(t) \sin 2\varphi - q_2(t) \cos 2\varphi \quad \dots(2.2) \\ w &= 2[q_1(t) \cos 2\varphi + q_2(t) \sin 2\varphi] \end{aligned}$$

式(2.1)与式(2.2)表征了半球谐振子分别在三个方向的振动位移表达式，对于其他薄壳类型如柱体壳，相关的计算类似，这里不再赘述。

根据谐振子的电极激励方式不同，可以将当前国际上主流的全对称哥氏振动陀螺仪方案分为两大类，第一类是采用非接触式电极激励与检测方式，如 Northrop Grumman、Safran 的石英半球陀螺仪，而这一类中，根据激励与检测方向又分为径向激励和轴向激励两个技术方向；第二类是采用接触式电极激励与检测方式，主要是以压电激励与检测为主，如 Safran 的 Quapason 陀螺仪<sup>[69-70]</sup>、INNALABS 的 CVG 系列陀螺仪<sup>[81]</sup>。

第一类中，是以 Northrop Grumman 为代表的 3D 电极模型，激励位移是沿着半径辐射方向 $w$ ，根据其产品构成又分为“三部件”产品与“二部件”产品，如图 2.6 是三部件半球陀螺仪示意图，所谓的“三部件”是指敏感单元包含了谐振子、读出电极、激励电极三个核心部件。



图 2.6 Northrop Grumman “三部件”式半球陀螺仪实物与示意图

“三部件”方案电极数量多，可差分使用提高信噪比，可灵活设计控制方式，从而可实现超高精度、超低噪声，但是装配需两次对基准，且两次装备过程相互影响，因此装配过程需精准设计，难度大成本高。为了解决三部件方案的体积大、成本高等劣势，Northrop Grumman 详细报道了其开发了新一代“二部件”半球陀螺仪敏感单元<sup>[85-86]</sup>，其实物图与示意图如图 2.7 所示。



图 2.7 Northrop Grumman “二部件”式半球陀螺仪实物与示意图

“二部件”方案取消了外部的环形激励电极，将激励电极与检测电极复合使用，装配时只需要一次对中，极大地降低了生产工艺难度，易于批量化生产，并发挥了其最大的物理原理优势，使得半球陀螺仪由单一的空间应用逐步在地面导航与控制中进行了拓展。

Northrop Grumman 的“三部件”半球陀螺仪典型产品是 130P，应该说是迄今为止，在空间领域应用的最高性能的陀螺仪产品，角度随机游走 ARW 可以达到 $0.000020\text{deg}/\sqrt{\text{hr}}$ ，累计空间运行时间超过 3 千万小时<sup>[85]</sup>，成功率 100%，此

外，具备非常好的环境适应性，如可耐受 3000g 的冲击、18grms 的振动。130P 几乎执行了近 30 年内美国全部的深空科学探测任务，包含了著名的 NEAR 着陆小行星任务、CASSINI 环土星任务、探测水星的 MESSENGER 任务、DEEP IMPACT 撞击彗星任务<sup>[61]</sup>。

Northrop Grumman 命名“二部件”半球陀螺仪产品为 mHRG，其采用了和 130P 一样直径的谐振子，除了去掉外环激励电极缩小了体积以外，mHRG 在控制与校准策略上进行了开拓性的创新。从 130P 到 mHRG，Northrop Grumman 实现了将“空间应用首选方案”且昂贵的半球陀螺仪向更为宽广的通用化惯性陀螺仪应用领域的拓展，这里面不得不提到一个重要的技术路线需求牵引，即代号为 130R 的半球陀螺仪。130R 是专门为导向钻井应用设计的产品<sup>[87]</sup>，Schlumberger 公司委托当时的 Litton 公司（Litton 公司是 Northrop Grumman 半球陀螺仪部门的前身，于 2000 年被 Northrop Grumman 收购）开发小体积、耐高温、环境适应性强的半球陀螺仪，为了满足井下严苛的条件以及对小尺寸、低成本的要求，Litton 公司根据导向钻井的任务需求，对空间应用陀螺仪进行了一系列的改进与优化，包含：

1) 去掉了外部激励电极，改为内部激励电极与测量电极的复用方式，满足了导向钻井的小体积；

2) 开发了新的复用电极控制方案，并针对导向钻井的静态方位对准与连续方位测量精度的要求，创造性的开发了 WAT 模式，即全角跟踪模式，与速率模式同样的低噪声，满足了初始对准方位角测量精度，与全角模式类似的大动态，满足了连续测量动态精度的需求；

3) 开发了零偏自校准、标度因子自校准等相关的校准策略，实现了校准前后的角度随机游走系数与零偏不稳定性提高了一个量级。

130R 取得了非常好的测试结果，也是迄今为止，在可见的报道中，石油导向钻井中精度最高的陀螺仪，实际测试零偏不稳定性小于 0.002deg/h，角度随机游走小于 0.0005deg/ $\sqrt{h}$ ，并可工作在极端温度（-40°C~+150°C）和极端恶劣条件（500g 冲击，20grms 的随机振动）。

Northrop Grumman 公司将其在石油领域的研究成果直接应用于哈勃望远镜

的 HRG 组件方案中<sup>[61]</sup>，并对之进行了进一步改进以满足空间应用的需求，哈勃测试 HRG 的零偏稳定性达到了惊人的  $0.00008\text{deg/h}$ ，角度随机游走系数  $0.00001\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$ 。

而在专利<sup>[92]</sup>中，Schlumberger 公司详细的介绍了基于半球陀螺仪（随钻）测量系统设计方案，该测量系统由三轴半球陀螺仪与三轴石英挠性加速度计组成，其中，陀螺仪采用了“二部件”结构方案，谐振子采用  $42^\circ$  的倾斜安装方式，三轴陀螺仪采用  $120$  度倾角安装方式，保证了陀螺仪的轴向外径尺寸，图 2.8 分别给出了单轴陀螺仪的安装示意（上左）、半球陀螺仪实物图（上右）、半球陀螺仪导向测量系统结构图（下图）。Schlumberger 充分利用半球陀螺仪的高精度、环境适应性强等优点，在专利中设计了多种应用场景，包含：多点陀螺罗盘随钻测量、多点陀螺罗盘有缆测量、具有零速修正能力的连续导航测量、基于电缆长度修正的连续有缆测量等。Schlumberger 开创了哥氏振动陀螺仪（随钻）测量系统研发应用的先河，并将半球陀螺仪的应用从“上天”牵引到了“遁地”。

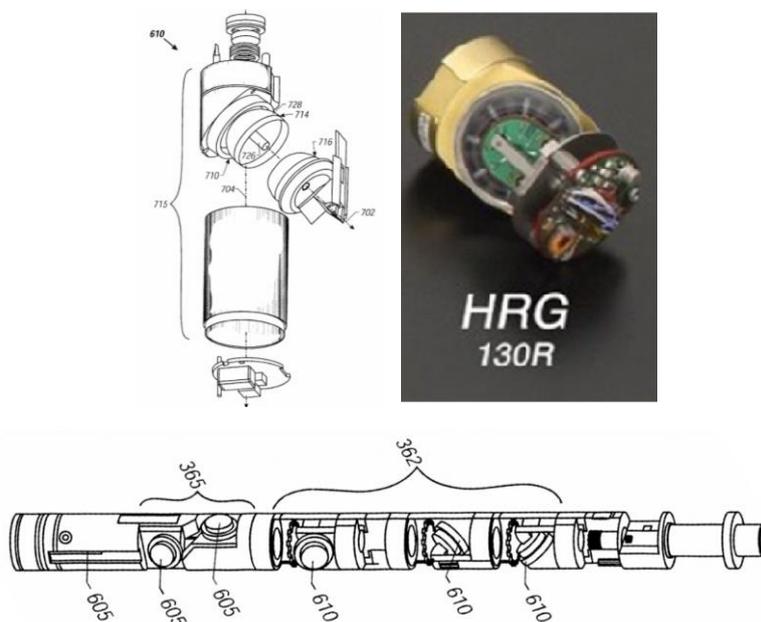


图 2.8 130R 半球陀螺仪随钻测量系统

Delco 公司（Litton 公司半球陀螺仪研发部门的前身）于 1991 年 9 月 30 日首次公开了半球陀螺仪的研制进展，这篇文章被当时的苏联的科学家发现，前苏联将 HRG 技术认定为“必须拥有”的技术<sup>[61]</sup>，将发展 HRG 放到最重要的位置上，并将四个大型技术团队进行整合，后期该团队一直从事开发工作，苏联解体

后，梅吉科（Medicon）和拉明斯克继承了前苏联的研究成果，其半球陀螺仪产品主要应用于航空，航天领域，在陀螺结构设计、制造工艺等方面有其独特的技术专长，掌握世界上先进的离子束质量调平技术，目前工程产品精度为  $0.1\sim 0.005^\circ/\text{h}$ ，最高精度为  $0.0005^\circ/\text{h}$ 。采用了和美国类似的技术方案，采用球形电极敏感和激励，激励与检测是沿着半球唇的径向，其中，梅吉科（Medicon）采用直径为  $30\text{mm}$  的结构研制了“二部件”半球谐振陀螺，零偏稳定性达到  $0.01\text{deg}/\text{h}$ ，该产品同样也在石油测量领域得到了应用<sup>[78]</sup>。图 2.9 给出了梅吉科在石油测量领域的半球陀螺仪组成部件图，图 2.10 是其研制的 Gyro-MWD 系统级产品，从公开的报道来看，其石油钻探应用半球陀螺仪精度可以达到  $0.1\text{deg}/\text{h}$ ，振动的耐受可以达到  $40\text{grms}(@3\sim 250\text{Hz})$ ，冲击耐受  $60\text{g}(@8\sim 12\text{ms})$ 。

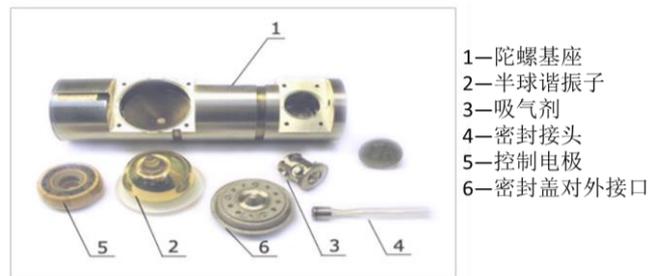


图 2.9 梅吉科（Medicon）的半球陀螺仪组成



图 2.10 梅吉科（Medicon）的半球陀螺 MWD

法国赛峰集团（Safran）从 20 世纪 90 年代开始致力于哥氏振动陀螺仪的研制，秉承一套设计理念，诞生了多代产品，包含了基于压电陶瓷的碟式陀螺仪、四金属质量块陀螺仪（Quapason<sup>TM</sup>）、熔融石英半球陀螺仪、全对称 MEMS 陀螺仪。

这里值得一提的是 Quapason<sup>TM</sup>，它是赛峰非常成功的一款 Type II 型哥氏振动陀螺仪，如图 2.11 所示，谐振子采用高品质因子的弹性合金材料，采用了传统的精密机械加工工艺，如线切割工艺制造四质量块谐振子，研发了全自动的频率调谐与动平衡设备，实现了高效率的频率修调与动平衡，图 2.12 给出了谐振

子的加工工艺与调平衡流程。此外,在设计上,采用压电陶瓷检测与激励的方式,配合谐振子的四个大质量块,极大地提高了陀螺仪的灵敏度。可以说 Quapason™ 开辟了一条低成本 HRG 的技术路线,它秉承了半球陀螺仪的设计理念,但是极大地降低了制造成本,也为本文优选陀螺(随钻)测量系统的陀螺仪技术方案提供了一个非常有价值的参考。

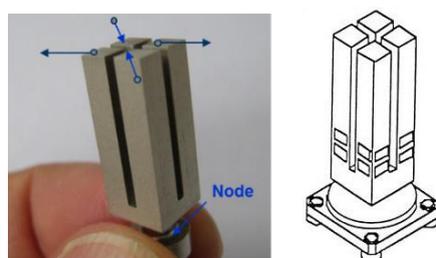


图 2.11 Quapason™ 敏感单元(左)与压电陶瓷示意图(右)

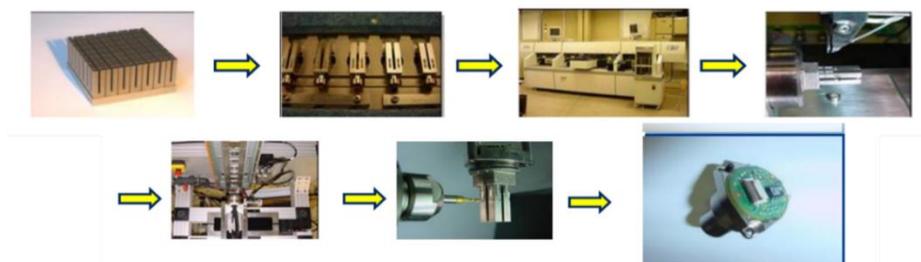


图 2.12 Quapason™ 谐振子制造工艺流程图

以美国和俄罗斯为代表的球面电极高精度装配工艺难度很大,在保证对中精度的前提下,难以实现较小的装配间隙,而静电力驱动的公式:

$$F_e = \frac{1}{2} \left| \frac{\partial C}{\partial d} \right| V^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon A}{d^2} V^2 \quad \dots(2.3)$$

由式(2.3)可知,静电力的大小是与电容间隙 $d$ 平方成反比,而球面电极的对中工艺难度很大,导致最终的电容间隙较大,只能通过提高驱动电压值来解决驱动效率的问题, Northrop Grumman 采用了上百 V 的驱动电压,这极大地增加了电路的难度与风险。

赛峰(Safran)创新设计了熔融石英半球谐振子的激励与测量方式,利用了公式(2.1)中的半球壳的轴向驱动位移 $u$ 变化,设计了平板激励与检测电极<sup>[84]</sup>,将传统的径向驱动与检测优化为轴向驱动与检测,从而从 3D 精密对中装配优化为 2D 平面工艺,极大地降低了成本,尽管轴向位移 $u$ 是径向位移的一半,但是采用平板电极可以实现较小(20-30 $\mu\text{m}$ )的电容间隙,比采用球面电极的间隙小一个

量级，从而实际上提高了驱动效率和检测灵敏度。球面电极与平板电极的比对示意图如图 2.13，采用平板电极半球陀螺敏感单元如图 2.14 所示。

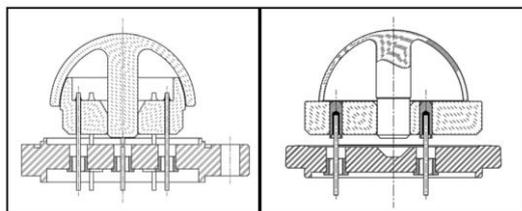


图 2.13 传统的球面电极（左）与法国赛峰（Safran）的平板电极



图 2.14 赛峰（Safran）的 HRG 敏感单元（左）与核心部件（右）

赛峰（Safran）在全球首次将半球陀螺仪从传统优势领域—深空探测应用拓展到了船用、陆用、商用、寻北、单兵等惯性技术主要领域，2016 年到 2018 年，持续几年的报道展现了其在半球谐振陀螺方面的显著进展<sup>[68-71]</sup>，2000h 测试时间，零偏稳定性  $0.0001^\circ/\text{h}$ ，在 80h 测试时间，标度因子稳定性  $0.1\text{ppm}$ ，并首次提出了其 HRG 是“Game changer”，将改变或者重新定义惯性技术的版图，如图 2.15，Safran 认为正是由于半球陀螺仪技术特有的优点，将在中高精度领域全面取代以光纤陀螺仪和激光陀螺仪为代表的光学陀螺仪，并有望取代以“三浮”陀螺仪与静电陀螺仪为代表的战略级陀螺仪。

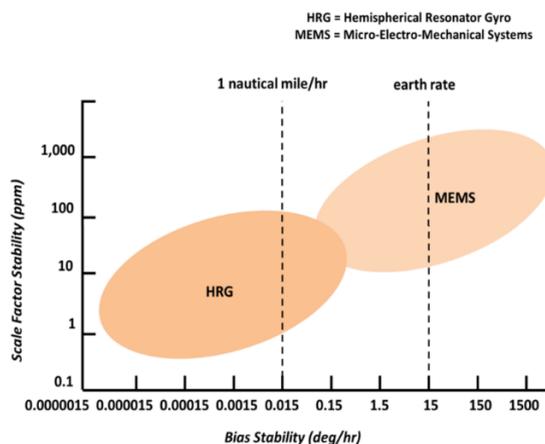


图 2.15 赛峰（Safran）定义的陀螺仪新的格局

Northrop Grumman 与 Safran 近几年持续报道了其在半球陀螺仪技术的突破，也给国内的相关研究人员更多的启发与参考，总的来讲，高精度半球陀螺仪秉承如下的设计理念：

1) 全对称谐振子：在频率对称性、阻尼对称性及结构的平衡特性上有天然优势，哥氏振动陀螺仪中，Type II型是优选方案；

2) 可修调性：谐振子的调谐特性和平衡特性可以通过机械或者电路的方式进行修调；如俄罗斯开发的等离子束修调谐振子，赛峰的四质量块 MEMS 专利<sup>[82]</sup>方案通过静电力实现动平衡；

3) 全角模式：实现了“自由态”陀螺仪，这也是实现战略级高精度惯性技术的必经之路，如战略级的陀螺摆式加速度计（PIGA）的自由进动模式、静电悬浮陀螺仪采取的自由无接触式的支撑方式。最大程度上削弱控制力幅值，从而使控制电路（如驱动反馈、检测等）带来的误差最小化，并充分发挥 Type II 优势，具有更好的标度因数稳定性（布莱恩系数只和谐振子形状相关）和动态特性（全角模式下敏感角速率的动态范围只受限于谐振子的谐振频率）；

4) 自校准与自补偿技术：正是利用了 Type II 特有的全对称特性，通过自由进动实现零偏自校准，通过外部馈入已知参考激励信号（虚拟输入角速率）实现标度因子的自校准。

作为 GMD 应用，陀螺仪的技术路线秉承上述设计理念的同时，还需要综合考虑 CSWaP（C：代表成本，S：代表尺寸，W：代表重量，P：代表功耗），以金属振动陀螺仪为代表的设计理念，是本文 GMD 陀螺的优选方案。

金属谐振式陀螺仪（简称金属 CVG 固态陀螺仪）在某种意义上是 Quapason<sup>TM</sup> 与 HRG 的结合，兼顾了前者的低成本与后者的高精度，采用高品质因子弹性合金材料的圆柱壳谐振子，方便加工，而采用集中参数模型的圆柱壳比四质量块有更好的能量保持特性，因此具备更好精度的潜能。

以 Quapason<sup>TM</sup> 与金属 CVG 固态陀螺仪为代表的哥氏振动陀螺，采用了“接触式”的电极配置方案，不同于球形电极或者平板电极的非接触式电极配置，压电陶瓷（PZT）激励效率更高、对准与装配的要求降低。图 2.16 给出了金属 CVG 的振动模态示意图。

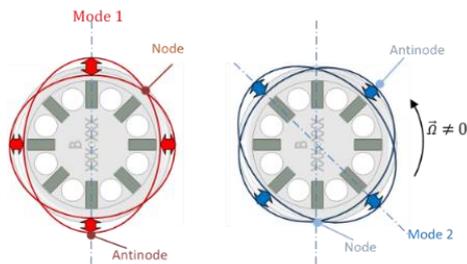


图 2.16 金属 CVG 的振动模态示意图

图 2.17 给出了金属 CVG 主要组成<sup>[93]</sup>，包含了圆柱形谐振子、压电陶瓷、基座等，谐振子采用等内径、不等外径的结构形式，压电陶瓷固定在谐振子的顶部，与不等外径圆柱壳构成了杠杆效应，提升了驱动灵敏度。在专利<sup>[93]</sup>详细介绍了该类型的谐振子力学方程。

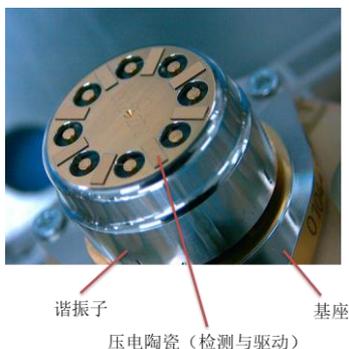


图 2.17 金属 CVG 部件组成与装配示意图

表 2.1 给出了石英 HRG 与金属 CVG 的典型特征比对，可以看出，金属 CVG 在低成本、高可靠性上更具潜力。

表 2.1 金属 CVG 与石英 HRG 的特征比对

典型特征	金属 CVG	石英 CVG (HRG)
谐振子材料	高 Q 值合金材料	熔融石英材料
谐振子加工工艺	圆柱形 (工艺简单)	半球形 (工艺复杂)
激励与检测方式	压电, 低电压 5V	电容, 高电压 300V
真空封装	中等真空度, 不需要吸气剂	极高真空度, 需要吸气剂
静/动平衡	磨削去质量 (传统工艺)	等离子 (复杂工艺)

本论文在现有军用 CVG 固态陀螺仪基础上，通过研究优选核心部件的材料特性、装配工艺、集成减振工艺等，首次实现了 CVG 固态陀螺仪的高温化样机

研制，并针对 GMD 的全井斜测量应用，研究了相关的自校准方法，相关内容在后续章节中做详细的介绍。

## 2.2 陀螺导向基本原理及误差机理

陀螺导向是基于陀螺罗盘原理(Gyrocompass)原理,主要是使用惯性器件(加速度计与陀螺仪)去测量地球自转角速率矢量与重力加速度矢量,从而计算出载体与地理北向的夹角。

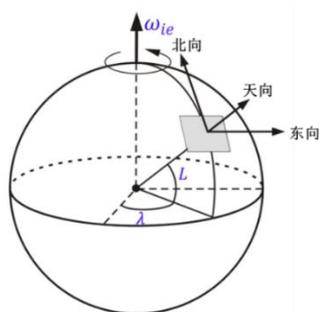


图 2.18 地理坐标系与经纬度关系图

图 2.18 中,  $\omega_{ie}$  为地球的自转角速率, 为固定值  $15.041067^\circ/\text{h}$  (约  $0.0042^\circ/\text{s}$ ), 被测载体所处位置的经度与纬度分别为  $\lambda$  和  $L$ , 采用“东北天”地理坐标系。

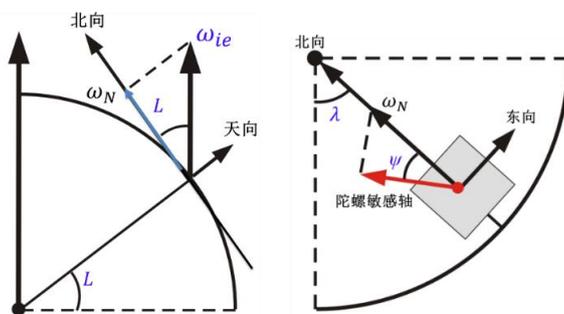


图 2.19 陀螺导向原理

图 2.19 给出了陀螺导向的原理示意图, 地球自转角速率的水平分量为  $\omega_N$ , 其大小取决于测量地点的纬度  $L$ 。

$$\omega_N = \omega_{ie} \cos L \quad \dots(2.4)$$

如在北京纬度是  $40^\circ$ , 地球自转的水平分量约为  $11.52^\circ/\text{h}$ , 纬度越高水平分量越小, 接近极点位置水平分量趋于零。

假设陀螺仪的敏感轴与载体运动方向同相, 定义方位角  $\psi$  为陀螺仪敏感轴与

北向夹角，则得到陀螺仪的输出值为：

$$\omega_{ob} = \omega_N \cos\psi + B = \omega_{ie} \cos L \cos\psi + B \quad \dots(2.5)$$

式(2.5)中， $\omega_{ob}$ 为陀螺仪的输出值，即观测值， $B$ 为陀螺仪的零偏。

求解式(2.5)，就可以计算得到载体的方位角 $\psi$ ，此外，式(2.5)中可知，陀螺仪的测量数据包含了陀螺仪本身的零偏 $B$ ，其值的大小会直接影响方位角计算结果，通常通过多点转位或者连续旋转调制等方式消除，图 2. 20 给出了单轴陀螺仪通过转位机构旋转改变其敏感方向工作原理示意，为了方便转位机构机械设计，采用简单的  $0^\circ$ 、 $180^\circ$  两位置转位方法，陀螺仪的输出分别为：

$$\omega_{ob}(0) = U_1/SF_1 = \omega_{ie} \cos L \cos\psi + B_1 \quad \dots(2.6)$$

$$\omega_{ob}(180) = U_2/SF_2 = -\omega_{ie} \cos L \cos\psi + B_2 \quad \dots(2.7)$$

式(2.6)、(2.7)中， $SF_1$ 、 $SF_2$ ， $U_1$ 、 $U_2$ ， $B_1$ 、 $B_2$ 分别是指  $0^\circ$  和  $180^\circ$  位置下陀螺仪的标度因子、输出（模拟量或者数字量）和零偏。

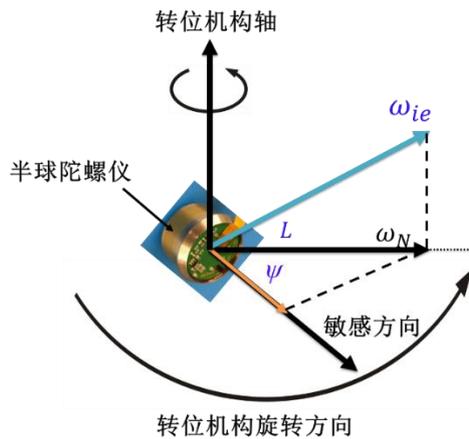


图 2. 20 单轴陀螺仪转位置消除零位原理

设定 GMD 寻北的精度为  $1^\circ$ ，忽略陀螺仪的标度因子误差，由(2.6)、(2.7)可得到单轴陀螺仪的方位测量估计为：

$$\hat{\psi} = \arccos \frac{\omega_{ob}(0) - \omega_{ob}(180)}{\omega_N \cos\psi} = \arccos \left( \cos\psi + \frac{\varepsilon_B}{\omega_N \cos\psi} \right) \quad \dots(2.8)$$

式(2.8)中， $\varepsilon_B$ 是转位补偿后的残余漂移误差，对上式取泰勒展开并忽略高阶项，得到两位置下的估计误差（精度）为

$$\delta\psi \approx \frac{\varepsilon_B}{\omega_N \sin\psi} \quad \dots(2.9)$$

从式(2.9)可知，采用单陀螺两位置转位时，转位的两个位置选择在东西向附

近 ( $\psi_1 = 90^\circ$ 、 $270^\circ$ ) 估计误差最小, 此时的估计误差为:

$$\delta\psi = \frac{\varepsilon_B}{\omega_N} = \frac{\varepsilon_B}{\omega_{ie}\cos L} \quad \dots(2.10)$$

式(2.10)给出了陀螺仪寻北估计精度误差的基本公式, 可以看出, 两位置转位的寻北精度与陀螺仪的残余漂移误差、当地的纬度相关。

上式给出了单陀螺仪在基本水平姿态下的测量精度分析, 在本文的第四章推导得到采用标准捷联方案时 (由三轴陀螺仪与三轴加速度计组成的捷联系统, 如图 2.21 所示) 在全姿态下的方位测量精度误差为:

$$\delta\psi = -\frac{\varepsilon_E}{\omega_{ie}\cos L} + \frac{\nabla_E}{g}\tan L \quad \dots(2.11)$$

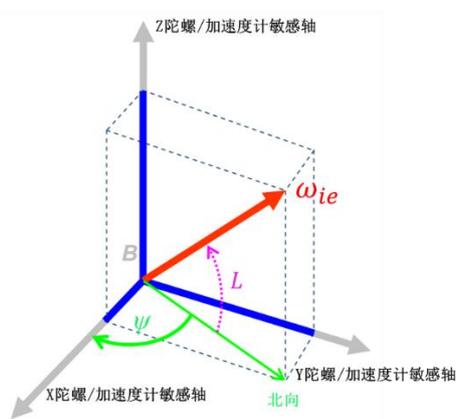


图 2.21 标准捷联惯导系统的方位测量原理

标准捷联惯导的初始对准模式下的方位精度与等效东向陀螺仪的漂移误差、东向加速度计的漂移误差以及当地纬度相关, 当前高温石英挠性加速度计的综合精度可达到  $0.1\text{mg}\sim 1\text{mg}$ , 代入式(2.11), 可得到在  $45^\circ$  纬度附近的误差约为  $0.005\text{deg}\sim 0.05\text{deg}$ , 远小于设定的方位测量精度  $1^\circ$  的精度目标, 因此, 对于 GMD 的静态方位测量, 可以忽略加速度计本身的精度误差, 从而得到式(2.10)与式(2.11)是统一的。

同样, 可以采用类似于单轴陀螺仪的转位方式, 消除水平陀螺仪的零位误差, 在第四章会给出详细的方法, 这里重点给出误差消除后的陀螺仪的残余零偏的评估方法与物理含义分析, 在引出 Allan 方差评价手段之前, 首先给出陀螺仪精度的核心精度指标, 表 2.2 是惯性陀螺仪常用的按照精度等级的划分方法。

表 2.2 陀螺仪精度等级划分

陀螺仪等级	零偏（重复性）	角度随机游走（ARW）
速率级	50°/h~10°/h	10°/√h~3°/√h
战术级	10°/h~0.1°/h	2°/√h~0.05°/√h
导航级	≤0.01°/h	≤0.001°/√h

陀螺仪精度等级主要是通过其重复性和角度随机游走指标进行划分的，二者的物理定义与测试方法在 IEEE<sup>[57][95]</sup>标准中都有详细的描述，上述划分定义仅仅是从惯性仪表本身的角度出发，实际上采用系统级的补偿校准方法后，可以消除大部分的重复性零位误差，同时通过控制系统的优化设计，可大幅度提高陀螺仪的角度随机游走系数，因此如何分离误差系数，并对之实施不同的处理算法，是实现寻北（初始对准）综合精度的关键，而对准时间与对准精度是初始对准的两大核心指标，Allan 方差评价手段的引入，是评估初始对准综合指标的主要手段和方法。

Allan 方差法最初是用于分析振荡器的相位和频率不稳定性，是由 David Allan 于 1966 年提出的，1980 年，Kochakian 首次将 Allan 方差方法用于惯性传感器误差分析。1998 年，IEEE 正式将其作为挠性加速度计的评价手段(IEEE Std1293-1998)<sup>[94]</sup>，随后在光纤陀螺、哥氏振动陀螺仪等 IEEE 的标准中都引入了 Allan 方差的评价手段与方法<sup>[57][95]</sup>。

下面简单的给出 Allan 方差的基本原理，假设有  $N$  个连续的陀螺采样数据，采样间隔时间为  $T_0$ ，将其中连续的  $M$  ( $M = 1, 2, \dots, < N/2$ ) 个数据组成一个簇，定义簇的总采样时间为  $\tau_m = MT_0$ ，定义  $\Omega(t)$  为  $t$  时刻的采样数据，在时间簇  $\tau_m$  内的平均值为：

$$\bar{\Omega}_k(\tau_m) = \frac{1}{\tau_m} \int_{t_k}^{t_k + \tau_m} \Omega(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots, N/M \quad \dots(2.12)$$

Allan 方差定义为：

$$\sigma_{total}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} [\bar{\Omega}_{k+1}(\tau_m) - \bar{\Omega}_k(\tau_m)]^2, \quad k = 1, 2, \dots, N/M \quad \dots(2.13)$$

上式中， $\bar{\Omega}_{k+1}(\tau_m)$  是第  $k+1$  个簇的平均值，即  $t_{k+1} = t_k + \tau_m$ 。

根据上面分析可以看出，Allan 方差实质上是对时间序列进行一阶差分后再

求解均方的，该方法的优点是能够将非平稳噪声先平稳化，进而用均方去估计噪声的大小。事实上陀螺仪输出数据的噪声并不是简单的白噪声，而是含有不同特性的非平稳噪声，从时域表达式可以看出，标准方差的估计有自身的约束条件，其要求所分析的时间序列必须是平稳且具有各态历经性，同时信号要具有弱相关性。对于白噪声而言，标准方差是估计其信号强度的无偏一致估计，对于其他非平稳噪声则是有偏差的。因此，用标准方差去评价仪表稳定性具有一定的局限性。相对标准方差而言，Allan 方差能够较好的处理非平稳噪声，因此用 Allan 方差评价陀螺仪的性能会相对全面和细致，准确度会更高。

根据 Allan 方差的定义，主要包括量化噪声 (Quantization noise)、角随机游走 (Angle random walk)、零偏不稳定性 (Bias instability)、速率随机游走 (Rate random walk) 和速率斜坡 (Rate ramp) 等 5 个主要随机过程项，并分别以  $Q$ 、 $N$ 、 $B$ 、 $K$ 、 $R$  表示这五项 Allan 方差系数，忽略正弦噪声和马尔科夫噪声。假设所有随机过程项是稳定、独立并彼此无关，则计算总体给定的相关时间 Allan 方差可表示为各独立随机过程在相关时间内的和：

$$\sigma_{total}^2(\tau) = \sigma_Q^2(\tau) + \sigma_N^2(\tau) + \sigma_B^2(\tau) + \sigma_K^2(\tau) + \sigma_R^2(\tau) = \frac{3}{\tau^2} Q^2 + \frac{1}{\tau} N^2 + \frac{2 \ln 2}{\pi} B^2 + \frac{\tau}{3} K^2 + \frac{\tau^2}{2} R^2 + \varepsilon \quad \dots(2.14)$$

式(2.14)中， $Q$  代表的量化噪声，主要是由于陀螺仪输出的数字量化造成。在双对数坐标曲线中，量化噪声对应的斜率为-1，由于量化噪声的相关时间短，而作为初始对准 GMD 处于静止状态，积分时间远大于量化相关时间，因此不是主要的误差源； $N$  代表的角度随机游走，实质上是白噪声的积分值，主要是由于陀螺表头的布朗噪声以及电路的噪声造成的，在双对数坐标系中斜率是-1/2，对于 CVG 固态陀螺仪而言，表头的布朗噪声可以忽略，控制回路的相位稳定性、陀螺仪的频率裂解是角度随机游走系数的重要误差源。采用积分平滑的方式，是降低角度随机游走系数影响的常用方法，当然，积分的时间也带来了初始对准时间的增加，同时，通过积分时间延长去提升测量精度的极限是陀螺仪的零偏不稳定性误差  $B$ ，零偏不稳定性  $B$  主要是由于陀螺仪的  $1/f$  噪声造成的，在双对数坐标系中斜率是0，是陀螺仪的精度极限，因此，优化选取初始对准的积分时间，

实现陀螺仪的零偏误差“触底”是提高初始对准精度的关键，当继续延长积分时间时，陀螺仪表现出趋势漂移项，分别产生了速度随机游走系数  $K$  与速率斜坡  $R$ ，分别对应双对数坐标系的斜率是  $+1/2$  与  $+1$ ，速率斜坡表征了陀螺仪的漂移项误差，主要是由于环境温度、敏感单元的应力释放等造成的。图 2. 22 给出了上述的主要误差项双对数曲线，这也是拟合 Allan 方差的标准曲线。

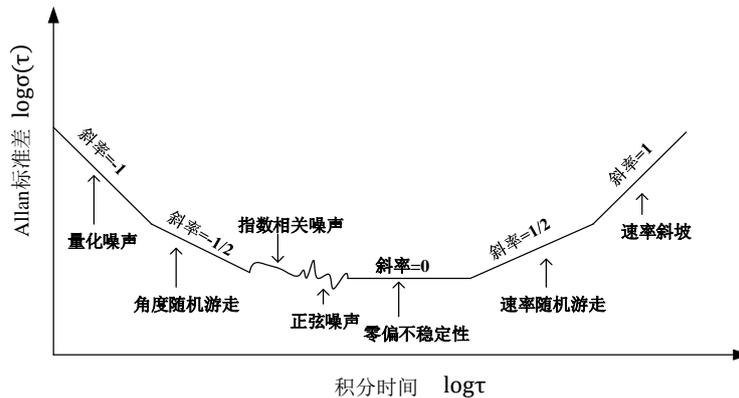


图 2. 22 随机误差在 Allan 标准差中分布图

忽略指数相关噪声与正弦噪声，Allan 方差“触底”的时间点决定了最高对准精度时的最小时间，该时间点是角度随机游走白噪声与  $1/f$  噪声贡献（即零偏不稳定性）的交点。因此降低白噪声（ARW）是实现快速对准系统的关键，而减小对准时间内的趋势项漂移是保证对准精度的重要因素，相关研究内容在第五章详细分析。

### 2.3 本章小结

本章首先给出了 CVG 固态陀螺仪的基本工作原理，根据运动学基本方程并结合谐振子激励与检测的不同方式，对国外几种典型的半球陀螺仪技术路线进行了分析与对比，结合了 GMD 对于精度、可靠性以及 CSWaP 综合要求，确定了基于压电陶瓷激励和检测的全对称谐振子 CVG 固态陀螺仪作为本论文 GMD 陀螺仪的优选方案；分析了 GMD 静基座寻北的基本原理，得出了陀螺仪的综合漂移是影响寻北精度的主要因素，基于多位置的转位（调制）可以消除陀螺仪的重复性误差，因此残余随机误差是满足最终寻北精度的关键，通过 Allan 方差的方法，分离了陀螺仪随机误差的模型，并分析了寻北精度与寻北时间二者与 Allan

方差各项误差系数的关系，由此作为 GMD 陀螺仪的设计指导。



### 第3章 CVG 固态陀螺仪控制系统设计与误差机理分析

本章首先分析了谐振子的运动学方程，给出了陀螺仪的主要误差源，并研究了误差传播特征及抑制方法，在此基础上，分析了无耦合误差的理想模式和存在耦合误差的非理想模式下，控制系统的设计与实现，重点分析了对于速率模式下，如何通过深度负反馈降低交叉耦合误差，最后对陀螺仪的精度极限进行分析。

#### 3.1 全对称谐振子的基本运动学方程

根据傅科摆质点运动通用模型，在刚度和阻尼约束的自由振荡模型下，各种类型的全对称谐振子都可以统一为标准傅科摆动力学方程，参照 D. Lynch 的模型<sup>[96]</sup>，将复杂的固体波振动模型等效为一质点在二维空间中的振动，如图 3.1 所示，建立了简洁实用全对称谐振子理想与非理想动力学模型，为了方便起见，这里的角度 $\theta$ 代表实际 $n = 2$ 模式下谐振子驻波进动的 $n\theta$ 模型。

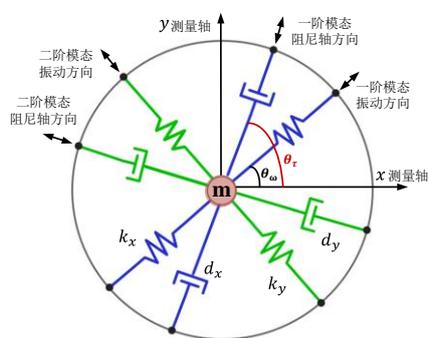


图 3.1 全对称谐振子的简化傅科摆模型

定义图 3.1 中的几个夹角的物理意义：

1) 频率裂解导致的刚度轴失准角 $\theta_\omega$

文献<sup>[58]</sup>给出，对于 $n = 2$ 振型，由于密度、弹性模量、谐振子厚度等各向异性或非理想性等因素，导致的参数不均匀性的傅里叶展开的四次谐波，使得理想谐振子出现两个互相成  $45^\circ$  的固有轴，谐振子沿着这两个轴呈现出频率最大值和频率最小值，二者的差值称之为频率裂解，将一阶模态的刚度方向与敏感电极轴的夹角定义为 $\theta_\omega$ 。

2) 由阻尼系数不一致导致的阻尼失准角 $\theta_\tau$

阻尼系数表征沿着某一方向的能量衰减系数,一、二阶工作模态(也称为主、次工作模态)的阻尼衰减系数不一致导致阻尼失衡,一阶模态电极的读出轴与阻尼系数小的阻尼轴的夹角定义为 $\theta_\tau$ ,阻尼系数的失衡使得谐振子总是向低阻尼系数的方向进动,从而导致漂移误差。

D. Lynch 根据傅科摆质点运动基本模型,给出了详细的哥氏振动陀螺仪标准运动学方程<sup>[96]</sup>,包含了由于频率裂解和阻尼失衡带来的交叉耦合项、哥氏力耦合项等,式 3.1 构成了全对称谐振子的基本运动方程。

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{\tau}\right) + \cos 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) & \sin 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) \\ \sin 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) & \left(\frac{2}{\tau}\right) - \cos 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2\kappa\Omega \\ 2\kappa\Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & -\kappa\dot{\Omega} \\ \kappa\dot{\Omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\kappa^2\Omega^2 & 0 \\ 0 & -\kappa^2\Omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^2 - \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega & -\omega\Delta\omega \sin 2\theta_\omega \\ -\omega\Delta\omega \sin 2\theta_\omega & \omega^2 + \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\
 & = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

...(3.1)

上式中,各个参数的物理定义见表 3.1。

表 3.1 主要参数物理定义

参数	描述	单位
$\Omega$	输入角速率	$rad/s$
$m$	谐振子质量	$Kg$
$k_x$	一阶振动模态刚度	$N/m$
$k_y$	二阶振动模态刚度	$N/m$
$d_x$	一阶模态阻尼	$N \cdot s/m$
$d_y$	二阶模态阻尼	$N \cdot s/m$
$\omega_x$	一阶模态谐振频率, $\omega_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}}$	$rad/s$
$\omega_y$	二阶模态谐振频率, $\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}}$	$rad/s$

$\omega$	等效综合谐振频率, $\omega = \sqrt{\frac{\omega_x^2 + \omega_y^2}{2}}$	rad/s
$\Delta\omega$	频率裂解, $\Delta\omega = \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{2\omega}$	rad/s
$\frac{1}{\tau_x}$	一阶模态方向阻尼衰减系数, $\frac{1}{\tau_x} = \frac{d_x}{2m}$	1/s
$\frac{1}{\tau_y}$	二阶模态方向阻尼衰减系数, $\frac{1}{\tau_y} = \frac{d_y}{2m}$	1/s
$\frac{2}{\tau}$	等效综合阻尼衰减系数, $\frac{2}{\tau} = \frac{1}{\tau_x} + \frac{1}{\tau_y}$	1/s
$\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)$	阻尼失衡, $\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau_x} - \frac{1}{\tau_y}$	1/s
$\theta_\omega$	刚度失准角	rad
$\theta_\tau$	阻尼失准角	rad
$F_x$	一阶模态方向的控制力	N
$F_y$	二阶模态方向的控制力	N
$f_x$	一阶模态方向的等效加速度	s <sup>2</sup> /m
$f_y$	二阶模态方向的等效加速度	s <sup>2</sup> /m

其中式(3.1)中 $\kappa$ 是指角增益系数, 也称之为布莱恩系数, 只和谐振子的形状相关, 文献<sup>[58]</sup>中通过理论计算和试验测试给出半球谐振子的 $\kappa = 0.4$ , 而对于杯状谐振子, 文献<sup>[98]</sup>分析计算 $\kappa = 0.8$ 。

### 3.2 理想模型下陀螺仪的工作模式

#### 3.2.1 全角模式—速率积分陀螺仪

全角模式, 是指陀螺仪处于全角度自由进动模式, 此时陀螺仪的输出是与输入角度成比例关系, 也就是速率积分陀螺仪。忽略频率裂解、阻尼失衡并忽略电极轴与刚度轴的对准误差, 并假设阻尼为零, 采用理想傅科摆模型, 此时速率积分陀螺仪是典型的各项同性弹簧-质量系统, 且无能量耗散。当在惯性空间存在输入角速率 $\Omega$ 时, 相对于非惯性空间 $x$ 、 $y$ 坐标系的运动学方程为:

$$\ddot{x} + (\omega^2 - \kappa^2\Omega^2)x - \kappa(2\Omega\dot{y} + \dot{\Omega}y) = 0 \quad \dots(3.2)$$

$$\ddot{y} + (\omega^2 - \kappa^2\Omega^2)y + \kappa(2\Omega\dot{x} + \dot{\Omega}x) = 0 \quad \dots(3.3)$$

式(3.2), (3.3)中, 离心加速度 $\Omega^2$ 和角加速度 $\dot{\Omega}$ 是直接影响了速率积分陀螺仪的量程和带宽,  $2\Omega\dot{y}$ 和 $2\Omega\dot{x}$ 是指耦合哥氏力, 这也是全角模式的工作基础, 通过两个模态之间的相互耦合, 实现自由无约束的进动, 在参数激励下, 几乎等量的耦合哥氏力的存在是区别于速率模式的根本因素。

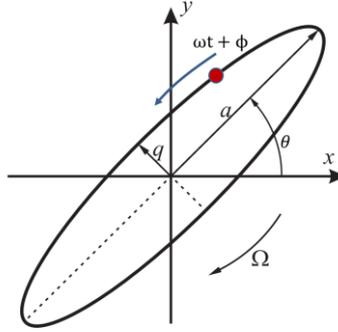


图 3.2 全角模式下的傅科摆基本模型示意图

图 3.2 代表了标准傅科摆的椭圆运动模式, 其中,  $a$ 、 $q$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  分别代表运动轨迹的长半轴、短半轴、进动角度、运动轨迹的相位。考虑理想模型, 通过正交耦合反馈实现了  $q = 0$ , 设初始进动角为  $\theta_0$ , 式(3.2), (3.3)的解为:

$$x = a \cos \left( \theta_0 - \kappa \int_{t_0}^t \Omega(\tau) d\tau \right) \cos(\omega t + \phi) \quad \dots(3.4)$$

$$y = a \sin \left( \theta_0 - \kappa \int_{t_0}^t \Omega(\tau) d\tau \right) \cos(\omega t + \phi) \quad \dots(3.5)$$

谐振子运动轨迹相对参考轴的进动角  $\theta$  与惯性空间下的输入角速率  $\Omega(\tau)$  的关系式为:

$$\theta = \theta_0 - \kappa \int_0^t \Omega(\tau) d\tau \quad \dots(3.6)$$

通过实时计算谐振子轨迹的  $x$ 、 $y$  坐标系下的输出值, 可以实时解算陀螺仪的进动角  $\theta$ :

$$\theta = \arctan(y/x) \quad \dots(3.7)$$

### 3.2.2 力平衡模式—速率陀螺仪

对于理想速率模式, 考虑到驻波被“捆绑”在固定电极上, 谐振子不能实现全角自由的进动, 通过幅度与相位控制实现一阶模态等幅度等频率的自由振荡, 故而一阶模态又称为驱动模态, 二阶模态又称为测量模态, 外部输入角速率通过哥氏力的耦合影响使得谐振子的能量由驱动模态耦合到测量模态, 理想模型下,

谐振子刚度和阻尼均是各项同性, 令  $d_x = d_y = d$ ,  $k_x = k_y = k$ 。引入一阶模态反馈力  $f_x$  提供维持谐振子振荡的能量, 使其保持等幅度的振荡, 二阶模态反馈力  $f_y$ , 实现闭环负反馈, 使得二阶模态的振动位移与振动速率接近为零, 在  $x$  轴的耦合哥氏力  $2\Omega\dot{y}$  近似为零, 从而得到速率模式下, 谐振子理想工作模型为:

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F_x \quad \dots(3.8)$$

$$m\ddot{y} + d\dot{y} + ky = F_y - 2m\Omega\dot{x} \quad \dots(3.9)$$

当陀螺仪工作在闭环状态时,  $F_y$  实现深度负反馈去平衡哥氏力  $2km\Omega\dot{x}$ ;  $F_y = 0$  时, 陀螺仪工作在速率模式下的开环状态, 上式可以得出在开环状态下:

$$y = 2kx \frac{Q}{\omega} \Omega = \kappa\tau x \Omega \quad \dots(3.10)$$

式中,  $Q$  是指陀螺仪的品质因子,  $Q = \pi\tau f = \frac{\omega\tau}{2}$ 。

通过检测  $y$  轴方向的输出幅度, 从而实现了输入角速率的度量, 可以看出, 开环检测速率模式只是和驱动轴的振动幅度、谐振子的品质因子以及谐振子的振动频率相关。而对于速率闭环工作模式, 是通过深度反馈技术去平衡哥氏力, 从而使得测量轴  $y$  方向上的位移为零, 反馈力的大小作为输入角速率的度量。

式(3.10)推导了理想模式下的速率积分模式和速率模式的运动学方程和工作原理, 而对于谐振子来说, 由于材料非严格各项同性、加工误差、封装误差等因素带来的频率裂解和阻尼失衡, 是影响陀螺仪误差的最主要因素, 下面仍然从全角速率积分模式和速率模式两种工作模式进行分析, 从而给出其基本的误差机理方程, 并探讨提高陀螺仪精度的方向和技术路线。

### 3.3 非理想模型下陀螺仪的工作模式

#### 3.3.1 考虑非理想因素下的全角模式

根据傅科摆下的 2D 振荡模型, 考虑到频率裂解和阻尼失衡等非理想因素,  $a$ 、 $q$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  不再是常量, 而是时变量, 但相对于振荡频率  $\omega$  是慢变量, 当  $\omega \gg \Omega$  时, 根据 D. Lynch 的 Averaging 方法<sup>[96]</sup>, 得到上述四个慢变量的标准型误差方程为:

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= -\left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\cos 2(\theta - \theta_\tau)\right]a + \frac{1}{2}\Delta\omega\sin 2(\theta - \theta_\omega)q \\
\dot{q} &= -\left[\frac{1}{\tau} - \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\cos 2(\theta - \theta_\tau)\right]q - \frac{1}{2}\Delta\omega\sin 2(\theta - \theta_\omega)a \\
\dot{\theta} &= -\kappa\Omega + \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\sin 2(\theta - \theta_\tau) + \Delta\omega\cos 2(\theta - \theta_\omega)\frac{aq}{a^2 - q^2} \\
\dot{\phi} &= -\frac{aq}{a^2 - q^2}\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\sin 2(\theta - \theta_\tau) - \frac{1}{2}\Delta\omega\cos 2(\theta - \theta_\omega)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

式(3.11)所述慢变量表达式可以看出，阻尼失衡项 $\Delta(1/\tau)$ 、频率裂解 $\Delta\omega$ 导致了 $a$ 、 $q$ 、 $\phi$ 的误差，而 $a$ 、 $q$ 、 $\phi$ 的误差与频率裂解、阻尼失衡共同导致角度的漂移误差 $\dot{\theta}$ ，与此同时，由于陀螺仪工作在 $\theta$ 角自由进动模式，刚度轴与读出电极的夹角 $\theta_\omega$ 的函数 $\cos(\theta - \theta_\omega)$ 以及阻尼轴与读出电极的夹角 $\theta_\tau$ 的函数 $\sin(\theta - \theta_\tau)$ 均具有周期性的特征，对于非理想工作模式下的全角模式，上述四个核心参数的慢变量都是具有简谐特征，这也是区别于速率模式的一个典型的特征，通过数字自校准等措施，可以实现消除周期性误差漂移的目的，使得式(3.11)中的陀螺仪的极限误差为：

$$|\dot{\theta}| \leq \frac{1}{2}\left|\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\right| + \frac{q}{a}|\Delta\omega| \tag{3.12}$$

式(3.12)可以得到，频率裂解 $\Delta\omega$ 导致进动角速率存在一个零偏，进而对于全角模式，存在一个积分斜坡误差，在后续的章节中提到，可以通过实时的正交耦合闭环负反馈或者闭环频率调谐降低或者消除该项误差值，而对于阻尼不匹配误差 $\Delta(1/\tau)$ ，则会导致全角模式出现一个死区误差：

$$|\Omega| > \left|\frac{\Delta(1/\tau)}{2\kappa}\right| \tag{3.13}$$

全角工作模式最大的风险是阻尼失衡非理想因素存在，导致陀螺仪存在较大的误差，如式(3.12)，或者完全不正确进动，如式(3.13)。

公式(3.12)与式(3.13)初步的分析了全角模式下的误差传播特性，针对 GMD 应用场景，陀螺仪的核心功能是在静基座下实现快速寻北，而陀螺寻北的根本原理就是敏感地球的自转角速率，此时陀螺仪工作在速率模式下，因此小角速率输入的速率模式，是本论文的重点，下面分析在速率模式下，陀螺仪的误差传播机理。

### 3.3.2 考虑非理想因素的速率运行模式

对于速率工作模式，通常输入角速率  $\Omega \ll \omega$ ，如本方案设计的寻北陀螺仪的量程是  $25^\circ/\text{s}$ ，带宽是  $25 \sim 30\text{Hz}$ ，而谐振子的谐振频率是  $8\text{KHz}$ ，此外忽略角加速度与离心力等因素，式(3.1)变为：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{\tau}\right) + \cos 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) & \sin 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) \\ \sin 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) & \left(\frac{2}{\tau}\right) - \cos 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2\kappa\Omega \\ 2\kappa\Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \omega^2 - \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega & -\omega\Delta\omega \sin 2\theta_\omega \\ -\omega\Delta\omega \sin 2\theta_\omega & \omega^2 + \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots(3.14)$$

式(3.14)中，令

$$c_{11} = \left(\frac{2}{\tau}\right) + \cos 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right), \text{ 为主振型（一阶模态）的等效阻尼系数。}$$

$$c_{22} = \left(\frac{2}{\tau}\right) - \cos 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right) \text{ 为次振型（二阶模态）的等效阻尼系数。}$$

$$c_{12} = c_{21} = \sin 2\theta_\tau \left(\Delta \frac{1}{\tau}\right), \text{ 为一阶模态和二阶模态的耦合阻尼系数。}$$

$$k_{11} = \omega^2 - \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega, \text{ 为主振型的刚度系数。}$$

$$k_{22} = \omega^2 + \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega, \text{ 为次振型的刚度系数。}$$

$$k_{12} = k_{21} = -\omega\Delta\omega \sin 2\theta_\omega, \text{ 为一阶模态和二阶模态的耦合刚度系数。}$$

将式(3.14)转换为标准的传递函数，

$$\ddot{x} + c_{11}\dot{x} + k_{11}x = f_x + (-c_{12}\dot{y} + 2\kappa\Omega\dot{y} - k_{12}y) \quad \dots(3.15)$$

$$\ddot{y} + c_{22}\dot{y} + k_{22}y = f_y + (-c_{21}\dot{x} - 2\kappa\Omega\dot{x} - k_{21}x) \quad \dots(3.16)$$

将式(3.15)与(3.16)转化为控制框图形式如图 3.3 所示，

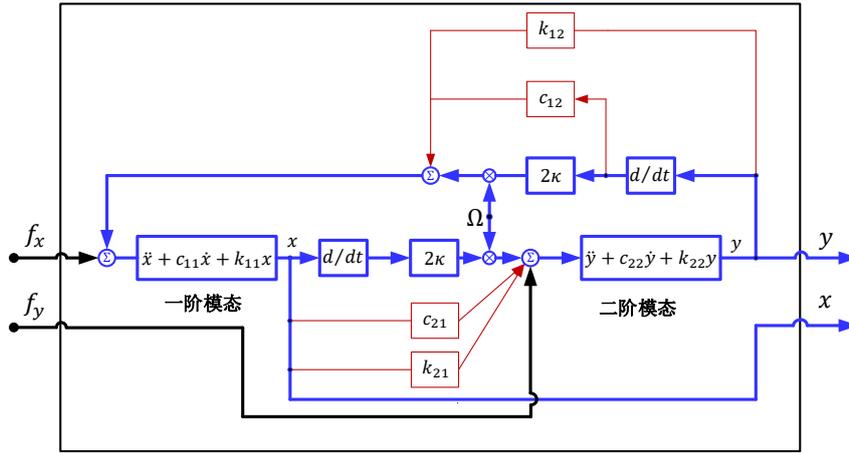


图 3.3 陀螺仪的物理模型信号流图

图 3.3 可以清楚的表示非理想模型驱动模态与测量模态的耦合关系，由于谐振子的加工误差以及材料等非理想各项同性特征，考虑到集中参数模型，主、次模态之间存在与谐振子输出的位移响应成比例的刚度耦合、与速度响应成比例的阻尼耦合。主、次模态的输出是包含了多种激励的综合响应，既包含了耦合哥氏力、反馈激励信号等有用信号的响应，也包含了刚度耦合、阻尼耦合等干扰力的响应，如何从中提取并能够有效地控制，是陀螺仪速率模式控制系统设计的关键，在本章会详细介绍。

速率模式下，考虑到驻波是被“捆绑”在固定电极上，测量轴的位移与速度响应值\$(y, \dot{y})\$值远小于驱动轴的位移与速度响应\$(x, \dot{x})\$，为了简化问题方便，忽略测量模态的位移与速率在驱动模态的耦合，驱动模态的运动学方程可以单独分析：

$$\ddot{x} + \left[ \frac{2}{\tau} + \cos 2\theta_\tau \left( \Delta \frac{1}{\tau} \right) \right] \dot{x} + (\omega^2 - \omega \Delta \omega \cos 2\theta_\omega) x = f_x \quad \dots(3.17)$$

式(3.17)中，令：

$$\frac{1}{\tau_x} = \frac{1}{2} c_{11} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_\tau \left( \Delta \frac{1}{\tau} \right) \quad \dots(3.18)$$

$$\omega_x^2 = k_{11} = \omega^2 - \omega \Delta \omega \cos 2\theta_\omega \quad \dots(3.19)$$

设定驱动力为：

$$f_x = -f_{x_0} \sin \omega_f t \quad \dots(3.20)$$

式(3.20)中,  $f_{x_0}$  是通过幅度控制得到输出量, 用于维持谐振子能量, 并实现等幅度振荡, 控制幅度被频率为  $\omega_{f_x}$  的正弦信号所调制, 通过锁相环 (PLL) 控制, 使得  $\omega_{f_x} = \omega_x$  实现能量的最大激发状态。在理想幅度与频率控制下, 驱动模态的输出响应为

$$x = \frac{\tau_x f_{x_0}}{2\omega_x} \cos(\omega_x t) = C_{x_0} \cos(\omega_x t) \quad \dots(3.21)$$

在分析速率模式下的误差传播特性之前, 首先定性的分析式(3.14)中的两个关键耦合量, 即刚度耦合和阻尼耦合, 考虑驱动模态理想情况下, 输出位移响应通过刚度耦合系数  $k_{21}$ , 产生了耦合力为

$$f_Q = k_{21} C_{x_0} \cos(\omega_x t) \quad \dots(3.22)$$

该耦合力激发了检测模态的能量, 其输出位移为

$$y_q = S_{y_0} \sin(\omega_x t + \phi_{\Delta\omega}) \quad \dots(3.23)$$

式(3.23)中,  $\phi_{\Delta\omega}$  为耦合刚度产生的相位误差, 图 3.4 定性的给出了驱动模态与测量模态在刚度耦合系数作用下相互的传播关系与相位关系, 当  $k_{11} \approx k_{22}$  时,  $\phi_{\Delta\omega} \approx 0$ , 此时,  $\angle(y_q / x) \approx \pi / 2$ , 即: 由于耦合刚度使得驱动轴的位移在检测轴上激发了相位成 90 度的位移输出, 称之为正交耦合分量。

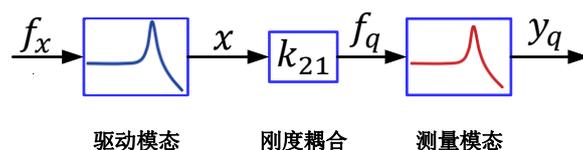


图 3.4 刚度耦合激发的正交耦合示意图

正是由于正交耦合分量与输入耦合的哥氏力响应在相位上存在  $90^\circ$  的关系, 可以通过正交相位解调的方式从二阶模态响应中分离, 即可观测, 从而通过控制策略去消除其耦合。

而对于阻尼耦合, 由于其相位关系与输入角速率耦合哥氏力同相位, 见图 3.3, 使得其不可观测, 难以通过控制策略与方法去消除。

如上定性的分析了阻尼耦合和刚度耦合对于陀螺仪的误差机理影响, 下面从运动学方程给出较为详细的分析, 对于开环工作模式, 不引入反馈力  $f_y$ , 当输入

轴在谐振子激励力的维持下，保持等幅度和等频率的振荡，分析测量轴的输出响应，将式(3.21)代入式(3.16)，可以得到：

$$\ddot{y} + \frac{2}{\tau_y} \dot{y} + \omega_y^2 y = \omega_x C_{x_0} \left[ 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right] \sin(\omega_x t) + C_{x_0} \omega \Delta \omega \sin 2\theta_\omega \cos(\omega_x t) \quad \dots(3.24)$$

式(3.24)中：

$$\frac{1}{\tau_y} = \frac{c_{22}}{2} = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{2} \cos 2\theta_\tau \left( \Delta \frac{1}{\tau} \right), \quad \omega_y^2 = k_{22} = \omega^2 + \omega \Delta \omega \cos 2\theta_\omega \quad \dots(3.25)$$

得到式(3.25)的稳态解为：

$$y = C_{y_0} \cos(\omega_x t + \varphi_y) + S_{y_0} \sin(\omega_x t + \varphi_y) \quad \dots(3.26)$$

式(3.26)中：

$$C_{y_0} = - \frac{\frac{\tau_x f x_0 \cdot 2\kappa\Omega}{4\omega_x}}{\sqrt{\frac{1}{\tau_y^2} + (\omega_y - \omega_x)^2}} - \frac{\frac{\tau_x f x_0 \cdot \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau}{4\omega_x}}{\sqrt{\frac{1}{\tau_y^2} + (\omega_y - \omega_x)^2}} \quad \dots(3.27)$$

$$S_{y_0} = - \frac{\frac{\tau_x f x_0 \cdot \Delta \omega \sin 2\theta_\omega}{4\omega_x}}{\sqrt{\frac{1}{\tau_y^2} + (\omega_y - \omega_x)^2}} \quad \dots(3.28)$$

分析上述公式(3.27)、(3.28)， $C_{y_0}$ 是指和驱动轴振动位移同相的输出信号，其既包含了输入角速率耦合的哥氏力动态响应，也包含了阻尼耦合力的动态响应。 $S_{y_0}$ 是指与驱动轴振动位移正交的输出信号，表征的是示意图 3.4 给出的正交耦合信号。式(3.27)可以看出，当 $\omega_y = \omega_x$ 时，哥氏力的响应输出达到最大值，且正交耦合误差为零，因此，对于提高陀螺仪的灵敏度和信噪比，降低驱动模态与测量模态的频率差是关键。

以上分析了开环速率模式下的运动学响应方程，开环模式下，陀螺仪的带宽取决于驱动模态和测量模态的频差，开环灵敏度与带宽成相反关系，通过深度闭环负反馈技术，高精度陀螺仪工作在全闭环深度负反馈模式下。引入反馈力 $f_y$ 得到检测模态的运动学方程为：

$$\ddot{y} + \frac{2}{\tau_y} \dot{y} + \omega_y^2 y = f_y + \omega_x C_{x_0} \left( 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right) \sin \omega_x t + C_{x_0} \omega \Delta \omega \sin 2\theta_\omega \cos \omega_x t \quad \dots(3.29)$$

理想情况下，考虑 FTR 模式无限带宽与无限大增益并通过锁相环保证了反馈控制的相位严格正交，通过深度负反馈保证测量轴的位移与速度变化量零，在测量带宽内，稳态下的状态方程的反馈力的表达式为：

$$f_y \cong -\omega_x C_{x_0} \left[ 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right] \sin \omega_x t - C_{x_0} \omega \Delta \omega \sin 2\theta_\omega \cos \omega_x t \quad \dots(3.30)$$

上式中，令：

$$f_{y_s} = -\omega_x C_{x_0} \left[ 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right], \quad f_{y_c} = -C_{x_0} \omega \Delta \omega \sin 2\theta_\omega \quad \dots(3.31)$$

式(3.30)中，反馈力分别被  $\sin \omega_x t$  与  $\cos \omega_x t$  调制，定义为  $f_{y_s}$  与  $f_{y_c}$  分别代表平衡同相与正交相的反馈力，通过锁相控制电路保证其相位的正交性，正交耦合闭环负反馈可以单独设计，通过深度闭环负反馈技术，实现正交耦合的输出响应位移与速度为零，在第四章会详细介绍，此时，角速率的估计完全取决于平衡同相端的负反馈的解调输出。

$$U_c = SF \cdot (\hat{\Omega} + B_0) = LPF(f_{y_s} \cdot \sin \omega_x t) = \frac{1}{2} \omega_x C_{x_0} \left[ 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right] \dots(3.32)$$

式(3.32)中， $SF$ 是指陀螺仪的标度因子， $B_0$ 是指陀螺仪的零偏， $LPF$ 是指低通滤波器，得到：

$$SF = \kappa \omega_x C_{x_0}, \quad B_0 = \frac{1}{2\kappa} \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \quad \dots(3.33)$$

在不考虑正交耦合闭环控制误差以及驱动轴的频率与相位误差前提下，式(3.33)表示了测量轴深度负反馈时在稳态情况下的标度因子、零偏误差值，可以得出，陀螺仪标度因子与驱动轴的振动幅度、驱动轴谐振频率以及布莱恩因子相关，而零偏值与阻尼失衡相关。

### 3.4 基于平均法 (Averaging) 的陀螺仪控制方法

根据第一节介绍，非理想谐振子的运动轨迹可以统一用图 3.2 的二维振荡器模型表示，其中， $a$ 、 $q$ 是随着时间缓慢的变化。维持谐振子的准确（或者近似准

确)进动,是陀螺仪能够正常工作或者保证精度的前提,因此,所有的控制策略都是围绕此开展的,在分析陀螺仪的闭环控制方法之前,引入处理周期性摄动系统的控制算法:平均算法“*Averaging*”。

“平均算法”是将整个谐振子运动分解为快变参量和慢变参量,并使用 PI 控制器,保持谐振子的能量,同时抑制正交耦合量;这种控制模式可以同时适用于速率模式和速率积分(全角)模式,在全角模式下,由于谐振子处于自由无约束的进动状态,谐振子的主振轴沿着惯性空间自由进动。而当进动角被锁定在一个特定的位置,也就是进动角为零,陀螺仪将工作在互成 45°角的激励模态和检测模态下的能量转移模式,陀螺仪将由全角模式切换为速率模式。

对于全角模式与速率模式这两种陀螺仪的工作模式,根据具体的应用场景不同各有特点,全角模式下谐振子处于自由进动,其标度因子只是和谐振子的形状相关,因此,其标定因子的稳定性与重复性优异,而对于测量量程小的应用领域,如寻北、速率稳定平台控制等,要求极低的噪声水平,由于全角模式工作在开环状态,其噪声较大,而对于速率模式,由于采用深度闭环负反馈技术,通过反馈量去实现输入角速率的度量,因此谐振子始终保持在零附近工作,具有很小的噪声,非常适合此类应用,但由于其受限于反馈力的能力,使得其测量范围受限,对于 GMD 应用的陀螺仪,采用静基座对准的工作模式,要求其在低量程、低噪声下工作,因此采用速率模式。

本节从理想谐振子二维振荡器模型入手,首先分析了全角工作模式下的控制策略,在此基础上,引用 *Averaging* 方法思路,重点分析速率模式的控制方法。

根据图 3.2 所示的质点的二维振荡器模型,设定初始振荡相位  $\phi_0$ , 此时质点的轨迹为:

$$\begin{aligned} x &= a\cos\theta\cos\phi - q\sin\theta\sin\phi \\ y &= a\sin\theta\cos\phi + q\cos\theta\sin\phi \\ \theta &= \theta_0 - \kappa \int_0^t \Omega dt \\ \phi &= \omega t + \phi_0 \end{aligned} \quad \dots(3.34)$$

由于陀螺谐振子频率  $\omega$  远高于陀螺仪的输入角速率  $\Omega$ , 因此,可以通过解调

的方式，从高频载波  $\cos\phi$ 、 $\sin\phi$  中提取慢变有用信号如  $a$ 、 $q$ 、 $\theta$  等。式(3.35)给出了一阶模态、二阶模态的幅度调制 (AM) 的解调器结构，其中  $\hat{\phi}$  是 PLL (锁相环) 输出的谐振子的相位估计，LPF 是指低通滤波器，滤除解调后的高频载波，低通滤波形式可以是数字的也可以是模拟的，取决于整个控制系统是采用模拟闭环负反馈还是采用数字形式，本质上是一致的。

$$\begin{bmatrix} C_x \\ S_x \end{bmatrix} = LPF \cdot x \cdot \begin{bmatrix} \cos \hat{\phi} \\ \sin \hat{\phi} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} C_y \\ S_y \end{bmatrix} = LPF \cdot y \cdot \begin{bmatrix} \cos \hat{\phi} \\ \sin \hat{\phi} \end{bmatrix} \quad \dots(3.35)$$

式(3.35)中， $S_x$ 、 $C_x$  表示与  $x$  通道正交和同相位的输出；同样，定义  $y$  通道正交与同相的输出为  $S_y$ 、 $C_y$ ，将式(3.34)代入 IQ 解调的标准表达式，把有用信号与二次谐波信号分开处理，表达式如式(3.36)所示：

$$\begin{aligned} S_x &= LPF \cdot \left[ \frac{a \cos(\theta) \sin(\delta\phi) - q \sin(\theta) \cos(\delta\phi)}{2} + k_{sx} \sin(2\hat{\phi} + \Delta\phi_{sx}) \right] \\ C_x &= LPF \cdot \left[ \frac{a \cos(\theta) \cos(\delta\phi) + q \sin(\theta) \sin(\delta\phi)}{2} + k_{cx} \sin(2\hat{\phi} + \Delta\phi_{cx}) \right] \\ S_y &= LPF \cdot \left[ \frac{a \sin(\theta) \sin(\delta\phi) + q \cos(\theta) \cos(\delta\phi)}{2} + k_{sy} \sin(2\hat{\phi} + \Delta\phi_{sy}) \right] \\ C_y &= LPF \cdot \left[ \frac{a \sin(\theta) \cos(\delta\phi) - q \cos(\theta) \sin(\delta\phi)}{2} + k_{cy} \sin(2\hat{\phi} + \Delta\phi_{cy}) \right] \end{aligned} \quad \dots(3.36)$$

假设低通滤波器在通频带内无延时，在阻带内无泄漏，经过理想低通滤波器输出为：

$$\begin{bmatrix} C_x \\ S_x \end{bmatrix} = \alpha \cos \theta \begin{bmatrix} \cos \delta\phi \\ \sin \delta\phi \end{bmatrix} + q \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \delta\phi \\ -\cos \delta\phi \end{bmatrix} \quad \dots(3.37)$$

$$\begin{bmatrix} C_y \\ S_y \end{bmatrix} = \alpha \sin \theta \begin{bmatrix} \cos \delta\phi \\ \sin \delta\phi \end{bmatrix} + q \cos \theta \begin{bmatrix} -\sin \delta\phi \\ \cos \delta\phi \end{bmatrix} \quad \dots(3.38)$$

式(3.37)、(3.38)中， $\delta\phi = \phi - \hat{\phi}$  是参考相位误差，通过锁相环 (PLL) 闭环控制消除。

至此，得到了等效质点谐振子两个通道的标准输出方程，从能量角度， $C_x$ 、

$S_x$ 、 $C_y$ 、 $S_y$  是两个模态能量沿着锁相环建立的正交相位中的分量。

按照 D.Lynch 的 Averaging 方法，给出如式(3.39)的定义：

$$\begin{aligned} E &= a^2 + q^2 = C_x^2 + S_x^2 + C_y^2 + S_y^2 \\ Q &= 2aq = 2(C_x S_y - C_y S_x) \\ R &= (a^2 - q^2) \cos 2\theta = C_x^2 + S_x^2 - C_y^2 - S_y^2 \\ S &= (a^2 - q^2) \sin 2\theta = 2(C_x C_y + S_x S_y) \\ L &= (a^2 - q^2) \sin 2\delta\phi = 2(C_x S_x + C_y S_y) \end{aligned} \quad \dots(3.39)$$

式(3.39)中 E 代表谐振子的总能量，Q 是正交耦合量，R 与 S 是中间变量，表征进动角度  $2\theta$  的余弦与正弦值，L 代表与相位误差  $\delta\phi$  线性相关的变量。上式中，通过实时计算  $C_x$ 、 $S_x$ 、 $C_y$ 、 $S_y$  值，从而实时估计五个状态变量  $\hat{E}$ 、 $\hat{Q}$ 、 $\hat{R}$ 、 $\hat{S}$ 、 $\hat{L}$ ，进而实现陀螺仪输出角度的估计：

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{\hat{S}}{\hat{R}} \right) \quad \dots(3.40)$$

式(3.40)中， $\hat{\theta}$  也就是谐振子全角工作模式下的输出。式(3.39)与式(3.40)构成了全角模式下陀螺仪的基本测量原理，全角模式下控制器设计的重要目标就是保持系统的能量以维持谐振子等幅度振荡，并抑制正交耦合，然而，全角模式下，驻波是自由进动状态，即振动幅度轴  $a$  和正交耦合轴  $q$  以进动角度  $\theta$  旋转，因此，为了保持幅度控制和正交控制的独立性，需要采用如图 3.5 所示的反馈力：

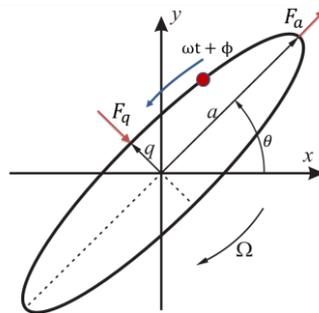


图 3.5 维持谐振子自由进动的控制力示意图

$F_a$  是维持谐振能量的反馈力，保持驻波长轴  $a$  幅度不变； $F_q$  是正交耦合误差抑制反馈力，使得正交耦合在短轴上的响应位移趋于零。 $F_a$ 、 $F_q$  是与谐振子的相

位 $\omega t + \phi$ 相关，其表达式为：

$$\begin{aligned} F_a &= f_{ac} \cos(\omega t + \phi) + f_{as} \sin(\omega t + \phi) \\ F_q &= f_{qc} \cos(\omega t + \phi) + f_{qs} \sin(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad \dots(3.41)$$

式(3.41)中， $f_{ac}$ 、 $f_{as}$ 、 $f_{qc}$ 、 $f_{qs}$ 分别是指施加在幅度轴和正交轴上与参考相位同向或者正交的反馈力，最终得到采用参数激励的全角模式下，控制系统设计的动力学方程如下：

$$\begin{aligned} \dot{E} &= -\left[\frac{2}{\tau} + \Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\cos 2(\theta - \theta_\tau)\right]E - \frac{\sqrt{E}}{\omega} f_{as} \\ \dot{Q} &= -\frac{2}{\tau}Q - \Delta\omega \sin 2(\theta - \theta_\omega)E + \frac{\sqrt{E}}{\omega} f_{qc} \\ \dot{\theta} &= -\kappa\Omega + \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\sin 2(\theta - \theta_\tau) + \frac{1}{2}\Delta\omega \cos 2(\theta - \theta_\omega)\frac{Q}{E} - \frac{f_{qs}}{2\omega\sqrt{E}} \\ \delta\dot{\phi} &= \dot{\phi} + \frac{1}{2}\Delta\omega \cos 2(\theta - \theta_\omega) + \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right)\sin 2(\theta - \theta_\tau)\frac{Q}{E} + \frac{f_{ac}}{2\omega\sqrt{E}} \end{aligned} \quad \dots(3.42)$$

式(3.42)中， $f_{ac}$ 、 $f_{as}$ 、 $f_{qc}$ 、 $f_{qs}$ 分别是 $E$ 、 $Q$ 、 $\theta$ 、 $\delta\phi$ 的控制量，引入经典的 PI 控制器，四个控制量分别是维持谐振子的能量的控制，正交耦合抑制控制、角速率反馈控制(速率模式)和相位控制，对应的全角模式下控制器设计如式(3.43)。

$$\begin{aligned} f_{as} &= K_E \left[ (E - E_0) + \frac{1}{2\tau_E} \int_0^t (E(\tau) - E_0) d\tau \right] \\ f_{qc} &= -K_Q \left[ (Q - Q_0) + \frac{1}{2\tau_Q} \int_0^t (Q(\tau) - Q_0) d\tau \right] \\ \dot{\phi} &= -K_L \left[ (L - L_0) + \frac{1}{2\tau_L} \int_0^t (L(\tau) - L_0) d\tau \right] \end{aligned} \quad \dots(3.43)$$

式(3.43)中， $E_0$ 是代表设定的谐振子振动幅度的能量值， $Q_0$ 、 $L_0$ 是指正交耦合控制与相位控制的目标稳态值，通常设定为零， $L=(a^2 - q^2)\sin 2\delta\phi$ 是锁相环控制的非线性项，对于小量相位误差 $\delta\phi$ ，其近似值为： $L \approx 2(a^2 - q^2)\delta\phi$ ，全角模式下，驻波轴自由进动， $f_{qs} = 0$ 。

对于速率闭环控制，进动角 $\theta$ 被固定在一个特定的位置 $\theta_0$ ，通过闭环反馈力

平衡进动哥氏力，增加一个控制量为：

$$f_{qs} = K_f \left[ (\theta - \theta_0) + \frac{1}{2\tau_f} \int_0^t (\theta(\tau) - \theta_0) d\tau \right] \quad \dots(3.44)$$

基于 Averaging 控制策略，D.Lynch 给出了最终的控制系统设计框图，如图 3.6，半球陀螺仪控制系统被分解为四个回路：幅度控制回路，正交控制回路，锁相控制回路，此外，当陀螺仪工作在速率陀螺模式时，增加了第四个回路：速率控制回路；

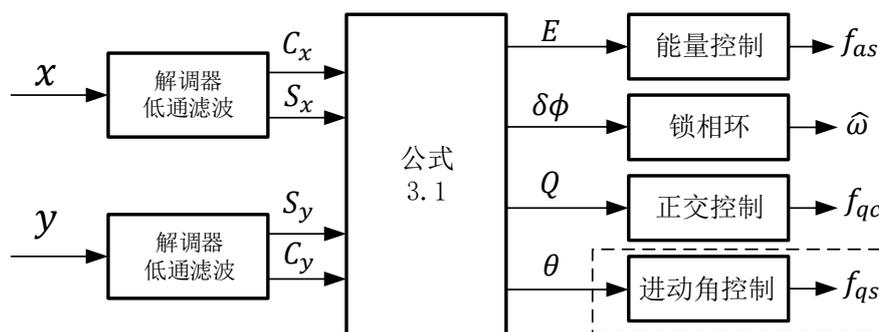


图 3.6 半球陀螺仪的 Averaging 控制架构

图 3.6 中，幅度控制回路，是保证谐振子维持在特定的能量值；正交控制回路是抑制正交运动误差，使其为零；锁相控制回路为正交解调和反馈调制提供一个准确参考相位；速率控制回路可以切换，从而切换陀螺仪处于速率积分陀螺工作模式（全角模式）或者速率模式。如上分析了 D.Lynch 的 Averaging 方法，当然，控制策略不限于上述的三个（全角模式）、四个（速率模式）回路，控制的根本目的是保证谐振子的能量稳定、抑制频率裂解带来的正交耦合、保持谐振子正常进动（或者深度闭环负反馈伺服在一个特定的位置）以及实现精确相位控制，实际应用中可根据不同的谐振子材料或者电极的形式，可以改变每个控制回路的控制策略，如引入自适应控制、前馈控制等，当然，也可以根据情况增加新的控制回路，如根据静电力的负刚度特性，从而引入自动调谐回路等，此外，充分利用全角模式与速率模式可以在形式上实现统一这一特点，也可以引入零偏或者标度因子的自校准控制等，在第四章会详细介绍。

### 3.5 速率模式下深度闭环负反馈方案设计

在力平衡工作模式下，理想谐振子的驻波被“捆绑”在固定电极上，x 轴通过控制激励实现并维持谐振子处于自由振荡模式，外部的输入角速率通过与 x 轴振动速度成比例的哥氏力耦合到 y 轴上，从而激发 y 轴的振荡，y 轴对哥氏力输入的响应包含了输入角速率的信息。力平衡模式下，往往通过深度负反馈，使得驻波被保持在一个固定的位置，通常是对准检测电极位置，也就是  $\theta \cong 0$  的位置，并设定  $\delta\phi$  为小量，式(3.37)和式(3.38)近似等效为：

$$\begin{aligned} C_x &\approx a, S_x \approx a\delta\phi \\ C_y &\approx a\theta, S_y \approx q \end{aligned} \quad \dots(3.45)$$

得到速率模式下陀螺仪闭环控制系统级框图如图 3.7 所示：

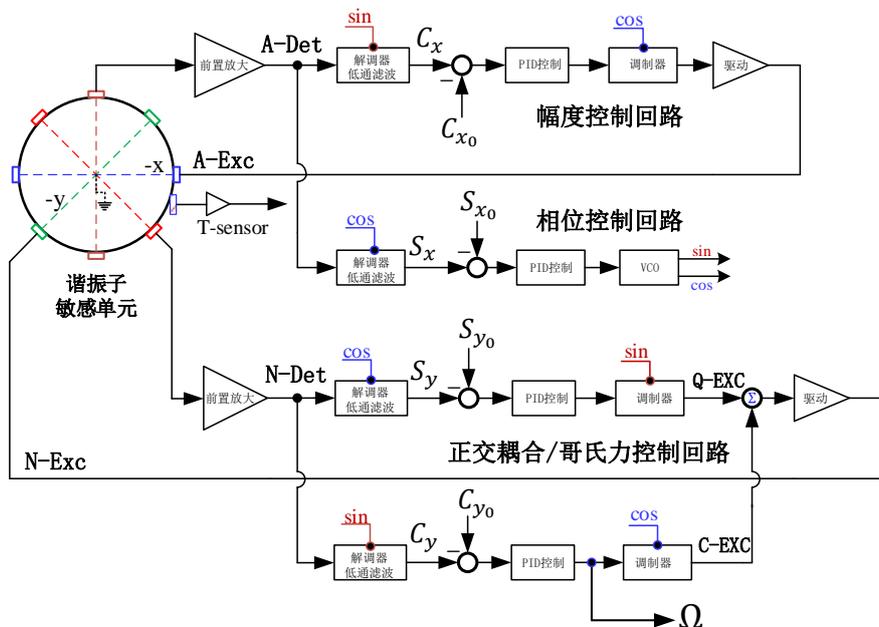


图 3.7 陀螺仪的深度负反馈控制系统框图

图 3.7 中  $C_x$ 、 $C_y$ 、 $S_x$ 、 $S_y$  仍然如式(3.36)定义，唯一区别是驻波不再是自由进动，因此， $C_x$ 、 $C_y$  是固定驱动轴的解调值正交分量， $S_x$ 、 $S_y$  是固定测量轴的解调值正交分量，由式(3.45)可以看出， $C_x$  表征了驱动轴的幅度， $S_x$  表征了驱动轴的相位相关， $C_y$  是与检测轴的哥氏力相关， $S_y$  表征正交耦合，四个系数作为四路闭环控制系统的输入，分别实现：

- 1) 幅度闭环控制。通常采用自动增益控制回路 (AGC)，使得谐振子在驱动

轴上等幅度振荡，维持振荡幅度到预设值，即： $C_x = C_{x_0}$ ；

2) 相位闭环控制。通常采用锁相环电路 (PLL) 通过 PID 控制使得相位差  $\delta\phi = \phi - \hat{\phi}$  趋于零，类似于幅度控制，设定  $S_{x_0} = 0$ ，实现谐振子工作在固有工作频率  $\omega_x$ ；

3) 哥氏力闭环控制。通过 PID 闭环控制，实现闭环反馈力实时平衡输入哥氏力，实现驻波被固定捆绑在固定电极上，也就是实现进动角  $\theta = \theta_0$ ，通常设定  $\theta_0 = 0$ ，表征实时进动角大小的误差量  $C_y$  是 PID 控制信号的输入，通过控制策略实施，从而实现误差量  $C_y = \theta_0 = 0$ ；

4) 正交耦合闭环控制。类似于哥氏力闭环控制，表征正交耦合误差量的  $S_y$  作为 PID 控制信号的输入，通过闭环控制，实现正交耦合误差量的  $S_y = S_{y_0} = 0$ 。

控制框图 3.7 给出了速率模式下的总体控制的理想方案，尚未考虑到图 3.3 中的驱动模态和测量模态的互相耦合因素，而采用传统的控制系统设计方法无法分析解决交叉耦合、非线性等非理想因素，本节采用类似于全角模式 Averaging 方法，将其应用到力反馈模式下，给出了在力平衡模式下 CVG 固态陀螺仪的控制方法与策略。

同样将由快变量  $x$ 、 $y$  定义的二阶运动学方程，转换为由  $C_x$ 、 $C_y$ 、 $S_x$ 、 $S_y$  四个慢变量构成的一阶方程，速率模式下，驱动轴和测量轴与相应的理想解调输出  $C_x$ 、 $C_y$ 、 $S_x$ 、 $S_y$  的关系式为：

$$\begin{aligned} x &= S_x \sin \omega t + C_x \cos \omega t \\ y &= S_y \sin \omega t + C_y \cos \omega t \end{aligned} \quad \dots(3.46)$$

对应的驱动轴与测量轴的反馈力为  $f_x$ 、 $f_y$ ，其中  $f_x$  是实现驱动轴的幅度控制与相位控制的反馈量， $f_y$  是实现测量轴的闭环哥氏力反馈控制与正交耦合控制的反馈量，即：

$$\begin{aligned} f_x &= f_{x_s} \sin(\omega t) + f_{x_c} \cos(\omega t) \\ f_y &= f_{y_s} \sin(\omega t) + f_{y_c} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad \dots(3.47)$$

引入上述四个慢变量在简谐振动中的约束关系式：

$$\dot{S}_x \sin \omega t + \dot{C}_x \cos \omega t = 0, \quad \dot{S}_y \sin \omega t + \dot{C}_y \cos \omega t = 0, \quad \dots(3.48)$$

将式(3.46)、(3.47)、(3.48)代入式(3.14), 并设定  $c_x$ 、 $s_x$ 、 $c_y$ 、 $s_y$  四个慢变量在一个振荡周期内是恒定值, 即  $\dot{c}_x$ 、 $\dot{s}_x$ 、 $\dot{c}_y$ 、 $\dot{s}_y$  均为零, 由此采用 Averaging 方法, 在一个振荡周期内积分平滑, 利用关系式

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt &= 0 \\ \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt &= \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \dots(3.49)$$

最终得到 Averaging 后的四个慢变参数的状态方程如式(3.50):

$$\begin{aligned} \dot{C}_x &= -\frac{c_{11}}{2} C_x + \frac{(\omega_x^2 - \omega^2)}{2\omega} S_x + \frac{k_{12}}{2\omega} S_y - \frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2} C_y - \frac{f_{x_s}}{2\omega} \\ \dot{S}_x &= -\frac{c_{11}}{2} S_x - \frac{(\omega_x^2 - \omega^2)}{2\omega} C_x - \frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2} S_y - \frac{k_{12}}{2\omega} C_y + \frac{f_{x_c}}{2\omega} \\ \dot{C}_y &= \frac{k_{21}}{2\omega} S_x - \frac{(c_{21} + \kappa\Omega)}{2} C_x + \frac{(\omega_y^2 - \omega^2)}{2\omega} S_y - \frac{c_{22}}{2} C_y - \frac{f_{y_s}}{2\omega} \\ \dot{S}_y &= -\frac{k_{21}}{2\omega} C_x - \frac{(c_{21} + \kappa\Omega)}{2} S_x - \frac{(\omega_y^2 - \omega^2)}{2\omega} C_y - \frac{c_{22}}{2} S_y + \frac{f_{y_c}}{2\omega} \end{aligned} \quad \dots(3.50)$$

式(3.14)状态方程中, 由于谐振子工作于振荡状态, 存在极限环这样的非线性因素, 使得求解非常困难, 考虑到谐振子的周期谐振特性, 利用 Averaging 方法, 分离了快变和慢变参量, 上述四个一阶方程可以直观的揭示非理想因素(阻尼失衡与频率裂解)的相互量化关系, 从而为设计速率模式下的陀螺仪控制系统提供了数学依据和基础。

### 3.5.1 驱动轴的控制策略与方法

驱动轴控制方案主要是保证谐振子工作在谐振点上并能够等幅度振荡, 在第一节的分析中可以看出, 幅度的稳定性直接决定了陀螺仪的标度因子稳定性, 而频率(相位)的稳定性直接影响陀螺仪的零偏。实际上由于受环境工作温度、老化等影响, 幅度与频率都会随之发生变化, 此外, 从公式(3.50)可以看出, 刚度耦合、阻尼耦合等因素, 导致了从检测轴耦合到驱动轴上的误差, 从而影响了驱动轴的幅度与相位, 本节在各种耦合误差存在的情况, 分析并设计了驱动轴的控制架构。

设定激励信号的频率等于驱动轴的自振频率， $\omega = \omega_x$ ，也就是驱动轴处于最大能量激发状态，实际上，通过锁相环保证严格的相位正交关系，可以实现驱动轴工作于谐振子的谐振点位置。

式(3.50)的驱动轴方程简化为：

$$\dot{C}_x = -\frac{c_{11}}{2}C_x + \frac{k_{12}}{2\omega}S_y - \frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2}C_y - \frac{f_{x_s}}{2\omega} \quad \dots(3.51)$$

$$\dot{S}_x = -\frac{c_{11}}{2}S_x - \frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2}S_y - \frac{k_{12}}{2\omega}C_y + \frac{f_{x_c}}{2\omega} \quad \dots(3.52)$$

设定的驱动轴振荡幅度为  $C_{x_0}$ ，则反馈控制量为：

$$f_{x_s} = K_p^a(C_x - C_{x_0}) + K_i^a \int_0^t (C_x(\tau) - C_{x_0})d\tau \quad \dots(3.53)$$

式(3.51)中的方程转化为 s 域：

$$\left(s + \frac{c_{11}}{2}\right)C_x = \frac{k_{12}}{2\omega}S_y - \frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2}C_y - \frac{f_{x_s}}{2\omega} \quad \dots(3.54)$$

采用经典的“控制器-被控对象”框图结构，根据式(3.54)设计的控制系统框图如图 3.8 所示

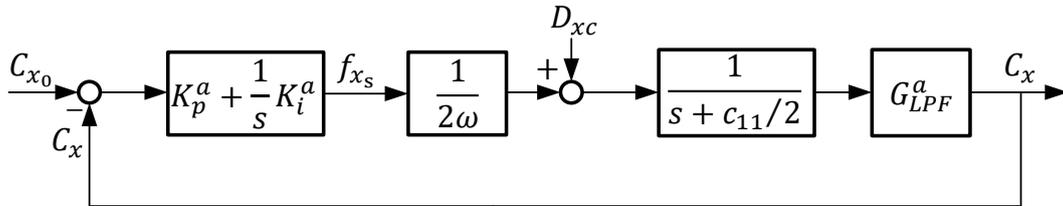


图 3.8 驱动轴幅度控制回路框图

图 3.8 中，输入  $D_{xc}$  是扰动信号，

$$D_{xc} = \frac{k_{12}}{2\omega}S_y - \frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2}C_y \quad \dots(3.55)$$

图 3.8 代表的系统实际上是一个随动系统，PID 控制器的参数主要取决于驱动轴的阻尼系数  $c_{11}/2$ ，实现驱动轴的输出幅度始终等于设定值  $C_{x_0}$ ，而对于扰动信号，分析其传递函数为：

$$\frac{C_x}{D_{xc}} = \frac{\frac{G_{LPF}^a}{s + c_{11}/2}}{1 + \left( K_p^a + \frac{1}{s} K_i^a \right) \frac{1}{2\omega} \frac{G_{LPF}^a}{s + c_{11}/2}} \quad \dots(3.56)$$

式(3.56)可知,积分器的存在使得扰动信号的稳态值趋于零,也就是说环路的增益越大,交叉串扰带来的扰动误差越小。此外,扰动信号包含了检测轴的输出信号  $C_y$  与  $S_y$ ,因此通过实现  $C_y$  与  $S_y$  的实时闭环,保证  $C_y$  与  $S_y$  的值趋于零,也是降低对驱动轴扰动的有效途径,即通过测量轴的哥氏力闭环控制、正交耦合控制,可以实现交叉耦合项对驱动轴幅度控制的扰动降低到最小值。

下面分析驱动轴相位控制,设定图 3.7 中的参考解调信号  $\cos \omega t$ ,而实际驱动轴  $S_x$  的输出信号为  $A \sin(\omega t \pm \Delta \phi)$ ,则解调器的输出为:

$$A \sin(\omega t \pm \Delta \phi) \cos(\omega t) = \frac{1}{2} A \sin(2\omega t \pm \Delta \phi) + \frac{1}{2} A \sin(\pm \Delta \phi) \quad \dots(3.57)$$

其中  $\pm \Delta \phi$  为相位误差,并假定  $\Delta \phi \ll 1$ ,解调输出经低通滤波,其输出值为

$$G_{LPF}^\phi \cdot (A \sin(2\omega t \pm \Delta \phi) + A \sin(\pm \Delta \phi)) = \pm |A| \sin(\Delta \phi) \approx \pm |A| \Delta \phi \quad \dots(3.58)$$

解调后经低通滤波器的输出信号中包含了相位误差信息,从而可以作为相位控制回路的观测输入信号,借鉴 D.Lynch 的 Averaging 方法,设定公式(3.50)中  $S_x$  方程中的反馈项  $f_{xc} = 0$ ,相位误差是通过内部 PI 控制器去校准,

设计的控制器为:  $K_p^\phi + \frac{1}{s} K_i^\phi$ , 令:

$$\dot{\phi} = -K_p^\phi \Delta \phi - K_i^\phi \int_0^t \Delta \phi(\tau) d\tau + \omega_x \quad \dots(3.59)$$

式(3.59)中,  $\omega_x$  为驱动轴谐振子的自振频率,  $\omega$  是设定的谐振子工作频率,同样,类似于驱动轴的幅度控制,转换为 s 域并设计相位控制框图如图 3.9 所示:

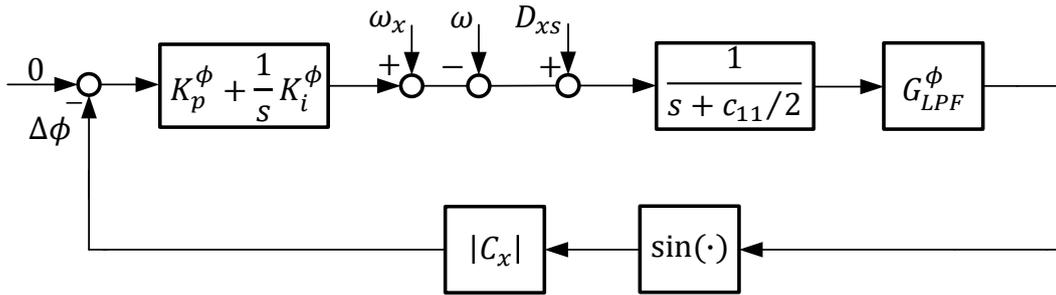


图 3.9 驱动轴相位控制框图

控制框图 3.9 中  $\sin(\cdot)$  是非线性项，当  $\Delta\phi \ll 1$  时，近似  $\sin\Delta\phi = \Delta\phi$ ，实现了线性化处理； $|C_x|$  为驱动轴的幅度，是时变的，通过驱动轴控制（驱动轴的幅度控制响应时间远小于相位控制稳态时间），保持驱动轴幅度为定值，即  $|C_x| = C_{x_0}$ ，上述控制系统转化为线性定常系统，可以通过标准的控制系统设计方法，去设计 PI 参数。

图 3.9 中，扰动信号为：

$$D_{xs} = -\frac{(c_{12} - \kappa\Omega)}{2} S_y - \frac{k_{12}}{2\omega} C_y \quad \dots(3.60)$$

同样，类似于驱动轴的幅度控制，扰动信号的抑制也是通过 PID 参数优化与扰动量本身的量级的减小（通过哥氏力闭环与正交耦合闭环实现  $S_y = C_y = 0$ ）来实现的，相关参数优化工作需要在陀螺四个控制回路中综合考虑并优化设计。

通过 Averaging 方法，驱动轴控制被简化为两个一阶状态方程，设计了相应的控制器，给出了驱动轴的幅度控制与相位控制总体方案，并定性的分析了扰动项以及其抑制方法。

### 3.5.2 测量轴的控制策略与方法

在上一节定性的分析了存在耦合误差下的测量轴运动微分方程，本小结分析对于各种耦合误差综合下的测量轴的控制策略与方法。假设驱动轴通过幅度控制和锁相环控制得到稳定的驱动输出：

$$x = C_{x_0} \cos \omega_x t \quad \dots(3.61)$$

代入方程(3.14)中，得到时间域下测量轴的闭环反馈方程如式(3.29)所示，并

得到力反馈模式下的稳态解为式(3.30)，反馈力  $f_y$  可以分解为式(3.31)，得到：

$$f_{y_s} \sin(\omega_x t) + f_{y_c} \cos(\omega_x t) = \omega_x C_{x_0} \left[ 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right] \sin \omega_x t + C_{x_0} \omega \Delta \sin 2\theta_\omega \cos \omega_x t \quad \dots(3.62)$$

式(3.62)的右边可以分为如下几种类型的力：

1) 与输入角速率相关的哥氏力，其值为  $2\kappa\Omega\omega_x C_{x_0} \sin\omega_x t$ ，相位关系上与驱动轴的振动速度同相，是需要敏感并获取的有用信息；

2) 阻尼耦合力，该耦合力大小为  $\omega_x C_{x_0} \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \sin\omega_x t$ ，同样与驱动轴的振动速度成比例，与耦合哥氏力同相位；

3) 刚度耦合力，大小为  $C_{x_0} \omega \Delta \sin 2\theta_\omega \cos\omega_x t$ ，该耦合力与驱动轴的位移同向，与哥氏力正交，称之为正交耦合力。

根据公式(3.62)设计测量轴的闭环控制系统的简单示意图如图 3.10 所示：

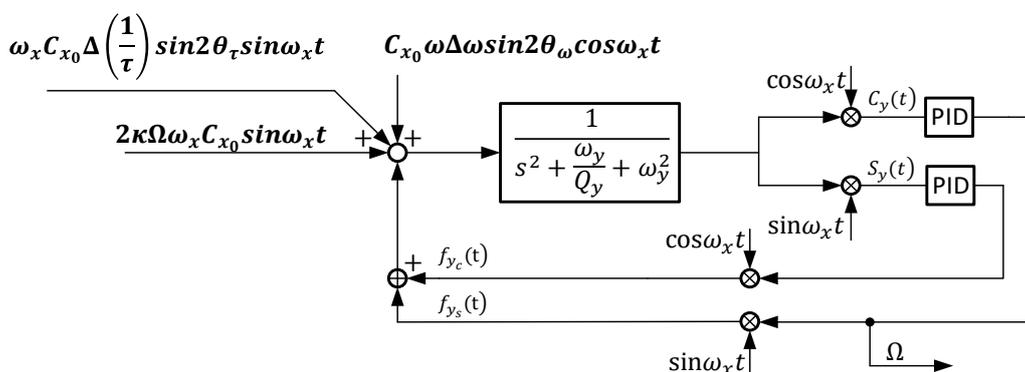


图 3.10 测量轴全闭环回路示意图

图 3.10 可知，控制系统的输入包含了刚度耦合力、哥氏力、阻尼耦合力，在力平衡模式下，通过反馈力去平衡哥氏力与正交耦合力，实现测量轴的动态响应  $y$  始终在零附近，式(3.62)给出了哥氏力与正交反馈力保持正交关系，且都是通过驱动轴实现了能量耦合到测量轴，前者是与驱动轴的速度相关，后者是与驱动轴的位移相关。通过对测量轴的输出正交解调，实现了哥氏力与正交项的能量分离， $C_y(t)$ 、 $S_y(t)$ 作为控制量的输入给 PI 控制器，通过合理设置 PI 控制器的参数，从而保证了哥氏力闭环负反馈与正交耦合闭环负反馈（抑制）的稳态与动

态精度与特性。

下面分析在闭环负反馈模式下，系统的稳态与动态特性，首先分析控制框图 3.10 中的哥氏力闭环负反馈，设定在精确 PLL 控制下，谐振子的工作频率  $\omega = \omega_x$ ，方程(3.50)的测量轴方程变为：

$$\begin{aligned} \dot{C}_y &= \frac{k_{21}}{2\omega} S_x - \frac{(c_{21} + \kappa\Omega)}{2} C_x + \Delta\omega S_y - \frac{c_{22}}{2} C_y - \frac{f_{y_s}}{2\omega} \\ \dot{S}_y &= -\frac{k_{21}}{2\omega} C_x - \frac{(c_{21} + \kappa\Omega)}{2} S_x - \Delta\omega C_y - \frac{c_{22}}{2} S_y + \frac{f_{y_c}}{2\omega} \end{aligned} \quad \dots(3.63)$$

并设定反馈控制量为：

$$f_{y_s} = K_p^c (C_y - C_{y_0}) + K_i^c \int_0^t (C_y(\tau) - C_{y_0}) d\tau \quad \dots(3.64)$$

$$f_{y_c} = -K_p^s S_y - K_i^s \int_0^t S_y(\tau) d\tau \quad \dots(3.65)$$

对于哥氏力闭环，通常设定驻波进动角度  $C_{y_0} = 0$ ，将式(3.64)、(3.65)，代入公式(3.63)，并转化为 s 域，得到测量轴的闭环控制框图如图 3.11 所示：

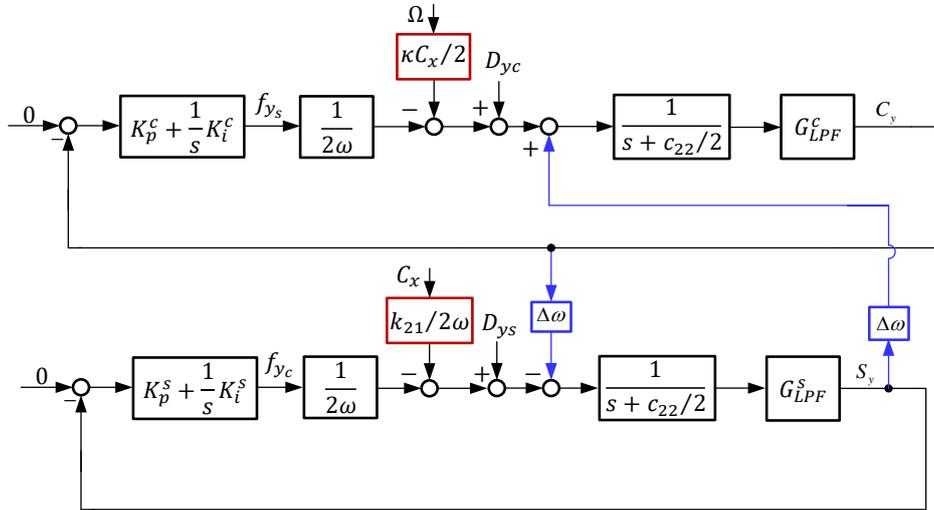


图 3.11 测量轴控制互相耦合关系图

图 3.11 中， $\Omega$ 通过驱动轴建立的谐振子振荡速度耦合，产生的耦合哥氏力是哥氏力闭环控制回路的输入信号； $C_x$ 通过刚度耦合产生的正交耦合力是正交耦合闭环控制回路的输入信号。

$D_{y_c} = -\frac{c_{21}}{2} C_x + \frac{k_{21}}{2\omega} S_x$ ，是哥氏力闭环回路的耦合误差项，包含了阻尼失衡

引起的驱动轴能量耦合、相位误差引起的驱动轴刚度耦合。

$D_{ys} = -\frac{c_{21}}{2}S_x - \frac{\kappa\Omega}{2}S_x$ ，是正交耦合闭环回路的耦合误差项，包含了由于相位误差引起的阻尼耦合和角速率耦合。

哥氏力闭环与正交耦合闭环通过交叉耦合系数  $\Delta\omega$  互相耦合，此外，框图给出了驱动轴  $C_x$ 、 $S_x$  的耦合关系式，设定驱动轴实现理想闭环，即稳态时  $s \rightarrow 0$ ，得到  $C_x(s) \rightarrow C_{x0}$ ， $S_x(s) \rightarrow 0$ ，并设计驱动轴的闭环带宽远大于测量轴的带宽，因此在分析时可以设定  $C_x$  为定值。并忽略  $S_x$  的耦合影响；由于阻尼耦合系数  $c_{21}$  通过驱动轴幅度  $C_x$  耦合到测量轴上且与哥氏力耦合同相位，在 3.3 节分析了其值是零偏产生的主要来源，无法通过控制策略去消除，在分析存在正交耦合  $S_y$  时的哥氏力闭环的传递函数暂时忽略阻尼耦合力，由公式(3.63)与(3.64)，得到哥氏力闭环传递函数为：

$$\frac{f_{ys}}{\Omega(s)} = \frac{\kappa}{2} \frac{C_{x0}(s+c_{22}/2)(K_p^c s + K_i^c)}{(s+c_{22}/2)\{s^2 + [\tau_y^{-1} + K_p^c/(2\omega_x)]s + K_i^c/(2\omega_x)\} + \Delta\omega s} \quad \dots(3.66)$$

该函数的输入量是敏感的角速率，输出量是闭环反馈输出（模拟量或者数字量），通过上式，可以分析哥氏力闭环的稳态和动态特征，令拉普拉斯算子  $s = 0$ ，得到哥氏力闭环下陀螺仪的标度因子表达式为：

$$SF_{FTR} = f_{ys}/\Omega = \kappa\omega_x C_{x0} \quad \dots(3.67)$$

上式的表达式与表达式(3.33)一致，通过闭环 PI 校正，实现哥氏力深度闭环负反馈，此时驻波的进动速度和位移都保持为零，从而实现了频率裂解对标定因子的影响接近为零。由于受智能导钻应用的高温、长时间老化等影响，频率裂解的值会随着改变，开环模式下，标定因子与频率裂解相关，从而产生与温度或时间相关的误差，这也是开环模式最大的问题，而闭环模式下，通过深度负反馈，实现反馈力平衡哥氏力，从而最大程度降低了谐振子频率裂解带来的误差。

### 3.6 误差机理分析与消除方法

图 3.7 给出了驱动轴的总体控制框图，对于幅度控制，经正交解调后，代表

波腹振荡幅度的输出信号经全波整流与低通滤波，提取了谐振子 Antinode 的振荡幅度，并与设定的振荡幅度相减，其误差值作为控制信号的输入，通过 PID 深度闭环负反馈，加载控制幅度与相位的反馈电压到压电陶瓷上，通过压电陶瓷的逆压电效应，转换为对应的反馈力，维持振荡幅度到预设值： $C_x = C_{x0}$ ，并通过 PLL 保证驱动力的频率始终跟踪谐振子的谐振频率。

图 3.12 给出了谐振子响应特性，当没有外部维持能量时，谐振子按指数特征  $e^{-\frac{t}{\tau_x}}$  随时间衰减，驱动反馈实时提供外部的能量，使得谐振子保持恒定振荡幅度  $C_{x0}$ 。

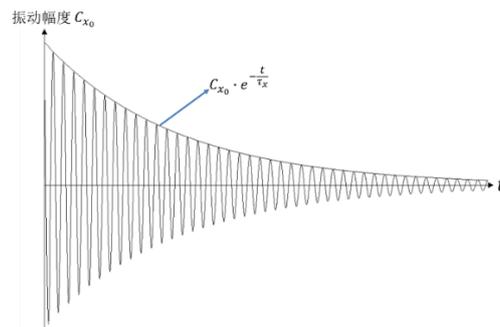


图 3.12 谐振子的响应特性

PID 参数的选取决定了控制器的响应速度和稳定性，对于幅度控制回路，由于被控量是谐振子的振荡幅度，也就是通过激励信号，去补偿谐振子的阻尼衰减。

图 3.8 的幅度控制框图，计算其稳态解，可得：

$$f_{x_s} \propto \frac{2}{\tau_x} \dot{x} = \frac{\omega_x^2}{Q_x} x \quad \dots(3.68)$$

对于高 Q 值陀螺仪，能量衰减属于慢变特征，同样，对于影响振荡幅度的外部因素，如环境温度、老化等都属于慢变特征，而对于图 3.8 与公式(3.55)中的检测轴哥氏力耦合到驱动轴外部扰动，取决于外部输入角速率的频率，一般不超过 100Hz，对于寻北或者初始对准模式，设置带宽会更低，因此设置驱动轴幅度控制的 PID 参数，实现 AGC 的响应时间小于 1ms，完全满足使用的稳态与动态响应要求。

正交耦合闭环反馈控制主要是用于平衡（消零）驱动轴到测量轴的耦合刚度力，其反馈幅度与频率裂解的关系为：

$$f_{y_c} \propto \omega \Delta \omega x \quad \dots(3.69)$$

式(3.69)中, 令,  $\omega_y = \bar{\omega} + \delta\omega$ ,  $\omega_x = \bar{\omega} - \delta\omega$ , 即:  $\omega_y - \omega_x = 2\delta\omega$

$$\omega \Delta \omega = \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{2} = \frac{(\bar{\omega} + \delta\omega)^2 - (\bar{\omega} - \delta\omega)^2}{2} = 2\bar{\omega}\delta\omega \quad \dots(3.70)$$

正交耦合闭环 PID 参数的设置主要是从两个方面因素考虑:

1)  $\delta\omega$  引起的耦合刚度力随温度、应力释放的变化, 闭环反馈能够响应该变化, 并满足稳态与动态特性需要, 实际上, 上述变化是缓变量, 因此, 带宽可以设置较低;

2) 驱动轴的幅度闭环扰动  $D_{xc}$ 、相位闭环扰动  $D_{xs}$  都包含了正交耦合量  $S_y$ , 哥氏力闭环反馈回路通过频率裂解也耦合了  $S_y$ , 虽然从稳态误差的角度分析, 前向通道积分器的存在可以使得扰动项的稳态响应趋于零, 但从抑制耦合扰动动态误差的角度, 要求  $S_y$  的过度时间短, 这样要求较宽的带宽。

下面对陀螺仪的精度极限进行分析, 并设定谐振子的 8 片压电陶瓷特性完全一致, 将哥氏力反馈量与正交耦合反馈量归一化为驱动轴反馈幅度, 其表达式分别为:

$$\begin{aligned} \frac{f_{y_s}}{f_{x_s}} &= \frac{2\kappa\Omega\dot{x}}{2\dot{x}/\tau} = \kappa\tau\Omega \\ \frac{f_{y_c}}{f_{x_s}} &= \frac{2\bar{\omega}\delta\omega x}{x\omega^2/Q} \approx 2\tau\pi(f_y - f_x) \end{aligned} \quad \dots(3.71)$$

从式(3.71)可得, 即使是很小的频率裂解也能造成很大的正交耦合误差, 如对于谐振频率为 8KHz、Q 值为 100000 的谐振子, 当存在 0.5Hz 的频率裂解时, 代入公式(3.71)计算得到正交耦合信号幅度是 12.5 倍的驱动信号, 设定驱动电压值等于满量程陀螺输出信号, 那么此时的陀螺仪的输出量程约是 0.8rad/s, 约为 48°/s。也就是平衡正交耦合信号需要的驱动力是  $48 \times 12.5 = 600^\circ/s$ , 远超过了满量程平衡哥氏力需要的驱动力。可以看出, 正交耦合误差闭环抑制是存在着一定的能力范围的, 在谐振子本身存在着较大的频率裂解时, 压电陶瓷驱动能力受限, 不可能完全平衡或者校零正交误差, 此时就会存在正交误差的泄露, 当存在温度或者长时间的应力释放, 该误差就成为随机项, 也就是零偏的漂移。

因此频率裂解的修调是全对称谐振陀螺仪实现高精度的基本保证, 频率调谐

方法通常采用机械式静平衡方法 (Balance)，该方法的主要原理是通过去除谐振子特定位置的质量，实现谐振子的两个模态频率匹配，适用于石英或者金属材料等毫米尺度的谐振子，机械去质量静平衡的频率修调范围大，从十几Hz到千分之几Hz，当采用金属材料的谐振子，根据薄壳理论，其谐振子的频率计算公式为：

$$\omega \propto \frac{W}{R^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\mu^2)}} \quad \dots(3.72)$$

式(3.72)中， $W$ 、 $R$ 分别是指谐振子的壁厚与半径， $E$ 、 $\mu$ 、 $\rho$ 分别是指谐振子材料的杨氏模量、泊松比和密度，通过改变公式(3.72)中的谐振子特定方向的壁厚 $W$ ，如采用机械钻铣的方式去除质量，实现特定位置下的频率调谐，此外，从式(3.72)可以看出，频率调谐通常是使得某个方向的谐振频率降低，因此，在实际应用中，需要首先测量一阶模态与二阶模态的实际谐振频率，通常是首先去除谐振频率大的方向。频率调谐是一个反复的过程，测量与执行机构实现了全闭环，最终实现高精度调谐与快速调谐的方法是陀螺仪的研究热点，国外技术资料公开的很少，将在后续的研究中继续深入开展此项工作。

此外，对于 MEMS 谐振子，在微尺度下，很难实现像毫米尺度下的半球谐振子那样去除质量的方式去调谐，通过静电负刚度效应实现频率调谐是常用技术手段，公式(3.73)给出了静电负刚度的调谐原理，

$$k_{ex} = k_x - A \frac{\varepsilon V^2}{d_0^3} \quad \dots(3.73)$$

式(3.73)中， $k_{ex}$ 是调谐后的等效刚度， $k_x$ 是机械刚度， $A$ 是指电容极板正对面积， $d_0$ 是指电容极板的间隙， $\varepsilon$ 是介电常数， $V$ 是指加载的静电调谐反馈电压。

受限于施加直流电压的范围，静电负刚度的频率修调能力有限，对于采用石英材料的 HRG，兼备了大尺度修调与静电力反馈微调二者的特点，可以将上述两种方法结合，首先是通过机械平衡，实现了大尺度范围的频率修调，然后通过静电负刚度效应，实现了精确、实时的闭环频率调谐，可以避免在去质量调谐后随着温度与应力释放等因素，预先调谐好的参数发生改变，通过实时闭环控制的方式实现调谐精度的保持与稳定。

速率模式下，谐振子通过哥氏力耦合，将能量从一阶模态振动模式耦合到二阶模态。二阶模态的响应幅度和相位实现了这个外部输入角速率幅值与方向的度

量。当两种振型的固有频率接近一致时，能够实现两个模态之间能量转移的最大效率和最大灵敏度，因此频率修调保证了陀螺仪高灵敏度，直接影响到角度随机游走系数与零偏不稳定等指标，是寻北模式的核心指标。

对于残余的频率裂解，通过耦合刚度带来了的响应振动幅度为 $S_y$ ，导致驻波存在椭圆短轴方向的位移，使得驻波不是理想的四波腹运动，从而产生测量误差，可以采用反馈控制的方式去抑制残余正交耦合响应，通过闭环负反馈的方式，反馈力 $f_{yc}$ 去平衡正交耦合力，使得 $S_y$ 趋于零，从而使得驻波在短轴上的位移趋近于零，实现理想的四波腹运动。然而通过正交耦合闭环反馈控制实时消除（null）正交耦合误差时，必须考虑控制电路的精度，根据经验，控制电路受制于全温度下的参数稳定度、噪声等影响，对于工作于高温环境下的控制电路，受制于器件参数的温度特性等因素，导致增益与相位的漂移，最终能够实现控制精度为 $\varepsilon = 10^{-4}$ ，则是较高的精度水平，这样平衡 0.5Hz 的频率裂解带来 600deg/s 的正交耦合量，最终产生的控制误差为：

$$\delta = B_{q0} * \varepsilon = 600 * 10^{-4} = 216deg/h \quad \dots(3.74)$$

综上分析，由公式(3.74)可得，为了实现陀螺仪全温度域稳定性优于  $1^\circ/h$ ，正交耦合误差量需要控制在约 2.8deg/s，也就是频率裂解控制在约 0.002Hz。

谐振子的频率裂解可以通过调谐（机械或者静电）或者反馈控制的方法去降低或者抑制其影响，称之为静平衡方法，因此阻尼失衡成为了陀螺仪的漂移误差的主要来源，由于沿着 X 轴与 Y 轴的阻尼系数不同，导致谐振子会向着低阻尼的敏感轴方向进动，由此产生了陀螺仪的漂移误差。阻尼失衡 $\Delta\frac{1}{\tau}$ 又可以表示为平均品质因子与时间常数的关系式如式：

$$\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau_x} - \frac{1}{\tau_y} = \frac{\Delta Q}{\tau Q} \quad \dots(3.75)$$

上式得出，对于阻尼失衡带来的漂移误差，可以通过提高谐振子的品质因子与时间常数来抑制，品质因子代表谐振子的能量耗散程度，根据品质因子的定义：

$$Q = \frac{\omega E_0}{\dot{E}} \quad \dots(3.76)$$

$E_0$ 为谐振子的固有机械能量，通常取决于谐振子的材料本身的特征， $\dot{E}$ 是谐

振子单位时间的能量耗散，要实现高的品质因子，不但取决于谐振子的材料本身以及环境的真空度，而且还取决于谐振子的加工误差、封装应力等外部因素，式(3.77)给出了品质因子的综合表达式：

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_M} + \frac{1}{Q_G} + \frac{1}{Q_A} + \frac{1}{Q_S} \quad \dots(3.77)$$

上式中， $Q$ 表示综合品质因子， $\frac{1}{Q_M}$ 代表谐振子的材料引起的内部损耗，通过优选高 $Q$ 值的材料以及稳定热处理工艺，来降低其内部损耗，此外，热膨胀系数、参数变化线性度等特征也是保证其全温度下的损耗稳定度的关键。 $\frac{1}{Q_G}$ 代表谐振子的加工误差、几何对称度、装配非理想性、装配应力等因素带来的能量损耗。 $\frac{1}{Q_A}$ 代表谐振子的所处的真空环境，分子热运动带来的能量损耗。 $\frac{1}{Q_S}$ 是指谐振子的表面光洁度、以及表面电极的布置、引线等带来的能量损耗。

因此，要实现较高的 $Q$ 值，需要从上述的四个方面的因素去考虑，其中，谐振子本身的材料特性以及本身的稳定性是决定品质因子的内在基本因素，而谐振子的加工精度是决定其能量损耗的决定性因素。谐振子的能量损耗，一方面带来了如式(3.33)所示的零偏误差（Bias），另一方面，能量损耗的稳定度是决定零偏的稳定性（Bias Drift）的关键，此外，降低能量损耗，提高谐振子的综合品质因子，从而对于维持谐振子稳定幅度振动的外部控制能量要求降低，降低了控制器带来的误差。

由于谐振子材料不均匀以及加工误差带来质量非平衡误差，是影响谐振子 $Q$ 值的重要因素，公式(3.77)中的 $Q_M$ 、 $Q_G$ 、 $Q_S$ 均可影响谐振子的质量非平衡，非均衡质量 $dm$ 带来的能量损耗为：

$$dE = E \frac{dm}{m} \quad \dots(3.78)$$

质量不平衡引起的寄生品质因子表达式为：

$$\frac{1}{Q_{dm}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{E'}{E} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{dm}{m} \cdot \left( \tan^{-1} \frac{\omega_{dm} \omega_x}{Q_{dm} (\omega_x^2 - \omega_{dm}^2)} \right) \quad \dots(3.79)$$

式中(3.79)， $\omega_{dm}$ 不平衡质量的自振频率， $Q_{dm}$ 是其品质因子， $E'$ 是指不平衡

质量的能量泄露，文献<sup>[147]</sup>给出了  $dm/m = 10^{-3}$  的质量不平衡可以导致谐振子的综合品质因子降低一个数量级，从而维持谐振子的驱动能量提高了一个量级，也导致产生的控制误差增加了一个数量级。

由材料本身非理想性以及加工误差带来的能量耗散是双向的，一方面能量本身及通过基座向外传递耗散，另一方面，外部的能量容易通过基座传递到谐振子，对于理想的谐振子，波腹与波节全对称特征抵消和隔离了外部的能量干扰，在一个振荡周期内，作用于支撑体的力或者力矩是零，当存在质量不平衡等非理想因素时，导致谐振子的能量泄露，同时也使得支撑体不能完全隔离外部振动，如图 3.13 所示，当有外部的输入振动干扰时，由不平衡质量耦合产生了额外的力  $f_{dm}$ ，公式(3.29)变为：

$$\ddot{y} + \frac{2}{\tau_y} \dot{y} + \omega_y^2 y = f_y + \omega_x c_{x_0} \left( 2\kappa\Omega + \Delta \left( \frac{1}{\tau} \right) \sin 2\theta_\tau \right) \sin \omega_x t + c_{x_0} \omega \Delta \omega \sin 2\theta_\omega \cos \omega_x t + f_{dm} \quad \dots(3.80)$$

式(3.80)中， $f_{dm}$ 是由于外部振动传递到谐振子的力，

$$f_{dm} \propto \frac{dm}{M} \gamma_a \quad \dots(3.81)$$

式(3.81)中 $\gamma_a$ 是指外部的振动加速度，因此非平衡质量 $dm$ 是陀螺仪振动整流误差的主要来源。作为 GMD 应用的惯性器件，在井下的高温振动环境，由于质量不平衡导致的能量耗散容易从外部干扰谐振子，这也是制约 GMD 测量精度尤其是连续测量模式下的精度的一个重要因素。

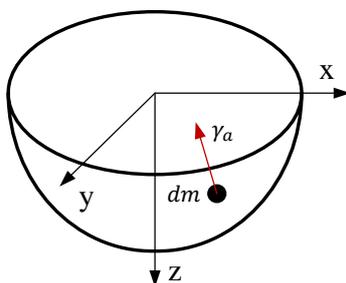


图 3.13 谐振子的非平衡质量示意图

相对于频率裂解的静平衡消除（抑制）方法，由非平衡质量带来的误差的消除方法是陀螺仪的核心关键难题，目前只有法国 Safran 和美国的 Northrop Grumman 掌握了该项技术，本文可以称之为“动平衡”方法。实质上，平衡方法

是实时的闭环负反馈技术，静平衡通过实时测量谐振子两个模态的谐振频率，即被控量可观测，从而实时通过去质量或者静电负刚度的方式，实现高精度调谐，而动平衡方法，需要观测的量是谐振子在不同方向上的能量损耗，而可执行的控制策略仍然是去除质量的方式，从可观性和可控性的角度，难度很大，本文初步的对之进行了分析与试验，更为深入的机理分析与建模将是下一步研究的重要方向。动平衡方法可以从根本上隔离外部的振动输入影响，而采用减振的措施则是结合了 GMD 的应用场景，将非平衡质量引起的误差降低到可以接受的范围，相关工作在第五章中展开。

### 3.7 本章小结

本章首先以半球陀螺仪为例，建立了全对称哥氏振动陀螺仪的运动学方程，分析了阻尼失衡与频率裂解是陀螺仪的主要误差源，建立了包含耦合误差的控制系统模型。借鉴 D.Lynch 的全角模式的 Averaging 分析方法，推导了速率模式下 Averaging 方法的运动微分方程，给出了驱动轴与测量轴在存在交叉耦合误差下的控制系统设计，从耦合误差抑制、系统的稳态与动态响应等方向，对控制系统的参数进行统一优化设计，最后结合设计的控制系统分析了陀螺仪的精度极限，分析得出了结论：

1) 谐振子频率裂解与能量耗散是陀螺仪的主要误差源，也是从根本上提升陀螺仪精度的主要途径；

2) 降低阻尼失衡耦合误差的影响的有效方法是提高谐振子的品质因子，其中材料的非各项同性或者加工误差导致的质量不平衡是谐振子品质因子的主要受制因素，一方面带来了较大的能量损耗，从而维持驱动轴能量的代价增加，另一方面，质量不平衡使得谐振子与外部存在能量交换和耦合，导致振动整流误差；

3) 任何控制都会带来一定的代价，正交耦合闭环抑制需在静平衡达到一定的精度前提下才能保证满足指标要求的控制误差，同样，哥氏力闭环负反馈面临类似的问题，为了降低控制误差，速率模式在小量程下才能保证较高的测量精度，这也是保证静基座下方位测量的基础。

## 第4章 陀螺随钻测量系统初始对准与自校准方法

在第三章分析了 CVG 固态陀螺的运动学特征方程与控制策略，作为定向井定向钻进与智能导钻的优选方案，由 CVG 固态陀螺仪与石英挠性加速度计组成的捷联惯性组合单元的方位对准方法是本章的研究重点。在陀螺随钻测量和有缆测井等应用中，静态（停钻）寻北是目前业内经常应用的模式，当前静态寻北面临两大挑战：一是陀螺仪在随钻过程中，由于高温及振动等恶劣工况，导致每次停钻需要静态测量时，陀螺启动后重复性误差很大，严重影响寻北精度；二是在斜井或者水平井测量中，传统的方位测量方法无法准确的估计惯性仪表的漂移误差，严重影响了东西方向大井斜轨迹的寻北能力。本章借鉴惯性导航的理论知识，将寻北问题转化为捷联惯导系统的初始对准问题，理论分析计算了不同方向（东西向和南北向）的大斜度井的方位对准精度极限与误差影响因素，通过多位置对准与卡尔曼最优估计结合，保证了大斜度井下惯性仪表的测漂能力，实现了陀螺仪在东西向井轨迹的大井斜角下的方位对准的能力。在此基础上，创新提出了通过 CVG 固态陀螺仪内部自校准的算法，旨在从根本上解决 GMD 东西向水平井方位测量精度的问题。

### 4.1 GMD 系统测量原理与误差方程

#### 4.1.1 参考坐标系

参考坐标系是定位定向的基础，GMD 的姿态测量与导航解算必须在特定的参考坐标系下进行，本文常用的直角坐标系定义如下：

##### （1）地心惯性坐标系（ $i$ 系）

地球表面附近载体导航可以将惯性参考坐标原点取在地心， $x$ 轴指向春分点， $z$ 轴指向地球北极，且 $x$ 、 $y$ 轴位于赤道平面，通常用 $ox_iy_iz_i$ 表示， $ox_iy_iz_i$ 为右手直角坐标系，其相对于惯性空间是固定不变的，故称之为地心惯性坐标系。

##### （2）地球坐标系（ $e$ 系）

原点位于地球中心， $x$ 、 $y$ 轴位于赤道平面且 $x$ 轴指向格林尼治子午线， $z$ 轴沿

地球自转轴指向北极，通常用 $ox_e y_e z_e$ 表示，三个坐标轴构成右手坐标系。相对于 $i$ 系， $e$ 系与地球固联，二者相对旋转角速率即为地球自转角速率 $\omega_{ie}$ 。

### (3) 地理坐标系 ( $g$ 系)

即东北天坐标系，原点位于载体重心， $x$ 、 $y$ 轴位于当地水平面且 $x$ 轴指东、 $y$ 轴指北， $z$ 轴沿地垂线指天。通常用 $ox_g y_g z_g$ 表示，地理坐标系示意图如图2. 18所示。

### (4) 导航坐标系 ( $n$ 系)

是求解导航参数时选定的坐标系，用 $ox_n y_n z_n$ 表示，通常导航坐标均采用 $g$ 系，表示当载体沿地球表面运动时，运动速度将引起 $n$ 系相对 $e$ 系的转动角速率 $\omega_{en}$ ，通常称作表观运动角速率。

### (5) 载体坐标系 ( $b$ 系)

$b$ 系与IMU（惯性测量单元）固联，随载体转动，原点位于IMU位置的敏感中心，用 $ox_b y_b z_b$ 表示，用姿态矩阵 $C_n^b$ 表示 $b$ 系与 $n$ 系之间的角位置关系，导航坐标系与载体坐标系的姿态转移矩阵为：

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\theta\sin\phi & \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\phi - \sin\psi\sin\theta\cos\phi \\ -\sin\psi\cos\phi + \cos\psi\sin\theta\sin\phi & \cos\psi\cos\theta & -\sin\psi\sin\phi - \cos\psi\sin\theta\cos\phi \\ -\cos\theta\sin\phi & \sin\theta & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \dots(4.1)$$

式(4.1)中， $\Psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$ 分别是方位角、倾角（井斜角）、工具面角，分别对应惯性导航领域的航向角、俯仰角和横滚角。对于定向钻进测量应用，定义方位角为正北方向和井眼水平投影方向的夹角，即以正北方向为始边，顺时方向旋转到井眼水平投影方向所转过的角度，井斜角为井眼轴线与重力矢量之间的夹角，工具面角为俯视井眼方向仪器斜口朝向相对于井眼高边顺时针方向旋转的角度，表示仪器自身的旋转，通常将倾角与工具面角统称为姿态角。

## 4.1.2 GMD 定位定向原理与误差方程

首先介绍标准捷联惯性测量系统基本原理如图 4. 1 所示<sup>[18]</sup>。

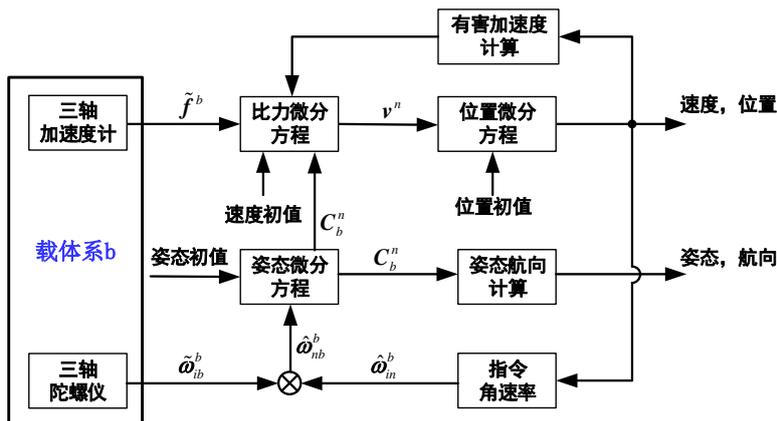


图 4.1 捷联惯导原理简图

由加速度计、陀螺仪组成的惯性测量单元 (IMU) 直接固联安装在载体上 (对于 GWD 是直接或者通过转位机构安装到 GMD 骨架上)，分别测量载体的角运动信息  $\tilde{\omega}_{ib}^b$  和线运动信息  $\tilde{f}^b$ ，并经过静态与动态误差补偿后输入到导航计算机，经导航解算，即可计算出所需要的姿态、航向 (方位)、速度、位置等导航参数。导航解算的核心是三个微分方程的积分过程，分别是姿态微分方程、速度微分方程和位置微分方程。而初值信息是实现积分过程的前提条件，对于 GMD 工作在静基座下，位置与速度初值信息已知，求解方位与姿态信息的初始对准技术是导航解算的核心。而对于 GMD 位置更新算法，通常是在获取姿态信息后 (方位角、井斜角、工具面角)，通过最小曲率法 (MCM: Minimum Curvature Method) [122] 获取三维井眼轨迹信息，该方法是基于相近的测量点之间的轨迹是一条平滑的弧线的假设，通过获取相近两个静态位置下的井斜角与方位信息，拟合两点之间的轨迹曲线，其原理如图 4.2 所示。

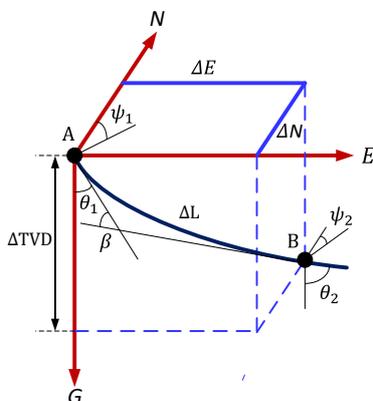


图 4.2 最小曲率方法轨迹测量原理

图4.2中，A点与B点分别对应井轨迹的两个静态测量点，通过GMD测量对应的井斜角与方位角信息分别是 $\theta_1$ 、 $\psi_1$ 与 $\theta_2$ 、 $\psi_2$ ，井轨迹弧长 $\Delta L$ 可测量，从而可以求得这段井轨迹的曲率 $\beta$ 与曲率系数 $RF$ ，进一步可获取B点位置相对A点的井深度增量 $\Delta TVD$ 、水平位移增量 $\Delta E$ 与 $\Delta N$ ，由此可以确定B点位置，相关计算公式如式(4.2)。

$$\beta = \arccos\left(\cos(\theta_2 - \theta_1) - \sin\theta_1 \sin\theta_2 (1 - \cos(\psi_2 - \psi_1))\right)$$

$$RF = 2 \tan(\beta/2) / \beta$$

$$\Delta TVD = \frac{1}{2} \Delta L (\cos\theta_1 + \cos\theta_2) RF \quad \dots(4.2)$$

$$\Delta N = \frac{1}{2} \Delta L (\sin\theta_1 \cos\psi_1 + \sin\theta_2 \cos\psi_2) RF$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta L (\sin\theta_1 \sin\psi_1 + \sin\theta_2 \sin\psi_2) RF$$

MCM方法建立了静态姿态方位信息到连续测量位置信息的计算方法，也是实现GMD从静态模式下的姿态方位测量到连续模式下的井轨迹测量的统一。因此，姿态与方位的初值是GMD的核心技术参数，它是实现定点测量与连续轨迹拟合的主要信息来源，而获取姿态与方位初值的方法在惯性导航技术领域称之为初始对准技术，其精度主要是取决于惯性仪表本身的精度以及系统误差的抑制技术，为了分析各种误差在捷联惯导系统的传播特性，首先需要建立系统的误差模型，包含了惯性仪表误差模型、姿态误差方程、速度误差方程和位置误差方程。文献<sup>[18][123]</sup>给出了详细的推导过程，这里不再赘述，直接引用相关结论。

首先给出惯性仪表的误差模型，静基座下，忽略标度因子误差与安装误差，陀螺在载体坐标系输出模型可以表示为：

$$\tilde{\omega}^b = \omega^b + \varepsilon_0 + \varepsilon_r + \varepsilon_w \quad \dots(4.3)$$

其中 $\tilde{\omega}^b$ 陀螺仪采样输出的均值， $\omega^b$ 为陀螺仪的真实角速率输入值， $\varepsilon_0$ 为陀螺仪的常值漂移， $\varepsilon_r$ 为慢变漂移， $\varepsilon_w$ 为快变漂移。

根据第二章介绍的Allan方差概念， $\varepsilon_0$ 主要是逐次启动的重复性误差，可以用随机常数表示，其误差模型为：

$$\dot{\varepsilon}_0 = 0 \quad \dots(4.4)$$

慢变漂移 $\varepsilon_r$ 代表陀螺仪的趋势项，表征Allan方差中的速率斜坡项，通常可以

用一阶马尔科夫过程描述，即：

$$\dot{\varepsilon}_r = -\frac{1}{\tau_g} \varepsilon_r + w_r \quad \dots(4.5)$$

式(4.5)中， $\tau_g$ 为马尔科夫过程的相关时间， $w_r$ 是白噪声。

在第五章测试的高温陀螺仪样机的Allan方差可得，通过综合误差补偿，抑制了陀螺仪和时间相关的趋势项误差，实现了陀螺仪Allan方差“触底”时间后可以保持较长的时间，因此，实际上马尔科夫相关时间较长，在对准时间内可以忽略不计，陀螺仪的输出模型可简化为：

$$\tilde{\omega}^b = \omega^b + \varepsilon_0 + \varepsilon_w \quad \dots(4.6)$$

其中，陀螺仪的零偏误差为：

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_w \quad \dots(4.7)$$

通常用角度随机游走系数ARW表示和白噪声相关的项 $\varepsilon_w$ 。

同样，加速度计输出模型可以简化为：

$$\tilde{f}^b = f^b + \nabla_0 + \nabla_w \quad \dots(4.8)$$

其中， $\tilde{f}^b$ 加速度计采样输出的均值， $f^b$ 为加速度计的真实加速度值， $\nabla_0$ 为加速度计的常值漂移， $\nabla_w$ 为白噪声随机误差。

$\nabla_0$ 主要是加速度计逐次启动的重复性误差，同样可以用随机常数表示，其误差模型为：

$$\dot{\nabla}_0 = 0 \quad \dots(4.9)$$

定义加速度计的零偏误差为：

$$\nabla = \nabla_0 + \nabla_w \quad \dots(4.10)$$

通常用加速度计的一定带宽内的功率谱密度（PSD）值表示和白噪声相关的项 $\nabla_w$ 。

代入陀螺仪与加速度计的误差模型，可得到静基座下的GMD的姿态误差方程如式(4.11)所示：

$$\begin{aligned} (\dot{\phi}^n)^T &= -\omega_{ie}^n \times (\phi^n)^T - C_b^n (\varepsilon_0^b)^T - C_b^n (\varepsilon_w^b)^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ie} \sin L & -\omega_{ie} \cos L \\ -\omega_{ie} \sin L & 0 & 0 \\ \omega_{ie} \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_E \\ \phi_N \\ \phi_U \end{bmatrix} - C_b^n \begin{bmatrix} \varepsilon_{0x}^b \\ \varepsilon_{0y}^b \\ \varepsilon_{0z}^b \end{bmatrix} - C_b^n \begin{bmatrix} \varepsilon_{wx}^b \\ \varepsilon_{wy}^b \\ \varepsilon_{wz}^b \end{bmatrix} \quad \dots(4.11) \end{aligned}$$

得到静基座下GMD的速度误差方程如式(4.12)所示:

$$(\delta \dot{\mathbf{v}}^n)^T = \mathbf{f}^n \times (\boldsymbol{\phi}^n)^T + \mathbf{C}_b^n (\nabla_0^b)^T + \mathbf{C}_b^n (\nabla_w^b)^T = \begin{bmatrix} 0 & -g & 0 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_E \\ \phi_N \\ \phi_U \end{bmatrix} + \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} \nabla_{0x}^b \\ \nabla_{0y}^b \\ \nabla_{0z}^b \end{bmatrix} + \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} \nabla_{wx}^b \\ \nabla_{wy}^b \\ \nabla_{wz}^b \end{bmatrix}. \quad ..(4.12)$$

## 4.2 解析式粗对准方法

静基座初始对准通常可分为粗对准和精对准两个阶段。在粗对准阶段,利用地球自转角速度和重力加速度作为参考量,通过惯性器件的测量输出建立粗略的导航计算坐标系,通常称之为解析法粗对准;粗对准实现了导航坐标系与真实导航坐标系的误差角为小角度矢量,精对准在此基础上,通过建立失准角的状态方程模型,并利用零速修正等外部量测手段,建立卡尔曼最优滤波模型,从而获得准确的姿态矩阵。

捷联惯导的粗对准有多种方法:经典的欧拉角法<sup>[125]</sup>直接利用重力加速度与地球自转角速率的分量作为输入求解,采用TRIAD双矢量定姿原理姿态矩阵法<sup>[126]</sup>, Wahba问题的四元数法<sup>[127]</sup>,国内秦永元团队通过对法国iXSea公司的产品分析,提出了一种晃动基座下的惯性系对准方法<sup>[130-135]</sup>。无论采用哪一种粗对准方式,最终的极限精度分析几乎是一致的,那就是方位对准精度主要与等效的东向陀螺仪的漂移误差相关,水平姿态精度取决于水平轴的加速度计漂移误差,各种不同的粗对准方法只是从对于外部环境干扰的抑制能力、计算量等存在差异性,对于GMD特定的使用环境,高温和强振动等的恶劣环境,造成了惯性仪表存在较大的漂移误差,问题的核心是如何通过外部或者内部的校准方式去消除误差,因此,本文重点关注重复性漂移误差的最优估计或者称之为测漂问题,在大井斜角甚至完全水平井下,全面综合对准的时间与精度的要求,提出一种切实可行的姿态与方位测量的方法,下面通过对经典的欧拉角粗对准方法进行分析,重点是得出对准精度与惯性仪表误差之间的关系,从而为后续的精对准与最优估计对准提供理论基础依据。

欧拉角解析法利用陀螺和加速度计信息直接求取载体的俯仰角(井斜角) $\theta$ ,

横滚角（工具面） $\gamma$ 和航向角（方位角） $\psi$ ，在给出解析双位置对准以及双位置卡尔曼最优估计对准方案之前，首先利用欧拉角分析方法，给出粗对准的原理与精度极限。

由于钻井施工地点地理位置已知，此时就能准确获取地球自转角速度矢量在地理坐标系的分量和重力矢量，如下式：

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos L \\ \omega_{ie} \sin L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_N \\ \omega_U \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad \dots(4.13)$$

其中， $g$ 、 $\omega_{ie}$ 、 $L$ 分别表示当地重力加速度大小、地球自转角速率大小和当地纬度，记地球自转角速度的北向分量 $\omega_N = \omega_{ie} \cos L$ 和天向分量 $\omega_U = \omega_{ie} \sin L$ 。

在静基座粗对准过程中，GMD系统中陀螺和加速度计测量到的分别是重力矢量和地球自转角速度在载体系下的投影，忽略泥浆晃动干扰的影响，载体上三分量陀螺仪与三分量加速度的量测值为：

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = \hat{\mathbf{C}}_n^b \boldsymbol{\omega}_{ie}^n \quad \dots(4.14)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}^b = -\hat{\mathbf{C}}_n^b \mathbf{g}^n \quad \dots(4.15)$$

其中，

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = [\tilde{\omega}_x \quad \tilde{\omega}_y \quad \tilde{\omega}_z]^T, \quad \tilde{\mathbf{f}}^b = [\tilde{f}_x \quad \tilde{f}_y \quad \tilde{f}_z]^T \quad \dots(4.16)$$

粗对准时间一般都很短，惯性仪表的量测值一般取一段时间内的平滑均值，在惯性仪表无明显的趋势项漂移误差时，平滑时间越长，越能获得比较好的精度，在综合考虑粗对准时间与对准精度的情况下，根据第二章的分析，平滑的时间长短可以通过对Allan方差测试数据进行判断分析，平滑的最优时间选取依据是Allan方差“触底”的时间。

由式(4.15)，可求得俯仰角：

$$\hat{\theta} = \text{atan} 2\left(\tilde{f}_y, \sqrt{\tilde{f}_x^2 + \tilde{f}_z^2}\right) \quad \dots(4.17)$$

求得横滚角：

$$\hat{\gamma} = \text{atan} 2\left(-\tilde{f}_x, \tilde{f}_z\right) \quad \dots(4.18)$$

在获得 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\gamma}$ 的基础上，代入式(4.14)可得：

$$\begin{bmatrix} \cos \hat{\gamma} & 0 & \sin \hat{\gamma} \\ \sin \hat{\theta} \sin \hat{\gamma} & \cos \hat{\theta} & -\cos \hat{\gamma} \sin \hat{\theta} \\ -\sin \hat{\gamma} \cos \hat{\theta} & \sin \hat{\theta} & \cos \hat{\gamma} \cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \hat{\psi} \omega_{ie} \cos L \\ \cos \hat{\psi} \omega_{ie} \cos L \\ \omega_{ie} \sin L \end{bmatrix} \quad \dots(4.19)$$

求解航向角为:

$$\hat{\psi} = \text{atan 2} \left( \tilde{\omega}_x \cos \hat{\gamma} + \tilde{\omega}_z \sin \hat{\gamma}, \tilde{\omega}_x \sin \hat{\theta} \sin \hat{\gamma} + \tilde{\omega}_y \cos \hat{\theta} - \tilde{\omega}_z \cos \hat{\gamma} \sin \hat{\theta} \right) \quad \dots(4.20)$$

式(4.17)、(4.18)、(4.20)即构成了欧拉角粗对准的基本算法,下面分析欧拉解析方法静基座对准的极限精度。

考虑加速度计和陀螺仪的零偏误差:

$$\nabla^n = C_b^n \nabla^b \quad \varepsilon^n = C_b^n \varepsilon^b \quad \dots(4.21)$$

式(4.21)中,  $\nabla^b$ 、 $\nabla^n$ 分别表载体系与导航系下的加速度计的零偏误差,  $\varepsilon^b$ 、 $\varepsilon^n$ 分别表载体系与导航系下的陀螺仪的零偏误差。

求解一个方向微分时并令另外两个方向角度为零,分别对(4.17)、(4.18)、(4.20)两边进行微分并忽略二阶小量得:

$$\phi_E = -\delta\theta = -\frac{\cos \theta \nabla_y - \sin \theta \nabla_z}{g} = -\frac{\nabla_N}{g} \quad \dots(4.22)$$

$$\phi_N = -\delta\gamma = \frac{\cos \gamma \nabla_x + \sin \gamma \nabla_y}{g} = \frac{\nabla_E}{g} \quad \dots(4.23)$$

$$\begin{aligned} \phi_U &= \delta\psi = -\frac{\sin \psi (\varepsilon_y - \delta\theta \omega_U) + \cos \psi (\varepsilon_x + \delta\gamma \omega_U)}{\omega_N} \\ &= \frac{-\varepsilon_E + \phi_N \omega_U}{\omega_N} = -\frac{\varepsilon_E}{\omega_N} + \frac{\nabla_E}{g} \tan L \end{aligned} \quad \dots(4.24)$$

式(4.22)、(4.23)和(4.24)确定了静基座对准的极限精度。静基座条件下的姿态对准精度主要取决于东向与北向的加速度计漂移误差,而方位对准精度主要取决于东向陀螺的漂移误差以及东向加速度计的漂移误差。

粗对准的其他方法,常用的还有姿态矩阵方法,根据TRIAD双矢量定姿原理,若参考向量 $m_1$ 、 $m_2$ 不共线,且满足:

$$\begin{cases} m_1^n = C_b^n m_1^b \\ m_2^n = C_b^n m_2^b \end{cases} \quad \dots(4.25)$$

则可以构造向量 $m_3^n = m_1^n \times m_2^n$ ,  $m_3^b = m_1^b \times m_2^b$ ,且满足:

$$m_3^n = C_b^n m_3^b \quad \dots(4.26)$$

姿态矩阵 $C_b^n$ 可按下式求解:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} (m_1^n)^T \\ (m_2^n)^T \\ (m_1^n \times m_2^n)^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (m_1^b)^T \\ (m_2^b)^T \\ (m_1^b \times m_2^b)^T \end{bmatrix} \quad \dots(4.27)$$

可以证明<sup>[136]</sup>选取 $m_1^n = -g^n$ ,  $m_2^n = -g^n \times \omega_{ie}^n$ ,  $m_1^n \times m_2^n = -g^n \times (-g^n \times \omega_{ie}^n)$ 这三个向量来进行对准,东向水平失准角只与北向加速度计误差有关,因此,在静基座下可以获得更高的精度,由此得到姿态矩阵法的方向余弦矩阵为:

$$\hat{C}_b^n = \begin{bmatrix} (-g^n)^T \\ (-g^n \times \omega_{ie}^n)^T \\ (g^n \times \omega_{ie}^n \times g^n)^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (\tilde{f}^b)^T \\ (\tilde{f}^b \times \tilde{\omega}_{ie}^b)^T \\ (\tilde{f}^b \times \tilde{\omega}_{ie}^b \times \tilde{f}^b)^T \end{bmatrix} \quad \dots(4.28)$$

根据方向余弦矩阵可以直接求取载体的姿态与方位信息。对准的极限精度分析结论类似于欧拉角法,这里不再赘述。

上述分析了解析式粗对准的常用方法,由于欧拉角法不需要地理纬度信息,直接求解三个欧拉角,物理概念清晰,除了需要求解反三角函数外,算法相对简单,采用双矢量定姿原理的姿态矩阵法在运算过程中需要求解矩阵逆,二者在算法的资源消耗上总体相当。针对如上两种经典的解析式对准方法,给出仿真试验,根据研制的高温陀螺仪测试结果,给出仿真参数如表4.1所示。

表 4.1 高温惯性仪表仿真参数设置

误差源	误差形式	指标
陀螺仪重复性漂移	随机常数均方差	[2; 2; 2]°/h
陀螺随机噪声	角度随机游走	[0.005; 0.005; 0.005]°/√h
加速度计零偏重复性	随机常数均方差	200μg
加速度计随机噪声	噪声均方差	2μg/√Hz@DC-100Hz

1) 不考虑惯性仪表的重复性随机误差,并忽略对准时间内与时间相关的漂移趋势项,粗对准单次仿真结果如图4.3所示。

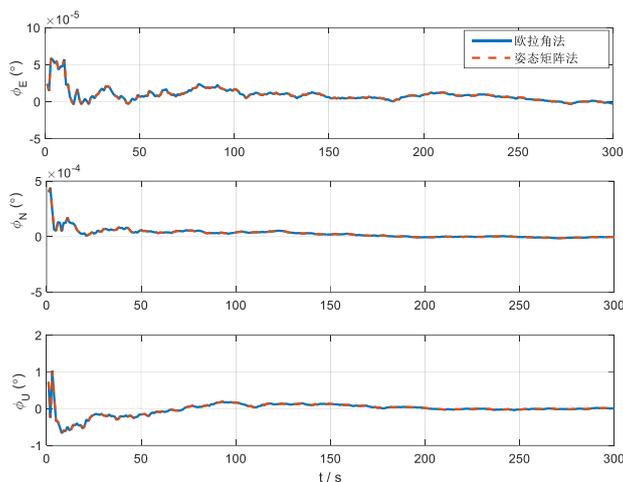


图 4.3 粗对准结果失准角（不考虑重复性误差）

2) 在高温与强振动环境下，当考虑到陀螺仪与加速度计的逐次启动的重复性漂移误差时，粗对准单次仿真结果见图 4.4。

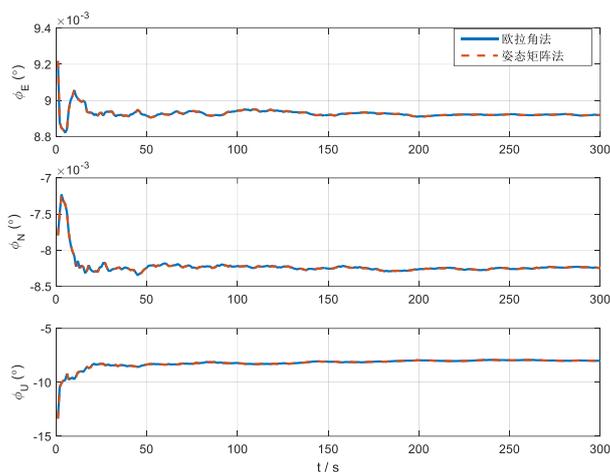


图 4.4 粗对准结果失准角（考虑重复性误差）

从图 4.3 单次仿真结果可以看出，欧拉角法与姿态矩阵法粗对准仿真结果完全一致，当不考虑惯性仪表尤其是陀螺仪的重复性误差，GMD 粗对准在 30 秒内几乎稳定到稳态值，失准角取决于陀螺角度随机游走系数与加速度计的噪声基底，以及相应的积分时间，相对于 GMD 的精度要求失准角误差可以忽略不计。而实际上高温陀螺仪的重复性误差较大，导致较大的常值漂移，直接影响到方位对准精度，图 4.4 的单次仿真结果可以得出其方位失准角高达  $6^\circ$ 。从而可得，解析式粗对准无法解决高温惯性仪表重复性误差带来的对准误差，这也是制约 GMD 在定向钻井应用的主要瓶颈，在第二章中简单的介绍了通过多位置转位测

量消除重复性误差的方法，下面首先介绍解析式双位置的对准方式。

### 4.3 GMD 解析式双位置对准方法

假定惯性仪表的常值零偏在转位前后数值不变，并忽略转动前后位置的角运动和线运动干扰，通过绕一个方向转动IMU，从而构造两个位置下的姿态转移矩阵，增加常值零偏的可观测性。实际应用中，受限于惯性仪表的尺寸与GMD探管的细长杆尺寸特性，转位机构的设计只能是绕探管的轴向，也就是绕Z轴陀螺仪的输入轴方向。

陀螺仪转位前后位置是 $b_1$ 和 $b_2$ ，在对准时间内对应的陀螺仪的采样输出均值分别为 $\bar{\omega}^{b_1}$ 、 $\bar{\omega}^{b_2}$ ，记加速度计转位前后采样输出均值分别为 $\bar{f}^{b_1}$ 和 $\bar{f}^{b_2}$ ，假设 $b_1$ 与 $b_2$ 位置夹角 $\beta$ ，由此构成的状态转移矩阵为 $C_{b_1}^{b_2}$ ：

$$C_{b_1}^{b_2} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots(4.29)$$

则 $b_1$ 位置和 $b_2$ 位置惯性仪表输出之间存在关系式：

$$\omega^{b_2} = C_{b_1}^{b_2} \omega^{b_1}, \quad f^{b_2} = C_{b_1}^{b_2} f^{b_1} \quad \dots(4.30)$$

考虑到转位过程时间很短，忽略随机常值中的一阶马尔科夫过程，并认为转位前后惯性仪表的常值漂移不变，只考虑随机漂移的影响，此外，由于陀螺仪绕Z轴旋转，Z轴陀螺仪与加速度计转位前后敏感方向不变，无法实现Z轴常值漂移的分离，当只考虑水平轴惯性仪表的输出时，

$$C_{b_1}^{b_2} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

式(4.30)可得 $b_2$ 位置的水平陀螺输出为：

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_x^{b_2} \\ \bar{\omega}_y^{b_2} \end{bmatrix} = C_{b_1}^{b_2} \begin{bmatrix} \omega_x^{b_1} \\ \omega_y^{b_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{xw_2} \\ \bar{\varepsilon}_{yw_2} \end{bmatrix} \quad \dots(4.31)$$

同样可得 $b_2$ 位置的水平加速度计的输出为：

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_x^{b_2} \\ \bar{f}_y^{b_2} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{b_1}^{b_2} \begin{bmatrix} f_x^{b_1} \\ f_y^{b_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nabla_{0x} \\ \nabla_{0y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\nabla}_{xw_2} \\ \bar{\nabla}_{yw_2} \end{bmatrix} \quad \dots(4.32)$$

式(4.31)、(4.32)可以得出，理论上任何微小转角  $\beta$  都可以分离出水平惯性仪表的常值漂移，当转角  $\beta$  为  $180^\circ$  时， $\det(\mathbf{I} - \mathbf{C}_{b_1}^{b_2})$  最大，常值漂移误差的分离受随机漂移的影响最小，不考虑转位过程的随机漂移影响，此时求得水平陀螺常值漂移估计值为：

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_x = \frac{1}{2}(\bar{\omega}_x^{b_2} + \bar{\omega}_x^{b_1}) \\ \hat{\varepsilon}_y = \frac{1}{2}(\bar{\omega}_y^{b_2} + \bar{\omega}_y^{b_1}) \end{cases} \quad \dots(4.33)$$

水平加速度计零偏估计值为：

$$\begin{cases} \hat{\nabla}_x = \frac{1}{2}(\bar{f}_x^{b_2} + \bar{f}_x^{b_1}) \\ \hat{\nabla}_y = \frac{1}{2}(\bar{f}_y^{b_2} + \bar{f}_y^{b_1}) \end{cases} \quad \dots(4.34)$$

求得双位置校准后加速度计的估计值为：

$$\begin{cases} \hat{f}_x^b = \frac{1}{2}(\bar{f}_x^{b_2} - \bar{f}_x^{b_1}) \\ \hat{f}_y^b = \frac{1}{2}(\bar{f}_y^{b_2} - \bar{f}_y^{b_1}) \end{cases}$$

双位置校准后陀螺仪的估计值为：

$$\begin{cases} \hat{\omega}_x^b = \frac{1}{2}(\bar{\omega}_x^{b_2} - \bar{\omega}_x^{b_1}) \\ \hat{\omega}_y^b = \frac{1}{2}(\bar{\omega}_y^{b_2} - \bar{\omega}_y^{b_1}) \end{cases}$$

而Z轴的加速度计与陀螺仪不可观测，直接取转位前后的均值作为校准后的估计值：

$$\begin{cases} \hat{f}_z^b = \frac{1}{2}(\bar{f}_z^{b_2} + \bar{f}_z^{b_1}) \\ \hat{\omega}_z^b = \frac{1}{2}(\bar{\omega}_z^{b_2} + \bar{\omega}_z^{b_1}) \end{cases}$$

根据校正后的陀螺仪与加速度计的估计值,采用类似于单位置欧拉角解析粗对准原理,可求得校准后的倾角为:

$$\hat{\theta} = a \tan 2 \left( \hat{f}_y^b, \sqrt{(\hat{f}_x^b)^2 + (\hat{f}_z^b)^2} \right) \quad \dots(4.35)$$

校准后的工具面角为:

$$\hat{\gamma} = a \tan 2 \left[ -\hat{f}_x^b, (\bar{f}_z^{b_2} + \bar{f}_z^{b_1}) \right] \quad \dots(4.36)$$

校准后的方位角为:

$$\hat{\psi} = a \tan 2 \left( \hat{\omega}_x^b \cos \hat{\gamma} + \hat{\omega}_z^b \sin \hat{\gamma}, \hat{\omega}_x^b \sin \hat{\theta} \sin \hat{\gamma} + \hat{\omega}_y^b \cos \hat{\theta} - \hat{\omega}_z^b \cos \hat{\gamma} \sin \hat{\theta} \right) \quad \dots(4.37)$$

式(4.35)~(4.37)构成了绕Z轴转位180°解析双位置对准的基本算法。

解析双位置解决了惯性仪表常值漂移误差校准的问题,提高了对准精度尤其是方位对准精度,对于小倾角测量,对准的主要误差来源于转位机构的误差与惯性仪表的随机漂移误差,由于采用0-180°转位设计,只关注最终的转位定位精度,方便了转位机构的设计,在实际应用中,可以通过止档结构设计提高转位定位精度,简化了设计;对于随机漂移误差,假设每个位置的对准时间都是 $t$ ,第五章测试得到的陀螺仪的随机游走系数为 $N = 0.005 \text{ deg}/\sqrt{h}$ ,则得到 $t$ 时间内的统计均方差为 $\sigma = 0.005 \text{ deg}/\sqrt{h}/\sqrt{t}$ ,设置总对准时间为300s,假设每个位置的对准时间为145s,由此带来的陀螺仪随机误差约为 $\varepsilon_w = 0.017 \text{ deg}/h$ ,对于噪声为 $2\mu\text{g}/\sqrt{Hz}$ 的石英挠性加速度计,在100Hz的频带下,随机误差均方值为 $20\mu\text{g}$ ,根据欧拉解析法方位对准精度极限的分析公式(4.24),设置纬度40°N,可以求得随机误差带来的方位误差约是0.1deg,在如下的仿真中,会得出类似的结论。

对于定向钻进测量应用,大井斜角以及不同的轨迹方向下,通过仿真分析双位置解析法能够测量的精度极限与误差机理,仿真过程如下:

陀螺仪与加速度计的误差参数如表 4.1,设置初始位置为 [116°E, 40°N, 100m],在前 145s 处于第一对准位置,在 146~155s 期间沿着探管 Z 轴方向转动 180°至第二位置,然后继续对准 145s,对准总时间 300s,井斜角在 0~90°范围,每 1°取一位置,共 91 个位置,每个位置做 40 次 Monte-Carlo 仿真并取均方根值。

仿真一：井轨迹为南北走向，地理坐标系下的竖直井姿态方位 $[0^\circ; 0^\circ; 0^\circ]$ ，水平井姿态方位为 $[90^\circ; 0^\circ; 0^\circ]$ ，图 4.5 为对准失准角误差曲线，图 4.6 分别为陀螺仪（左图）与加速度计（右图）的常值漂移估计误差。

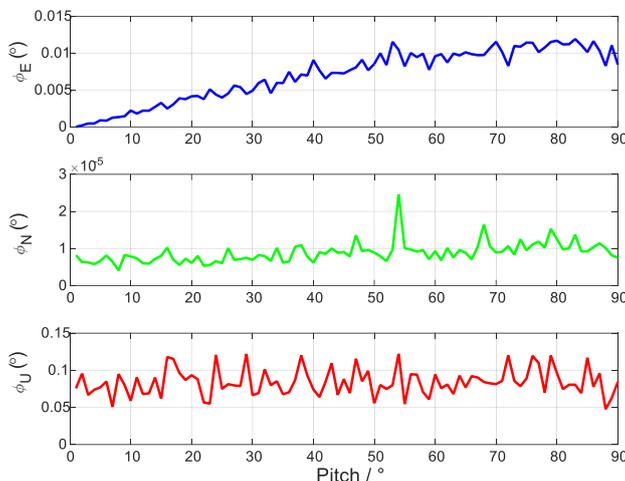


图 4.5 南北走向井轨迹对准失准角曲线

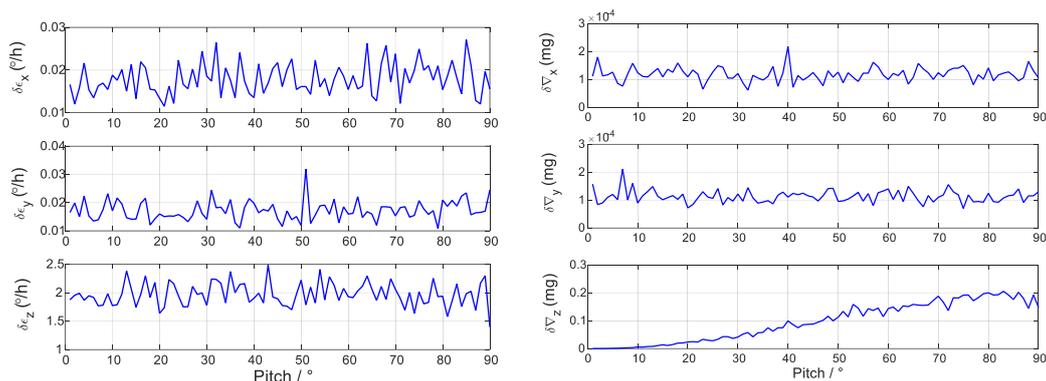


图 4.6 陀螺仪（左）与加速度计（右）常值漂移估计误差

从图 4.5 可以看出，当被测井轨迹是南北走向时，方位对准精度不受井斜角的影响，也就是从竖直井到水平井段，方位测量误差始终保持在  $0.1^\circ$  附近，这也是符合公式(4.24)的结论，从初始对准的机理也不难理解，方位失准角与等效东向陀螺的精度相关，由于在南北走向时，从竖直井到水平井，东向陀螺仪始终能够被转位调制，也就是东西陀螺仪的常值漂移始终可观测，也就是通过转位的方式在全姿态下均可以消除等效东向陀螺的常值漂移。最终方位对准精度主要是取决于东向陀螺仪的随机漂移，图 4.5 仿真结果可以验证此结论。此外，图 4.5 中的东向失准角与图 4.6 中的 Z 轴加速度计的估计误差曲线，可以看出 Z 轴加速度计随着倾角的增大，可观测性变差，当 Z 轴向南北方向倾斜时，导致了东向失

准角误差随着倾角的增大而增大，但是其误差远小于目标精度指标，该项影响可以忽略。

仿真二：井轨迹为东西走向。地理坐标系下，垂直井姿态方位坐标为 $[0^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ ，水平井姿态方位坐标为 $[90^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ ，仿真结果如图4.7：

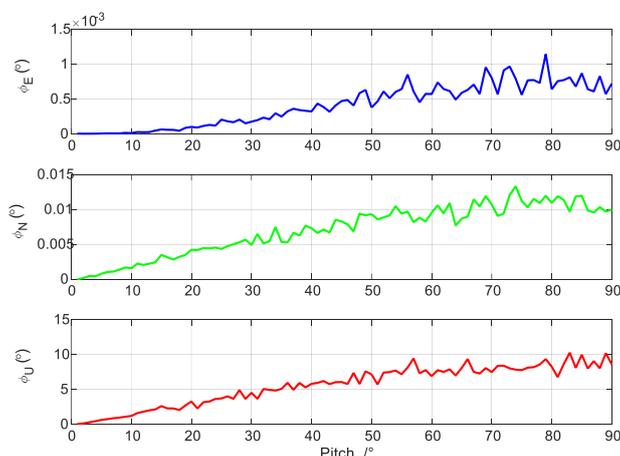


图4.7 井轨迹东西走向时水平姿态与方位对准失准角

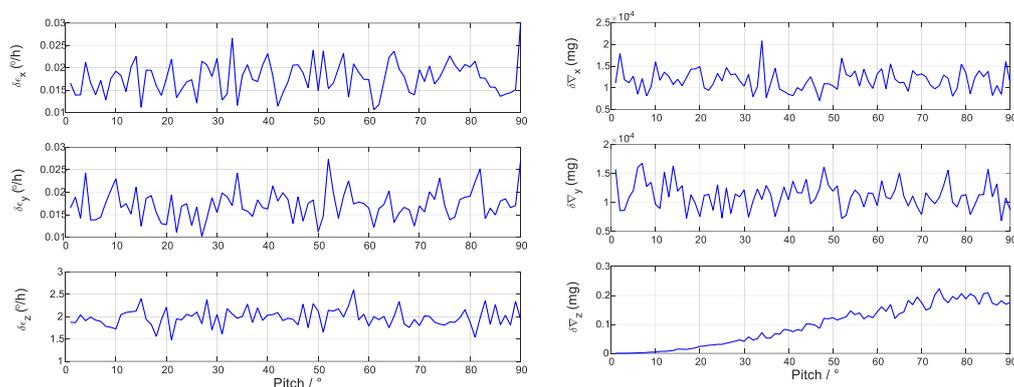


图4.8 陀螺仪（左）与加速度计（右）常值漂移估计误差

图4.7可知，当井轨迹是东向走向时，随着井斜角的增大，方位失准角的估计误差也明显增加，最为主要的原因是当井斜角增大，Z轴陀螺仪成为东向陀螺仪的误差的主要贡献者，而转位是绕Z轴旋转的，Z轴的常值漂移本身不可观测，从而直接造成了方位失准角的误差，从图4.7还可以看出，为了保证方位测量精度优于 $1^\circ$ ，则井斜角不能超过 $10^\circ$ 。

对于双位置解析式对准，可以通过降低陀螺仪的常值漂移来提高大倾角下的方位测量精度，图4.9给出了不同常值漂移下的陀螺仪在不同倾角下的方位测量精度仿真曲线，可以看出，井轨迹测量精度要求是 $1^\circ$ 时，为了保证在大井斜角下

的精度，要求陀螺仪的常值漂移小于0.2deg/h，而对于高温、强振动恶劣环境下的工况，零偏重复性误差是制约陀螺仪精度的主要瓶颈，研制满足使用工况下的0.2deg/h常值漂移误差的陀螺仪是非常有挑战的。

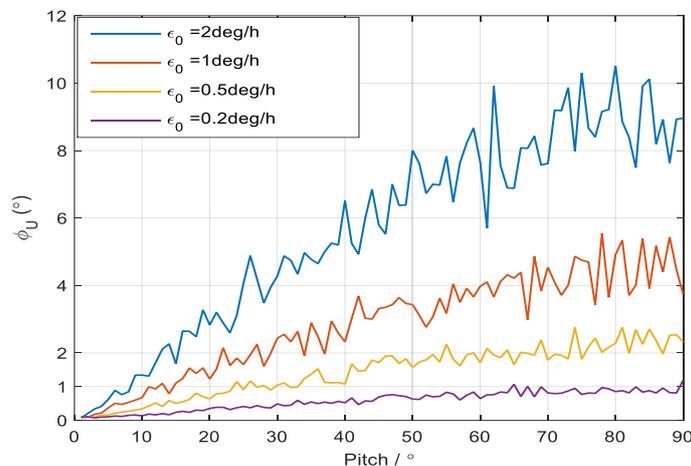


图 4.9 不同常值漂移误差下得到的全井斜方位对准精度

图 4.9 的仿真分析结果对于理解与分析美国 Gyrodata、斯伦贝谢为代表的产品方案有很好的指导意义，图 4.10 是美国 Gyrodata 公司报道的四代产品的方位测量误差与井斜角的关系，图 4.11 是斯伦贝谢公司研制的 GyroSphere 陀螺 MWD 产品全井斜测量能力。由于相关产品与技术对华严格封锁，通过上述理论与仿真分析并结合其公开的资料，可以判定，仅仅靠轴向双位置转位是无法根本性解决大井斜角东西向的方位测量精度问题。

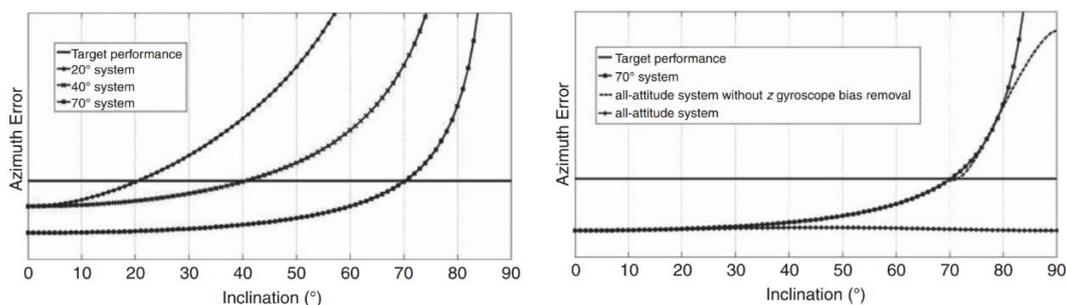


图 4.10 Gyrodata 报道的 20°、40°、70° GWD 系统（左）与全姿态 GWD 系统（右）

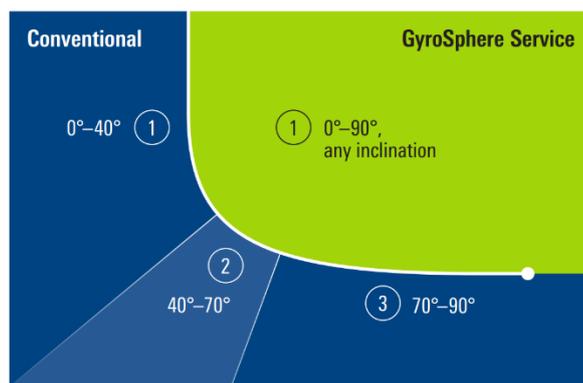


图4.11 斯伦贝谢的陀螺MWD全井斜测量能力

对于解析式双位置对准，在惯性器件精度一定的前提下，通过转位校准的方式，可以有效地提升东西轨迹下小井斜角以及全姿态南北走向轨迹的方位精度，但对于大井斜角下的东西走线的方位精度仍然不能满足使用要求，因此亟待一种更为有效的方法，在惯性器件精度受限的情况下，提升大井斜角的方位测量精度。

#### 4.4 基于卡尔曼滤波最优估计的双位置对准

##### 4.4.1 卡尔曼滤波建模

导航坐标系取为东北天地理坐标系，建立12维惯导系统精对准数学模型，卡尔曼滤波器的状态变量为：

$$X = [(\delta v^n)^T \quad (\phi^n)^T \quad (\varepsilon_0^b)^T \quad (\nabla_0^b)^T]^T \quad \dots(4.38)$$

式(4.38)中分别为：速度误差 $\delta v^n$ 、捷联惯导数学平台失准角 $\phi^n$ 、高温陀螺常值漂移 $\varepsilon_0^b$ 和高温加速度计常值零偏 $\nabla_0^b$ ， $\varepsilon_0^b$ 与 $\nabla_0^b$ 主要是由高温惯性仪表的逐次启动重复性误差带来的，根据静基座下捷联惯导系统的误差模型并忽略小量误差，可得状态方程为：

$$\dot{X} = FX + W \quad \dots(4.39)$$

上式中，

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{f}^n \times & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n \nabla_w^b \\ -\mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\varepsilon}_w^b \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad \dots(4.40)$$

式(4.40)中 $\nabla_w^b$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_w^b$ 分别为加速度计和陀螺的在载体坐标系（b系）随机白噪

声，在第五章中介绍的测试验证，在经过综合温度补偿并消除Warm-up因素后，惯性仪表的输出可以表征为零均值正态分布，实际应用中，通常用Allan方差求解各模型系数，作为惯性仪表模型估计的先验值。

GMD系统静基座对准时载体静止，导航解算的输出速度 $\mathbf{v}^n$ 即为速度误差 $\delta\mathbf{v}^n$ ，将 $\delta\mathbf{v}^n$ 作为量测值，则量测方程为：

$$\mathbf{Z}_v = \delta\mathbf{v}^n = [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}] \mathbf{X} + \mathbf{V}_v \quad \dots(4.41)$$

其中， $\mathbf{V}_v$ 为导航坐标系中的速度量测噪声。

单位置卡尔曼对准的可观测性理论分析相对成熟，文献<sup>[123]</sup> <sup>[136-137]</sup>分析了可观测性，这里直接引用相关的结论，采用静基座下卡尔曼最优估计对准方式， $\phi_U$ 、 $\varepsilon_N$ 、 $\varepsilon_U$ 可观测性弱，而 $\nabla_E$ 、 $\nabla_N$ 和 $\varepsilon_E$ 完全不可观测。单位置静基座卡尔曼对准无法估计东向与北向的加速度计常值漂移以及东向陀螺仪的误差，而东向加速度计误差决定了北向失准角，北向加速度计误差决定了东向失准角，方位失准角主要取决于等效东向陀螺误差，因此，在静基座条件下，采用单位置Kalman最优估计初始对准的方法，由于核心惯性仪表的可观测性弱，初始对准的精度受制于惯性仪表的常值漂移，而水平姿态对准与方位对准的收敛时间分别取决于水平加速度计的随机漂移与东向陀螺仪的角度随机游走系数。

对于导向钻进测量应用，当前高温的石英挠性加速度计的精度基本能够满足静基座下姿态对准精度要求，陀螺仪的精度尤其是逐次启动的重复性误差成为制约方位对准精度的核心因素。方位测量的精度提高有多种途径，一方面是惯性仪表本身精度的提升，从根本上去解决影响重复性误差的因素，如惯性仪表的敏感单元精密加工、静平衡与动平衡、材料特性优化、控制电路优化等，但是存在研发周期长、成本代价高等问题；另一方面，从校准的角度，利用当前惯性仪表的特性，通过外部校准或者内部校准，从而实现提高惯性系统精度的目的，而外部校准，通常采用多位置转位的方式，内部自校准将在本章的第二部分详细描述。

在第三节简单介绍的解析双位置对准方法从本质上是属于静基座欧拉角初始对准，解析双位置对准无法实现惯性仪表误差的最优估计，尤其是在东西方向并轨迹下，如图4.7仿真曲线所示，当倾角大于 $10^\circ$ 时，方位对准精度急剧变差。

此外，由于解析法只是通过拾取一段时间的载体上惯性仪表的输出信息作为观测

量,其对准精度受限于载体在采样时间段内的静止无晃动的理想程度,由于GMD工作于停钻寻北状态时,泥浆马达可能还在工作,当泥浆晃动引起的干扰角速率大于地球自转角速率时,解析双位置对准无法正常工作。基于最优估计的卡尔曼双位置对准以及其延伸的旋转调制技术,具有信息的容错能力,具有微小晃动下对准的能力,并能够在不改变惯性仪表本身的精度基础上,提升了惯性仪表误差的可观测性,实现了惯性仪表误差的最优估计,从而提高初始对准精度。受限于探管的狭小尺寸,绕探管轴向的两位置转位是本节研究的重点。

和静基座下卡尔曼最优估计初始对准建立的状态方程一样,双位置卡尔曼最优估计的状态方程如式(4.39),假设转位时间很短,认为常值漂移误差 $\varepsilon_0^b$ 、 $\nabla_0^b$ 在转位前后是固定不变的,类似于双位置解析法对准,通过外部旋转去改变惯导系统的姿态矩阵 $C_b^n$ ,从而增加系统状态变量尤其是惯性仪表常值漂移的可观测性,双位置方法实现精对准的同时,估计了惯性仪表的误差。同样,当转角 $180^\circ$ 时,姿态矩阵 $C_b^n$ 的变化量最大,被估计状态的可观测性最强,求解方程(4.11)与(4.12),通过转位 $180^\circ$ 可以实现 $\nabla_{0x}^b$ 和 $\nabla_{0y}^b$ 、 $\varepsilon_{0x}^b$ 和 $\varepsilon_{0y}^b$ 的最优观测,前者可以提高 $\phi_E$ 、 $\phi_N$ 的估计精度,后者可以提高 $\phi_U$ 的估计精度,而在小倾角下的 $\nabla_z$ 本身可观测度高,所以对于绕GMD探管轴向转位的方案,作为传统静基座对准卡尔曼最优估计方法,当只采用速度误差 $\delta v^n$ 作为观测方程时,Z轴陀螺漂移 $\varepsilon_z$ 的可观测性最差,由此限制了GMD大倾角工作时的方位测量精度。为了实现在大井斜角下Z轴陀螺仪常值漂移误差的估计,需要增加观测量,本文采用静基座下地球自转角速率作为新的观测量,在获取水平姿态的最优估计后,利用载体系在导航系下的投影与导航系下地球角速率的差值作为卡尔曼的观测信息,其测量方程如下:

$$\begin{aligned} Z_\omega = \delta\omega^n &= \tilde{C}_b^n \tilde{\omega}^b - \omega_{ie}^n = (I - \phi^n \times) C_b^n (\omega^b + \varepsilon^b) \approx (C_b^n \omega^b \times) \phi^n + \\ & C_b^n \varepsilon^b = \omega_{ie}^n \times \phi^n + C_b^n \varepsilon^b \end{aligned} \quad \dots(4.42)$$

由此得到量测方程为:

$$Z_\omega = [0_{3 \times 3} \quad \omega_{ie}^n \times \quad C_b^n \quad 0_{3 \times 3}] X + V_\omega \quad \dots(4.43)$$

式(4.43)中, $V_\omega$ 是指角速率量测噪声。

至此,建立了完整的卡尔曼最优估计状态方程(4.39),量测方程如式(4.41)与式(4.43)。

#### 4.4.2 算法流程设计

对状态方程(4.39)和量测方程(4.41)与(4.43)离散化,得到 GMD 静基座下对准的随机系统状态空间模型:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k/k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad \dots(4.44)$$

式(4.44)中,  $\mathbf{X}_k$  是公式(4.38)所示的  $12 \times 1$  维的状态向量,  $\mathbf{Z}_k$  是速度量测  $Z_v$  与角速率量测  $Z_\omega$  组成的量测向量;  $\Phi_{k/k-1}$  是  $12 \times 1$  维的状态一步转移矩阵  $F$  的离散化、 $\Gamma_{k/k-1}$  是系统噪声分配矩阵、 $\mathbf{H}_k$  是量测矩阵,  $\mathbf{W}_{k-1}$  是系统噪声向量,  $\mathbf{V}_k$  是量测噪声向量, 包含速度量测噪声与角速率量测噪声,  $\mathbf{W}_{k-1}$  与  $\mathbf{V}_k$  是互不相关的零均值的高斯白噪声向量序列, 有:

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T\} &= Q_k \delta_{kj}; \\ E\{\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T\} &= R_k \delta_{kj}; \\ E\{\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T\} &= 0 \end{aligned} \quad \dots(4.45)$$

$Q_k$  和  $R_k$  分别称为系统噪声和量测噪声的方差矩阵, 在卡尔曼滤波中要求它们分别是已知的非负定阵和正定阵,  $\delta_{kj}$  是 Kronecker  $\delta$  函数, 当  $k \neq j$  时,  $\delta_{kj} = 0$ , 当  $k = j$  时,  $\delta_{kj} = 1$ 。

GMD 精对准的离散卡尔曼滤波方程可划分为五个基本公式, 如下:

① 状态一步预测方程

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1} \quad \dots(4.46)$$

② 一步预测均方误差方程

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k/k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k/k-1}^T \quad \dots(4.47)$$

③ 滤波增益方程

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad \dots(4.48)$$

④ 状态估值方程

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k} = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \quad \dots(4.49)$$

⑤ 状态估计均方误差方程

$$\mathbf{P}_{k/k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} \quad \dots(4.50)$$

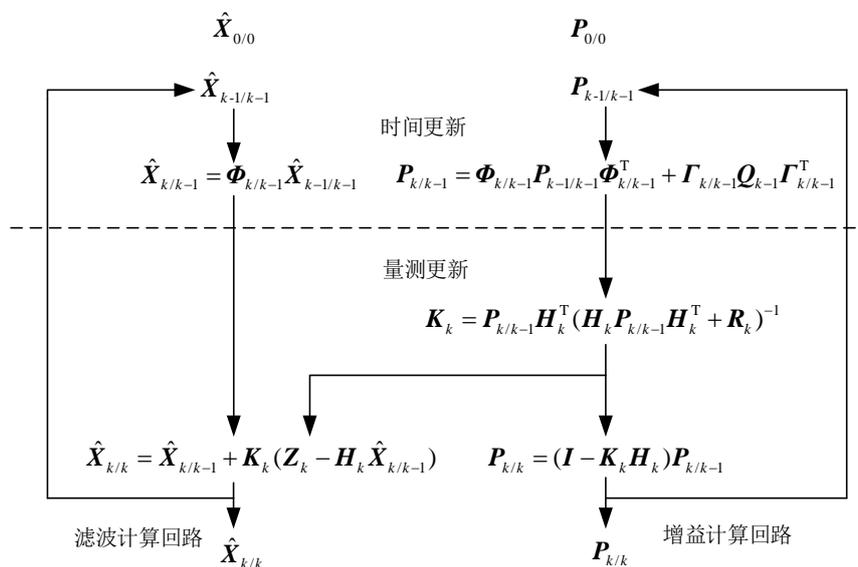


图 4.12 卡尔曼滤波算法流程

在图 4.12 中，卡尔曼滤波的算法流程可以划分为两个计算回路与两个更新过程，图 4.12 的左侧为滤波计算回路，完成被估计状态量的迭代计算，右侧为增益计算回路，完成卡尔曼增益的计算；虚线的上下构成了两个更新过程，在时间更新内，完成状态一步预测  $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$  与均方误差一步预测  $\mathbf{P}_{k/k-1}$ ，完成时间更新之后，此时如果没有量测信息，则一步预测值将作为状态的最优估计输出，在 GMD 转位过程，采用零速修正的速度量测与地球自转角速率约束的角速率量测都不具备，因此，在此过程无量测信息，最优估计值就是一步预测值，即： $\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$  和  $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1}$ ，若量测信息值有效，即 GMD 处于转位前后的静止状态，且判断外部泥浆的扰动量小于设定值，此时开始量测更新，计算增益系数  $\mathbf{K}_k$ ，得到最优状态估计  $\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$ ，同时计算此时的协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k/k}$ ，至此，完成了一个循环的最优状态估计。

基于卡尔曼最优估计的双位置对准算法采用了捷联惯导姿态更新算法与速

度更新算法去实时更新载体的角运动与线运动，采用基于零速（或地球自转角速率）修正算法进行量测更新和最优估计，因此，最优估计精度与转位的精度无关，也无需知道转位机构的准确位置，这在工程实际中是非常有益的，避免了复杂止档结构的设计，也避免了使用耐高温的测角机构。

在量测更新过程中，需要求解高维数矩阵逆运算，从而获得卡尔曼滤波增益系数，为了降低运算量，常常采用序贯滤波（Sequential Kalman Filter），分别求解由速度量测 $Z_v$ 与地球自转角速率量测 $Z_\omega$ 组成的量测矩阵。

GMD 双位置精对准采用序贯处理的流程如下：

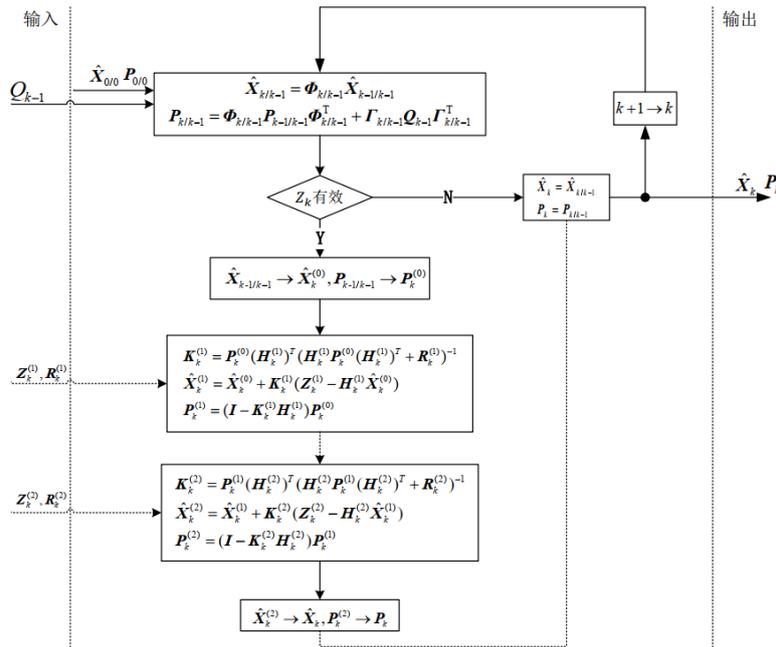


图 4.13 卡尔曼序贯处理方法流程

图 4.13 中，状态变量完成时间更新后，当 GMD 探管处于静止或者微小扰动状态时，通过采集到的一段时间内的加速度计与陀螺仪的数据，自动判断观测量是否有效，按照序贯处理，分别完成速度量测 $Z_v$ 更新与角速率量测 $Z_\omega$ 更新，计算卡尔曼增益，实现 X、Y 水平陀螺仪常值漂移误差最优估计与 Z 陀螺仪常值漂移误差估计，最终完成姿态与方位失准角的最优估计。

GMD系统检测到停钻寻北指令后，开启寻北（初始对准）模式，卡尔曼双位置对准算法基本流程如下：

- 1) 在初始位置1，采用解析法粗对准算法在 20 s内完成粗对准；

2) 以粗对准的水平姿态角与方位角作为卡尔曼滤波的初值，在位置1进行130s的精对准与惯性仪表的测漂，估计惯性仪表误差与失准角误差，然后以本次对准的结果作为初值进入导航状态；

3) 保证转位角速率小于Z陀螺仪最大测量量程的前提下，在20s内完成180°位置转动，同时更新姿态、速度导航数据；

4) 在位置 2 进行130s 的精对准，估计水平姿态与方位误差角并完成惯性仪表的测漂。

整个对准过程可以在约300s内完成，流程如图4.14所示。

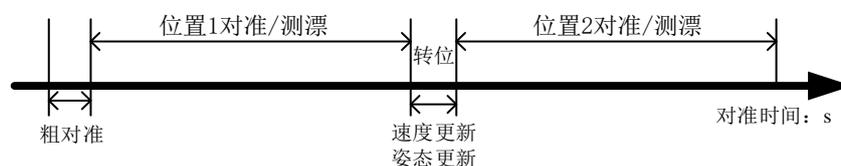


图 4.14 GMD 双位置对准流程示意图

### 4.4.3 仿真试验与分析

设置初始位置为[116 E, 40 N, 100m]，高温惯性仪表的参数如表 4.1，仿真流程类似于解析式双位置对准方法，在井斜角在 0~90°范围，每 5°取一位置，共 19 个位置，每个位置做多次 Monte-Carlo 仿真并取均方根值，仿真的井轨迹走向分为南北走向和东西走向，分析不同井斜角下的方位对准误差，以及惯性仪表测漂的能力。

仿真一：井轨迹为南北走向，地理坐标系下的竖直井姿态 [0°; 0°; 0°]，水平井姿态为[90°; 0°; 0°]，图 4.15 为失准角误差曲线，图 4.16 分别为陀螺仪与加速度计的常值漂移估计误差。

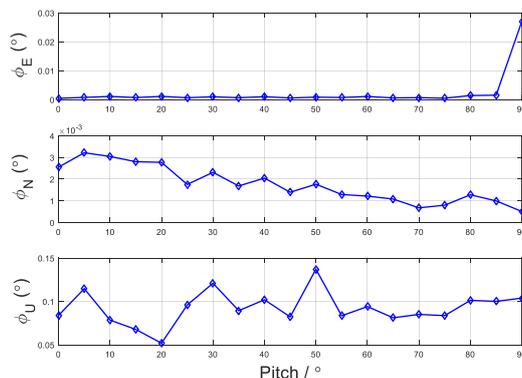


图 4.15 南北向失准角误差曲线

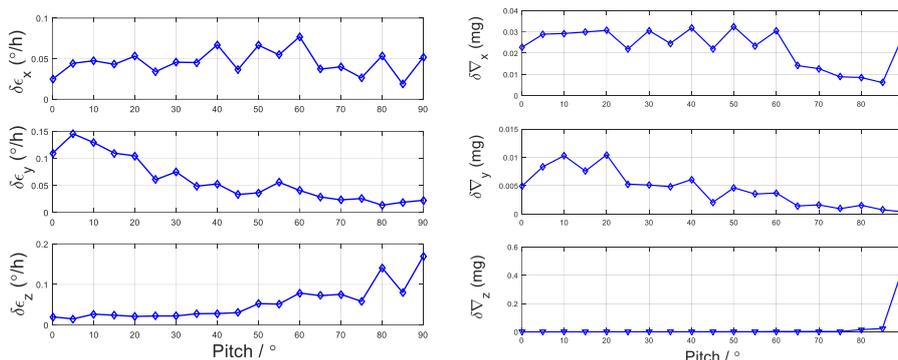


图 4.16 南北向陀螺仪（左）与加速度计（右）漂移估计误差

从图 4.15 可以看出，对于南北走向的井轨迹，在不同的井斜角下，方位测量精度基本保持不变，相关的机理分析类似于解析双位置对准，即南北走向时水平轴陀螺仪始终可以被转位机构调制，其常值漂移始终可观测，方位对准精度主要是取决于陀螺仪的角度随机游走。图 4.15 中每个位置都进行了 40 次 Monte-Carlo 仿真并取均方根值，计算从竖直井到水平井全姿态对准的方位失准角  $3\sigma$  标准方差为 0.0576°；完全满足全姿态下方位对准精度 1° 的设计要求。

仿真二：井轨迹为东西走向，地理坐标系下的竖直井姿态  $[0^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ ，水平井姿态为  $[90^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ ，以下分别从竖直井、小井斜角、大井斜角下的对准精度与测漂能力进行仿真，最后得出在全姿态下的对准精度与测漂能力仿真结论。

1) 竖直井段仿真分析，设置初始姿态角为  $[0^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ 。

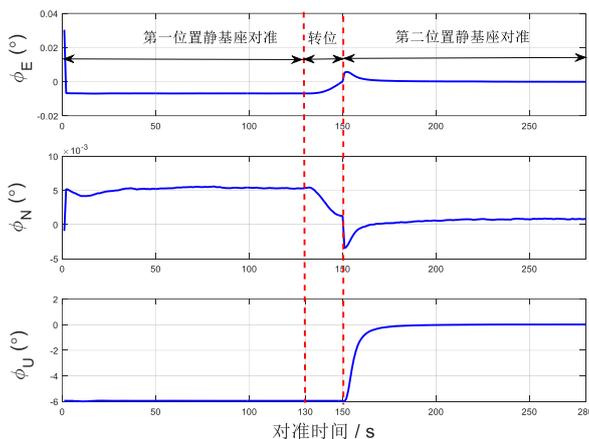


图 4.17 竖直井失准角估计误差曲线

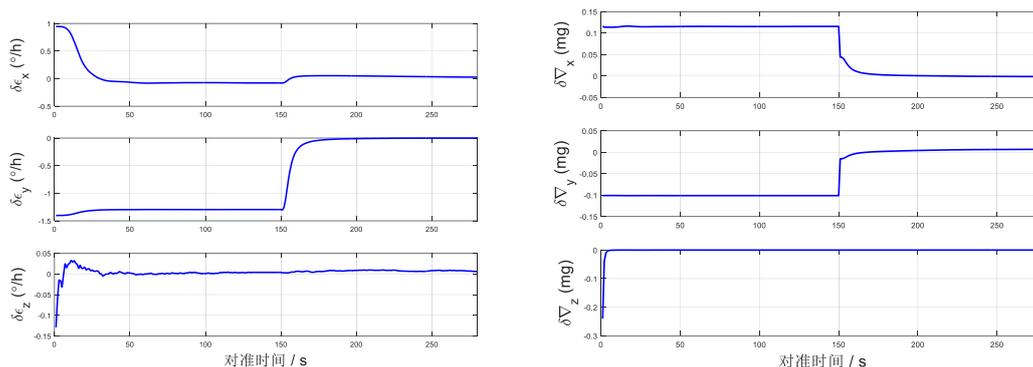


图 4.18 陀螺仪（左）与加速度计（右）漂移估计误差

图 4.17 为一次仿真的失准角曲线，图 4.18 为加速度计与陀螺仪的常值漂移估计误差曲线，180°转位结束后，惯性仪表常值漂移误差迅速消除，由此也消除了水平姿态与方位的对准误差，最终一次仿真的结果显示，最终的方位失准角估计误差为 $-0.1^\circ$ ，失准角只与惯性仪表的随机漂移误差相关。

### 2) 东西向井斜段仿真分析

在双位置解析对准仿真实验中，图 4.7 显示，当井斜角大于  $10^\circ$  时，方位对准精度误差就超过了  $1^\circ$  的设计指标。本次仿真，分别设置小井斜角  $15^\circ$ ，即初始姿态角为 $[15^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ ，以及大井斜角  $70^\circ$ 即初始姿态角为 $[70^\circ; 0^\circ; 90^\circ]$ ，20 次 Monte-Carlo 仿真结果如图 4.19 所示。

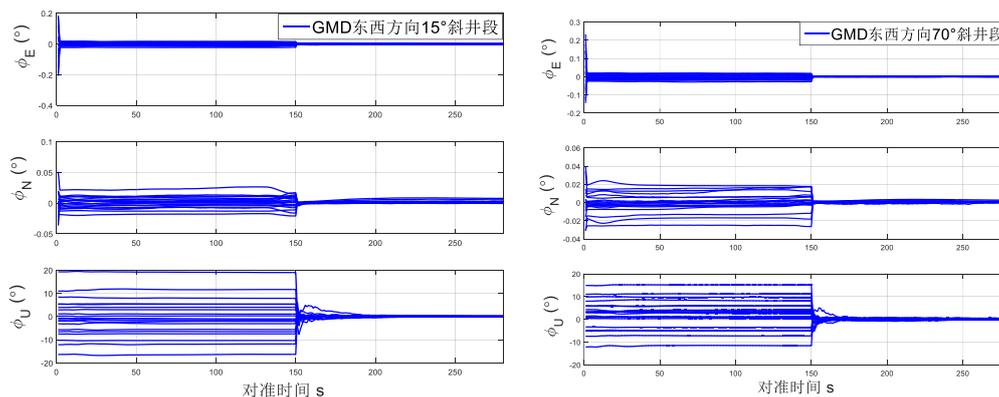


图 4.19 小井斜（左）与大井斜（右）失准角估计误差曲线

图 4.19 可以看出，无论在小井斜角和大井斜角下，转位  $180^\circ$ 后姿态与方位失准角误差都能够快速收敛，在  $15^\circ$ 小井斜角下，对准结束的方位失准角均值为  $-0.0072^\circ$ ， $3\sigma$  标准方差值为  $0.4^\circ$ ；在  $70^\circ$ 大井斜角下，对准结束方位失准角均值为

0.1°，3σ 标准方差值为 0.9°，均满足 1° 的方位精度要求。

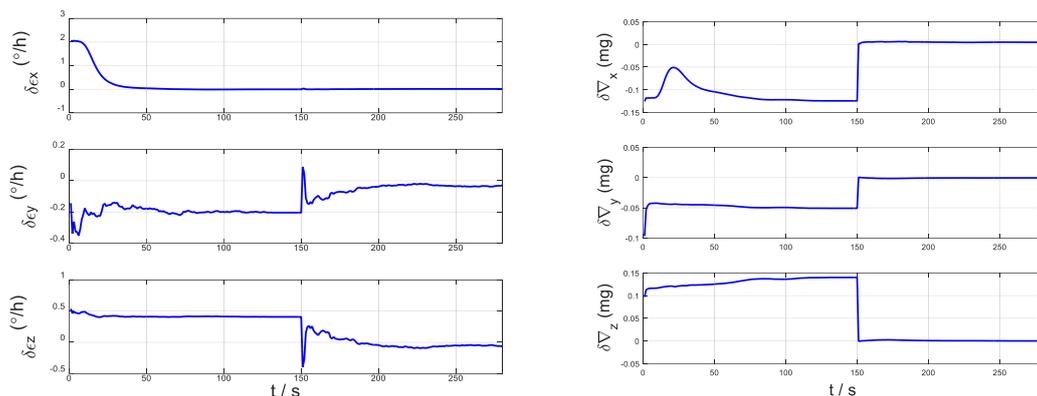


图 4.20 70°大井斜角惯性仪表的常值漂移估计误差（左：陀螺仪，右：加速度计）

图 4.20 给出了 70°大井斜角下的惯性仪表的漂移估计的一次仿真结果，最终对准结束时，陀螺仪的常值漂移估计误差是[0.01, -0.02, -0.05]deg/h，加速度计的常值漂移估计误差是[4.6, -0.5, -0.05]ug。在 70°大井斜角下，卡尔曼最优估计仍然能够较准确的估计惯性仪表的常值漂移。因此，本文设计的算法在当前高温陀螺仪存在 2°/h 较大的重复性误差情况下，仍然能够实现 70°大井斜角东西走向的方位误差小于 1°，和 Gyrodata 公司报道的 GWD70 相当。

3) 全井斜角下的方位精度分析，仿真设置井斜角在 0~90°范围，每隔 5°井斜角下做一次仿真，每个位置包含 40 次 Monte-Carlo 仿真，对准结束时取 40 个方位失准角数据的均方根值。

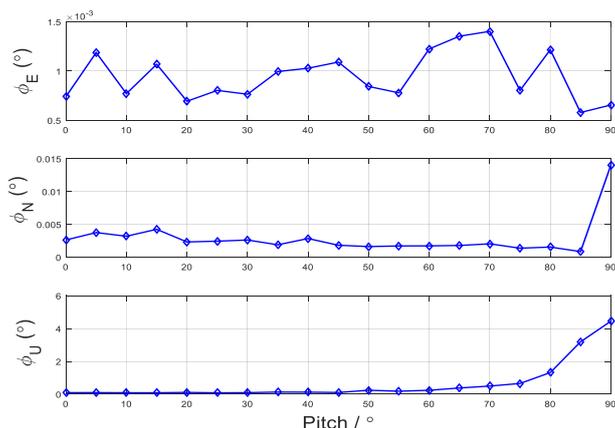


图 4.21 全井斜角下 GMD 对准失准角误差仿真曲线（东西向井轨迹）

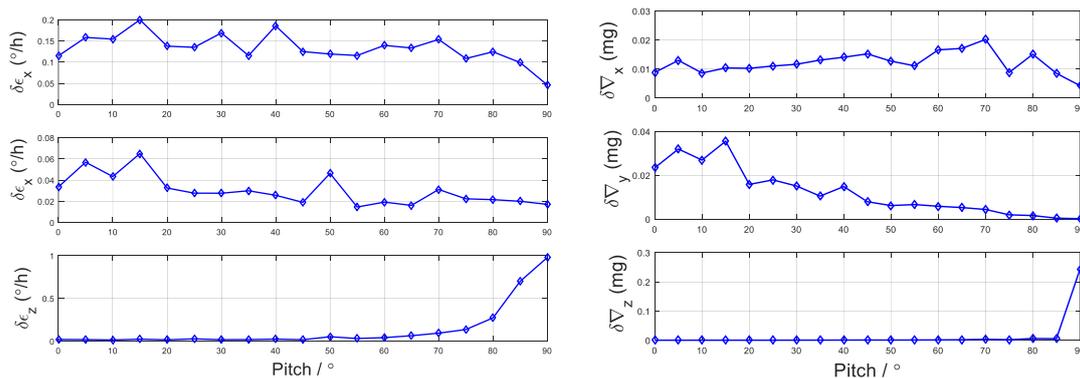


图 4.22 全井斜角下 GMD 常值漂移估计误差曲线（左：陀螺仪，右：加速度计）

图 4.21 可以得出，采用本文提出的双位置卡尔曼最优估计，在东西走向井轨迹工况，当井斜角小于  $70^\circ$  时，能保持方位对准精度优于  $1^\circ$ ，在完全水平井段，仍然能够实现优于  $5^\circ$  的方位测量精度，其结果远远优于图 4.7 所示的双位置解析法对准的精度。

实现在全姿态角下，方位精度均优于  $1^\circ$ ，常规方法是增加另外一个自由度的转位，也就是沿着探管径向实现对 Z 轴陀螺仪的转位，实现 Z 轴陀螺常值漂移的分离，进而提高可观测性。当前研发的第一代产品由于尺寸较大，无法实现 Z 轴陀螺仪在水平方向的转位调制，此外，两套转位机构增加了 GMD 设计的难度，并降低了产品的可靠性，本文尝试从另外一个技术维度去解决常值漂移的校准问题，在下面的章节介绍了一种 CVG 固态陀螺仪自校准的方式，希望从根本上解决高温陀螺仪的常值漂移问题。

#### 4.5 采用自校准方法的 GMD 方位测量方案

前述分析了 Gyro-compass 的多种方法去校准陀螺仪的零偏，方位测量的精度取决于陀螺仪常值漂移在地理东向的可观测性分量大小，当完全处于水平段，如井斜角处于  $90^\circ$ ，在东西走向，地理东向的陀螺仪输出主要来自 Z 陀螺，由于其常值漂移不可观测，也就无法消除，从而使得 GMD 无法在东西走向全姿态尤其是水平段达到满意的测量精度。

Gyro-Compass-Index 方法是从外部增加旋转机构，通过改变陀螺仪的敏感轴方向，在假设转动过程的短时间内陀螺仪的零偏常值不变，只是改变了敏感轴的极性，从而达到消除漂移误差的目的。从现代控制理论角度来说，是通过转位增

加了观测器 (Observer), 从而实现最优估计。能否从陀螺仪内部增加类似的观测器, 从而校准陀螺仪的漂移误差, 是本节研究的方向。

在第三章得出, CVG 固态陀螺仪的漂移误差主要是来自于频率裂解、阻尼失衡和控制误差。角度随机游走系数主要取决于频率裂解以及 PLL 的控制精度, 其大小决定了 GMD 寻北的快速性; 控制误差主要是来自于维持谐振子能量的闭环控制器的误差, 高 Q 值低阻尼带来的好处就是需要维持谐振的能量小, 从而降低了控制误差带来的零偏误差, 而阻尼失衡是零偏重复性误差的重要因素, 如公式(3.33)所示。

在第五章的测试分析中可得, 研制的高温陀螺仪的角度随机游走系数可以达到  $0.005\text{deg}/\sqrt{h}$ , 在本章第一部分的分析中可知, 角度随机游走系数影响了对准的时间, 其影响对准精度的量级远远小于目标值, 在本节的分析中可以忽略; 通过高 Q 值的设计, 降低驱动的能量, 从而降低控制误差, 这也是陀螺仪的设计保障; 由阻尼不匹配带来的零偏常值, 是唯一需要辨识的漂移误差, 在第三章分析中, 可知该误差是和哥氏力同相位的, 无法通过解调的方式分离, 且由于时间或者温度带了谐振子的阻尼失衡误差的改变, 故而, 其也是陀螺仪重复性误差的主要源头。

下文中充分利用 Type II 型谐振陀螺仪的全对称结构以及高的品质因子特性, 通过构建观测器的方式, 在陀螺仪控制电路内部增加一套 “Gyro Compass Index” 算法, 称之为 “Index In Loop”, 实现漂移误差从角速率中分离, 从而提升 GMD 的方位测量精度。

#### 4.5.1 自校准的基本原理

在第一章中介绍了哥氏振动陀螺仪的分类, 理想的 Type II 型陀螺仪是指完全对称的敏感结构设计, 驱动模态和测量模态具有完全一致的模态频率和阻尼, 在第二章与三章给出了 CVG 固态陀螺仪的工作原理和控制策略详细的设计方案, 本节沿用图 2.2 和图 3.7 的原理与方案。

为了分析方便, 将第三章中陀螺仪控制框图简化为图 4.23, 在分析中, 设置两个状态观测器  $E_1$  与  $E_2$ , 分别是波腹控制器的输出值与波节控制器的输出值,

为了方便介绍校准原理，在该控制框图中，忽略了 PLL 与正交耦合闭环控制回路。

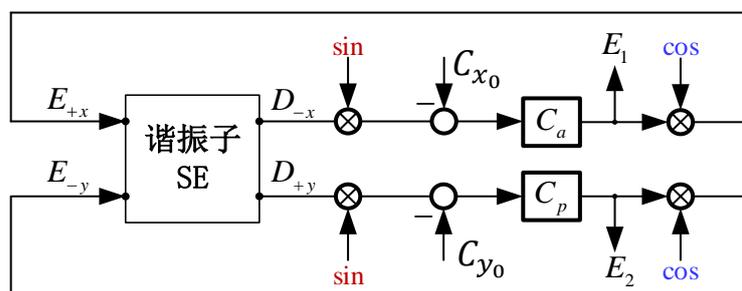


图 4.23 陀螺仪驱动与检测控制回路简化框图（模式 1）

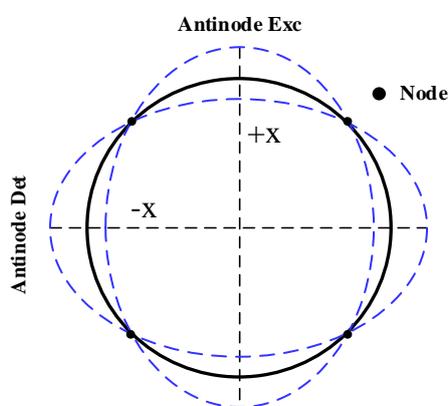


图 4.24 谐振子工作模式 1 振型示意图

图 4.24 中， $D_{-x}$  是指主模态的检测端，代表图 2.2 中的主模态的波腹检测电极  $2A/2B$ ， $E_{+x}$  是指主模态的驱动端，代表主模态的波腹驱动电极  $1A/1B$ ； $D_{+y}$  是指次模态的检测端，代表主模态中的波节检测电极  $4A/4B$ ， $E_{-y}$  是指次模态的驱动端，代表主模态中的波节驱动电极  $3A/3B$ ； $C_a$  是指波腹轴的闭环控制器， $C_{x_0}$  是设定的波腹振动幅度； $C_p$  是指波节轴的闭环控制器， $C_{y_0}$  是设定的波节振动幅度，在深度闭环负反馈模式下通常设置  $C_{y_0} = 0$ 。

在工作模式 1，X 轴是波腹轴，Y 是波节轴，谐振子的工作模式示意图如图 4.24 所示，此时的波腹轴控制器输出为：

$$E_1 = G_1 * C_{x_0} \quad \dots(4.51)$$

波节控制器的输出为：

$$E_2 = G_2 * C_{x_0} (\Omega - B) \quad \dots(4.52)$$

其中，

$$G_1 = g_{D_{-x}} \cdot g_{E_{+x}} \quad \dots(4.53)$$

$$G_2 = g_{D_{+y}} \cdot g_{E_{-y}} \quad \dots(4.54)$$

$g_{D_{-x}}$  与  $g_{E_{+x}}$  为工作模式 1 下的波腹轴的测量增益系数与反馈增益系数，同样  $g_{D_{+y}}$  与  $g_{E_{-y}}$  为工作模式 1 下的波节轴的测量增益系数与反馈增益系数，测量增益通常是指将外部输入的哥氏力转换为电容变化（如石英半球式谐振子、MEMS 谐振子）或者电荷变化（采用压电陶瓷的谐振子如金属 CVG、Quapason™ 等）的比例系数，反馈增益系数，通常是指将电压输出转换为反馈力（力矩）的比例系数，如采用压电陶瓷的逆压电效应、或采用电容式的静电力反馈等。 $B$  是陀螺仪的零偏。

切换 X/Y 轴，使陀螺仪工作在状态 2，陀螺仪的控制框图变为图 4.25：

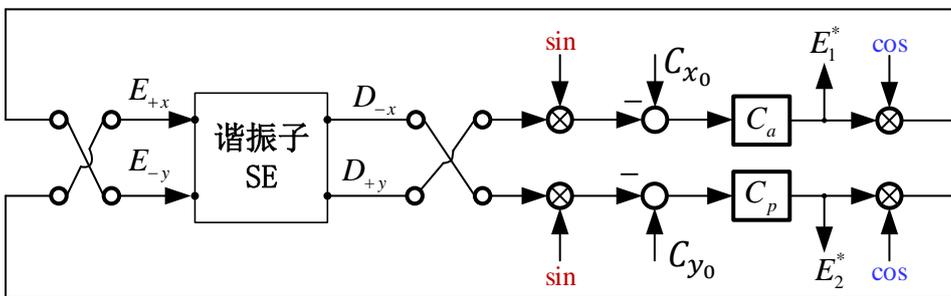


图 4.25 陀螺仪切换模式后的控制框图

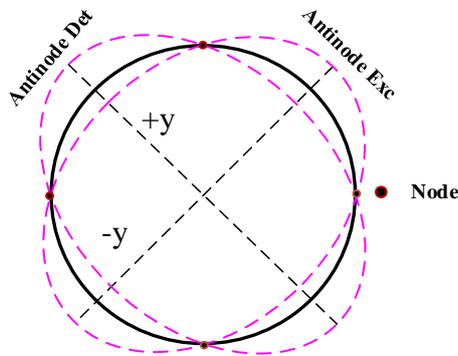


图 4.26 谐振子工作模式 2 振型示意图

此时，波腹轴沿 Y 轴方向，波节轴沿着 X 方向，如图 4. 26 所示，工作模式 2 的波腹轴控制器输出为：

$$E_1^* = G_2 * C_{x_0} \quad \dots(4.55)$$

工作模式 2 波节控制器的输出为：

$$E_2^* = -G_1 * C_{x_0} (\Omega + B) \quad \dots(4.56)$$

式(4.52)与式(4.56)构成了陀螺仪零偏自校准、自标定的基本关系式。

可知，当陀螺仪工作在互成 45 度角的两个平衡位置时，并假设在两个位置状态切换时间很短，且陀螺仪的实际输入角速率保持不变，假设半球谐振子的波腹轴与波节轴的检测与驱动的电极材料完全一致，即  $G_1 = G_2 = G$ ，则由式(4.52)与式(4.56)可求得零偏：

$$B = \left( \frac{E_2 + E_2^*}{2} \right) \times SF \quad \dots(4.57)$$

求得输入角速率值：

$$\Omega = \left( \frac{E_2 - E_2^*}{2} \right) \times SF \quad \dots(4.58)$$

上式中，SF 是指陀螺仪的标度因子， $SF \propto G \cdot C_{x_0}$ 。式(4.57)与式(4.58)构成了陀螺仪自校准原理的基本关系式。

#### 4.5.2 自校准的建模与实现

上节介绍了 CVG 固态陀螺仪零偏自校准的基本方法与原理，为了保证陀螺仪在自校准过程中的正常工作，尤其是避免在状态切换中谐振子能量的损耗，采用驻波进动的方式更为有效和可靠，本节结合 GMD 的工作流程，将全角自由进动模式与力平衡模式进行结合，通过波腹轴的进动实现两种状态的切换，根据第三章介绍的陀螺仪的控制策略，全角模式与深度负反馈速率模式的最大区别是后者通过反馈深度负反馈技术抑制自由进动，如图 4. 27 所示，实质上，波腹控制与波节控制是一致的，唯一的区别是波腹轴设置固定幅度，波节轴设置 0 幅度；正是基于此考虑，通过给定的已知激励信号，使得驻波的波腹轴与波节轴按照设

定的角速率自由进动，设置控制策略如图 4.27 所示：

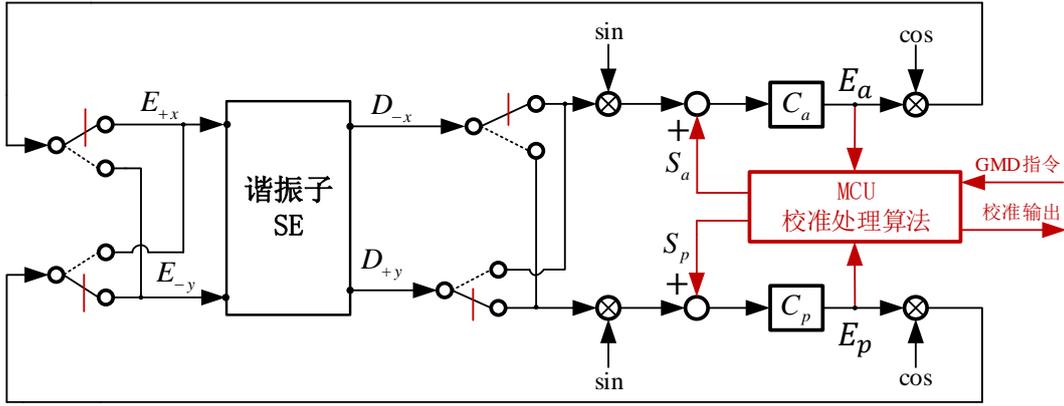


图 4.27 GMD 陀螺仪自校准与自标定控制框图

图 4.27 中，校准算法控制处理器模块产生简谐激励信号分别为：

$$S_a = G_A \cos \theta \quad \dots(4.59)$$

$$S_p = G_A \sin \theta \quad \dots(4.60)$$

其中， $\theta=2\lambda$ ， $\lambda$  是波腹轴相对初始位置的进动角度。

哥氏力与输入角速率成比例关系，故而设置进动角度按照一定的时间间隔  $T$  变化，对  $\theta$  微分，得到等效角速率为：

$$\dot{\theta}=\Omega_c \quad \dots(4.61)$$

此时，波腹轴与波节轴将自由进动，作用在控制器  $C_a$ 、 $C_p$  的信号是波腹轴与波节轴输出信号的合成，由此得到观测器  $E_a$  与  $E_p$  输出分别为：

$$E_a = G_1 G_A \left( \cos \theta - 2 \sin \theta \left( \kappa \hat{\Omega} + \Omega_c + b \sin 2(\theta - \theta_\tau) \right) \right) \quad \dots(4.62)$$

$$E_p = G_2 G_A \left( \sin(\pi - \theta) - 2 \cos(\pi - \theta) \left( \kappa \hat{\Omega} + \Omega_c + b \sin 2(\theta - \theta_\tau) \right) \right) \quad \dots(4.63)$$

式(4.62)与式(4.63)中，观测器  $E_a$ 、 $E_p$  采集的信号都包含了四个部分，分别是：维持波腹轴振动幅度的力、输入角速率引起的哥氏力、外部给定激励产生的进动哥氏力、阻尼失衡引起的简谐力，通过已知给定的激励，改变谐振子波腹轴位置，从而增加与阻尼失衡相关的常值漂移可观测性，实现常值漂移的估计。

根据式(4.62)与式(4.63)，将该校准过程分为三个物理过程，如图 4.28 所示，通过处理器的控制时序实现：

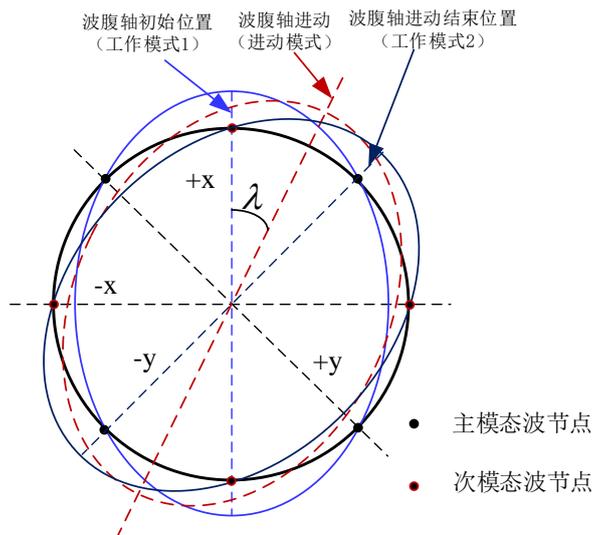


图 4.28 陀螺仪自校准过程示意图

1) 初始位置（工作模式 1）

陀螺仪处于工作模式 1，此时的波腹轴为 X，波节轴为 Y，式(4.62)与(4.63)中的  $\theta=0^\circ$ ，此时的波腹轴驱动电极：1A、1B，测量电极 2A、2B，波节轴的驱动电极：3A、3B，测量电极 4A、4B，并结合第三章的控制系统设计与计算方法，采集并存储观测器  $E_a$  与  $E_p$  的输出分别为式：

$$E_a^1 = G_1 G_A \quad \dots(4.64)$$

$$E_p^1 = 2G_2 G_A (\kappa \hat{\Omega} - b \sin 2\theta_\tau) \quad \dots(4.65)$$

2) 进动过程

发出指令，实现陀螺仪的波腹轴与波节轴按照固定进动角速率进动，此时的驱动轴与测量轴的稳态输出为式(4.62)与式(4.63)所示，当接近  $\theta=45^\circ$  时，为了保证锁相环的信号强度与稳定性，通过程序指令，切换 PLL 与正交耦合控制，然后继续进动直到  $\theta=90^\circ$

3) 结束位置（工作模式 2）

在位置  $\theta=90^\circ$  时，停止进动，陀螺正常工作在位置 2，此时的波腹轴为 Y，波节轴为 X，波腹轴驱动电极：3A、3B，测量电极 4A、4B，波节轴的驱动电极：1A、1B，测量电极 2A、2B，陀螺仪稳态输出如式(4.66)与式(4.67)所示，采集并存储观测器  $E_a$  与  $E_p$  的输出分别为式：

$$E_a^2 = -2G_1G_A(\kappa\hat{\Omega} + b\sin 2\theta_\tau) \quad \dots(4.66)$$

$$E_p^2 = G_2G_A \quad \dots(4.67)$$

同样，设定 $G_1$ 与 $G_2$ 可准确测得，同样为简单起见， $G_1 = G_2 = G$ ，则由公式(4.65)与(4.66)可估计校准后的陀螺仪输入角速率与零偏，原理与公式(4.52)与(4.56)类似。

上述分析了理想情况下，输入角速率与零偏的估计方法，实际上由于谐振子的非理想因素，尤其是波腹与波节的驱动和检测电极的材料等特性的差异性，在高温与振动的恶劣环境下，长时间的应力释放与温度影响，导致两个测量模式下的增益系数随时间与温度变化，从而使得标度因子存在误差，根据 IEEE 标准<sup>[57]</sup><sup>[95]</sup>的定义，标度因子是指在给定的不同输入角速率（对于全角模式输入是角度）对应于不同陀螺仪的输出值（模拟量、数字量、频率量等），输出值与输入值的比值（或者拟合值）称之为标度因子。标度因子的计算通常方法是通过外部输入给定信号如转台给定的角速率值去标定与计算的。一般是采用离线的方式，也就是在陀螺仪使用之前，通过模拟给定输入激励或者半实物仿真，实现标定与校准的。对于速率陀螺仪来说，给定的模拟输入激励包含：转台激发实现的精确的角速率、温度、角速率的变化（也称之为角加速度），去标定与计算标度因子常值、线性度、稳定性、重复性、与温度相关的温度特性、带宽等关键指标，完成标定后，一般进行离线补偿算法，并通过程序输入从而固化了相关的核心参数。可以说，一旦出厂之后，相关的参数指标是固化的，不能改变。标度因子的精度或者稳定性直接决定了陀螺仪的精度，在实际应用中，往往由于陀螺敏感单元的应力释放、老化、环境的因素，使得出厂之前做的离线模型失效或者精度损失，即标度因子的重复性误差问题。

因此，如果开发一种在使用过程中（称之为在线 in-line），能够模拟地面的离线环境，实现标度因子的实时的标定与校准，是 GMD 校准算法研究的又一个重点。借鉴文献<sup>[145-146]</sup>报道方法，不同于 GMD 零偏校准方法，标度因子校准方法不需要切换波腹、波节轴，通过观测给定频率点的激励信号的响应，从而辨识前向通道增益（主要包含了敏感单元的驱动增益与测量增益），因此，通过图 4.27

搭建的架构亦可以实现标度因子的实时测量与校准。本论文直接引用该方法，不再赘述。

由于布莱恩因只与谐振子的结构形式有关，是稳定值，在分析中可设置为1，定义工作模式1与工作模式2的标度因子分别为 $SF_{p1}$ 与 $SF_{p2}$ 根据式(4.68)与式(4.69)可得输入角速率与零偏误差的估计，

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{2} (E_p^1 * SF_{p1} - E_a^2 * SF_{p2}) \quad \dots(4.68)$$

$$\hat{B} = -\frac{1}{2} (E_p^1 * SF_{p1} + E_a^2 * SF_{p2}) \quad \dots(4.69)$$

式(4.68)与式(4.69)中， $SF_{p1}$ 与 $SF_{p2}$ 分别是第一位置与第二位置的标度因子，其值可以分解为：

$$SF_{p1} = SF_{p10} + \Delta SF_{p1} + \delta SF_{p1} \quad \dots(4.70)$$

$$SF_{p2} = SF_{p20} + \Delta SF_{p2} + \delta SF_{p2} \quad \dots(4.71)$$

式(4.70)与式(4.71)中， $SF_{p10}$ 与 $SF_{p20}$ 是设计值指标，其值已知； $\Delta SF_{p1}$ 与 $\Delta SF_{p2}$ 是可以利用标度因子自校准手段辨识的误差值； $\delta SF_{p1}$ 与 $\delta SF_{p2}$ 是校准后的残差值。

设定残差值与设计值的关系式为：

$$\delta SF_{p1} \approx \delta SF_{p2} \approx \varepsilon SF_{p10} \approx \varepsilon SF_{p20} \quad \dots(4.72)$$

式(4.72)中， $\varepsilon$ 为标度因子残差的相对误差值，实际测试值 $\varepsilon = 1000 \text{ ppm}$ ，则可以得到通过零偏自校准方法的输入角速率估计误差为：

$$\delta \hat{\Omega} = \frac{\varepsilon}{2} SF_{p10} (E_p^1 - E_a^2) \quad \dots(4.73)$$

对于MWD停钻状态，由于陀螺仪的固定输入是地速分量，如在实验室的纬度是 $40^\circ$ ，地速分量约为 $12^\circ/\text{h}$ ，最终的自校准精度约是：

$$\delta \hat{\Omega} = \frac{\varepsilon}{2} SF_{p10} (E_p^1 - E_a^2) \approx 1000 \times 10^{-6} * 12 \text{ deg/h} = 1.2 \times 10^{-2} \text{ deg/h} \quad \dots(4.74)$$

根据式(4.24)，最终的方位对准精度约为 $0.06^\circ$ ，远优于设计目标值 $1^\circ$ 的指标。

至此，分析了陀螺仪的零偏自校准的基本原理，结合其在GMD中的应用，图4.29给出了相关的设计时序和操作流程：

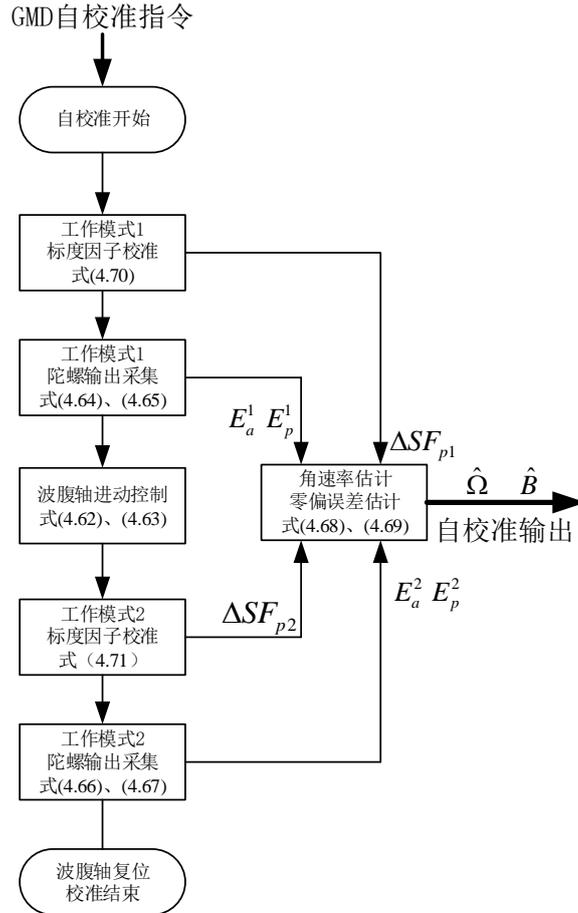


图 4.29 GMD 陀螺仪自校准工作流程

图 4.29 中，在静基座下，通过标度因子自校准与零偏自校准的结合，分别校准了三个陀螺的常值零偏，由于 GMD 工作在微小扰动或者完全静止的工作环境下，在包含水平段任何井斜角，都可以通过零偏自校准的方法估计陀螺仪的常值零偏与输入角速率，在 GMD 设计中，微处理器中设置相关的指令，实现在任何位置的零偏校准，并与转位机构的零偏校准方案构成互补设计。

#### 4.6 本章小结

本章首先分析了 GMD 方位测量精度的误差机理模型，方位精度主要是取决于等效东向陀螺仪的精度，水平姿态精度取决于水平加速度计的精度，而对于高温、强振动的 GMD 应用场景，陀螺仪零偏的重复性误差是系统方位精度的主要制约因素，通过双位置解析对准的设计，实现了小倾角下方位测量精度的能力，但是存在大井斜角下的方位误差问题，为此，提出了卡尔曼双位置对准，构建速

度观测与角速率观测模型，通过最优估计与序贯处理算法，最终实现了在约 $70^\circ$ 井斜角下，方位测量的精度优于 $1^\circ$ ，为彻底解决东西方向水平井的方位测量精度的问题，在现有控制架构基础上，提出了零偏自校准的方法，并结合标度因子自校准的手段，给出了 GMD 常值漂移自校准的方法，并给出了精度分析，为全井斜角下的方位测量系统研制奠定了理论基础。



## 第5章 GMD 系统级设计及相关试验

前面的章节分析了高温陀螺仪的误差机理,并给出了陀螺仪控制系统设计及实现方法,为了提升大井斜角下的方位测量精度,提出了基于双位置卡尔曼最优估计的对准方法以及陀螺仪的自标定、自校准技术。

本章分析上述系统的软硬件实现方法,包含带有转位机构 GMD 硬件设计,嵌入式设计与软件架构设计;研究高温谐振子关键工艺设计,分析 Warm-up 的机理并研究了相应的补偿算法,研究了多参数变量的温度补偿方式,并开展了常温以及高温环境的相关试验与验证。

### 5.1 GMD 总体方案设计

#### 5.1.1 系统组成

GMD 系统的硬件部分包含了:骨架与抗压管、惯性仪表、陀螺控制与校准电路、转位机构及控制装置、采集与处理电路、状态监测电路等,其中惯性仪表包含了高温陀螺仪和高温加速度计,分别采用正交安装(或者非正交,需要标定初始安装角与相对应的转换坐标系)的方式,通过捷联的方式固联到 GMD 的骨架结构内部,其中,高温加速度计可选择高温石英挠性加速度计和高温 MEMS 加速度计两种方案。

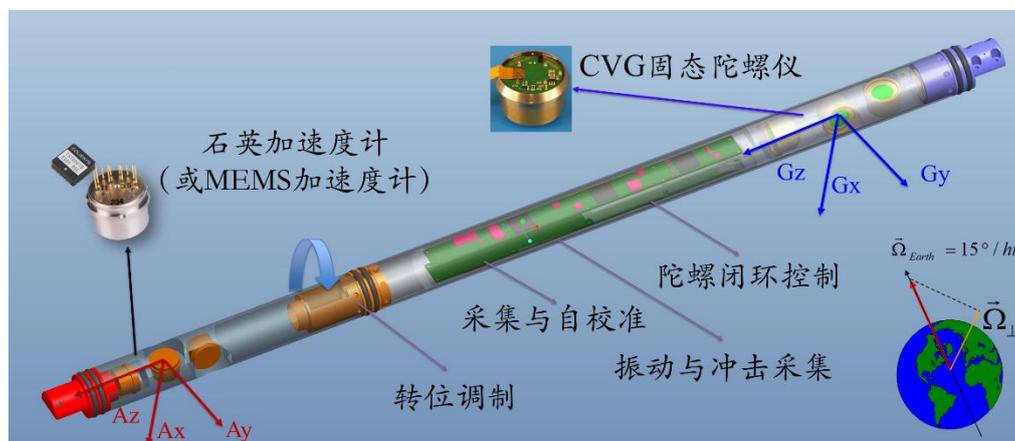


图 5.1 GMD 系统级组成示意图

GMD 选用的石英挠性加速度计基本规格参数如表 5.1 所示:

表 5.1 高温石英挠性加速度计主要规格参数

参数描述	规格指标
测量量程	$\pm 20g$
测量带宽	100Hz @ -3dB
标度因子	2mA/g
噪声基底	$2\mu g/\sqrt{Hz}$ @ DC~100Hz
工作温度	175°C、125°C (两种规格)

作为高温加速度计的备选方案, 高温 MEMS 加速度计由于其体积小、功耗低、抗冲击等特性, 非常适合在对于冲击和振动量级比较大的场合以及对精度要求不高的环境下使用, 和石英挠性加速度计相比, 其部件少、鲁棒性强, 因此可以和 CVG 固态陀螺仪组合构成全固态的捷联系统, 选用赛峰 Colibrys 的高温 MEMS 加速度计 TS1010B, 其规格书<sup>[82]</sup>如表 5.2。

表 5.2 高温 MEMS 加速度计主要规格参数

参数描述	规格指标
测量量程	$\pm 10g$
零偏重复性	3mg (全温度域)
测量带宽	100Hz@-3dB
标度因子重复性	1000ppm (全温度域)
噪声基底	$34\mu g/\sqrt{Hz}$ @ DC~100Hz
工作温度	175°C (短时间)、150°C (长时间)

研制的高温陀螺仪分为小量程与大量程两种规格, 作为第一个研发阶段, 主要是实现停钻寻北的基本测量模式, 第四章的机理分析可知, 当采用转位机构消除常值漂移误差时, 初始对准方位测量时间与精度取决于角度随机游走系数与零偏不稳定性, 为了提高测量灵敏度, 设计的量程与带宽较低; 在第二个研发阶段, 实现连续陀螺仪测量模式, 要求在较高的动态下, 完成井轨迹的连续测量, 此时, 要求陀螺仪保证高分辨率的基础上, 增大量程与带宽, 本文研究处于第一阶段,

但是两种方案下的陀螺仪敏感单元是一致的，相关参数如表 5.3 所示：

表 5.3 高温 CVG 固态陀螺仪主要规格参数

参数描述	方位测量陀螺仪	连续测量陀螺仪
测量量程	$\pm 20\text{deg/s}$	$\pm 150\text{deg/s}$
测量带宽	$25\text{Hz}@-3\text{dB}$	$200\text{Hz}@-3\text{dB}$
角度随机游走	$0.005\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$	$0.01\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$
零偏重复性	$2\text{deg/h}$	$2\text{deg/h}$
零偏不稳定性	$0.02\text{deg/h}@10\text{s}$ ,	$0.1\text{deg/h}@10\text{s}$
工作温度	$150^\circ\text{C}$ 、 $125^\circ\text{C}$	$150^\circ\text{C}$ 、 $125^\circ\text{C}$

研发过程中设置了两种规格的工作温度， $125^\circ\text{C}$ 主要是用于套管井开窗（kick off）时的方位测量，由于定向钻进在开窗阶段往往深度较浅，故而一般不高于  $125^\circ\text{C}$ ，此外，在海洋平台的定向井，很多应用场合的温度不高于  $125^\circ\text{C}$ ； $150^\circ\text{C}$ 的研发是瞄准深层导向钻井应用，可以承受更高的温度与更为恶劣的环境。

### 5.1.2 高温陀螺仪敏感单元与减振器设计

敏感单元作为 CVG 固态陀螺仪的核心部件，其高温环境下的稳定性与环境适应性是实现高温陀螺仪的关键，对于高品质因子合金材料谐振子以及支撑基座而言，需具有非常好的高温特性，此外，由于表头内部的几个核心部件之间通过焊接或者胶接的方式固联，综合优化不同材料之前的高温特性，是高温陀螺表头研发重点考虑的因素，图 5.2 给出了谐振子内部的关键工艺点示意图。

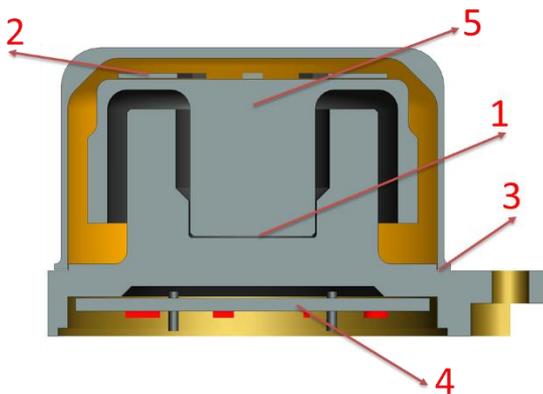


图 5.2 高温陀螺敏感单元关键工艺示意图

表 5.4 是这些关键工艺点说明，通过优选高温胶或者高温焊料等工艺参数，保证谐振子的各个部件以及它们组成的表头能够在高温环境下正常工作，并通过配合高温电路与校准算法，保证系统的性能。

表 5.4 高温表头关键工艺点互联的部件描述

编号	互相固联的部件描述
1	谐振子与支撑基座
2	压电陶瓷与谐振子
3	外壳与基座的焊接密封
4	高温陶瓷基板与电路
5	耐高温谐振子

下面介绍高温减振阻尼器设计与测试验证。第三章中的公式(3.80)得出，由于谐振子的质量不平衡会导致能量的泄露，一方面使得维持谐振子能量的振幅增大，带来了控制误差，另一方面，使得外部的振动干扰会影响谐振子的正常工作，从而带来了振动整流误差。第三章提出了动平衡和减振设计是消除或者减小质量不平衡能量泄露的主要途径，本节重点介绍 GMD 的高温减振器，验证了减振器在常温和高温环境下的动态特性。

由于暂时没有高温振动台测试环境，试验中将带减振器的陀螺表头单元分别在常温与 150°C 高温箱中保温一小时，采用电激励的方式，对谐振子的模态进行了测试与分析。动态信号分析仪输入特定的幅值与频率的激励信号给谐振子的波腹或者波节驱动端，实时采集波腹或者波节的检测端，分别完成常温与高温测试，实测模态响应曲线如图 5.3 所示，可以看出谐振子的动态特性在常温与高温环境下完全一致。

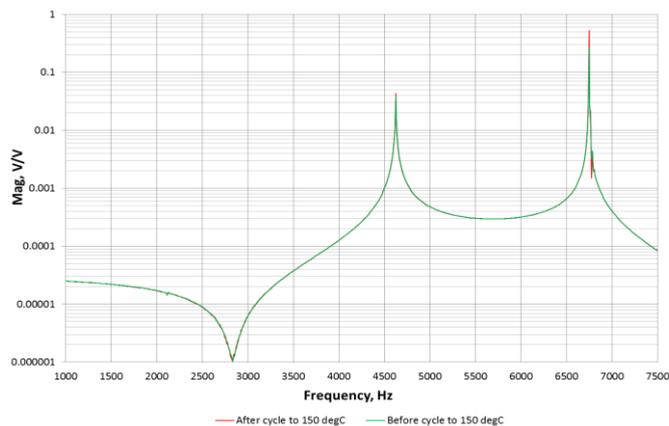


图 5.3 不同温度下的电激励响应曲线

最终设计的带有高温减振器的三轴陀螺仪在 GMD 骨架中的安装方案示意图如图 5.4 所示，采用三轴独立可拆卸设计，综合考虑了散热性设计、振动特性与方便测试与维修性。

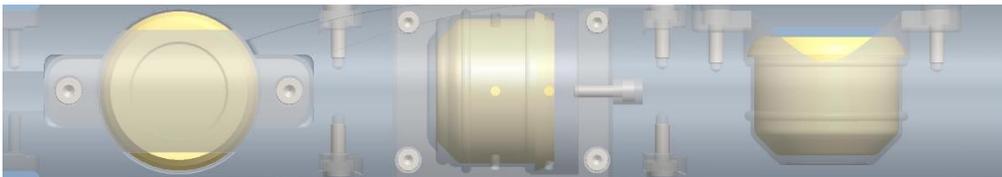


图 5.4 三轴陀螺仪敏感单元的安装示意图

### 5.1.3 核心硬件电路与 QC 设计

GMD 的系统电路架构如图 5.5 所示，主要包含了传感器组合单元与多路采集嵌入式系统单元。传感器组合主要构成如图 5.1 所示，多路采集及嵌入式单元包含了抗混叠滤波器、多路 ADC 采集、以及微处理器等，基于 ARM 内核的处理器实现对 ADC 采集的参数配置与通信接口等，外置的高精度 ADC 实现惯性仪表的数据采集，内置的 12bitsADC 实现陀螺仪内部的关键状态信号、振动监测 MEMS 传感器信号、温度信号的采集，在 ARM 核处理器中实现全参量温度补偿、自校准与自标定算法、初始对准算法以及下一步的连续随钻测量算法等。

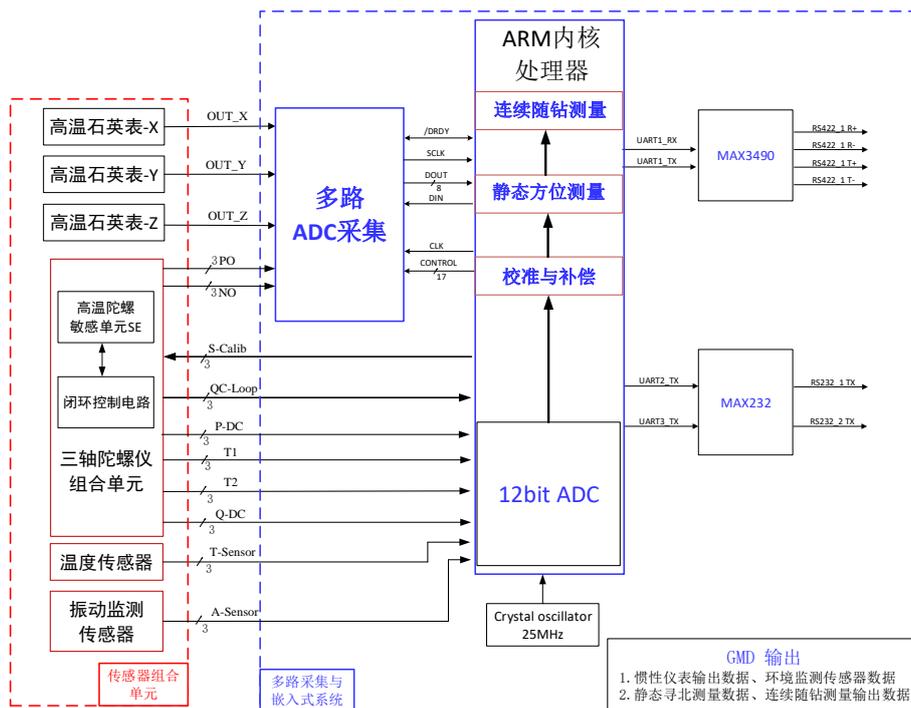


图 5.5 GMD 系统电路架构

图 5.6 给出了 GMD 部分电路与模块实物图，包含了其中的一轴常温陀螺仪样机、陀螺仪控制电路模块、多路采集与嵌入式系统模块、电源模块四个部分，“四路”闭环控制构成了一块 PCB 版图，实现陀螺仪的正常工作，另外一块 PCB 主要是由信号采集、温度补偿与自校准功能模块组成，自校准功能模块是由状态采集电路与数字激励电路（图 5.5 的 S-Calib 信号源）组成的，温度补偿与校准电路包含了多参变量采集以及内部嵌入式软件系统，自校准模块与温度补偿模块由统一的处理器控制，该处理器与外部通信通过串行通信 RS422 接收来自 GMD 系统处理器的指令。

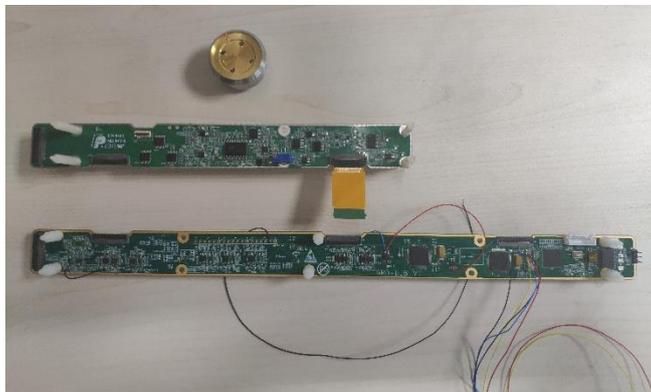


图 5.6 GMD 高温陀螺仪电路实物图

振动状态监测 MEMS 加速度传感器主要是用于对 GMD 使用过程中的大冲击及强振动实时采集，是 GMD 的质量控制 (QC) 设计的一部分，在图 5.4 设计的阻尼减振器虽然能够衰减大部分振动干扰，但在实际应用过程中，尤其是在随钻测量场合，GMD 工具会承受较大的冲击，导致惯性仪表尤其是陀螺仪的输出误差较大，对冲击的实时采集，可以作为惯性仪表输出的有效性的判读，采集滤波电路如图 5.7 所示：

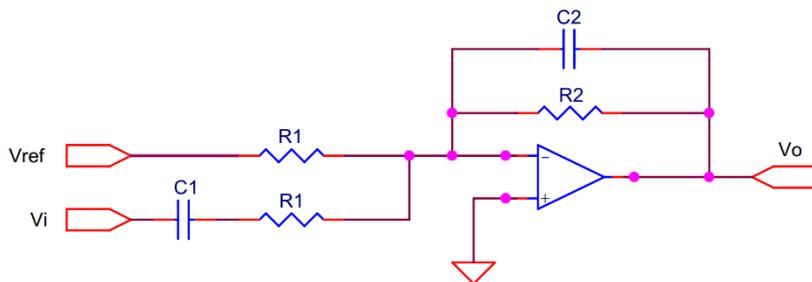


图 5.7 振动监测传感器滤波采集电路

图 5.7 的传递函数计算为：

$$V_o = -\frac{1}{1+S \cdot R_2 C_2} V_{ref} - \frac{S \cdot R_2 C_1}{(1+S \cdot R_2 C_2) \cdot (1+S \cdot R_1 C_1)} V_i \quad \dots(5.1)$$

式(5.1)中， $S$ 是拉普拉斯算子， $V_{ref}$ 是参考电平的输入，主要是为了调整传感器的电平，满足 ADC 采集要求， $V_i$ 是 MEMS 传感器的输出信号， $V_o$ 是滤波器输出信号也是 ADC 的输入信号。代入滤波器各个阻容参数，仿真得到其频率特性曲线如图 5.8 所示。

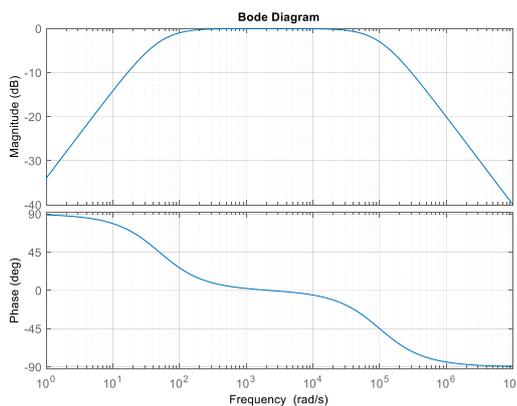


图 5.8 振动监测采集滤波器幅频响应曲线

设计振动监测滤波器是一个带通电路，-3dB 的截止频率分别是 8Hz 和 15KHz，由于 GMD 正常时，工作频带是低频并接近直流，因此振动监测频带不敏感 8Hz

以下的信号；陀螺仪的自振频率接近 8KHz，石英挠性加速度计的带宽为 100Hz，设置了高频段的截止频率 15KHz，在 GMD 工作过程中，由于可能承受的冲击量级很大，并且采集的频率范围很宽，因此选用开环式硅基 MEMS 或者压电式加速度计，兼顾大量程与大带宽。

质量控制（QC）设计，QC 设计主要是保证陀螺仪及 GMD 系统能够正常的工作，通过嵌入式软件及算法设计，设置 GMD 的失效工作模式，给出数据有效性判读。GMD 的 QC 设计包含了功能和性能两个方面，在第四章，根据静基座对准的特性，引入了寻北模式下的速度与角速率的约束，并通过卡尔曼最优估计判断采集数据的有效性，实际上是一种系统级性能保障的 QC 设计；作为 GMD 的核心部件，陀螺仪需要在高温和振动等恶劣环境下工作，本身能否正常工作是系统 QC 的另外一个方向，根据陀螺仪的失效模式分析，通过对四路闭环系统的 PI 控制器观测，当任何一路闭环系统输出出现饱和时，即达到了放大器或者数字量满输出时，此时的陀螺仪必然出现功能性问题，此外，实时观测波腹的振动幅度、波节轴的正交耦合幅度以及谐振子的温度，在高温与振动环境下谐振子的质量不平衡引起的漂移误差都可以通过这些观测量实现建模与补偿，如图 5.5 给出的 QC-Loop 信号流，图 5.9 给出了高温陀螺仪系统的 QC 设计框图。

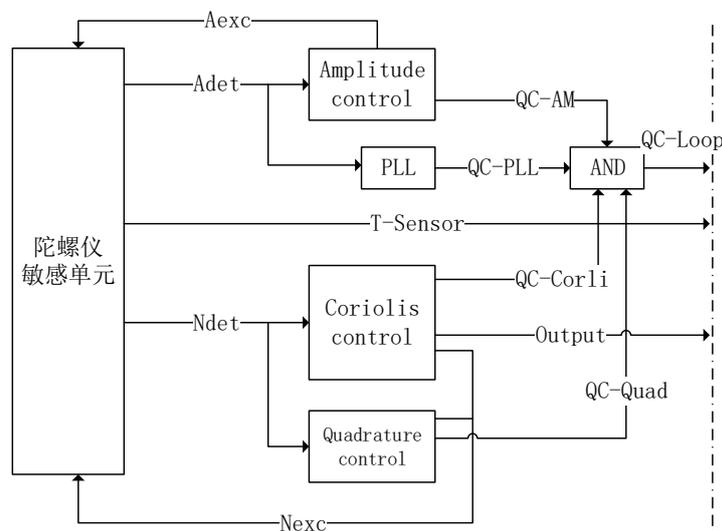


图 5.9 高温陀螺仪 QC 设计框图

最终，完成 GMD 系统级设计如图 5.10 所示。

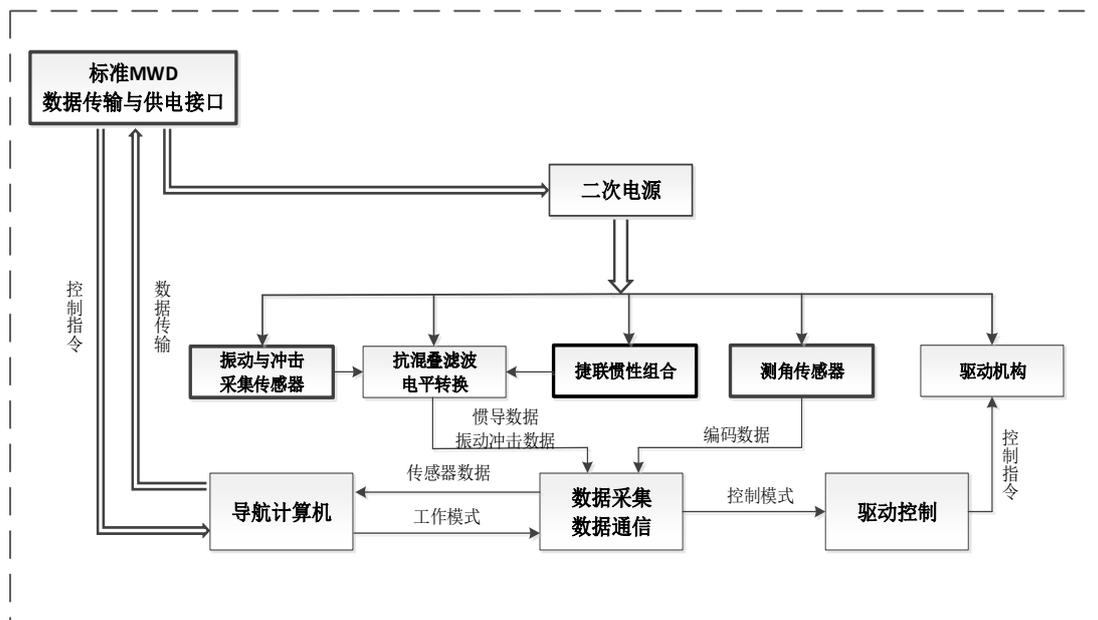


图 5.10 GMD 系统框图

## 5.2 GMD 高温陀螺仪测试与分析

GMD 高温陀螺仪主要由敏感单元（表头）和处理电路组成，前面章节分析了陀螺仪的误差机理，陀螺仪的误差源可以概括为：

- 1) 谐振子加工误差或者材料的非各项同性带来的误差，包含了质量和刚度分布不均匀引起的频率裂解、质量不平衡引起的阻尼失调等；
- 2) 装配误差及应力带来的误差，包含了压电陶瓷的对准误差、谐振子的安装对中误差，以及装配过程中采用胶接或者焊接带来的核心部件应力缓慢释放等；
- 3) 电子线路以及控制系统误差，包含了相位测量误差、放大器的增益误差等。

上述误差源导致了陀螺仪的零偏漂移误差、标度因子误差以及在振动和高低温环境下的漂移误差等。对陀螺仪的测试与评价就是通过静态测试与外部多物理量参数激励等方式，去评估与评价陀螺仪的误差，分析其机理与模型，从而指导 GMD 系统的设计。

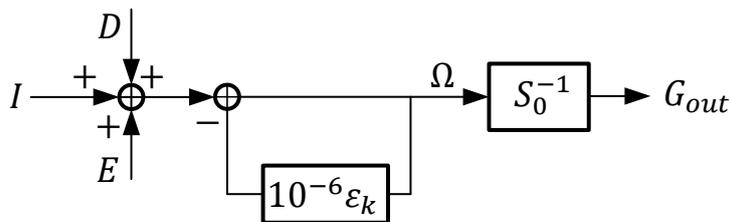


图 5.11 陀螺仪的误差模型

图 5.11 描述了陀螺仪的基本误差模型， $I$ 是指输入角速率信号也包含了交叉耦合项， $D$ 代表的是静态误差模型，主要是指陀螺仪的漂移误差通常用 Allan 方差去评价， $E$ 是综合环境误差，如常规的温度、振动、冲击误差，以及特定应用场合如磁场干扰、深空电离辐射等环境下的误差， $\epsilon_k$ 表示标度因子误差（通常设置量纲为 ppm），是动态误差模型的主要组成部分，包含了非线性度误差、对称性误差等， $S_0$ 是包含了误差的标度因子， $G_{out}$ 是指陀螺仪的输出，可以是模拟量或者是数字量。实际上在误差建模中，没有非常严格的界限，通常是将静态误差、动态误差和综合环境误差中可建模的部分设定为确定性误差，将模型外的残差部分，统一归结到随机误差模型中，因此，相关误差模型的稳定性与重复性指标，是衡量陀螺仪精度水平的重要指标，直接决定了误差模型的准确性与建模残差的大小，而经常被提到的陀螺仪的“精度”也是一个综合概念，在工程实际中，陀螺仪的精度通常使用零偏和标度因子的一次上电的稳定性与逐次上电的重复性来描述。

零偏一次上电稳定性也称之为运行中的零偏稳定性（In run Bias Stability），其综合计算公式如式(5.2)所示，

$$\sigma_{in-run} = \sqrt{\sigma_B^2 + \sigma_T^2 + \sigma_V^2} \quad \dots(5.2)$$

式(5.2)中， $\sigma_B$ 通常用 Allan 方差值计算，实际上对于任何一个高斯分布的随机变量，测量精度与取样时长 $1/\sqrt{n}$ 成比例，也就是取样平滑时间越长，测量精度也就越高，但由于陀螺仪的输出存在非高斯项的限制，以及取样平滑时长受制于系统的动态响应时间，需要在二者中进行折中，取样时长与陀螺仪的精度极限研究在第二章的 Allan 方差分析中做了详细介绍。

$\sigma_T$ 是代表温度引起的漂移经建模补偿后的残差值，通常采用多阶拟合的方式，

对之进行建模,受制于温度传感器的放置位置以及谐振子本身的随温度非线性特征,温度场的建模存在迟滞效应等带来的残差问题,在实际应用中,还可能对温度场的变化梯度进行建模以及前述 QC 设置中的综合变量建模,去降低温度带来的迟滞残差问题。

$\sigma_v$ 代表振动或者加速度带来的误差,前面描述了谐振子质量不平衡带来了谐振子与外部能量的交换,是振动带来的误差来源,对于这一项误差,一般比较难建模补偿,尤其是在 GMD 随钻测量应用场合下,振动误差是运行中的零偏稳定性重要的误差源,从两个方向去解决其带来的影响,一方面,通过谐振子的静平衡与动平衡,降低质量不平衡带来的能量泄露,另一方面,通过 QC 设计,实时监测振动传感器的输出,从而判读陀螺仪采集数据的有效性。

零偏逐次上电重复性误差 (Run to Run Bias Stability),是表征惯性仪表零偏的综合误差,也是综合精度能力的体现,其表达式如式(5.3)示,

$$\sigma_{r2r} = \sqrt{\sigma_{in-run}^2 + \sigma_{turn-on}^2 + \sigma_{shock}^2 + \sigma_{aging}^2} \quad \dots(5.3)$$

式(5.3)中,代表陀螺仪综合精度的重复性误差 $\sigma_{r2r}$ 既包含了运行中的零偏误差 $\sigma_{in-run}$ ,也包含了逐次启动的重复性误差 $\sigma_{turn-on}$ ,此外,根据任务剖面的不同,还包含了如冲击误差 $\sigma_{shock}$ ,振动、冲击以及温度带来的老化误差 $\sigma_{aging}$ 等。

运行中的零偏稳定性与逐次启动的重复性是衡量惯性仪表精度的最要指标,也是设计系统融合算法如卡尔曼最优估计的基础模型。当然对于惯性仪表的另外一项重要指标—标度因子,其分析与评价方法与上述对零偏的分析类似,这里不再展开。

### 5.2.1 随机误差建模与算法补偿

引起惯性仪表的误差因素中,许多是随机的,也有一些是机理上不明确,可以使用数理统计或者模型辨识理论建立随机误差的数学表达式,通常将无法建模补偿的误差归类到随机误差模型中进行分析。如公式(5.2)与式(5.3)所示,一次上电稳定性与逐次启动的重复性误差,是决定确定性误差建模的精度与有效性的关键考核指标。

在实际试验中,陀螺仪的漂移输出含有明显的趋势项,在数理统计上表现为

均值时变但方差定常,或者表现为随机游走特征的维纳过程,称之为非平稳特性,用传统的频率域方法或者经典的方差法无法准确科学的评价陀螺仪的非平稳特性,采用 Allan 方差是处理类似漂移的非平稳特性的重要手段,在第二章给出了 Allan 方差的详细分析。

以 GMD 连续测量模式的高温陀螺仪为例,设计测量量程是  $150^{\circ}/s$ ,陀螺仪的输出速率是  $7900\text{Hz}$ ,设置采样时间  $2000s$ ,时域输出曲线图 5.12 所示:

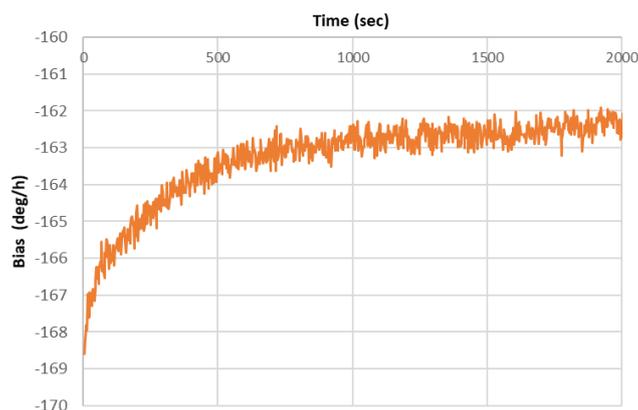


图 5.12 陀螺仪输出曲线

陀螺仪输出存在一个时长约  $600s$  的稳定过程,称之为 Warm-up 现象,补偿其常值零偏并绘制  $2000s$  采样的直方图如图 5.13 所示:

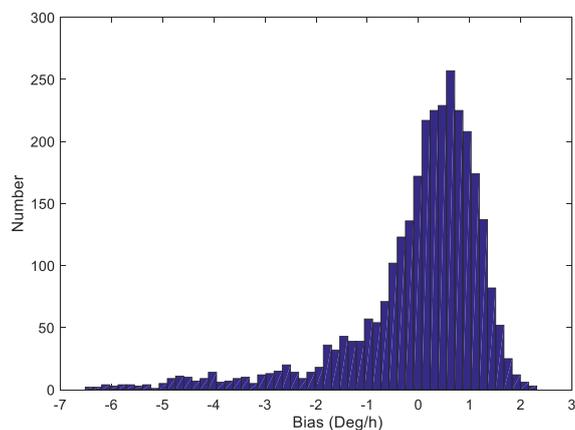


图 5.13 包含 Warm-up 时间段的陀螺输出直方图

从图 5.13 中可以清楚的得到,采样时间段内其随机分布呈现非高斯现象,而在第四章提及的卡尔曼最优估计算法可知,高斯分布可以降低最优估计模型的阶数并是实现最优估计的前提。试验分析可知,从上电启动到稳定,陀螺仪的零偏变化达到了  $10\text{deg}/h$ , Warm-up 是引起非高斯分布的主要因素,解决 Warm-up

问题是实现最优估计和测量快速性的关键。

在试验中发现，Warm-up 与敏感单元的某点的温度相关，通过建立 Warm-up 段的多阶拟合，得到图 5.14 所示的拟合曲线，代入陀螺仪的输出 Warm-up 段，建立了补偿模型，剔除部分零偏误差并将补偿模型以外残差输出归结为随机误差，绘制陀螺仪补偿后新的分布曲线如图 5.15 所示，可知，该曲线符合高斯分布规律。

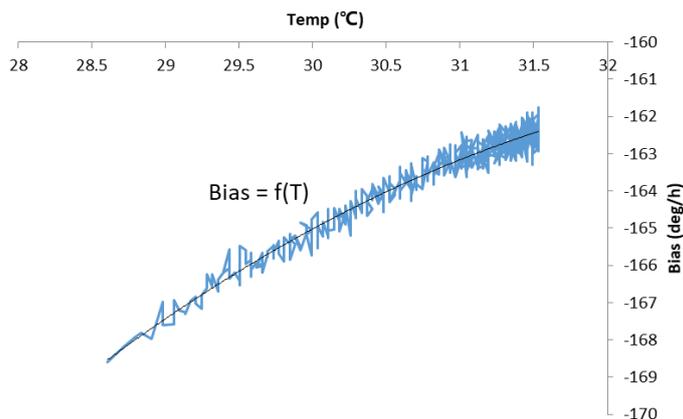


图 5.14 采用二阶拟合 Warm-up 曲线

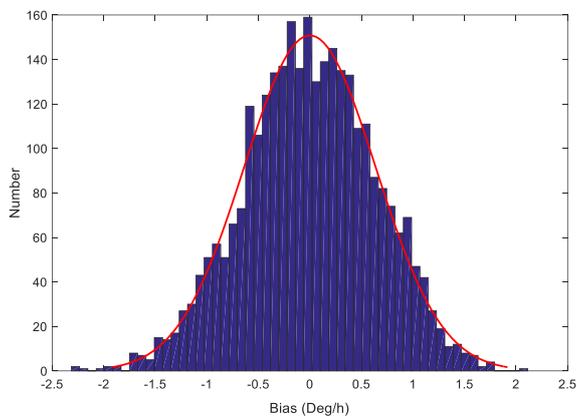


图 5.15 补偿后陀螺输出分布直方图

绘制经补偿前后的 Allan 方差曲线，平滑 158 个数据到一点，即 Allan 方差采样计算频率是 50Hz，结果如图 5.16 所示，可知补偿前后的角度随机游走系数值不变，但补偿之后的 Allan 方差“触底”后仍然能保持较长的时间。可知，通过算法补偿，明显抑制了 Warm-up，一方面提升了陀螺仪的测量精度，另一方面也消除了与采样时长相关的趋势项误差。

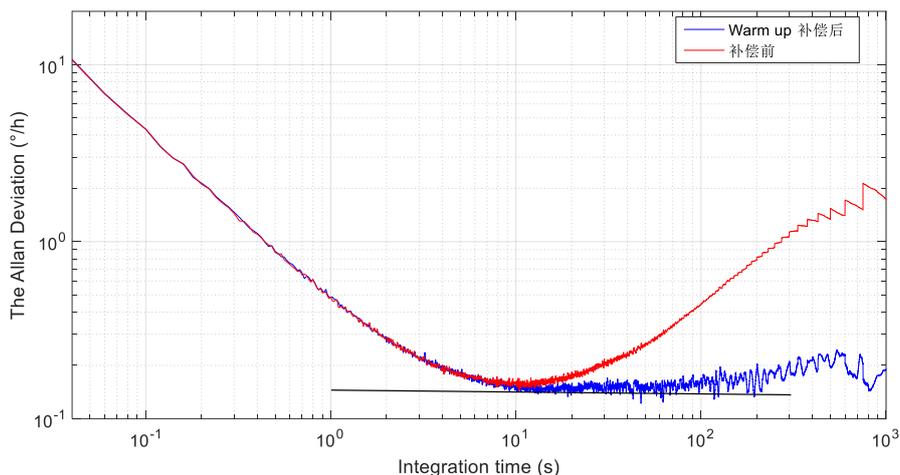


图 5.16 补偿前后的 Allan 方差曲线比对

### 5.2.2 全模型参量零偏温度建模与补偿

影响惯性仪表稳定性的一个重要因素是温度，温度的改变导致了敏感单元材料特性的变化，前面章节分析了陀螺仪的误差模型，频率裂解、阻尼失调以及控制误差是导致陀螺仪零偏误差的主要因素，而温度又是直接影响这三大类误差稳定性的关键因素，图 3.3 可知，各种误差存在相互耦合关系，建立陀螺仪零偏与温度相关的综合模型如式(5.4)：

$$B_0(T) \propto k_P \Delta P(T) + k_Q \Delta Q(T) + k_C \Delta C(T) = \sum k_{P_i} \times P^i + \sum k_{Q_i} \times Q^i + \sum k_{C_i} \times T^i \quad \dots(5.4)$$

则得到陀螺仪的零偏估计值为：

$$\hat{B} = B_r - B_0(T) \quad \dots(5.5)$$

式(5.5)中， $B_0$ 是与温度等相关的综合零偏误差的拟合建模计算值， $B_r$ 是指陀螺仪的原始输出， $\hat{B}$ 是指剔除建模误差后的估计值， $\Delta P$ 是指与谐振子相位相关的物理量，通常是通过谐振子的锁相控制电压 $P$ 来表征， $\Delta Q$ 是指谐振子的正交耦合误差，通过正交耦合的解调值 $Q$ 来观测， $\Delta C$ 是指哥氏力输出值，直接与温度线性相关。建立的陀螺仪全模型参数补偿控制框图如图 5.5 所示，

图 5.5 中，在陀螺仪全闭环控制的架构中，增加了锁相控制、正交耦合以及温度传感器等观测量，采用最小线性回归模型确定式(5.4)中的各个系数，完成上述系统的嵌入式设计，实时采集与计算得到补偿后陀螺仪的输出。在国家惯性技

术检测中心的三轴温箱转台完成上述标定与测试试验，如图 5.17。

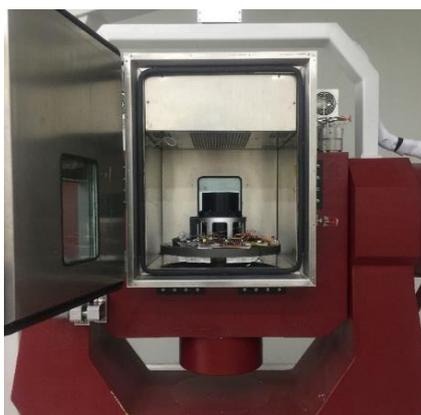


图 5.17 陀螺仪温度标定建模

试验过程中，温箱的温度从 $-40^{\circ}\text{C}$ 到 $85^{\circ}\text{C}$ 做多个循环，采用陀螺仪内置的温度传感器采集敏感性单元内部的实际温度，测试陀螺仪的原始输出与内置温度传感器的输出曲线，如图 5.18 所示其中的一个温度循环数据，可以得出，陀螺仪的零偏输出与温度存在明显的相关性，但同时也可以看出，升温 and 降温过程，存在明显的迟滞特性。

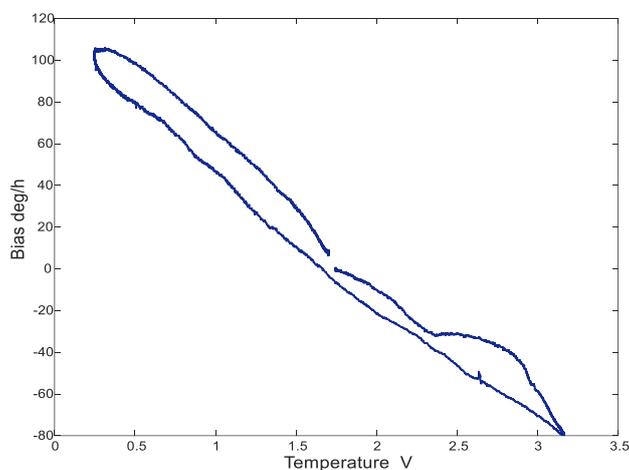


图 5.18 陀螺仪原始输出与温度的关系

对图 5.18 的采样结果采用单一的温度场建模，得到补偿后的零偏估计值 $\hat{B}$ 如图 5.19 所示，可以看出，经过温度补偿后，陀螺仪的输出不再受温度的线性影响，改善了温度特性，但是，单一补偿后，仍然存在较大的残差值，工程上常用标准方差去评价零偏稳定性的优劣，图 5.19 的补偿后的零偏稳定性可达到： $1\sigma = 6.2\text{deg/h}$ 。

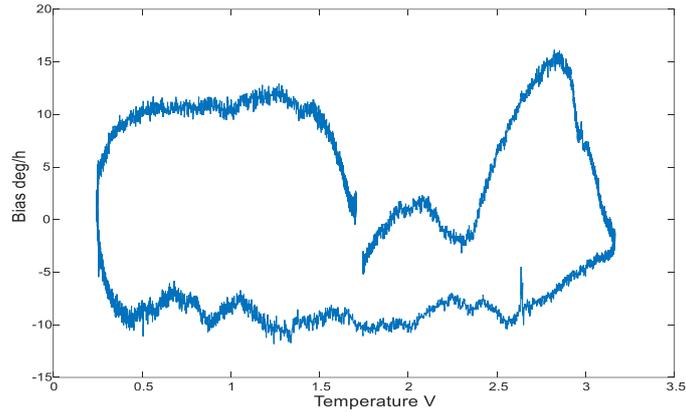


图 5.19 单一温度补偿的陀螺零偏估计

为了解决单一温度补偿的精度问题，采用式(5.4)给出的综合补偿模型，得到估计后的陀螺零偏曲线如图 5.20，可以看出，陀螺仪的零偏估计明显收敛，计算得到综合补偿后的零偏稳定性可达到： $1\sigma = 1.9\text{deg/h}$ ，相对于单一补偿提升了 3 倍多的测量精度。

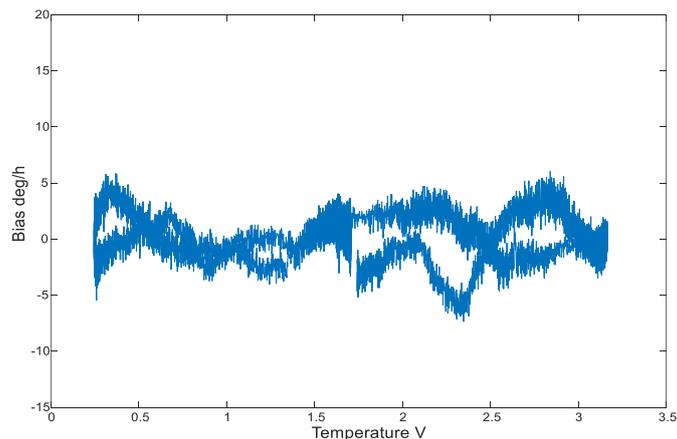


图 5.20 综合温度补偿后的陀螺零偏估计

通过陀螺仪的输出的分布图，也可以判读补偿的精度与有效性，图 5.21 是原始的陀螺仪输出，图 5.22 是单一温度补偿后的输出分布图，经单一补偿后，陀螺仪的输出仍然存在非高斯特征影响，即存在影响零偏误差的物理因素没有被“挖掘”，绘制综合补偿后的分布图如图 5.23，表现较为理想的高斯分布特征，从而证明了补偿的有效性。

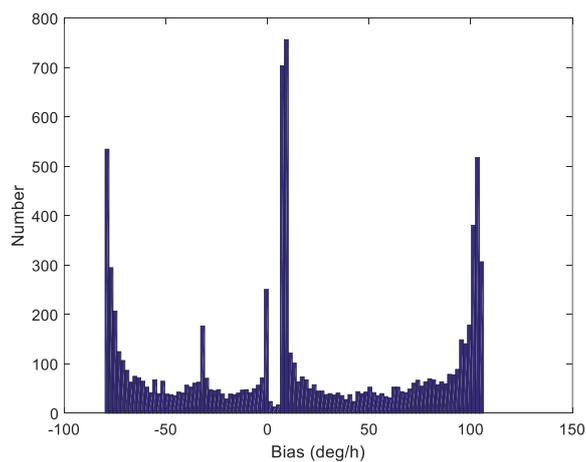


图 5.21 原始零偏误差输出分布图

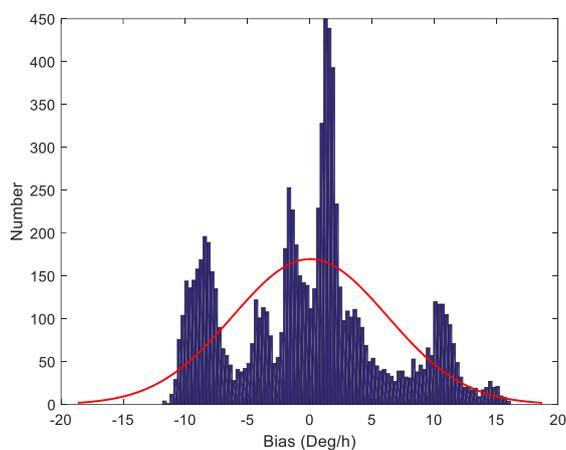


图 5.22 单一补偿后的零偏误差分布图

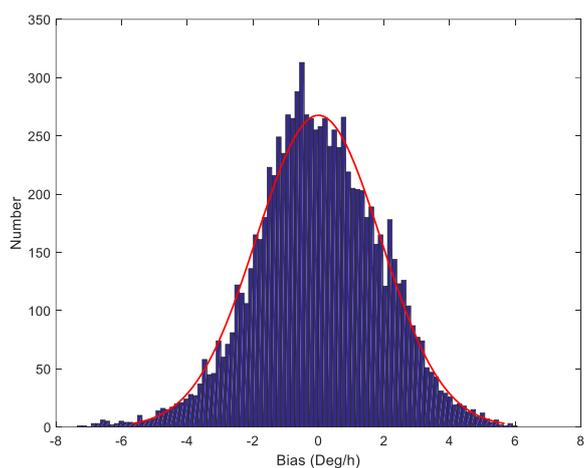


图 5.23 综合补偿后的零偏误差分布图

分别绘制补偿之前、单一温度补偿、综合参变量补偿的陀螺仪零偏 Allan 方差，如图 5.24 所示。

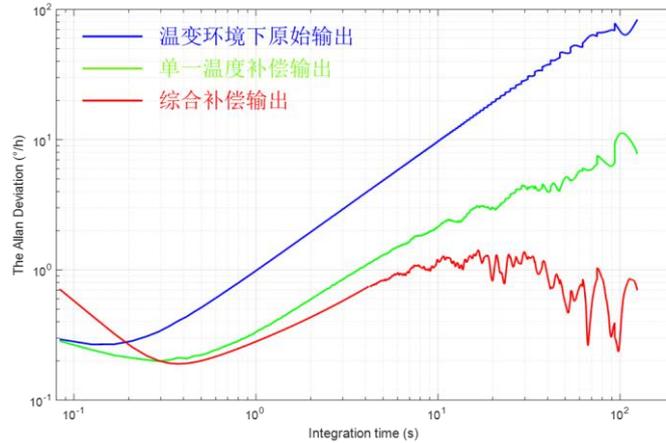


图 5.24 陀螺仪温变环境下的 Allan 方差对比图

在没有任何补偿下，0.15s 达到零偏不稳定性值是  $0.28\text{deg/h}$ ，在时间常数 0.4s 处产生了斜率为+1 的速率斜坡，采用单一温度补偿，零偏不稳定性提升到  $0.2\text{deg/h}$ ，并且“触底”保持时间延长了，并补偿了部分的速率斜坡趋势，当采用全参数变量补偿，几乎消除了速率斜坡漂移，保证了在全部采样时间内的 Allan 方差值小于  $1.4\text{deg/h}$ 。

该方法对于 GMD 的连续测量模式非常有价值，不考虑苏拉调谐，惯性仪表的方位保持测量精度可表达为：

$$\psi \propto \psi_0 + k \int \varepsilon(t) dt \quad \dots(5.6)$$

式(5.6)中， $\psi_0$ 是初始对准的方位精度， $\varepsilon(t)$ 是指陀螺仪的漂移误差，完成静基座初始方位对准后，由于连续测量处于温变的环境下，保持陀螺仪较好的零偏稳定性，是实现 GMD 连续测量的方位精度的保证。

### 5.2.3 静基座寻北陀螺仪高温测试与评价

当 GMD 工作在静基座寻北模式时，陀螺仪长时间处于高温的环境下，定点高温下的稳定性是该应用场景的核心指标，前面章节的分析可知，当采用转位机构消除重复性误差后，角度随机游走系数与零偏不稳定性是决定静基座对准的快速性与精度的关键，前述的试验围绕着连续测量用的大量程陀螺仪开展，提出了 Warm-up 的抑制方法、变温环境下的漂移误差补偿方法，针对陀螺仪静基座寻北应用，通过压低量程和带宽，并引入上述补偿方法，提升了静态寻北模式下的测量精度。在常温下，实际测试的寻北陀螺仪的 Allan 方差曲线如图 5.25：

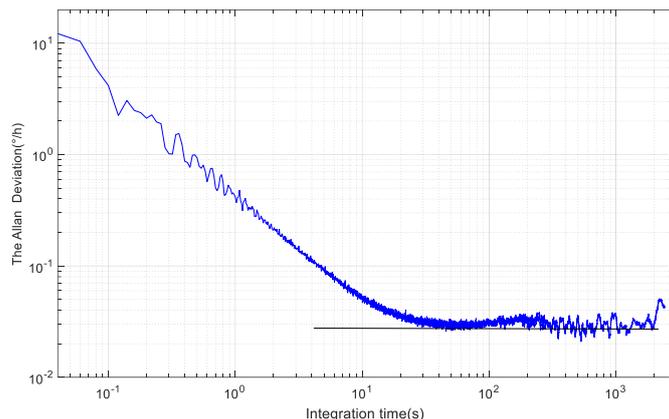


图 5.25 寻北陀螺仪的 Allan 方差测试曲线

表 5.5 Allan 方差误差项系数拟合值统计

误差项系数	代表符号	仿真结果	单位
量化噪声	$Q$	0.24	$\text{deg}/h \cdot (\text{Hz})^{-1}$
角度随机游走系数	$N$	0.0018	$\text{deg}/\sqrt{h}$
零偏不稳定性	$B$	0.028	$\text{deg}/h$
速率随机游走	$K$	0.0069	$\text{deg}/h \cdot \sqrt{\text{Hz}}$
速率斜坡	$R$	0.00032	$\text{deg}/h \cdot \text{Hz}$

从图 5.25 可以得出,随着积分时间的增加,输出信号的方差值越来越降低,即白噪声的贡献逐渐减小,最终在约 50s 位置,方差值“触碰”到最低点,此时的方差数值称之为零偏不稳定性 (Bias Instability),其值只和陀螺仪的  $1/f$  噪声相关,该数值一直保持,在约 1 小时的采样时间段内没有出现趋势项漂移。Allan 方差方法从时间域上,分离了惯性仪表的误差系数,从图 5.25 中可以得到如下信息与结论:

1) 增加积分时间或者平滑时间,可以提升陀螺仪的分辨率,从而提高方位对准精度,但不是永远有效的,如果线性漂移或者趋势项是主体,那么零偏不稳定性将被淹没;

2) Allan 方差的“触底”快慢是由白噪声(角度随机游走)与  $1/f$  噪声贡献共同决定的,其直接影响了 GMD 系统最小对准时间,降低噪声提升信噪比是核心,而降低趋势项和漂移项是挖掘陀螺仪的精度潜力的前提。

上述提出的 Warm-up 抑制方法以及在变温环境下的全参数变量的综合温度

补偿方法，对于 GMD 精度提升是非常有现实意义的，在多位置转位系统运行过程中，需要在一个转位周期内多点采集，如经典的  $0^\circ$  与  $180^\circ$  两位置法，由于电机功率与 IMU 的负载等关系，从一个位置转位到另外一个位置，需要大约 10-20s 时间，同时一个位置的采样时间必须满足达到 Allan 方差的底，也就是图 5.25 所示的 50s 时间，再加上稳定时间与等待时间，完成一次方位测量，累计时长为 120s~180s，采用算法补偿后的 Allan 方差曲线，从“触底”时间 50s 到 2000s 内，方差值没有明显的改变，这样可以给足够的时间供转位机构工作，从而实现较高的方位测量精度。

上述试验是在常温下开展的，下面介绍寻北陀螺仪的高温试验过程与数据分析结论。

将陀螺仪通过高温减振阻尼器固定在加热工装内，如图 5.26 所示：

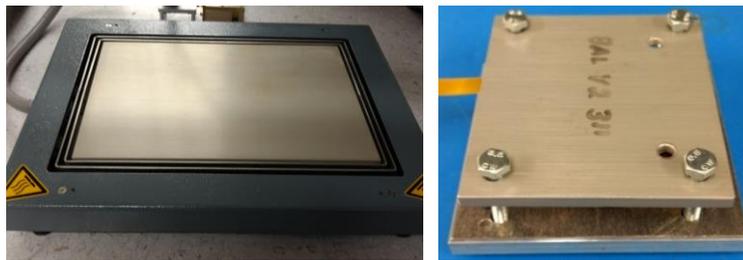


图 5.26 高温陀螺仪敏感单元加热台（左）与固定工装（右）

被测陀螺编号为 022215A，将加热台从室温加热到  $150^\circ\text{C}$ ，然后断电后自然冷却，此过程下陀螺仪零偏曲线原始输出如图 5.27，18 小时的采样过程中，陀螺仪工作正常。

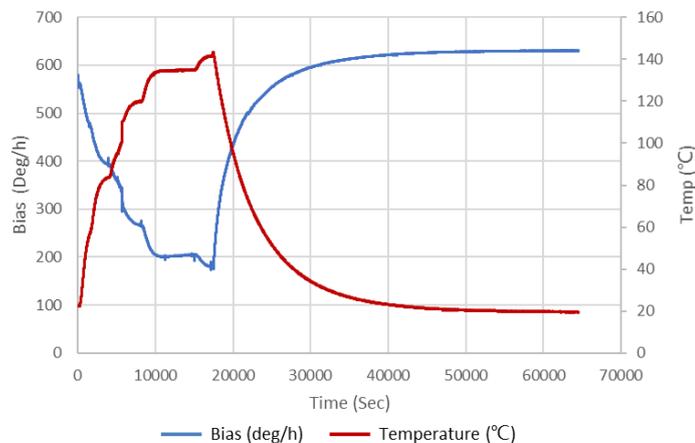


图 5.27 室温加热到  $150^\circ\text{C}$  的原始零偏输出曲线

在此试验基础上，采用上述的算法补偿了陀螺仪的零偏后，分别在：室温、90°C、125°C和 150°C开展了定点温度试验，并在各个温度点下保温 1h，温度稳定后在每个恒定温度点下采集数据并计算 Allan 方差。在此基础上初步测试了 185°C的陀螺仪性能试验。图 5. 28 给出了编号为 022215A 的高温陀螺仪测试数据，该陀螺仪在室温到 150°C高温环境下，角度随机游走基本保持不变，零偏不稳定性参数随温度升高增加，在常温下是 0.04deg/h，在 150°C高温下是 0.09deg/h。

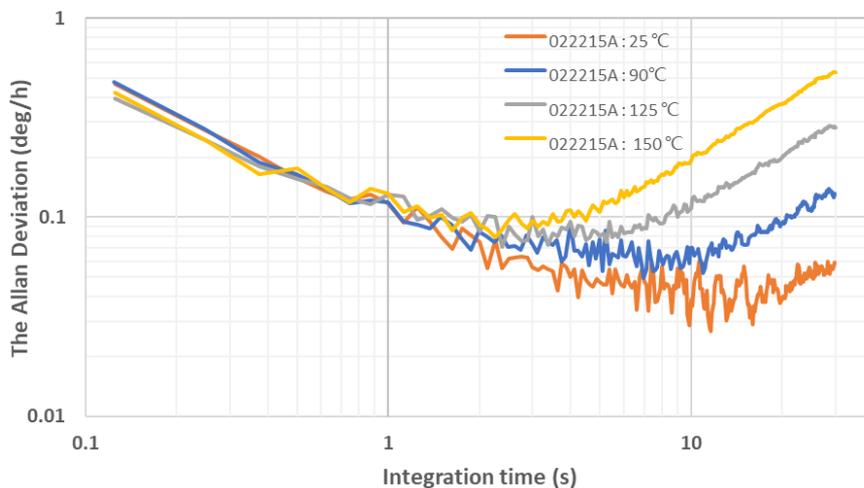


图 5.28 高温陀螺仪的 Allan 方差测试曲线 (022215A)

随后对另外一只编号为 022269B 的陀螺仪开展了更高温度的试验，在定点温度测试试验中，增加了 185°C的高温试验，各个温度点下的 Allan 方差曲线如图 5.29 所示。

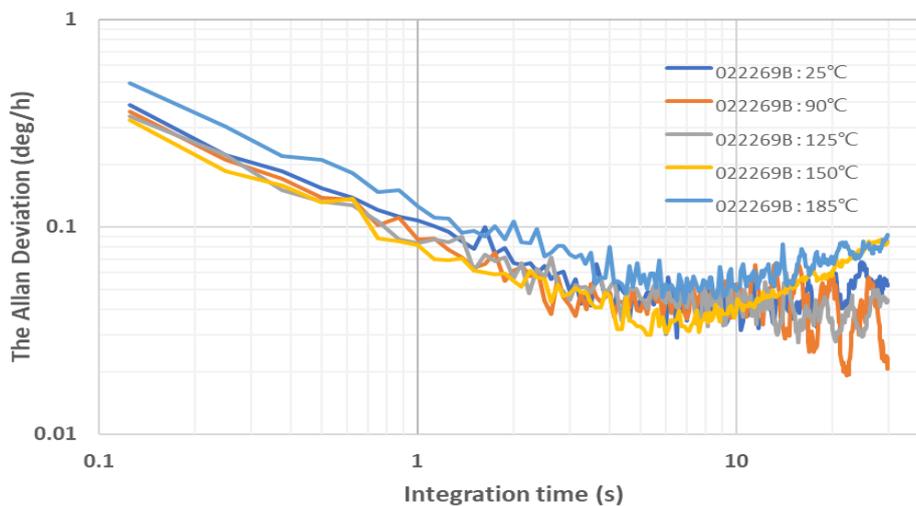


图 5.29 高温陀螺仪的 Allan 方差测试曲线 (022269B)

图 5.29 可以看出，编号为 022269B 的高温陀螺仪在各个温度点下的角度随

机游走值基本不变，此外，零偏不稳定性的参数分布相对集中，从室温到高温 185℃，零偏不稳定性由 0.03deg/h 变化到约 0.05deg/h，并且趋势项漂移得到了较好的抑制。对该陀螺做了温度拉伸试验，从室温升温到 185℃再自然冷却回到室温，采用前述的综合补偿方法，得到了全温度域下的零偏输出曲线如图 5.30 所示，计算得到一个循环下的零偏稳定性 $1\sigma$ 值为 1.3deg/h。

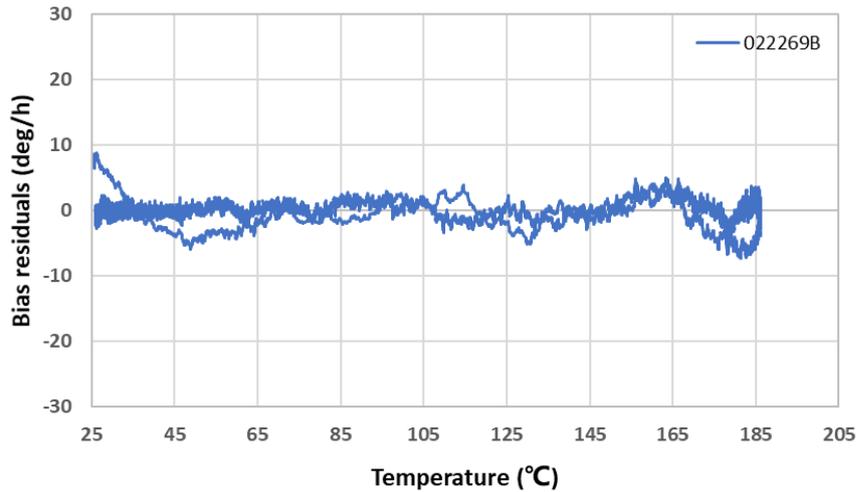


图 5.30 全温度域综合补偿后的零偏曲线

试验开展了多个高温陀螺仪的样本测试，从测试数据可知，从低温到高温不同的温度下，角度随机游走值没有明改变，各个温度点下的 ARW 值均小于  $0.005deg/\sqrt{h}$ ，零偏不稳定性指标是随着温度的升高而变差，总的来说，各个温度点下均小于 0.1deg/h。上述试验中，只是将高温敏感单元与高温前置放大器放置在加热装置中，陀螺仪的控制与校准电路处于常温的环境下，可以看出，陀螺仪的敏感单元在高温环境甚至是 185℃下，仍然工作正常，可以验证敏感单元的优化设计上取得了一定的进展，但是仍然存在多只样本的指标一致性较差的问题，此外，综合温度补偿以及 Warm-up 抑制算法总体取得了较好的效果，但是各个样本之间的补偿效果存在一定的差异性，需要对之做更为深入的研究。

#### 5.2.4 振动特性测试与分析

振动特性是高温惯性仪表的另外一项重要指标，振动过程中的偏值误差是振动整流误差（VRE）的主要表现形式，如公式(5.2)，其直接影响 GMD 的连续测量模式下的精度，而振动前后的零偏变化，直接影响了静态姿态与方位测量的精

度，对于石英挠性加速度计，振动整流误差的机理可表达为：

$$B_{VRE} \approx \frac{B_0}{|a_i|^2} \propto \frac{\Delta d}{2ml} \times \frac{1}{|Gain|^2} \quad \dots(5.7)$$

式(5.7)中， $B_{VRE}$ 是指振动整流误差值， $B_0$ 是指振动过程中直流偏置量， $a_i$ 是指输入加速度， $ml$ 是指挠性摆的等效质量与挠性摆有效长度乘积，称之为“摆性”， $\Delta d$ 是指摆片偏离中心的位移， $|Gain|$ 是指带宽内的增益，即电刚度。石英挠性摆片的精确对中安装与工作带宽内的开环增益提高是降低 VRE 的有效手段。在专利中<sup>[149]</sup>，通过 Sigma-Delta 量化反馈电流的方式，实现了过采样与数字反馈的同时，极大地提升了带宽内的开环增益，即增大了闭环系统的电刚度，从而有效地降低频带内的动态误差，降低了 VRE。关于高温陀螺仪的振动特性分析是本文的重点，第三章分析了质量不平衡带来了谐振子与外部的能量交换，当 GMD 工作在外部振动环境下，使得陀螺仪产生了振动下的误差，文献<sup>[148]</sup>计算得到在毫米尺度下的谐振子特征尺寸下，当振动谱密度量级 $10^{-3} g^2/Hz$ 时，亚微米级的加工误差将带来 $1deg/h$ 的误差，在 5.1 节中设计的减振器是降低振动整流误差的一种有效方法，试验中，将陀螺仪集成到设计的高温减振器中，然后整体安装到测试工装中，将工装固联到滑动振动台上，如图 5.31，通过改变工装的方向实现陀螺仪的三个方向都能敏感振动输入，其中 X 轴代表敏感轴的输入方向，振动试验如图 5.31 所示，振动谱曲线如图 5.32 所示，随机振动均方根值(rms)是 3.63g，频率为 5Hz-2KHz。

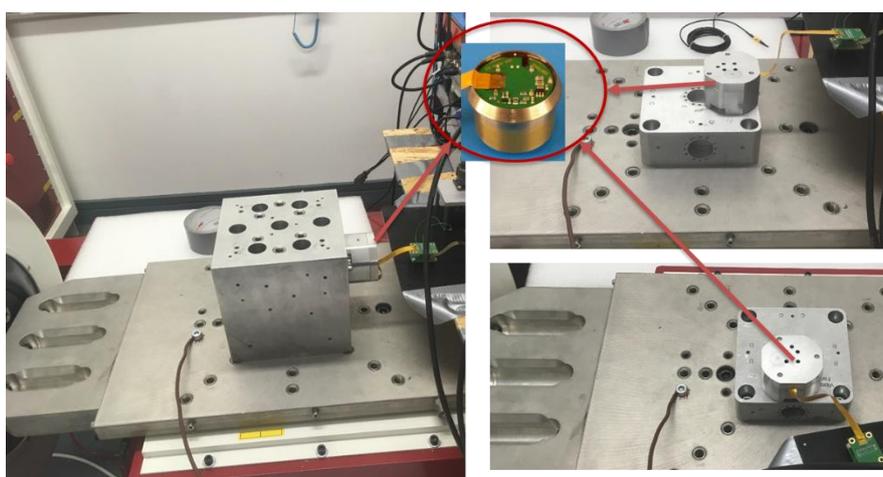


图 5.31 高温陀螺仪振动试验

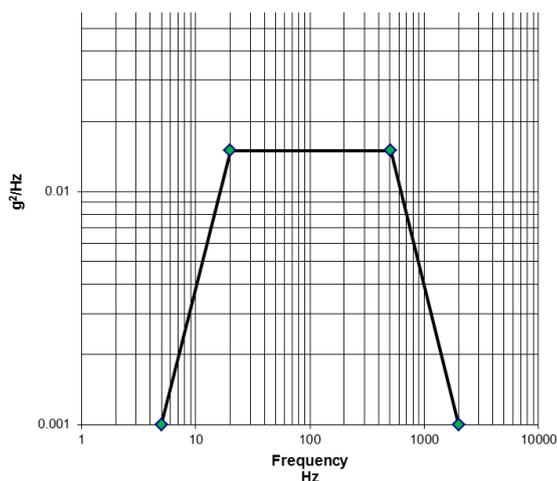


图 5.32 振动谱密度

测试得到陀螺仪在三个敏感方向上的振动前、振动中和振动后陀螺仪的输出，测试结果显示，在敏感轴方向的振动整流误差最大，测试曲线如图 5.33 所示，振动前后陀螺仪的零偏输出最大变化值是 1.2deg/h。

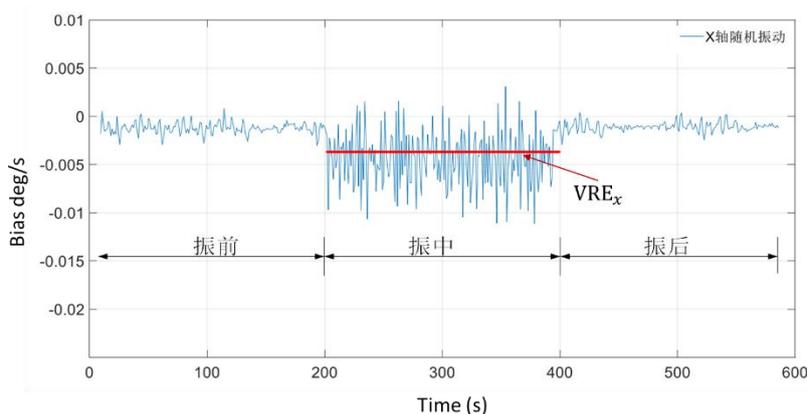


图 5.33 陀螺仪随机振动输出曲线

振动前后的零偏变化，对于 GMD 静基座下方位测量用途是有现实意义的，由于 GMD 工作模式之一是在停钻下测量、随钻过程中休眠，随钻振动前后的零偏变化直接影响方位测量精度，可以通过转位调制的方式消除陀螺仪的零偏，但是由于应力释放等因素，导致振动后零偏往往是经过较长的时间才能稳定，影响了转位零偏常值校准的精度。

对于连续测量模式，振动中的零偏误差是随机变量，与振动谱的能量以及频率相关，通常是无法建模补偿的，因此，通过 GMD 内置的大量程、宽频带加速度传感器，实时监测振动状态，以此作为陀螺仪输出有效性的判读依据，是当前的解决方案措施。

### 5.3 本章小结

本章主要介绍了 GMD 系统级的设计方案，包含 GMD 的组成以及各部分的相互关系，重点从惯性仪表级的校准、控制、QC 等方向作为切入点，给出了系统级的解决方案。

重点分析了 GMD 陀螺仪的综合精度评价方法，并结合系统级的停钻方位测量以及随钻连续测量两种工作方式及使用场景，针对性的分析了 Warm-up 问题及其解决方案、变温下的零偏稳定性综合补偿方法、高温环境下陀螺仪的测试与评价、振动环境下陀螺仪的精度分析以及对系统级应用的影响等。本章全面总结了 GMD 系统的核心部件以及惯性仪表的测试结果与试验成果，为进一步的 GMD 样机的工程化实现奠定了基础。



## 第6章 总结与展望

由磁通门和石英挠性加速度计组成的随钻测量系统(MWD)、由陀螺仪与石英挠性加速度计组成的陀螺随钻测量系统(本文简称为GMD)是当前定向井测量的两大核心技术,二者各有优势,互为补充。满足使用环境要求的陀螺仪成为GMD的瓶颈,而国外在最近的几年刚刚取得突破,并对我国严格封锁。本文将惯性仪表技术与惯性系统技术统一,在国内首次将CVG固态陀螺技术应用到GMD系统中,并结合GMD的应用环境,采用系统的设计思路,有机的结合了元件、仪表、系统、应用等,从多个层级和维度去解决GMD的关键技术难题,最终完成了高温陀螺仪的原理样机、GMD系统级设计方案,完成了关键技术参数测试,并给出了GMD的总体解决方案。

### 6.1 主要研究成果总结

论文的主要研究内容及创新如下:

(1) 梳理了基于陀螺技术的有缆测井与随钻测量技术现状,分析了国外主要研制单位的技术路线,并针对基于惯性平台方案为代表美国SDI公司的陀螺有缆测量系统、以Gyrodata公司为代表的陀螺随钻测量技术方案进行了详细的分析与对比,得出了GMD的技术发展路线,即采用基于转位调制技术的捷联方案,是未来陀螺随钻技术的主要技术发展方向;

(2) 提出了满足GMD使用要求的陀螺仪技术方案。高温、强振动与冲击等恶劣环境下,并满足测量精度与GMD探管的小尺寸要求,给陀螺仪选型带来了极大的挑战,论文回顾与总结了陀螺仪的发展历程,分别对基于牛顿力学的机电式陀螺仪、基于爱因斯坦相对论以及Sagnac效应的光学陀螺仪进行了分析,受制于光学器件的耐高温能力,现阶段光纤陀螺仪与激光陀螺仪不适合在GMD的高温环境下工作,而Gyrodata采用的动力调谐陀螺仪由于其零部件多、可靠性低,也不是GMD的最优选方案。基于傅科摆原理的哥氏振动陀螺仪成为本论文GMD的优选方案,针对哥氏振动陀螺仪的两大类实现方案,由于Type II型陀

螺仪具有全对称特征，为 GMD 标度因子与零偏校准的系统级实现提供了方案支撑，最终针对 Type II 型陀螺仪的典型代表—半球陀螺仪的多种实现方案，分析了基于电容检测、静电力反馈的熔融石英半球陀螺仪存在加工成本高、难度大、功耗高等问题，不适合当前 GMD 的使用环境要求，提出了采用高品质因子的金属材料作为谐振子敏感器、采用压电陶瓷作为检测与激励的电极方案的陀螺仪技术路线（称之为 CVG 固态陀螺仪），该陀螺具有低成本、低功耗、小体积等优势，但也存在零偏重复性差、标定因子稳定性差等劣势，进而提出系统级的角度去解决该问题，即采用多位置转位调制结合仪表内部的自标定与自校准的方式，消除了重复性与稳定性误差。

（3）设计了高温 CVG 固态陀螺的控制系統，并分析了陀螺仪的误差机理。Averaging 方法解决了半球陀螺仪工作的慢变量与快变量分离与控制的难题，大多用于全角工作模式，本文将其应用到速率工作模式（深度闭环负反馈模式）中，得到了其四个慢变参量的状态方程，从而可以直观的揭示非理想因素（阻尼失调与频率裂解）的相互耦合下的量化关系，根据状态方程，设计了能量控制、相位控制、哥氏力闭环、正交耦合抑制四个闭环控制系统，经分析可知，前向通道中积分器的设置，可以抑制交叉耦合干扰的稳态误差，通过合理设置控制器参数，降低耦合误差对陀螺仪动态特性影响，而哥氏力闭环负反馈可以消除频率裂解带来的标度因子误差。厘清了影响陀螺仪精度极限的主要误差源，并给出了相互的量化关系：a) 闭环控制误差的存在，分别影响了：维持谐振子的能量控制、抑制正交耦合的闭环控制、深度负反馈平衡由输入角速率产生的哥氏力控制，为了提升陀螺仪的测量精度，分别要求：谐振子低能量损耗（即高 Q 值）、通过静平衡降低谐振子的频率裂解、小输入角速率；b) 阻尼失衡无法通过闭环控制系统抑制或者消除，其是陀螺仪零偏误差的重要来源，提高谐振子的品质因子是降低阻尼失调耦合误差的主要解决方案，而材料的非各项同性或者加工误差导致的质量不平衡是影响谐振子品质因子主要因素；c) 分析陀螺仪的振动整流误差的动力学方程，并提出了振动整流误差的主要来源是来自于不平衡质量误差，并提出了针对性的两种解决方案，即动平衡方案和减振设计方案。

（4）提出了东西向大井斜角下 GMD 方位测量的解决方案。将 GMD 的寻

北问题转化为捷联惯导的初始对准问题,分析了方位、姿态测量精度与惯性仪表的漂移误差的关系,根据现阶段研制的高温陀螺仪的特性,陀螺仪的重复性漂移误差是决定 GMD 方位测量精度的关键。仿真分析了双位置解析式对准方式在全姿态测量下的精度极限,在南北向井轨迹,全姿态井斜下测量都可以通过转位观测到东向陀螺仪的重复性误差,测量精度不受井斜角限制,而大井斜角下的 Z 轴陀螺仪成为东西陀螺仪的主要贡献者,其重复性误差的可观测性是制约东西向对准精度的主要因素,而受限于绕轴向转位的方式,导致 Z 轴陀螺仪的重复性误差不可观测,当高温陀螺仪的重复性误差是 2deg/h 时,在满足 1°的寻北精度下,仿真分析得到井斜角不能超过 10°。针对此问题,提出了基于卡尔曼最优估计的双位置对准方法,将零速修正与地球自转角速率修正作为卡尔曼估计的观测方程,在 GMD 静止时实现卡尔曼的量测更新,转位过程中实现捷联导航的速度更新与姿态更新,并采用序贯处理方式,提高了运算的效率,最终实现了 70°井斜角下,在东西向井轨迹时的方位对准精度优于 1°,在全姿态井斜角下的东西向轨迹时的方位测量精度优于 5°。

计算与仿真的结论打破了国外的技术封锁,为 GMD 的设计提供了理论依据,为了实现在全姿态井斜角下,东西向的测量精度(优于 1°设计指标),可以从如下几个技术路线进行突破: a) 全面提升陀螺仪的精度,尤其是重复性误差,在中高纬度地区,要求在全工况和使用环境下,优于 0.2deg/h,这是非常有挑战的,惯性仪表的研发代价非常大; b) 采用增加观测量的方式,提升陀螺仪的重复性的可观测性,双位置转位技术、零速修正技术、地球自转恒定角速率修正技术,都属于从系统级提高可观测性的范畴,采用卡尔曼滤波并结合转位过程的导航解算,结合上述观测量可以实现陀螺仪重复性误差的最优估计; c) 为了从根本上解决东西向水平井的测量精度问题,全面对标以斯伦贝谢为代表的最新技术进展,论文提出了将系统级与仪表级结合的校准方法,即:

(5) 提出了高温陀螺仪的自校准与自标定方法,从根本上解决高温陀螺仪的重复性误差问题。根据对高温陀螺仪的误差源的分析,阻尼失衡误差具有周期简谐特征,将全角模式的自由进动与速率模式的力平衡结合,提出了“Index In Loop”校准方法,设计了校准控制电路与校准流程,并结合了标度因子自校准的

算法流程，理论计算得到校准后的 GMD 的方位测量精度优于  $0.06^\circ$ ，满足了在全井斜角下的方位测量精度的要求。在实际应用中，可以将双位置转位卡尔曼最优估计与陀螺仪自校准算法进行结合。

(6) 提出了高温陀螺仪的 Warm-up 补偿抑制方法、综合参变量的温度补偿方法。高温陀螺仪的 Warm-up 现象是影响 GMD 对准的快速性的主要因素，通过对 Warm-up 时间段的输出进行建模，提升了测量精度，并缩短了对准的时间，综合利用了谐振子的振动能量、正交耦合控制量、内部温度传感器输出等参量，对陀螺仪在变温环境下的误差进行了综合补偿，实现了在温变环境下，陀螺仪的零偏稳定性优于  $2\text{deg/h}$ ，相对传统的补偿方法，一方面提升了约 3 倍的补偿精度，另一方面，明显抑制了趋势项漂移误差，此外，提升了 Allan 方差“触底”后的保持时间，保证了静基座下的双位置对准的精度。上述方法都通过 Allan 方差分析以及输出随机噪声的高斯性判断，验证了补偿的有效性。

(7) 提出了抑制振动整流误差的方法。挠性摆片的对中精度、振动频带内的开环增益(电刚度)是影响高温石英挠性加速度计的振动整流误差的主要因素，前者通过自动化装配与测量仪器保证，后者是通过控制回路去优化设计，提出了 Sigma-Delta 的控制策略，通过恒流源量化技术、过采样技术，实现了量化噪声的整形，同时保证了在测量带宽内的电刚度和增益远高于传统 PID 的控制方式，从而达到根本上抑制振动整流误差的目的。给出了高温陀螺仪的整流误差抑制方法，初步介绍了动平衡的机理，重点分析了如何通过减振器设计去抑制陀螺仪的振动整流误差，设计了高温减振器，振动前后零偏变化小于  $1.2^\circ/\text{h}$ ，满足了设计要求。

(8) 完成了高温陀螺仪的敏感单元设计与制备，完成了 GMD 总体方案设计、原理样机研制。针对 GMD 应用环境，优化了谐振子的核心部件材料、封装集成工艺，最终研制了  $150^\circ\text{C}$  的高温陀螺仪敏感单元，经过测试分析实现了常温下零偏不稳定性  $0.05^\circ/\text{h}$ ，在  $150^\circ\text{C}$  高温环境下，零偏不稳定性优于  $0.1^\circ/\text{h}$ ，基本满足了 GMD 的使用精度要求，此外，测试通过了在  $185^\circ\text{C}$  的极高温下陀螺仪工作正常。设计完成了 GMD 系统级结构方案、系统级电路方案，并完成了原理样机的研制。

## 6.2 展望与进一步工作

作为 CVG 固态陀螺仪的代表—半球陀螺仪，被誉为惯性陀螺领域的“Game Changer”技术，我国和以美国、法国、俄罗斯为代表的惯性技术强国差距很大，“上天不易，遁地更难”，作为 GMD 应用的高温陀螺仪，面临着比军用陀螺仪更为严苛的环境，因此研发难度也更大，当前的研究现状还是处于起步阶段，还需要更多的科研工作者加入其中，不断地深入与开拓，作者认为可以在如下几个方向开展进一步的研究工作：

(1) 阻尼失衡是 CVG 固态陀螺仪的主要误差源，采用动平衡方式对谐振子进行修调是从根本上消除或者减小阻尼失衡的手段，国外只是报道了调平衡结果，其机理分析尚无报道，而阻尼失衡的表现形式之一是能量泄露，直接影响到谐振子的 Q 值，可以考虑将驱动轴幅度控制作为阻尼失衡的观测量，采用相应的控制策略，开展相关技术的研究；

(2) 当前研发了高温陀螺仪的敏感单元，但其控制电路仍然不能实现 125°C 以上正常工作，由于控制电路采用模拟器件，将全部的模拟器件进行高温化设计难度较大，而采用耐高温的 FPGA 实现全部的控制算法，是彻底解决高温陀螺仪样机的手段与措施；

(3) 现阶段研制的耐高温陀螺仪敏感单元的直径是  $\phi 32\text{mm}$ ，考虑到转位机构预留的间隙，以及抗压管的厚度，最终只能实现  $\phi 48\text{mm}$  尺寸的 GMD 产品，而当前小井眼需要更小尺寸 GMD，因此，需要研发更小尺寸的陀螺仪敏感单元；

(4) 将惯性仪表级与系统级的结合，实现陀螺仪的漂移误差自校准、自标定，本文初步给出了设计方案，需要进一步开展相关的软硬件实现以及开展相关的试验；

(5) 本文重点研究了静基座下方位测量的方法，即在旋转导向系统停钻换杆时实现自寻北，而随钻连续测量与井轨迹连续测量是定向井（随钻）测量的另一个重要的应用方向，将静基座寻北与连续测量的结合，是下一步需要开展的工作。



## 参考文献

- [1] <https://www.iea.org/>.
- [2] 孙龙德, 邹才能, 朱如凯, 张云辉, 张水昌, 张宝民, 朱光有, 高志勇. 中国深层油气形成、分布与潜力分析[J]. 石油勘探与开发, 2013, 40(6):641-649.
- [3] 关金成, 张抗. 我国陆上油气勘探开发存在的基本问题与战略思考[J]. 中国石化, 2002, 12:32-35.
- [4] 王清江. 定向钻井技术[M]. 石油工业出版社, 2016.
- [5] 中国石油勘探与生产公司, 斯伦贝谢中国公司. 地质导向与旋转导向技术应用及发展[M]. 石油工业出版社, 2012.
- [6] 蒋世全, 李汉兴等. 旋转导向钻井系统研究与实践[M]. 石油工业出版社, 2015.
- [7] R. A. Estes and D. M. Epplin. Development of a Robust Gyroscopic Orientation Tool for MWD Operations [C]. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 63274. 2000, 1-13.
- [8] Juergen Maehs, Douglas Robert MacAfee, Steve Renne, Gregory L. Cellos, Ananth Srinivasan. Successful Relief Well Drilling Utilizing Gyroscopic MWD (GMWD) for Re Entry into an Existing Cased Hole [C]. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2010, 21-24.
- [9] Rahul Raj Madarapu, Carl S. Corson, Donald J. Grant. Coiled-Tubing Gyro MWD Improves Kickoff Direction Accuracy for Cased-Hole Re-entry Drilling [C]. SPE/ICoTA Coiled Tubing and Well Intervention Conference and Exhibition, 2007, 20-21.
- [10] <https://www.bartington.com/>.
- [11] [https://www.jae.com/en/Motion\\_Sensor\\_Control/Acc/JA5V/](https://www.jae.com/en/Motion_Sensor_Control/Acc/JA5V/).
- [12] <https://aerospace.honeywell.com/en/learn/products/sensors/accelerometers-high-performance-accelerometers>.
- [13] <https://www.slb.com/-/media/files/drilling/brochure/powerdrive-archer-br>.
- [14] <https://www.slb.com/drilling/bottomhole-assemblies/directional-drilling/powerdrive-archer-high-build-rate-rotary-steerable-system>.
- [15] <https://rogtecmagazine.com/baker-hughes-to-launch-autotrak-curve-rotary-steerable-system/>.
- [16] [https://www.gyrodata.com/gyrodata\\_resources/case-study-gyroguide-gwd90\\_rss\\_high-angle](https://www.gyrodata.com/gyrodata_resources/case-study-gyroguide-gwd90_rss_high-angle)

drilling\_thailand-pdf/.

- [17] <https://drillingforgas.com/surveying/gyro-survey/north-seeking-gyro-common-tools-description.html>.
- [18] 陆元九. 惯性器件 (上、下)[M]. 宇航出版社, 2009.
- [19] 王巍. 惯性技术研究现状及发展趋势[J]. 自动化学报, 2013, 39(6):723-729.
- [20] King A D. Inertial navigation-forty years of evolution[J]. GECReview, 1998, 13(3):1-15.
- [21] <https://www.northropgrumman.com/Capabilities/SSIRU/Pages/default.aspx>.
- [22] [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/cassini/main/index.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/cassini/main/index.html).
- [23] <http://www.igg.cas.cn/zndzxgll2018>.
- [24] <https://www.sutori.com/story/history-of-directional-drilling--TqTNYQT6FSbdbMmaaxhwRs3W>.
- [25] <https://www.iscwsa.net/media/files/files/5f9b0569/03-isc44-lenduncan-magvar-past-present-future-.pdf>.
- [26] Len Duncan. Wellbore Positioning Past, Present and Future[C]. SPE, 44th General Meeting, 2016.
- [27] Gibbons F L, Hense U. A. Three-axis laser gyro system for borehole wireline surveying[C]. SPE, 1987, 277-282.
- [28] <https://www.bhge.com/upstream/drilling/drilling-services/measurement-while-drilling-services>.
- [29] <http://scientificdrilling.com/technology-services/wellbore-surveying/keeper-gyromwd>.
- [30] Torgeir Torkildsen, Stein T. Håvardstein, John L. Weston, Roger Ekseth. Prediction of Wellbore Position Accuracy When Surveyed With Gyroscopic Tools [C]. SPE-90408, 2004, 1-21.
- [31] Roger Ekseth, Torgeir Torkildsen, Andrew G. Brooks, John Lionel Weston, Erik Nyrnes, Henry Ferguson Wilson, Kazimir Kovalenko. The reliability problem related to directional survey data[C]. SPE-103734-MS, 2006, 1-18.
- [32] Roger Ekseth, Torgeir Torkildsen, Andrew G. Brooks, John Lionel Weston, Erik Nyrnes, Henry Ferguson Wilson, Kazimir Kovalenko. High integrity wellbore surveys: methods for eliminating gross errors[C]. SPE-105558-MS, 2007, 1-17.

- 
- [33] Torgeir Torkildsen, Stein T. Håvardstein, John L. Weston, Roger Ekseth. Prediction of Wellbore Position Accuracy When Surveyed With Gyroscopic Tools[C]. SPE-90408-MS, 2004, 5-12.
- [34] Roger Ekseth, Torgeir Torkildsen, Andrew G. Brooks, John L. Weston, Erik Nyrnes, Henry F. Wilson, Kazimir Kovalenko. High-Integrity Wellbore Surveying[C]. SPE-133417-PA, 2010, 438-447.
- [35] C. H. Duck, K. Beattie, R. Lowdon, G. McElhinney. Combining MWD Ranging Technology And Gyro While Drilling (GWD) In High Inclination Wellbores Deliver Reduced Drilling Costs And Complexity Without Compromising Safety[C]. SPE-168051-MS, 2014, 1-6.
- [36] John Weston, Adrian Ledroz, Roger Ekseth. New Gyro Drilling Technology Delivers Accurate Azimuth and Real-Time Quality Control for All Well Trajectories[C]. SPE-168052-MS, 2014, 295-303.
- [37] C. H. Duck, K. Beattie, R. Lowdon, G. McElhinney. Combining MWD Ranging Technology And Gyro While Drilling (GWD) In High Inclination Wellbores Deliver Reduced Drilling Costs And Complexity Without Compromising Safety[C]. SPE-168051-MS, 2014, 1-6.
- [38] Keith Beattie, Rob Shoup, John Weston, Peter Burke. All-Attitude Gyro While Drilling Technology Provides Accurate Surveys in High Angle East/West Directional Wellbores Delivering Reduced Costs and Increasing the Length of the Producing Zone[C]. SPE-173081-MS, 2015, 1-14.
- [39] John Weston, Adrián Ledroz. Combined Gyroscopic and Magnetic Surveys Provide Improved Magnetic Survey Data and Enhanced Survey Quality Control[C]. SPE-194130-MS, 2019, 1-12.
- [40] Gyrodata Incorporated. System and method for measuring depth and velocity of instrumentation within a wellbore using a bendable tool: European Patent, EP1714004 B1[P]. 2009-12-09.
- [41] Gyrodata Incorporated. Downhole surveying utilizing multiple measurements: European Patent, EP2180349 A2[P]. 2010-04-28.
- [42] Gyrodata Incorporated. Reducing error contributions to gyroscopic measurements from a wellbore survey system: European Patent, EP2213834 A2[P]. 2010-08-04.

- [43] Gyrodata Incorporated. Real-time definitive survey while drilling: European Patent, EP2653648 A2 [P]. 2013-10-23.
- [44] Gyrodata Incorporated. Reducing error contributions to gyroscopic measurements: European Patent, EP2759674 A2 [P]. 2014-07-30.
- [45] Gyrodata Incorporated. Downhole drilling utilizing measurements from multiple sensors: US Patent, US20120247833 A1 [P]. 2012-10-04.
- [46] <https://www.slb.com/-/media/files/drilling/product-sheet/gyrosphere-ps.ashx>.
- [47] <https://www.slb.com/-/media/files/drilling-systems/case-study/powerdrive-xcel-gt-russia-offshore-cs>.
- [48] Schlumberger Technology Corporation. Aparatus for azimuth measurements using gyro sensors: US Patent, US7712223 B2 [P]. 2010-05-11.
- [49] <https://www.siliconsensing.com/products/gyroscopes/>.
- [50] Mahmoud Lotfy ElGizawy. Continuous Measurement-While-Drilling Surveying System Utilizing MEMS Inertial Sensors[D]. UNIVERSITY OF CALGARY, 2009.
- [51] El-Gizawy, M., A. Noureldin and N. El-Sheimy. Performance Analysis of Tactical Grade Inertial Systems for Measurement-While-Drilling (MWD) Process [C]. PLANS, 2006.
- [52] Noureldin, A. New Measurement-While-Drilling Surveying Technique Utilizing a Set of Fiber Optic Rotation Sensors [D]. UNIVERSITY OF CALGARY, 2002.
- [53] 高爽, 张春熹, 颜廷洋. 光纤陀螺油井测斜仪研究与设计[J]. 测井技术, 2015, 30(6):571-586.
- [54] 吕伟, 孙成志, 刘宝生, 王晋麟. 光纤随钻陀螺仪在丛式井网防碰中的应用[J]. 钻采工艺, 2014, 37(4):23-25.
- [55] 王巍. 光纤陀螺惯性系统[M]. 中国宇航出版社, 2010.
- [56] 中国惯性技术学会. 惯性技术学科发展报告[M]. 中国科学技术出版社, 2010.
- [57] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros[M]. IEEE Std 1431-2004.
- [58] 马特维耶夫等. 固体波动陀螺[M]. 国防工业出版社, 2009.

- 
- [59] H. Oh, W. Wang, S. Yang and K. Lee, “Development of SAW Based Gyroscope with High Shock and Thermal Stability”, *Sensors and Actuators A*, Vol. 165, 8-15.
- [60] Anthony D. Challoner, Howard H. Ge, John Y. Liu. Boeing Disc Resonator Gyroscope[C]. *PLANS*, 2014,504-514.
- [61] D.M. Rozelle. The Hemispherical Resonator Gyro: From Wineglass to the Planets[C]. *AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, 2009.
- [62] Andrei M. Shkel. Type I and Type II Micromachined Vibratory Gyroscopes[C]. 2006 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), 2006,586-593.
- [63] Reliability Prediction of Electronic Equipment[M]. *Military handbook 217F*, 1991.
- [64] GJB Z299B 98 电子设备可靠性预计手册[M], 1998.
- [65] IEEE Guide for Selecting and Using Reliability Predictions Based on IEEE 1413™[M]. 2002.
- [66] <https://www.fides-reliability.org/>.
- [67] G.H. Bryan. On the beats in the vibrations of A revolving cylinder or bell[J]. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1890, 7:101.
- [68] B.Deleaux, Y.Lenoir. The world smallest, most accurate and reliable pure inertial navigator: ONYX™[C].*Inertial Sensors and Systems*, 2018.
- [69] Fabrice Delhaye. HRG by Safran - The game-changing technology[C]. *IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems*, 2018,88-90.
- [70] Alain Jeanroy, Gilles Grosset, Jean-Claude Goudon, Fabrice Delhaye. HRG by Sagem from laboratory to mass production[C]. *IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems*, 2016,1-4.
- [71] G.Remillieux, F.Delhaye. Sagem Coriolis Vibrating Gyros: A vision realized[C]. *Inertial Sensors and Systems*, 2016,1-13.
- [72] Matthews A. Rybak F J. Comparison of hemispherical resonator gyro and optical gyros[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 1992,7(4):40-46.
- [73] I. P. Prikhodko, S. A. Zotov, A. A. Trusov, A. M. Shkel. Foucault Pendulum on a Chip: Angle Measuring Silicon MEMS Gyroscope[C]. *Proc. 24th IEEE Int. Conf on Micro Electro Mechanical Systems*, 2011,161-164.

- [74] D. Keymeulen. Control of MEMS disc resonance gyroscope (DRG) using a FPGA platform[C]. IEEE Aerospace Conference, 2008,1-8.
- [75] Jeffrey A. Gregory. Characterization, Control and Compensation of MEMS Rate and Rate-Integrating Gyroscopes[D]. University of Michigan, 2012.
- [76] A. A. Trusov, I. P. Prikhodko, S. A. Zotov and A. M. Shkel. Low-Dissipation Silicon Tuning Fork Gyroscopes for Rate and Whole Angle Measurements [J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(11): 2763-2770.
- [77] I. P. Prikhodko, S. A. Zotov, A. A. Trusov and A. M. Shkel. Sub-degree-per-hour Silicon MEMS Rate Sensor with 1 Million Q-factor[C]. Transducers' 11, Beijing, China, 2011: 2809-2812.
- [78] <https://www.medicon-miass.ru/en/giroscoopia>.
- [79] V. Chikovani, Y. Yatzenko, A. Barbashov, V. Kovalenko, V. Scherban, P. Marusyk Metallic Resonator CVG Thermophysical Parameter Optimization and Temperature Test Results [C]. Symposium Gyro Technology, Stuttgart, Germany, 2006: 74-77.
- [80] V.V.Chikovani, I.M.Okon, A.S.Barabashov. Digitally Controlled High Accuracy Metallic Resonator CVG [C]. Symposium Gyro Technology, Stuttgart, Germany, 2006: 4.0-4.7.
- [81] J. Beitia, C. Fell, I. Okon, P. Sweeney. Low cost CVG for high-grade north finders and targeting systems[C]. Inertial Sensors and Systems, 2016,1-15.
- [82] <https://www.colibrys.com/>.
- [83] Foloppe, Y., Rosellini, L.. HRG and north finding[C]. Proceedings of the Gyro Technology Symposium, 2010.
- [84] Sagem SA. Gyroscopic sensor and rotation measurement apparatus constituting an application there of: US Patent, US6474161 B1[P]. 2002-05-11.
- [85] Meyer A D. Rozelle D M. milli-HRG inertial navigation system[C]. 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium, 2012,24-29.
- [86] A.D. Meyer, D.M. Rozelle, A.A. Trusov, D.K. Sakaida. milli-HRG Inertial Sensor Assembly – a Reality[C]. 2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), 2018,1-4.

- 
- [87] Matthews, Anthony, et al. Dual Use HRG for Space and Subterranean Applications[C]. 34th Space Congress, Apr. 24, 1997.
- [88] Ciolino R D, Rozelle D M, Schiffers E A, Wright D S. Northrop Grumman's Scalable space inertial reference unit: Innovations reduced to practice[C]. 25th Annual AAS Rocky Mountain Guidance and Control Conference, 2002.
- [89] Loper E J, Lynch D D. Hemispherical Resonator Gyro: Status Report and Results[C]. Proceedings of the National Technical Meeting of the Institute of Navigation, 1984.
- [90] Stripling, W.W.; Lynch, D.D.; Baskett, J.R. Hemispherical Resonator Gyro: Principle, Design, and Performance[C]. In Proceedings of Symposium Gyro Technology, Stuttgart, Germany, 22–23 September 1992.
- [91] Johnson G M, Lefley A S, Toole P A. Development of the HRG based scalable space inertial reference unit for long-life moderate and precision pointing spacecraft[C]. Guidance and Control 2001, Breckenridge, CO, United states, 2001.
- [92] Schlumberger Technology Corporation, Method and apparatus for borehole surveying: US Patent, US6453239 B1[P]. 2002-09-17.
- [93] Innalabs Technologies, Inc. Coriolis force gyroscope with high sensitivity: US Patent, US7281425 B2[P]. 2007-10-16.
- [94] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers[M]. IEEE Std 1293™-1998 (R2008).
- [95] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for SingleAxis Interferometric Fiber Optic Gyros[M]. IEEE Std 952™-1997 (R2008).
- [96] D. Lynch. Vibratory Gyro Analysis by the Method of Averaging[C]. Proc. 2nd St. Petersburg Conf. on Gyroscopic Technology and Navigation, 1995.
- [97] Campanile J J. Hemispherical resonator gyro control: US Patent, US20060248953 A1[P]. 2006-11-9.
- [98] 樊尚春. 航天器和导弹制导、导航与控制：轴对称壳谐振陀螺[M]. 国防工业出版社，2013.

- 
- [99] Lynch D D, Savaya R R, Campanile J J. Hemispherical resonator gyro control: US Patent, US7318347 B2[P]. 2008-1-15.
- [100] D D Lynch. HRG Development at Delco, Litton, and Northrop Grumman[C]. Anniversary Workshop sponsored by the Academy of Technological Sciences of Ukraine, Yalta, Ukraine, 2008, 2-9.
- [101] José BEITIA, Jean-Michel CARON, Valérie PAREDES. Quapason<sup>TM</sup> : a low vibration sensitivity vibrating rate gyro[C]. Symposium Gyro Technology, 2008.
- [102] V. Zhuralev. Controlled Foucault pendulum as a model of a class of free gyros[J]. Mechanics of Solids, 1997, 32(6):21-28.
- [103] B. Friedland, M.F. Hutton. Theory and error analysis of vibrating member gyroscope[J]. IEEE Trans. Autom. Control, 1978, 23(4):545-556.
- [104] V.P. Zhuravlev. Drift of an Imperfect Hemispherical Resonator Gyro[J]. Mechanics of solids, 2004, 39:15-18.
- [105] David D. Lynch. MRIG Frequency Mismatch and Quadrature Control[C]. International Symposium on Inertial Sensors and Systems Proceedings, 2014, 1-4.
- [106] Z X Hu, B J Gallacher, J S Burdess, S R Bowles, H T D Grigg. A systematic approach for precision electrostatic mode tuning of a MEMS gyroscope[J]. J. Micromech. Microeng, 2014, 24:1-15.
- [107] Matthews A, Bauer D A. The hemispherical resonator gyro for precision pointing applications[C]. Space Guidance, Control, and Tracking II, Proc SPIE, 1995.
- [108] P W. Loveday. Analysis of Piezoelectric Ulstraonic Transducers Attached to Waveguides Using Waveguide Finite Elements[J]. IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2004, 54(10): 2045-2051.
- [109] D.D.Lynch, A.Matthews, G.T.Varty. Innovative Mechanizations to Optimize Inertial Sensor for High or Low Rate Operations[C]. Symposium Gyro Technology, Stuttgart, Germany, 1997, 9.0-9.21.
- [110] P. W. Loveday, C. A. Rogers. The Influence of Control System Design on the Performance of Vibratory Gyroscopes [J]. Journal of Sound and vibration, 2002,255(3), 417-432.

- [111] Loveday, P.W. Analysis and Compensation of Imperfection Effects in Piezoelectric Vibratory Gyroscopes[D]. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, USA, 1999.
- [112] Zhbanov, Y.K. Amplitude Control Contour in a Hemispherical Resonator Gyro with Automatic Compensation for Difference in Q-Factors[J]. Mech. Solid. 2008, 43, 328-332.
- [113] Shatalov, Y.M.; Joubert, S.V.; Coetzee, C.E. The Influence of Mass Imperfections on the Evolution of Standing Waves in Slowly Rotating Spherical Bodies[J]. J. Sound Vibrat. 2011, 330, 127-135.
- [114] Shatalov, Y.M.; Coetzee, C. Dynamics of Rotating and Vibrating Thin Hemispherical Shell with Mass and Damping Imperfections and Parametrically Driven by Discrete Electrodes[J]. Gyroscop. Navigat. 2011, 2, 27-33.
- [115] Fox, C.H.J. Vibrating Cylinder Rate Gyro: Theory of Operation and Error Analysis[C]. In Proceedings of Symposium Gyro Technology, Stuttgart Germany, 20–21 September 1988.
- [116] 席翔. 杯形波动陀螺的结构设计与精度分析[D]. 国防科学技术大学. 2010.
- [117] 高胜利, 吴简彤. 半球谐振陀螺的漂移机理及其控制[J]. 火箭与制导学报, 28(3). 61-64.
- [118] C. H. J. Fox. A Simple Theory for the Analysis and Correction of Frequency Splitting in Slightly Imperfect Rings [J]. Journal of Sound and Vibration, 1990, 142(2), 227-243.
- [119] 陶溢. 杯形波动陀螺关键技术研究[D]. 国防科学技术大学, 2011.
- [120] 胡晓东, 罗康俊, 余波. 采用离子束对半球谐振子进行质量调平[J]. 中国惯性技术学会第五届学术年会论文集. 2003, 247-252.
- [121] Soner Sonmezoglu, Said Emre Alper, Tayfun Akin An Automatically Mode-Matched MEMS Gyroscope With Wide and Tunable Bandwidth[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2014, 23(2):284-297.
- [122] Introduction to Wellbore Positioning, University of the Highlands & Islands[M]. 2012.
- [123] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 第二版, 2014.
- [124] 严恭敏. 车载自主定位定向系统研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
- [125] Wilcox J C. A new algorithm for strap-down inertial navigation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems. 1967, 3(5): 796-802.

- [126] Wertz J R. Spacecraft attitude determination and control[M]. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1978.
- [127] Wahba G. A least squares estimate of satellite attitude[J]. SIAM Review, 1965, 7(3): 409.
- [128] Keat J E. Analysis of least-squares attitude determination routine DOAOP[R]. Technical Report CSC/TM-77/6034, Computer Sciences Corporation, 1977.
- [129] Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observations[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1981, 4(1): 70-77.
- [130] 严恭敏. 捷联惯导系统动基座初始对准及其它相关问题研究[R]. 西安: 西北工业大学博士后研究工作报告, 2008.
- [131] iXSea Ltd. PHINS\_UG\_Part1\_Intro\_MU-PHINS-002-C.pdf[EB/DK], 2004, 12.
- [132] iXSea Ltd. Octans III UG Part 1 Introduction MU-OCTIII-002-A.pdf[EB/DK], 2004, 7.
- [133] 秦永元, 严恭敏, 顾冬晴, 等. 摇摆基座上基于  $g$  信息的捷联惯导粗对准研究[J]. 西北工业大学学报, 2005, 23(5): 681-684.
- [134] Wu Feng, Qin Yongyuan, Zhou Qi. Error analysis for SINS alignment using gravity integration in inertial reference frame[J]. Chinese journal of sensors and actuators, 2013, 26(3): 361-366.
- [135] 严恭敏, 秦永元. 车载激光捷联惯导系统双位置对准研究[J]. 弹箭与制导学报, 2005, 25(3): 478-480, 494.
- [136] 付强文. 车载定位定向系统关键技术研究[D]. 西北工业大学, 2014.
- [137] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2007, 33-34.
- [138] Lee J G, Park C G, Park H W. Multiposition alignment of strapdown inertial navigation system[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(4): 1323-1328.
- [139] 刘志琴, 王新龙. 捷联惯导系统最优多位置对准的确定与分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(03): 330-334.
- [140] Park S K, Suh Y S. A zero velocity detection algorithm using inertial sensors for pedestrian navigation systems[J]. Sensors, 2010, 10(10): 9163-9178.

- 
- [141] Yang C J, Gao Z Y, Li D S. Hybrid filter combining with ZUPT for vehicle MINS[C]. Proc. of the 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, 2010, 370-374.
- [142] Nilsson J O, Skog I, Handel P, et al. Foot-mounted INS for everybody: an open-source embedded implementation[C]. Proc. of the 2012 Position Location and Navigation Symposium, 2012, 140-145.
- [143] Wang J, Gao Z. Real time estimation of position and the gravity vector with an inertial survey system[J]. Journal of Geodesy, 1996, 71(12): 16-20.
- [144] V. Rago, G. Remillieux. A New Control Mode Greatly Improving Performance of Axisymmetrical Vibrating Gyroscopes[J]. Gyroscopy and Navigation, 2011, 2(4): 229–238.
- [145] 闵跃军, 薛旭. 基于频域的挠性摆式加速度计表头参数辨识方法[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(1): 94-98,103.
- [146] 薛旭, 闵跃军, 郭晓芳, 何静. 挠性摆式加速度计频率特性的电激励测试方法及参数辨识[J]. 导弹与航天运载技术, 2008, 4: 39-43.
- [147] A. Jeanroy, A. Bouvet, and G. Remillieux. HRG and Marine Applications[J]. Gyroscopy and Navigation, 2014, 5(2): 67–74.
- [148] Beitia, J., Caron, J.M., and Paredes, V., Quapason. A low vibration sensitivity vibrating rate gyro[C]. Proceedings of the Gyro Technology Symposium, Germany, 2008, 4.1–4.11.
- [149] Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences (Beijing, CN). High-precision pendulous accelerometer: US Patent, US10309984 B2 [P]. 2019-06-04.
- [150] Baker J C, Zaida D T, Johnson G M. Vibratory sensor with virtual node/antinode correction of secondary harmonics: US Patent, US6357296 B1[P]. 2002-3-19.
- [151] K. Hayworth. Continuous tuning and calibration of vibratory gyroscopes[C]. NASA Tech Brief, 27(10), 2003.



## 致 谢

岁月如梭，时光荏苒，年近不惑能够有幸去追求自己的梦想，一张安静书桌的背后是许多人为我默默的付出，在博士论文成稿之际，心中充满了感恩和感动，感谢所有支持和帮助我的人！

首先感谢我的导师杨长春研究员和游庆瑜研究员，杨老师不拘小节，知识渊博，学贯数学与哲学，六年来，多少次的困惑与迷茫都幸得杨老师拨云见日。游老师治学严谨，为人低调，马里亚纳海沟的万米级地震仪是我辈矢志不渝努力和学习的榜样。

感谢朱日祥院士、底青云研究员为课题研究提供的平台与支持。

感谢油气资源重点实验室的王彦飞研究员、刘礼农副研究员，研发中心的杜爱民研究员、王中兴高级工程师的帮助。

感谢学科组的俞度立老师、冯方方老师、韩可都老师、周显良老师、于连忠老师多年来的指导。

感谢课题组的董昉博士、麻三怀博士和张潇筱工程师在整机调试、试验验证等辛苦的工作，感谢研究生王继寅在文本校对的工作。

感谢航天科技的王巍院士、闵跃军研究员、陈效真研究员，带我进入惯性技术领域，让我如此的为之痴迷。

最后，深深地感谢我的家人：我的父母、岳父母、爱人、儿子和女儿，你们的支持与温暖永远是我前行的动力！

薛 旭

2019年10月28日

于中国科学院地质与地球物理研究所



## 作者简历及在学期间发表学术文章

### 作者简介

薛旭，男，汉族，1980年5月生于山西省阳高县；

1998年—2002年，就读于北京交通大学，机械工程及其自动化专业，获得学士学位；

2002年—2005年，中国航天科技集团公司九院230厂，从事陀螺仪工艺设计与测试工作；

2005年—2008年，就读中国航天科技集团公司第一研究院，精密仪器及机械专业，获得硕士学位；

2008年—2013年，中国航天科技集团公司九院十三所，从事惯性技术研发工作；

2013年至今，任职于中国科学院地质与地球物理研究所，从事地球物理装备及智能导钻惯性传感器研发工作；

2014年9月，就读于中国科学院大学，地球与空间探测技术专业。

### 已发表的学术论文或已授权专利

- [1] 薛旭. 一种 MEMS 加速度计，专利号：ZL201410183410.4，已授权。
- [2] 薛旭，郭士超. 一种 MEMS 传感器封装结构及其封装方法，专利号：ZL201410183524.9，已授权。
- [3] 薛旭. 一种可工程化的 MEMS 加速度计，专利号：ZL201410182218.3，已授权。
- [4] 薛旭. 一种高精度挠性加速度计，专利号：ZL201610105847.5，已授权。
- [5] 薛旭，洪林峰，杨长春，李宗伟，熊兴崑，韩可都. 一种新型高精度 MEMS 加速度计，专利号：ZL201610105866.8，已授权。
- [6] 薛旭. 高精度可挠性加速度计：特许第 6342071 号，日本专利，已授权。

- [7] 薛旭, 张潇筱, 辛维, 郭士超. 一种带热沉和磁屏蔽的 MEMS 封装及其制备方法, 专利号: ZL201610887065.1, 已授权。
- [8] 薛旭. High-precision pendulous accelerometer, 专利号: US10309984 B2, 美国专利, 已授权。
- [9] 薛旭, 底青云, 杨长春. Flexible high-precision accelerometer, 专利号: 2016394137, 国际专利, 已授权。
- [10] 董旻, 冯方方, 薛旭, 麻三怀. MEMS 加速度传感器性能参数标定方法、处理器及系统, 专利号: ZL201511023262.0, 已授权。
- [11] 李宗伟, 杨长春, 薛旭, 熊兴崟, 韩可都, 丛宁. 一种惯性传感器电容检测加速度计, 专利号: ZL 201610105474 .1, 已授权。

### 负责或参加的研究项目

- [1] 国家科技重大专项子课题负责人, 子课题名称: MEMS 加速度传感器封装、集成和质量控制, 课题名称: MEMS 技术及工业化试验, 项目名称: 深层-超深层油气藏地质特征、分布规律及目标评价。
- [2] 中国科学院战略先导科技专项 (A 类) 04 项目子课题负责人, 子课题名称: 高温机电式传感器, 项目名称: 超深层导向钻井关键技术。