

密级:



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

联动双飞秒光纤光频梳技术与微腔光频梳理论研究

作者姓名: 徐昕

指导教师: 王屹山 研究员 西安光机所

刘元山 副研究员 西安光机所

学位类别: 理学

学科专业: 光学

研究所: 中国科学院西安光学精密机械研究所

2016 年 5 月

**Technology of the linked dual femtosecond fiber frequency
combs and theoretical analysis on the microresonator
frequency combs**

**By
[Xin Xu]**

**A Dissertation Submitted to
University of Chinese Academy of Sciences
In partial fulfillment of the requirement
For the degree of
Doctor of Natural Science**

**Xi'an Institute of Optics & Precision Mechanics,
Chinese Academy of Sciences
May, 2016**

科研道德声明

秉承研究所严谨的学风与优良的科学道德，本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中所引用的内容都已给予了明确的注释和致谢。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了致谢。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

论文作者签名：_____ 日期：_____

知识产权声明

本人完全了解中科院西安光学精密机械研究所有关保护知识产权的规定，即：研究生在所攻读学位期间论文工作的知识产权单位系中科院西安光学精密机械研究所。本人保证离所后，发表基于研究生工作的论文或使用本论文工作成果时必须征得产权单位的同意，同意后发表的学术论文署名单位仍然为中科院西安光学精密机械研究所。产权单位有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；产权单位可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。

(保密的论文在解密后应遵守此规定)

论文作者签名：_____

导师签名：_____

日期：_____

日期：_____

致 谢

博士阶段的学习生活即将结束，回首这一段时光，有很多帮助过我的老师和朋友。首先，我要深深地感谢我的导师王屹山研究员对我的悉心指导。王老师严肃的科学态度，严谨的治学精神，精益求精的工作作风，深深地感染和激励着我。王老师不仅在科研上给我以精心指导，同时还在生活上给我以无微不至的关怀，在此谨向王老师致以诚挚的谢意和崇高的敬意。

我还要特别感谢我的师兄刘元山副研究员。刘师兄不仅在实验上对我的指导，为我提供科研的思路，更是为我提供了很多机会，锻炼了我独立自主进行科研的能力。刘师兄传授给我的知识让我受益终身。每当我在学习和生活中遇到困难时，刘师兄都给我支持和关心，帮助我战胜困难。在此向刘师兄表达深深的谢意。

衷心感谢胡晓鸿师兄对我的帮助，在我遇到问题时，胡师兄总能给予我提点，帮助我解决问题。感谢冯野师兄在实验上的指导和合作，在我刚下实验室时，冯野师兄教会我很多实验上的操作，让我受益匪浅。衷心感谢程昭老师对实验的关心和帮助，感谢程昭老师在百忙之中仍然不厌其烦地帮我一遍遍地修改论文。同时还要感谢课题组的张伟，杨直，王向林，王虎山，张挺，于佳各位师兄对我的帮助。

衷心感谢光电院的周维虎老师和清华大学的吴冠豪老师对项目 and 实验的支持，感谢清华大学的沈罗丰同学和光电院的黎尧博士对我实验的帮助。

衷心感谢黄新宁一直以来对我的安慰和鼓励。

衷心感谢李飞涛对我的帮助和启发。

衷心感谢秦星、王茜、朱莎在我最困难时的陪伴。

衷心感谢西安电子科技大学的连天虹博士对我的帮助。

衷心感谢我硕士时期的导师西安电子科技大学的王石语教授，感谢王石语老师带领我走上科研的道路，感谢王石语老师即使在我毕业之后也仍然对我关心和帮助。

特别感谢我的父母，感谢您们这么多年来对我的理解、支持和宽容，感谢您们对我不计回报的付出。

感谢所有帮助过我的人。

徐昕

2016年5月

摘要

近年来,光频梳因具有较高的频率稳定性、相位稳定性以及低相位噪声等优点,在精密测量领域得到广泛应用。然而精密测量技术的发展需求和应用环境对光频梳光源的可靠性、稳定性及环境适应性等提出了更高的要求。为进一步提高光频梳的可靠性、稳定性,本论文提出并实验开展了全保偏飞秒光纤光频梳系统技术研究,有效抑制外界环境因素对光纤光频梳稳定性的影响;此外,基于光学微腔的 Kerr 光频梳已成为当前国际上光频梳技术研究热点,它为高重复、高集成光频梳系统应用提供了有效的解决途径。

本论文首先研究了基于全保偏飞秒锁模光纤激光器的光频梳产生机理,同时开展了飞秒全保偏光纤光频梳实验研究,成功搭建了全保偏飞秒光纤光频梳系统,并在单个光频梳频率和相位锁定的基础上,实现了双光频梳频率与相位的联动。此外,针对新型的基于光学微腔的 Kerr 光频梳进行了理论研究和分析。论文主要工作和创新点如下:

一、搭建了基于全保偏光纤锁模激光器的飞秒光纤光频梳系统。在振荡器内部加入了光延迟线,实现了光频梳 f_r 的大范围(~1MHz)连续可调。光学部分采用了全保偏结构,提高了系统的温度稳定性和振动稳定性。使用比例-积分-微分反馈控制技术,实现光频梳系统的稳频和稳相。光频梳锁定后,重复频率(Repetition frequency, f_r)和载波包络偏移频率(Carrier-envelope offset frequency, f_{ceo})的标准差分别达到 213 μ Hz 和 2.43mHz(记数时间间隔为 1s), f_r 和 f_{ceo} 的频率稳定度分别为 4×10^{-12} (1s) 和 3×10^{-10} (1s)。同时测量了 f_r 和 f_{ceo} 的相位噪声,测得 f_r 和 f_{ceo} 积分相位噪声分别为 1mrad(积分区间为 10Hz~10MHz)和 0.5rad(积分区间为 100Hz~100MHz)。

二、实现了双飞秒光频梳联动控制的功能。针对双光频梳在绝对距离测量中的应用需求,提出并开展了飞秒双光梳的联动控制技术实验研究。分别搭建了两套独立的跟踪反馈控制电路,将两台光频梳 f_r 和 f_{ceo} 之间的差 Δf_r 和 Δf_{ceo} 分别锁定到稳定的微波信号源上。这样,当一台光频梳的 f_r 或者 f_{ceo} 变化时,另一个光频梳相应的频率跟随发生变化。经过理论分析和实验验证,选用相关系数

作为评价双光梳联动特性的参数。当双光梳间实现联动后, f_r 和 f_{ceo} 的相关系数最高可分别达到 0.99 和 0.98。在此基础上, 实验研究了多种情况下双光梳间的频率联动特性。数据显示, 对主动光频梳进行自动扫频和手动扫频时, 从动光频梳的频率立刻跟随变化, 双光梳的频率间保持良好的联动特性。双光梳的联动减小了两台光频梳间的相对抖动, 提高了测距结果的稳定性。目前, 基于全保偏光纤锁模激光器的双光梳系统已成功地应用在了绝对距离测量的实验中, 测距精度达到亚微米量级。

三、理论分析了基于光学微腔的 Kerr 光频梳的产生过程以及各参数对腔内光场分布的影响。建立了基于 Lugiato-Lefevé 方程的微腔内光场演化模型, 采用分步傅立叶法求解, 得到微腔中光场的演化过程。研究表明, 在负色散微腔中, 腔内初始光场为高斯脉冲的情况下, 选取合适的微腔参数与泵浦参数, 可在腔内产生稳定的亮孤子, 此时在频域上得到的是频率间隔为微腔自由光谱范围的梳状光谱。同时发现, 失谐参量 α 和色散系数 β 的增加使得亮孤子有更高的峰值功率。在正色散微腔中, 仅在一定条件下有稳定的暗孤子存在于腔内, 并且随着色散系数 β 的增加, 暗孤子的脉宽会增加; 而失谐参量 α 的增加会使暗孤子的形状发生变化。理论分析的结果对于实验中采用微腔产生 Kerr 光频梳时, 微腔参数和泵浦参数的选取有重要意义。

四、分析了连续光和脉冲光混合泵浦的情况下, 微腔内光场的演化情况。仍以 Lugiato-Lefevé 方程为模型, 使用分步傅立叶法, 分析腔内光场随时间变化的情况。研究表明, 在正色散微腔中, 采用混合泵浦方式可以在腔内形成脉冲形式的光场分布, 弥补了连续光泵浦无法在腔内产生亮孤子的不足。高重复频率的泵浦脉冲有利于腔内光场的稳定, 而泵浦脉冲的振幅过高, 会导致腔内的脉冲发生分裂。微腔失谐参量 α 的增加会导致脉冲展宽以及脉冲能量降低。在负色散微腔中, 泵浦脉冲的振幅和重复频率增加, 均会引起腔内的脉冲分裂成多个峰值的形式。连续光泵浦功率的提高, 导致腔内出现一系列等间距的脉冲, 甚至出现混沌的现象。这对于选取合适的微腔以及泵浦参数, 在腔内产生脉冲形式的光场分布具有重要作用。

关键词: 飞秒光纤光频梳, 全保偏锁模激光器, 频率稳定, Kerr 光频梳, 光学微腔

ABSTRACT

In recent years, because of the advantage of the high frequency stability, high phase stability and low phase noise, the frequency combs are used in the precision measurement widely. However, with the development of the precision measurement, the stability, reliability and environmental suitability of the frequency combs are needed to be increased. To enhance the stability and reliability, the technology of the all polarization-maintaining fiber frequency comb is studied experimentally. The polarization-maintaining characteristic is beneficial to restrain the influence of the external environment on the system stability. Moreover, the Kerr frequency combs based on the microresonator are the international research focus. The spacing between the teeth of the frequency comb can be increased by use of the Kerr frequency combs, which are also significant for the optical integration.

The frequency comb based on all polarization-maintaining femtosecond fiber lasers is studied in this paper. The key technologies are experimented, and the prototype of the frequency comb is constructed. Perfect linkage of dual frequency combs based on all polarization-maintaining femtosecond fiber lasers is demonstrated. Moreover, the Kerr frequency combs based on the microresonator is investigated theoretically. The research work and results are summarized as follows:

1. The frequency comb based on all polarization-maintaining femtosecond fiber lasers is constructed. With the aid of the optical delay line, the repetition frequency (f_r) is tunable in a large range (~ 1 MHz). By use of the proportion integration differentiation controller, the f_r and the carrier-envelope offset frequency (f_{ceo}) are both locked to the stable microwave referenced oscillator. The standard deviations of the f_r and f_{ceo} are 213 μHz and 2.43 mHz (the gatetime is 1s). The phase noise power spectra densities of the f_r and f_{ceo} is measured, and the corresponding integrated phase noises are 1 mrad (the integrating range is 10Hz~10MHz) and 0.75 rad (the integrating range is 100Hz~100MHz) respectively.

2. The linkage of the dual frequency combs based on all polarization-maintaining femtosecond fiber lasers is realized. As for the absolute distance measurement, the linkage of the dual frequency combs is needed and studied experimentally. By employing two independent tracking feedback controlling circuits, the Δf_r and the Δf_{ceo} between the dual frequency combs are

locked to the stable microwave referenced oscillator simultaneously. Thus, while the f_r of one frequency comb varies, the other frequency comb's f_r tracks immediately, as well as the f_{ceo} . The correlation coefficient is employed to evaluate the linkage capability of the dual frequency combs. The correlation coefficients of the dual f_r 's and the dual f_{ceo} 's are up to 0.99 and 0.98, which indicate an ideal linkage between the dual frequency combs. Moreover, the frequency linkage characteristic is studied in different circumstances, when the frequency of the master frequency comb is varied by various methods. The perfect linkage is demonstrated in the experiment, when the master frequency comb's frequency is changed automatically and manually. The relative jitter between the dual frequency combs is reduced because of the linkage. Thus, the stability of the distance measurement is increased. At present, the linked dual frequency combs is used in the absolute distance measurement successfully, and the precision is less than 1 μm .

3. The generation of the Kerr frequency combs based on the microresonator is demonstrated, and influences of the microresonator properties and the pump parameters on the field profile are analyzed theoretically. By use of the split-step Fourier algorithm, the Lugiato-Lefever Equation is introduced to describe the evolution of the field inside the microresonator. The simulation results indicate that, in the anomalous dispersion regime, when the initial field envelope is set as a Gaussian pulse, the suitable parameters are available for the generation of the soliton. The corresponding spectrum is spaced by the FSR. Both the increase of the frequency detuning and dispersion parameter can result in the powerful pulses in the microresonator. In the normal dispersion regime, only the dark soliton can exist in the microresonator. With the raising of the dispersion parameter, the pulse width of the dark soliton is increased. And the shape of the dark soliton is varied when the frequency detuning is increased. The theoretical analysis is significant to select the microresonator parameter and the pump for the Kerr combs generation.

4. The spatiotemporal evolution of the electromagnetic field inside the microresonator pumped by the continuous wave and periodical pulse train simultaneously based on the Lugiato-Lefever Equation. The theoretical analysis results demonstrate that the synthetic pump can compensate for the drawback that the bright solitons cannot be generated in the normal dispersion regime. Moreover, the influences of the microresonator and the pump parameters on the field evolution and electromagnetic field profile are analyzed in either the normal or anomalous

dispersion regime. It is concluded that, in the normal dispersion regime, the high amplitude of the pump pulses leads to the pulse split, and the pulse stretching occurs when the loss of the microresonator rises. In the anomalous dispersion regime, increasing the frequency and the amplitude of the pump pulses both result in multiple peaks in the cavity. A series of equidistant pulses can be generated by raising the CW pump power. The study is important for the selections of the microresonator parameter and the pump under the synthetic pump.

Key Words: femtosecond fiber frequency comb, all polarization-maintaining mode-locked fiber laser, frequency stability, Kerr frequency comb, optical microresonator

目 录

致谢.....	I
中文摘要.....	II
ABSTRACT.....	III
第一章 绪论	1
1.1 光频梳的产生和发展.....	1
1.2 光频梳的应用.....	2
1.2.1 精密光学频率测量应用.....	2
1.2.2 光钟应用.....	3
1.2.3 精密光谱测量技术应用.....	4
1.3 光频梳的种类和国内外研究现状.....	4
1.4 论文的内容安排.....	8
参考文献.....	9
第二章 基于全保偏光纤锁模激光器的飞秒光频梳技术研究	16
2.1 飞秒光频梳的基本原理.....	16
2.2 全保偏飞秒光纤锁模激光器.....	18
2.2.1 锁模的基本原理.....	18
2.2.2 飞秒光纤激光锁模技术.....	19
2.2.3 基于 SESAM 的全保偏飞秒光纤锁模激光器的实验研究.....	20
2.3 飞秒光纤激光脉冲的放大和压缩.....	21
2.3.1 光纤飞秒光脉冲放大的基本理论.....	22
2.3.2 飞秒光纤激光脉冲的啁啾特性.....	24
2.3.3 飞秒光纤激光脉冲放大与压缩实验研究.....	26
2.4 超连续谱的产生和 f_{ceo} 信号的探测.....	29

2.4.1 超连续谱产生的基本理论.....	30
2.4.2 超连续谱产生的仿真与实验结果.....	31
2.4.3 f_{ceo} 信号的探测.....	34
2.5 全保偏光纤光频梳的稳相.....	36
2.6 全保偏光纤光频梳的稳频.....	39
2.6.1 DSP 对光延迟线的控制.....	40
2.6.2 f_r 的锁定.....	41
2.7 小结.....	43
参考文献.....	44
第三章 基于全保偏光纤锁模激光器的飞秒双光梳的联动实验研究.....	47
3.1 研究背景.....	47
3.2 双光频梳重复频率的联动.....	49
3.2.1 实验系统.....	49
3.2.2 评价系统联动特性的方法.....	50
3.2.3 实验结果.....	55
3.3 双光频梳载波包络偏移频率的联动.....	58
3.4 联动双光梳在精密测距应用中的实验结果.....	61
3.5 小结.....	62
参考文献.....	62
第四章 基于光学微腔的 Kerr 光频梳理论研究.....	65
4.1 光学微腔的特性.....	65
4.1.1 质量因子 Q	65
4.1.2 自由光谱范围 FSR.....	66
4.1.3 F 值.....	66
4.1.4 模式体积.....	66

4.1.5 腔内循环功率.....	67
4.2 光与微腔的耦合.....	67
4.3 微腔内光场演化的理论模型.....	71
4.4 微腔内 Kerr 光频梳的产生.....	74
4.4.1 负色散微腔内光场的演化.....	74
4.4.2 正色散微腔内光场的演化.....	80
4.5 小结.....	83
参考文献.....	84
第五章 混合泵浦下微腔内光场演化理论研究.....	87
5.1 混合泵浦下微腔内光场演化的理论模型.....	87
5.2 混合泵浦下正色散微腔内光场的演化.....	88
5.3 混合泵浦下负色散微腔内光场的演化.....	90
5.4 小结.....	95
参考文献.....	95
第六章 工作总结与展望.....	96
6.1 论文的主要研究成果及创新.....	96
6.2 对未来工作的展望.....	98
作者简介及在学期间发表的学术论文与研究成果.....	98

第一章 绪论

1.1 光频梳的产生和发展

20世纪70年代, 光学频率梳的概念被提出。1977年, 斯坦福大学的T. W. Hänsch和他的同事利用染料激光器产生了梳状光谱。然而, 当时的超短脉冲激光技术和高非线性光纤技术的不成熟限制了光频梳技术的发展^[1]。在1990年, D. E. Spence和他的同事使用克尔镜锁模, 产生了脉冲宽度小于100fs的超短脉冲^[2], 极大地提高了脉冲的峰值功率, 这对于光学非线性技术的发展以及激光器频率的控制有非常重要的意义。1997年, T. W. Hänsch等人利用钛宝石锁模激光器和CaF₂晶体产生了波长范围覆盖一个倍频程宽度的超连续谱, 并研制出了世界上第一台锁定的自参考光学频率梳。随后美国的贝尔实验室研制的光子晶体光纤, 将钛宝石锁模激光器的输出光谱展宽到包含了一个倍频程的超连续谱。1999年, J. K. Ranka等人利用这一成果, 成功研制了基于钛宝石锁模激光器的光频梳^[3]。在此之后, 钛宝石光频梳技术逐渐发展成熟, 它也越来越多地被应用在精密测量领域。但是随着钛宝石光频梳被广泛使用, 它体积大、稳定性低、难以维护的缺点也逐渐显露。因此在2003年, 美国国家标准技术研究所(National Institute for Standards and Technology, NIST)的B. R. Washburn和N. R. Newbury等人研制了第一台基于掺Er光纤锁模激光器的飞秒光纤光频梳^[4]。和基于钛宝石锁模激光器的传统光频梳相比, 光纤飞秒光频梳具有体积小、集成度高、稳定性高, 成本低等优点^[5-9], 因而得到更加广泛的应用。2005年, T. W. Hänsch和J. Hall凭借在光频梳精密测量领域做出的杰出贡献而获得诺贝尔物理学奖。

随着光纤光频梳应用领域的拓展, 尤其是在天文光谱仪校准及类地行星探测等领域, 需要使用高重复频率(>10 GHz)的光频梳。传统的基于光纤锁模激光器的光频梳, 由于受到振荡器腔长的限制, 其重复频率一般为几十到几百MHz^[10,11]。为提高重复频率, 一般采用光纤和空间结构相结合的方法来搭建振荡器, 这种方法最多可以将光频梳的重复频率提高到GHz量级^[12,13]。但是在精密测量领域中, 需要更高重复频率的光频梳, 而通过减小振荡器腔长的方法已经没有办法实现。因此, 另一种新型的光频梳——基于光学微腔的Kerr光频梳

产生了^[14,15]。光学微腔的概念最早在 1969 年由 Marcatili 提出^[16]，但是在上个世纪，由于半导体工艺水平的限制，光学微腔的性能没有得到很大地改善，因而这一研究领域也没有引起很大的关注。近些年来，随着材料工艺水平的迅速发展，各种不同材料、结构的微腔相继出现。2003 年，K. J. Vahala 的研究组利用半导体刻蚀工艺首次研制出 SiO₂ 微环结构的谐振腔，并成功实现了光纤与微腔之间的耦合，得到梳状光谱，其梳齿间的频率间隔达到 12GHz^[17]。基于光学微腔的 Kerr 光频梳不仅极大的提高了梳齿间的频率间隔，还为光子集成提供了技术基础^[18]。

1.2 光频梳的应用

在光频梳出现之前，光学频率的测量多是采用相位相关的谐波频率链进行的^[19,20]，但是由于相位相关的谐波频率链产生方法十分复杂，并且对环境要求很高，因此这种测量方法只能局限在实验室中使用，系统的稳定时间也仅能持续几分钟。光频梳的出现为光学精确测量提供了新的方案。光频梳的输出在频率域上表现为一系列频率间隔相等的频率分量，每个频率分量具有很窄的线宽。任意处于光频梳的光谱增益范围之内的光学频率都可以和光频梳的频率分量拍频，产生一个射频信号，通过对射频信号进行探测就可以测量出这个光学频率。在 2000 年，稳定的自参考光频梳被运用在光学频率合成中^[21]。由于其特别高的稳定性和精度，光频梳对精确测量领域有着非常重大的意义。随着光频梳技术不断被完善，它在很多方面得到了广泛应用，包括光学频率测量、光钟、天文光谱观测、绝对距离测量等。其中，在 2009 年，美国 NIST 将双光频梳应用于测距中^[22]，当测量距离为 30km 时，测量精度可达到 5nm，这不仅是绝对距离测量史上突破性的进展，同时也为激光测距在航天工程中的应用奠定了基础。本节中将简要介绍光频梳的几种应用，而关于双光频梳在绝对距离测量中的应用将在论文的第三章详细介绍。

1.2.1 精密光学频率测量应用

光频梳最直接的应用是对光学频率进行精密测量。主要方法是将待测的连续光与光频梳拍频，在频域上得到一系列梳齿，通过微调光频梳的重复频率进而得到待测的光学频率。目前，普通的商用波长计的对光学频率测量的不确定度大约

为 10^{-8} ，而采用光频梳进行光学频率测量，其不确定度可以达到 10^{-14} 量级^[23]。

光频梳可以提供非常稳定的频率基准。将连续激光与光频梳拍频，利用光频梳锁定频率的方式，将连续激光的频率锁定到最相近的光频梳梳齿上，这样就实现了连续激光频率的锁定^[24]。频率稳定的连续激光在精密测量等领域同样有非常广泛的应用。

1.2.2 光钟应用

原子钟频率标准来自于原子在微波波段的跃迁频率，而光钟是以原子或分子在光波波段的跃迁作为频率标准的。光钟的基本结构由三部分组成^[25]：1. 稳频激光器，用于产生稳定的周期信号；2. 单个被捕获离子由激光冷却后跃迁产生的光学频率，它将稳频激光器的光学频率标准化；3. 光学频率梳。在光钟系统中，将光频梳锁定在光学频率标准上，这样光学频率的精度和稳定性就转移到光频梳上，其结构如图1.2.1所示^[26]。

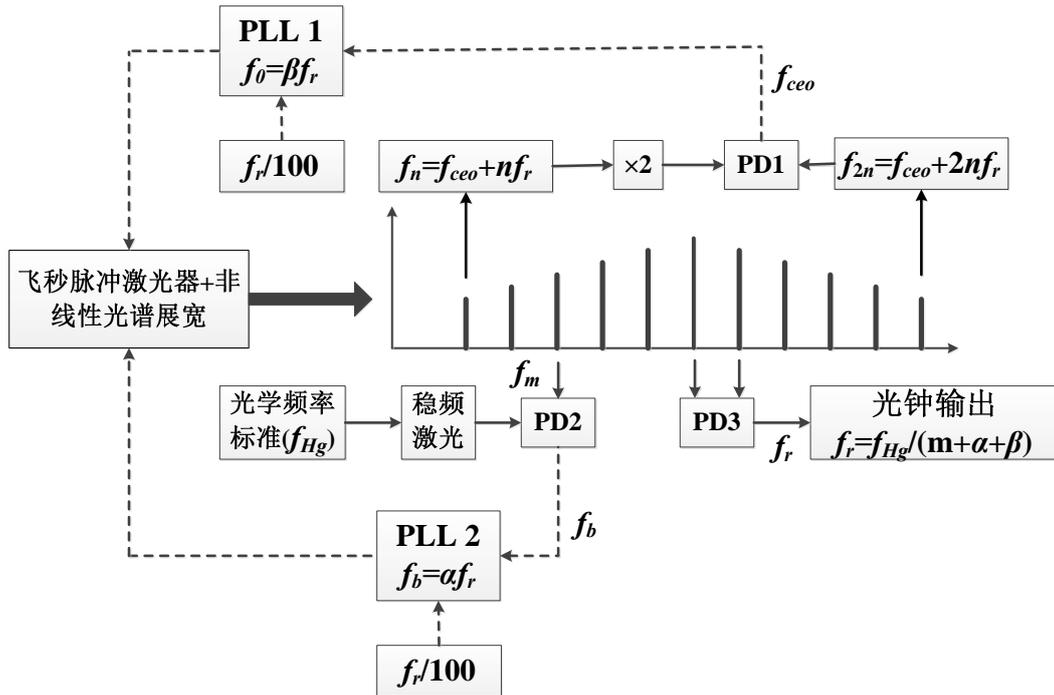


图1.2.1 光钟系统结构图(PD: 光电探测器; PLL: 锁相环)。

基于原子或者分子跃迁的频率标准的稳定度和精度可以表示为：

$$\sigma(\tau) \sim \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1}{\sqrt{\tau}} \quad (1.2.1)$$

其中， $\Delta\nu$ 是原子跃迁的线宽， ν_0 是原子跃迁的中心频率， τ 是测量时间， N 是与电

磁场发生作用的原子个数， σ 的值越小表示频率标准越稳定。在光学波段， ν_0 的大小一般为 10^{14} — 10^{15} Hz，而在微波波段， ν_0 一般为 10^9 — 10^{10} Hz，根据公式(1.2.1)，当原子跃迁线宽 $\Delta\nu$ 相同时，光学频率标准比微波频率标准的稳定性和精度要高很多。目前，在光频范围内，已经科学家们已经发现了某些原子的跃迁线宽可以达到Hz、甚至是mHz量级。这意味着光钟的精度和稳定性将大大超过微波钟，可以达到 10^{-17} ~ 10^{-18} 。因此，光钟对提高时间频率标准的精度有着重要意义。

2001年，S. A. Diddams 等人利用原子和光频梳完成了第一个基于 Hg^+ 的光钟实验，实现了参考到光学频率的可计数的微波频率输出，频率稳定度达到 7×10^{-15} [26]。2008年，T. Rosenband 等人研制成功了稳定度达到 5.2×10^{-17} （平均时间为 1000s）的光钟，其稳定度比 Cs 原子钟高出两个数量级[27]。鉴于光钟的高精度和高稳定性，国际计量局时频委员会计划将在 2020 年采用光钟替代原子钟作为新的频率标准。

1.2.3 精密光谱测量技术应用

在光频梳出现之前，光谱测量多是基于连续激光器的吸收光谱。光频梳作为频率标尺，可以用于标定连续激光器的光学频率[28]，其光谱分辨是由单个梳齿的线宽决定的，一般为 kHz 到 Hz 数量级。此外，光频梳也可直接用于光谱测量中，在这种方案中，通常使用高精度的 Fabry-Perot 腔作为样品池，增加光在腔中往返的次数，增强光频梳与待测样品之间的相互作用[29]。2009年，Birgitta Bernhardt 等人还报道了利用两台重复频率不同的光频梳对光谱进行测量[30]。其中一台光频梳的输出光通过包含有待测样品的增强腔后，与另一台光频梳拍频，产生的信号输入光电探测器。对光电探测器产生的信号进行傅立叶分析，即可得到待测样品的光谱信息。这种双光梳测光谱的方法和单光梳直接测量的方案相比，测量系统更加简单、测量速度更快，测量结果分辨率更高。

1.3 光频梳的种类和国内外研究现状

目前，光频梳的种类繁多，不同种类的光频梳具有不同的工作波长、重复频率等。表 1.1 为各类光频梳的特征参数。传统的钛宝石(Ti:Sapphire)光频梳可以直接产生或者利用光子晶体光纤产生 500~1200nm 的超连续谱[31,32]，由于其振荡器是空间结构，因此重复频率可以达到 GHz 量级[33]。此外，同样是空间结构

的还有 Cr:LiSAF、Cr:forsterite、Yb:KYW 和 Er:Yb:glass 光频梳，其中，基于 Cr:LiSAF^[34]和 Yb:KYW^[35]的光频梳是通过光子晶体光纤产生超连续谱，基于 Cr:forsterite^[36,37]和 Er:Yb:glass^[38]利用高非线性光纤(Highly nonlinear fiber, HNLF)产生超连续谱，其光谱范围分别为 550~1100 nm 和 1000~2000 nm。空间结构的光频梳有明显的缺点：系统的体积较大，使用时需要超净环境，输出稳定性易受外界振动影响。目前，技术最成熟的光纤光频梳主要是基于掺 Er 的光纤激光器和掺 Yb 的光纤激光器。对于掺 Er 和掺 Yb 这两种类型的增益光纤，Yb 的掺杂浓度远大于 Er 的掺杂浓度，因此要实现同样大小的增益，掺 Yb 光纤所需长度小于掺 Er 光纤，所以掺 Yb 光频梳的重复频率要高于掺 Er 光频梳的重复频率^[39,40]。而掺 Er 光纤光频梳的中心波长为 1560nm，位于通信波段，有非常广泛的应用领域，其商用光纤元件在种类和价格上也具有优势^[41,42]。此外，基于掺 Tm 光纤激光器的光频梳也在研制中^[43]，其波长范围为中红外波段，在军事领域可发挥重要作用。

表1.1 不同种类光频梳特征参数比较^[20]

	Ti:Sapphire	Cr:LiSAF	Cr:forsterite	Yb:KYW	Er:Yb:glass	Er:fiber	Yb:fiber
中心波长	800 nm	894 nm	1275 nm	1030 nm	1560 nm	1560 nm	1040 nm
脉宽	10-50 fs	~50 fs	30 fs	290 fs	170 fs	80-200 fs	70-100 fs
泵浦源	Nd:YVO ₄ (532 nm)	二极管(650 nm)	光纤激光器(1075 nm)	二极管(980 nm)	二极管(976 nm)	二极管(980/1480 nm)	二极管(976 nm)
重复频率	0.1-10 GHz	93 MHz	420 MHz	160 MHz	75 MHz	50-300 MHz	0.1-1 GHz
倍频程	~500-1200 nm	~550-1100 nm	~1000-2000 nm	700-1400nm	~1000-2000 nm	~1000-2000 nm	700-1400nm
电光转换效率	~0.1%	1-2%	~0.5%	~2-3%	~2-3%	~1%	1-2%
平均功率	1000 mW	150 mW	500 mW	>200 mW	>100 mW	25-100 mW	100-200 mW

国外进行光纤光频梳研究的单位主要是美国 NIST，他们不仅最先研制出掺

Er 光纤光频梳，并且实现了飞秒光纤光频梳的重复频率可调^[44]。在 2014 年他们还首次报道了全保偏结构的光纤光频梳^[45]，这对于提高光纤光频梳系统的稳定性有重要意义，通过使用稳定的连续光源作为参考，重复频率和载波包络偏移频率积分相位噪声分别为 0.22rad 和 2.9rad(积分范围 1Hz~5MHz)，此外他们成功地将全保偏的光纤光频梳在实验室以外的环境中使用。在光纤光频梳产品化方面，Menlo Systems 公司处于世界领先地位，其掺 Er 的光纤光频梳重复频率为 250MHz，频率稳定度达到 5×10^{-13} (1s)，波长范围可覆盖 1050nm~2100nm 或 500nm~1050nm^[46]。美国麻省理工学院 (Massachusetts Institute of Technology, MIT) 利用光纤与空间相结合的振荡器结构，尽量缩短腔长，将掺 Er 光频梳的重复频率提高到 GHz^[47]。

国内进行光频梳研究的单位主要有北京大学、中国科学院物理研究所、中国计量科学研究院以及华东师范大学等。其中，北京大学的张志刚教授课题组主要进行掺 Yb 光纤光频梳的研究^[48]，他们采用环型腔结构搭建了掺 Yb 的光纤锁模激光器，利用光子晶体光纤产生了 632nm~1264nm 的超连续谱，成功研制了重复频率达到 490MHz 的光频梳^[49]。此外，华东师范大学的曾和平教授课题组也实现了对掺 Yb 光纤激光器的载波包络频率的精确控制，通过前向反馈，得到 370mrad 的相位噪声和 120as 的时间抖动^[50]。中国科学院物理研究所主要进行钛宝石光频梳的研究，他们使用锁相环将钛宝石激光器的重复频率和载波包络偏移频率锁定到铯原子钟上，从而将重复频率和载波包络偏移频率的波动范围控制在 μHz 及 mHz 范围内^[51]。对掺 Er 的光纤光频梳进行研制的单位有中国计量科学研究院^[52,53]，他们成功地对非线性偏振旋转(Nonlinear polarization rotation, NPR)锁模的掺 Er 光纤激光器进行稳频和稳相，稳定时间长达 20 小时，锁定后重复频率和载波包络偏移频率记数的标准差分别为 0.515mHz 和 93.13mHz^[54]。

用于产生 Kerr 光频梳的微腔结构也多种多样，被广泛采用的结构如图 1.3.1 所示^[55]。图中第一排的依次是微柱腔^[56]、微盘腔^[57]、波导结构^[58]和光子晶体结构^[59]的微腔；第二排的依次是 Fabry-Perot 柱状光学腔^[60,61]、微球腔^[62]以及微型环芯腔^[63]。一般以质量因子 Q 值的大小来评价微腔的质量， Q 值越高，微腔质量越好。所以在实际应用中，尽量选择 Q 值高的微腔。以上结构中，微球腔和

微型环芯腔属于超高 Q 值的微腔，其 Q 值可达到 10^8 以上。虽然两者相比，微球腔的制作工艺更加简单、 Q 值也更高，但是由于微球腔自身结构在实验中不利于固定^[64]，因此应用较广泛的是微型环芯腔^[65]。微型环芯腔是在微盘结构的基础上，使用 CO_2 激光器对微盘腔的表面加热，微盘中间部分的热量经底柱传导，而边缘的热量不能及时散去，聚集的热量使微盘的边缘熔化，熔化的材料后在表面张力的作用下，形成微型环芯腔的结构^[66]。另一方面，制作微腔的材料也有很多种，主要有 SiO_2 ^[67]， SiN ^[68]， MgF_2 ^[69]， CaF_2 ^[70]以及 AlN ^[71]等。其中，微型环芯腔结构是通过在 Si 衬底上的 SiO_2 氧化层进行刻蚀得到的^[66]，而一般波导结构的微腔多采用的是 SiN 材料制成^[72]。

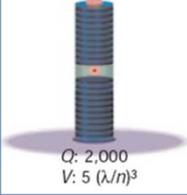
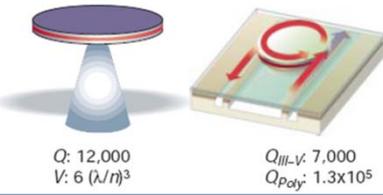
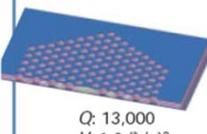
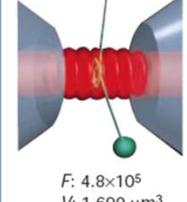
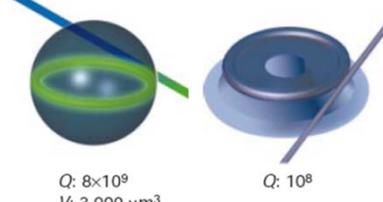
	Fabry-Perot	Whispering gallery	Photonic crystal
High Q	 $Q: 2,000$ $V: 5 (\lambda/n)^3$	 $Q: 12,000$ $V: 6 (\lambda/n)^3$ $Q_{\text{III-V}}: 7,000$ $Q_{\text{poly}}: 1.3 \times 10^5$	 $Q: 13,000$ $V: 1.2 (\lambda/n)^3$
Ultrahigh Q	 $F: 4.8 \times 10^5$ $V: 1.690 \mu\text{m}^3$	 $Q: 8 \times 10^9$ $V: 3,000 \mu\text{m}^3$ $Q: 10^8$	

图1.3.1 目前主要的微腔结构示意图^[53]。

目前，国外对微腔的研究已经较为成熟。美国加州理工学院（California Institute of Technology）是最早进行微腔研究的单位，他们通过拉锥光纤将泵浦光耦合进入 SiO_2 材料的微型环芯腔，产生了波长范围 $1000 \sim 2100 \text{nm}$ 的梳状光谱，梳齿的频率间隔达到 850GHz ^[73]。此外，他们还研制成功了 CaF_2 材料的微腔，腔的直径为 4.85mm ，对应的频率梳的间隔为 13.81GHz ，同时输出光在波长 1560nm 处的功率达到 25mW ^[74]。美国的康奈尔大学 (Cornell University) 主要进行波导形状微腔的研究，利用 CMOS 集成的 SiN 材料的微腔产生了频率间隔为 204GHz 的梳状光谱，光谱覆盖范围达到 75THz ^[75]。另外，值得一提的是，在 2008 年德国马普所 (Max-Planck Institute) 的 P. Del'Haye 等人对直径为 $750 \mu\text{m}$ 的微型环芯腔产生的频率梳进行了锁定，具体来讲，他们通过反馈控制微腔的温度进而锁定梳齿的频率

间隔,将泵浦的窄线宽激光器参考到稳定的光纤光频梳上,从而完成了对整个梳状光谱的锁定^[76]。

虽然在国外光学微腔的技术已经成熟,但是国内对于基于微腔的Kerr光频梳的研究还处于初始阶段,研究方向也集中在微腔的制作工艺方面,主要的研究单位是中国科技大学。他们研制成功了基于SiO₂材料的微球腔,质量因子Q可以达到10⁸^[77]。同时,他们研制成功了基于SiO₂材料的微盘腔,并实现了拉锥光纤与微腔之间的耦合,耦合效率达到98%^[78]。此外,复旦大学也自行研制出了直径为136μm气泡结构的微腔,质量因子Q=5×10⁷,采用拉锥光纤耦合的方式对其进行泵浦时,观察到了梳状光谱^[79]。但是到目前为止,国内还没有关于完全稳定的微腔光频梳的报道。随着国内微腔制作水平的不断进步,完全稳定的微腔光频梳将会成为以后的研究热点。

1.4 论文的内容安排

本论文的内容安排如下:

第一章首先阐述了光频梳的产生和发展,以及主要应用领域。其次概括地介绍了目前光纤光频梳和微腔光频梳的种类及国内外的主要研究单位,并对光频梳的研究现状做了简要的介绍。

第二章研究了基于全保偏光纤锁模激光器的飞秒光频梳系统。整个系统包括了全保偏的光纤飞秒锁模激光器,飞秒脉冲的放大和压缩、超连续谱的产生、载波包络偏移频率的探测、光频梳的稳相和稳频技术。在这一章中,详细介绍了以上各部分的实验方案和实验结果,并对实验结果进行分析讨论,优化实验方案,最终搭建了完整的全保偏飞秒光纤光频梳系统。

第三章研究了基于全保偏光纤锁模激光器的双飞秒光频梳的联动。首先介绍了采用双光频梳测距的基本原理,针对双光频梳系统在绝对距离测量中的应用,提出了双光梳的联动。通过搭建两套独立的跟踪反馈控制电路,分别实现了两台光频梳间重复频率的联动和载波包络偏移频率的联动。由理论分析,并结合实验结果,选取合适的参数评价双光梳的联动能力。在此基础上,对多种情况下双光梳的频率联动特性进行了实验研究。并且将联动的双光频梳系统应用于测距中,得到测距的实验结果。

第四章首先讨论了拉锥光纤与光学微腔耦合的模式特性,分析得到拉锥光纤

与光学微腔之间存在的三种耦合状态。建立了微腔内光场随时间演化的模型Lugiato-Lefever方程, 采用分步傅立叶法求解方程, 分析腔内光场的演化过程。理论分析并讨论了负色散的微腔中亮孤子的产生过程, 以及微腔参数对亮孤子形状的影响。同时还通过模拟, 得到正色散微腔中暗孤子的存在条件, 并讨论了各微腔参数对暗孤子光场的影响。

第五章研究了连续光和脉冲光混合泵浦的情况下, 微腔内光场的演化过程。以Lugiato-Lefever方程为基础, 建立混合泵浦时腔内光场随时间变化的理论模型, 模拟腔内光场的演化过程。分别在微腔为正色散和负色散的前提下, 讨论了混合泵浦时, 微腔参数以及泵浦参数对腔内光场分布的影响。并对混合泵浦条件下, 微腔内出现的脉冲分裂以及混沌等现象进行了理论分析。

参考文献

- [1] R. Teets, J. Eckstein, and T. W. Hänsch, "Coherent Two-Photon Excitation by Multiple Light Pulses," *Phys. Rev. Lett.*, 1977, 38(14): 760.
- [2] D. E. Spence, P. N. Kean, and W. Sibbett, "60-fsec pulse generation from a self-modelocked Ti:sapphire laser," *Opt. Lett.*, 1991, 16(1): 42~44.
- [3] J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, "Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm," *Opt. Lett.*, 2000, 25(1): 25~27.
- [4] B. R. Washburn, S. A. Diddams, N. R. Newbury, J. W. Nicholson, M. F. Yan, and C. G. Jørgensen, "Phase-locked, erbium-fiber-laser-based frequency comb in the near infrared," *Opt. Lett.*, 2004, 29(3): 250~252.
- [5] F. Tauser, A. Leitenstorfer, and W. Zinth, "Amplified femtosecond pulses from an Er: fiber system: Nonlinear pulse shortening and selfreferencing detection of the carrier-envelope phase evolution," *Opt. Express*, 2003, 11(6):594~600.
- [6] T. R. Schibli, K. Minoshima, F. L. Hong, H. Inaba, A. Onae, H. Matsumoto, I. Hartl, and M. E. Fermann, "Frequency metrology with a turnkey all-fiber system," *Opt. Lett.*, 2004, 29(21): 2467~2469.
- [7] P. Kubina, P. Adel, F. Adler, G. Grosche, T. Hänsch, R. Holzwarth, A. Leitenstorfer, B. Lipphardt, and H. Schnatz, "Long term comparison of two fiber based frequency comb systems," *Opt. Express*, 2005, 13(3):904~909.
- [8] N. R. Newbury and W. C. Swann, "Low-noise fiber-laser frequency combs (Invited)," *J. Opt. Soc. Am. B*, 2007, 24(8):1756~1770.

- [9] H. Inaba, Y. Daimon, F. L. Hong, A. Onae, K. Minoshima, T. R. Schibli, H. Matsumoto, M. Hirano, T. Okuno, M. Onishi, and M. Nakazawa, "Long-term measurement of optical frequencies using a simple, robust and low noise fiber based frequency comb," *Opt. Express*, 2006, 14(12):5223~5231.
- [10] I. Hartl, M. E. Fermann, C. Langrock and M. M. Fejer, "170MHz Spaced, Self-Referenced Fiber-Frequency-Comb," *IEEE Lasers and Electro-Optics*, 2006, 21~26.
- [11] J. Lim, K. Knabe, K. A. Tillman, W. Neely, Y. S. Wang, R. Amezcua-Correa, F. Couny, P. S. Light, F. Benabid, J. C. Knight, K. L. Corwin, J. W. Nicholson, and B. R. Washburn, "A phase-stabilized carbon nanotube fiber laser frequency comb," *Opt. Express*, 2009, 17(16):14115~14120.
- [12] D. Chao, "Self-referenced 1.5 μm fiber frequency combs at GHz repetition rates," 2012, Massachusetts Institute of Technology.
- [13] D. Chao, G. Chang, J. L. Morse, and F. X. Kärtner, "Octave-Spanning Supercontinuum Generation for an Er-doped Fiber Laser Frequency Comb at a 1 GHz Repetition Rate," *Conference on Lasers & Electro-optics*, 2010, 206:1~2.
- [14] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, "Temporal solitons in optical microresonators," *Nat. Photonics*, 2013, 8:145~152.
- [15] M. R. E. Lamont, Y. Okawachi, and A. L. Gaeta, "Route to stabilized ultrabroadband microresonator-based frequency combs," *Opt. Lett.*, 2013, 38(18): 3478~3481.
- [16] E. A. J. Marcatili, "Dielectric Rectangular Waveguide and Directional Coupler for Integrated Optics," *Bell System Technical Journal*, 1969, 48(7):2071~2102.
- [17] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip," *Nature*, 2003, 421:925~928.
- [18] J. P. Guo, M. J. Shaw, G. A. Vawter, P. Esherick, G. R. Hadley, and C.T. Sullivan, "High-Q integrated on-chip micro-ring resonator," *Lasers and Electro-Optics Society*, 2004, 2:745~746.
- [19] K. M. Evenson, J. S. Wells, F. R. Petersen, B. L. Danielson, and G. W. Day, "Accurate frequencies of molecular transitions used in laser stabilization: the 3.39- μm transition in CH_4 and the 9.33- and 10.18- μm transitions in CO_2 ," *Appl. Phys. Lett.*, 1973, 22(4): 192~195.
- [20] S. A. Diddams, "The evolving optical frequency comb," *Journal of the Optical Society of America B*, 2010, 27(11):B51~1B62.
- [21] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff, "Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis," *Science*, 2000, 288: 635~639.
- [22] I. Coddington, W. C. Swann, L. Nenadovic, and N. R. Newbury, "Rapid and Precise Absolute

- Distance Measurements at Long Range,” *Nat. Photonics*, 2009, 3(6): 351~356.
- [23] 方占军, 王强, 王民明, 孟飞, 林百科, 李天初, 飞秒光梳和碘稳频532nm Nd:YAG激光频率的测量[J], *物理学报*, 2007, 56(10):5684~5690.
- [24] John D. Jost, John L. Hall, and Jun Ye, “Continuously tunable, precise, single frequency optical signal generator,” *Opt. Express*, 2002, 10(12):515~520.
- [25] 费立刚, 朱钧, 张书练, 光学频率标准与光钟的实现[J], *光学与光电子计数*, 2006, 4(6): 55~59.
- [26] S. A. Diddams, Th. Udem, J. C. Bergquist, E. A. Curtis, R. E. Drullinger, L. Hollberg, W. M. Itano, W. D. Lee, C. W. Oates, K. R. Vogel, and D. J. Wineland, “An Optical Clock Based on a Single Trapped 199Hg^+ Ion,” *Science*, 2001, 293: 825~828.
- [27] A. Brusch, T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist, “Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place,” 2008, *Science*, 319(5871):1808~12.
- [28] M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, P. Pokasov, T. Udem, M. Weitz, T. W. Hänsch, P. Lemonde, G. Santarelli, M. Abgrall, P. Laurent, C. Salomon, A. Clairon, “Measurement of the hydrogen 1S – 2S transition frequency by phase coherent comparison with a microwave cesium fountain clock,” *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84(24):5496~5499.
- [29] C. Gohle, B. Stein, A. Schliesser, T. Udem, and T. W. Hänsch, “Frequency Comb Vernier Spectroscopy for Broadband, High-Resolution, High-Sensitivity Absorption and Dispersion Spectra,” *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 99(26):263902.
- [30] B. Bernhardt, A. Ozawa, P. Jacquet, M. Jacquy, Y. Kobayashi, T. Udem, R. Holzwarth, G. Guelachvili, T. W. Hänsch, and N. Picqué, “Cavity-enhanced dual-comb spectroscopy,” *Nat. Photonics*, 2010, 4(1):55~57.
- [31] L. Matos, D. Kleppner, O. Kuzucu, T. R. Schibli, J. Kim, E. P. Ippen, and F. X. Kaertner, “Direct frequency comb generation from an octave-spanning, prismless Ti:sapphire laser,” *Opt. Lett.*, 2004 29(14): 1683~1685.
- [32] A. Apolonski, A. Poppe, G. Tempea, Ch. Spielmann, Th. Udem, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, and F. Krausz, “Controlling the phase evolution of few-cycle light pulses,” *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85(4): 740~743.
- [33] D. C. Heinecke, A. Bartels, and S. A. Diddams, “Offset frequency dynamics and phase noise properties of a self-referenced 10 GHz Ti:sapphire frequency comb,” *Opt. Express*, 2011, 19(19):18440~18451.
- [34] R. Holzwarth, M. Zimmermann, Th. Udem, T. W. Hänsch, P. Russbüldt, K. Gäbel, R. Poprawe,

- J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell, "White-light frequency comb generation with a diode-pumped Cr:LiSAF laser," *Opt. Lett.*, 2001, 26(17): 1376~1378.
- [35] K. Kim, B. R. Washburn, G. Wilpers, C. W. Oates, L. Hollberg, N. R. Newbury, and S. A. Diddams, "Stabilized frequency comb with a self-referenced femtosecond Cr:forsterite laser," *Opt. Lett.*, 2005, 30(8): 932~934.
- [36] K. Kim, B. R. Washburn, G. Wilpers, P. S. Westbrook, J. W. Nicholson, and K. S. Feder, "Improved stabilization of a 1.3 μ m femtosecond optical frequency comb using spectrally tailored continuum from a nonlinear fiber grating," *Opt. Lett.*, 2006, 31(2): 277~279.
- [37] M. C. Stumpf, S. Pekarek, A. E. H. Oehler, T. Südmeyer, J. M. Dudley, and U. Keller, "Self-referencable frequency comb from a 170-fs, 1.5- μ m solid-state laser oscillator," *Appl. Phys. B*, 2010, 99: 401~408.
- [38] S. A. Meyer, J. A. Squier, and S. A. Diddams, "Diode-pumped Yb:KYW femtosecond laser frequency comb with stabilized carrier-envelope offset frequency," *Eur. Phys. J. D*, 2008, 48(1):19~26.
- [39] A. Ruehl, A. Marcinkevicius, M. Fermann, and I. Hartl, "80 W, 120 fs Yb-fiber frequency comb," *Opt. Lett.*, 2010, 35(18):3015~3017.
- [40] C. Benko, A. Ruehl, M. J. Martin, K. S. E. Eikema, M. E. Fermann, I. Hartl, and J. Ye, "Full phase stabilization of a Yb: fiber femtosecond frequency comb via high-bandwidth transducers," *Eprint Arxiv*, 2012, 37(12):2196~2198.
- [41] F. Zhu, H. Hundertmark, A. A. Kolomenskii, J. Strohaber, R. Holzwarth, and H. A. Schuessler, "High-power mid-infrared frequency comb source based on a femtosecond Er: fiber oscillator," *Opt. Lett.*, 2013, 38(13):2360~2363.
- [42] Y. J. Kim, Y. Kim, B. J. Chun, S. Hyun, and S. W. Kim, "All-fiber single optical frequency generation from an Er-doped fiber frequency comb," *Opt. Express*, 17(13):10939~10945.
- [43] J. Bethge, J. Jiang, and C. Mohr, "Optically Referenced Tm-Fiber-Laser Frequency Comb," *Advanced Solid*, 2012.
- [44] B. R. Washburn, R. W. Fox, N. R. Newbury, J. W. Nicholson, K. Feder, P. S. Westbrook, and C. G. Jørgensen, "Fiber-laser-based frequency comb with a tunable repetition rate," *Opt. Express*, 12(20):4999~5004.
- [45] L. C. Sinclair, I. Coddington, W. C. Swann, G. B. Rieker, A. Hati, K. Iwakuni, and N. R. Newbury, "Operation of an optically coherent frequency comb outside the metrology lab," *Opt. Express*, 2014, 22(6): 6996~7006.
- [46] <http://www.menlosystems.com/products/optical-frequency-combs/fc1500-250-w-g/>
- [47] H. Byun, M. Y. Sander, A. Motamedi, H. Shen, G. S. Petrich, L. A. Kolodziejski, E. P. Ippen,

- and F. X. Kärtner, "Compact, stable 1 GHz femtosecond Er-doped fiber lasers," *App. Opt.*, 2010, 49(29):5577~5582.
- [48] T. X. Jiang, A. M. Wang, G. Z. Wang, W. Zhang, F. Z. Niu, C. Li, and Z. G. Zhang, "Tapered photonic crystal fiber for simplified Yb: fiber laser frequency comb with low pulse energy and robust f ceo singals," *Opt. Express*, 2014, 22(2):1835~1841.
- [49] P. Li, A. M. Wang, Z. G. Zhang, "490 MHz spaced optical frequency comb based on an Yb-fiber-ring laser," *Lasers and Electro-Optics (CLEO)*, 2012, 1~2.
- [50] M. Yan, W. X. Li, K. W. Yang, H. Zhou, X. L. Shen, Q. Zhou, Q. T. Ru, D. B. Bai, and H. P. Zeng, "High-power Yb-fiber comb with feed-forward control of nonlinear-polarization-rotation mode-locking and large-mode-area fiber amplification," *Opt. Lett.*, 2012, 37(9):1511~1513.
- [51] W. Zhang, H. N. Han, P. Wang, and Z. Y. Wei, "Stabilization and phase control of femtosecond Ti:sapphire laser with a repetition rate of 90MHz," 27th International congress on High-Speed Photography and Photonics International Society for Optics and Photonics, 2007.
- [52] 孟飞, 曹士英, 蔡岳, 王贵重, 曹建平, 李天初, 方占军, 光纤飞秒光学频率梳的研制及绝对光学频率测量[J], *物理学报*, 2011, 60(10):125~131.
- [53] 曹士英, 孟飞, 方占军, 掺Er光纤飞秒激光器中高信噪比载波包络位相频移频率获取的实验研究[J], *物理学报*, 2012, 61(6):064208.
- [54] 曹士英, 孟飞, 林百科, 方占军, 李天初, 长时间精密锁定的掺Er光纤飞秒光学频率梳[J], *物理学报*, 2012, 61(13):134205.
- [55] K. J. Vahala, "Optical microcavities," *Nature*, 2003, 424: 839~846.
- [56] J. M. Gérard, B. Sermage, B. Gayral, B. Legrand, E. Costard, and V. Thierry-Mieg, "Enhanced spontaneous emission by quantum boxes in a monolithic optical microcavity," *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 81(5), 1110~1113.
- [57] B. Gayral, J. M. Gerard, A. Lemaitre, C. Dupuis, L. Manin, and J. L. Pelouard, "High-Q wet-etched GaAs microdisks containing InAs quantum boxes," *Appl. Phys. Lett.*, 1999, 75(13): 1908~1910.
- [58] K. Djordjev, S. J. Choi, and P. D. Dapkus, "Microdisk tunable resonant filters and switches," *IEEE Phot. Technol. Lett.*, 2002, 14:828~830.
- [59] K. Srinivasan, P. E. Barclay, O. Painter, J. Chen, A. Y. Cho, and C. Gmachl, "Experimental demonstration of a high quality factor photonic crystal microcavity," *Appl. Phys. Lett.*, 2003, 83(10):1915~1917.
- [60] C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty, D. W. Vernooy, J. Ye, and H. J. Kimble, "Single Atoms Bound in Orbit by Single Photons," *Science*, 2000, 287:1447~1453.
- [61] J. R. Buck, and H. J. Kimble, "Optimal sizes of dielectric microspheres for cavity QED with

- strong coupling,” *Phys. Rev. A*, 2003, 67:033806.
- [62] D. W. Vernooy, V. S. Ilchenko, H. Mabuchi, E. W. Streed, and H. J. Kimble, “High-Q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared,” *Opt. Lett.*, 1998, 23:247~249.
- [63] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, K. J. Vahala, K. W. Goh, E. Wilcut, and H. J. Kimble, “Ultra-high-Q toroidal microresonators for cavity quantum electrodynamics,” *Phys. Rev. A*, 2005, 71(1): 13817.
- [64] D. H. Broaddus, M. A. Foster, I. H. Agha, J. T. Robinson, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Silicon-waveguide-coupled high-Q chalcogenide Microspheres,” *Opt. Express*, 2009, 17(8): 5998~6003.
- [65] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, “Kerr-Nonlinearity Optical Parametric Oscillation in an Ultrahigh-Q Toroid Microcavity,” *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 93(8): 083904.
- [66] 吴晓伟. 光学微腔量子电动力学实验研究[D]. 中国科技大学, 2010.
- [67] P. Del’Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Octave Spanning Tunable Frequency Comb from a Microresonator,” *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107:063901.
- [68] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta and M. Lipson, “CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects,” *Nat. Photonics*, 2010, 4:37~40.
- [69] W. Liang, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, “Generation of near-infrared frequency combs from a MgF₂ whispering gallery mode resonator,” *Opt. Lett.*, 2011, 36(12):2290~2292.
- [70] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, D. Strekalov, M. Mohageg, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, “Low Threshold Optical Oscillations in a Whispering Gallery Mode CaF₂ Resonator,” *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 93:243905.
- [71] H. Jung, K. Y. Fong, C. Xiong, and H. X. Tang, “Electrical tuning and switching of an optical frequency comb generated in aluminum nitride microring resonators,” *Opt. Lett.*, 2014, 39(1):84~87.
- [72] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip,” *Opt. Lett.*, 2011, 36(17):3398~3400.
- [73] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, “Microresonator-Based Optical Frequency Combs,” *Science*, 2011, 332:555~559.
- [74] I. S. Grudinin, N. Yu, and L. Maleki, “Generation of optical frequency combs with a CaF₂ resonator,” *Opt. Lett.*, 2009, 34(7):878~880.
- [75] M. A. Foster, J. S. Levy, O. Kuzucu, K. Saha, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Silicon-based

monolithic optical frequency comb source,” *Opt. Express*, 2011, 19(15):14233~14239.

[76] P. Del’Haye, O. Arcizet, A. Schliesser, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Full Stabilization of a Microresonator-Based Optical Frequency Comb,” *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101:053903.

[77] C. H. Dong, F. W. Sun, C. L. Zou, X. F. Ren, G. C. Guo, and Z. F. Han, “High-Q silica microsphere by poly(methyl methacrylate) coating and modifying,” *Lasers and Electro-Optics (CLEO)*, 2010:1~2.

[78] X. W. Wu, Y. F. Xiao, Y. Yang, C. H. Dong, Z. F. Han, and G. C. Guo, “Fiber taper coupled high-quality-factor planar microdisk,” *Chin. Phys. Lett.*, 2007, 5(11):668~670.

[79] M. Li, X. Wu, L. Y. Liu, and L. Xu, “Kerr parametric oscillations and frequency comb generation from dispersion compensated silica micro-bubble resonators,” *Opt. Express*, 2013, 21(14):16908.

第二章 基于全保偏光纤锁模激光器的 飞秒光频梳技术研究

飞秒光纤光频梳的研究涉及到众多领域，主要有飞秒脉冲的产生、非线性光纤光学以及光学频率的锁定。飞秒光纤光频梳的系统也较为复杂，如图2.0所示，其中包括了振荡器、放大器、超连续谱产生、 f_r 和 f_{ceo} 信号的探测、稳频以及稳相部分。在本章中，将对飞秒光纤光频梳的各部分进行具体实验研究。

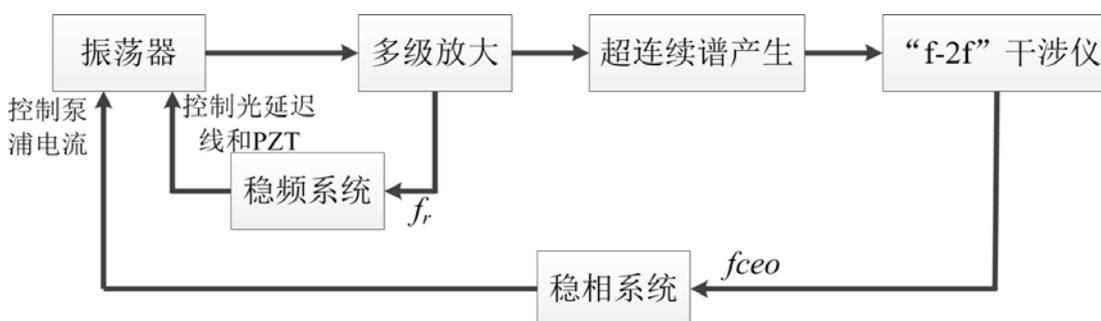


图2.0 光频梳系统结构图（PZT：压电陶瓷）。

2.1 飞秒光频梳的基本原理

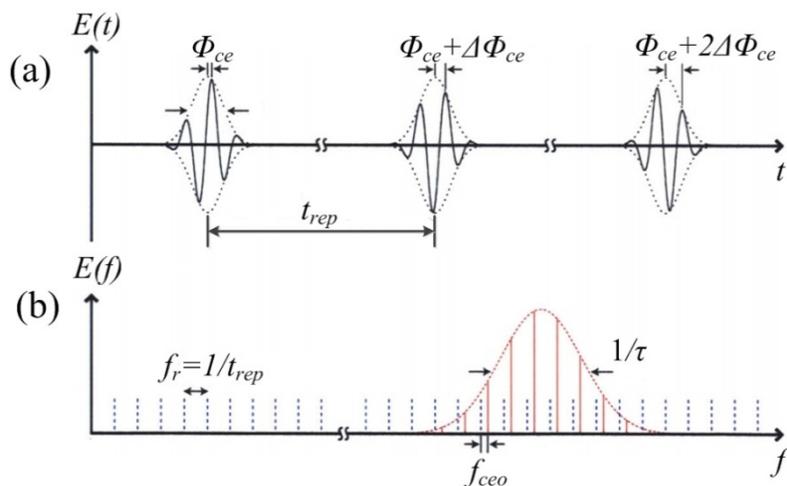


图2.1.1(a) 锁模激光器输出的时域表示；(b) 锁模激光器输出的频域表示。

飞秒光频梳是以锁模激光器为基础的。如图 2.1.1(a)所示，锁模激光器的输出在时域上是周期性的脉冲，其周期为 t_{rep} ，它由激光器的腔长决定： $t_{rep}=l_c/v_g$ ， l_c 是腔长， v_g 是群速度。每一个脉冲都是由载波构成的，这些载波可以由一个包络来覆盖。在图 2.1.1(a)中可以看出，载波的峰值和包络的峰值并不是对应的，

它们峰值间存在一定的偏移相位，即载波包络偏移相位 Φ_{ce} ，它是由色散引起的。除此之外，色散还直接导致激光器输出的脉冲之间 Φ_{ce} 不一样，相邻脉冲之间载波包络偏移相位的差值 $\Delta\Phi_{ce}$ 为

$$\Delta\Phi_{ce} = \left[\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_p} \right) l_c \omega_c \right] \text{mod}(2\pi) \quad (2.1.1)$$

其中， v_g 是群速度， v_p 是相速度， ω_c 是载波的角频率。

在时域上，周期性的脉冲序列可以表示为

$$E(t) = \hat{E}(t) \cos(\omega_c t + \Phi_{ce}) \quad (2.1.2)$$

$\hat{E}(t)$ 是脉冲包络的周期序列，它可以被分解为

$$\hat{F}(t) \otimes \text{Comb}_{rep}(t) \quad (2.1.3)$$

$\hat{F}(t)$ 是单个脉冲的包络， $\text{Comb}_{rep}(t)$ 是时间间隔为 t_{rep} 的 δ 函数。因此，

$$E(t) = \left(\hat{F}(t) \otimes \text{Comb}_{rep}(t) \right) \cos(\omega_c t + \Phi_{ce}) \quad (2.1.4)$$

$\hat{F}(t)$ 的傅立叶变换是 $\hat{F}(\omega)$ ， $\text{Comb}_{rep}(t)$ 的傅立叶变换为 $\text{Comb}_{rep}(\omega)$ ，因此可以得到

$$\hat{F}(t) \otimes \text{Comb}_{rep}(t) \xrightarrow{F.T.} \hat{F}(\omega) \bullet \text{Comb}_{rep}(\omega) \quad (2.1.5)$$

$$\left(\hat{F}(t) \otimes \text{Comb}_{rep}(t) \right) \cos(\omega_c t + \Phi_{ce}) \xrightarrow{F.T.} \hat{F}(\omega - \omega_c) \bullet \text{Comb}_{rep}(\omega - \omega_c) \quad (2.1.6)$$

那么， $E(t)$ 的傅立叶变换 $E(\omega)$ 为

$$E(\omega) = \hat{F}(\omega - \omega_c) \bullet \text{Comb}_{rep}(\omega - \omega_c) \quad (2.1.7)$$

也就是说，锁模激光器的输出在频域上是一系列间隔为 f_r 的 δ 函数，如图 2.1.1(b)所示，它的包络的形状是 $\hat{F}(\omega)$ 。图中第 n 个梳齿的频率可以由重复频率 (Repetition frequency, f_r)和载波包络偏移频率 (Carrier-envelope offset frequency, f_{ceo})两个参量决定：

$$f_n = n f_r + f_{ceo} \quad (2.1.8)$$

其中， f_{ceo} 和 $\Delta\Phi_{ce}$ 有关：

$$f_{ceo} = \frac{\Delta\Phi_{ce}}{2\pi} \bullet f_r \quad (2.1.9)$$

在缺少主动控制的情况下，激光器的腔长、折射率受到外界环境扰动的影响会发

生改变，最终导致 f_r 和 f_{ceo} 变化。根据(2.1.8)式，如果 f_r 和 f_{ceo} 两个参量稳定，那么每一个梳齿的频率都是稳定的，此时就是光学频率梳。

2.2 全保偏飞秒光纤锁模激光器

2.2.1 锁模的基本原理

对于自由运转的激光器，如果不对纵模加以选择，在增益带宽内会有很多频率间隔相等的纵模产生。但是，由于纵模都是由自发辐射的光放大形成的，因此激光器产生的各个纵模之间是不相干的，此时的激光器工作在多纵模连续光运转的状态，时域上的输出是无规则的。而锁模就是对激光器内的光场加以调制，使各纵模之间有确定的相位关系，即相位锁定，从而使各纵模之间实现相干叠加，形成时间间隔相等的脉冲序列。

假定振荡器采用的是平行平面腔，则纵模间的频率间隔为

$$\Delta\nu = c / L_c \quad (2.2.1)$$

其中， c 为光速， L_c 为光在振荡器内来回振荡一次的光程^[1-3]。激光器输出的光场可以表示为振荡器内所有纵模的叠加：

$$E(t) = \sum_{m=-M}^M E_m \exp(i\varphi_m - i\omega_m t) \quad (2.2.2)$$

其中， E_m ， φ_m 和 ω_m 分别是第 m 个纵模对应的振幅、初始相位和角频率，腔内共有 $2M+1$ 个纵模，模式总数是由 $\Delta\nu$ 和增益介质的带宽共同决定的。对于没有进行模式锁定的激光器，由于各个纵模的初始相位间相互独立，因此激光器的光强为腔内 $2M+1$ 个纵模光强直接相加的结果。而当振荡器内的模式被锁定之后，腔内纵模的初始相位有了一定的关系，纵模之间的相位满足

$$\varphi_m = m\varphi + \varphi_0 \quad (2.2.3)$$

频率满足

$$\omega_m = \omega_0 + 2m\pi\Delta\nu \quad (2.2.4)$$

且各纵模的振幅均为 E_0 ，振荡器输出光强变为

$$|E(t)|^2 = \frac{\sin^2[(2M+1)(\pi\Delta\nu t + \varphi/2)]}{\sin^2(\pi\Delta\nu t + \varphi/2)} E_0^2 \quad (2.2.5)$$

锁模激光器的输出是一系列周期性的脉冲，其周期为 $1/\Delta\nu$ ，脉冲的峰值功率为

$$I = (2M+1)^2 E_0^2 \quad (2.2.6)$$

脉冲宽度 τ_p 的表达式如下

$$\tau_p = 1 / [(2M + 1)\Delta\nu] \quad (2.2.7)$$

由(2.2.7)式可以看出, 锁模脉冲宽度和光谱宽度成反比。而在实际中, 光谱宽度是由增益介质的增益谱和增益加宽方式决定的^[2]。

2.2.2 飞秒光纤激光锁模技术

光纤锁模激光器是光纤光频梳系统的基础。目前, 大部分的光纤光频梳采用的都是NPR锁模的光纤激光器^[4-6]。NPR锁模是以腔内偏振相关的隔离器为基础的, 需要在隔离器以及偏振控制器的共同作用下, 对振荡器内光的偏振态加以调节和控制^[7-9], 因而NPR锁模的机制与腔内光的偏振态有关。所以当振荡器受到应力、振动或者环境温度变化时, 振荡器中光的偏振态会发生变化, 这将导致激光器锁模状态发生变化, 进而改变产生的超连续谱, 并最终影响光频梳 f_{ceo} 的锁定, 甚至导致其失锁。并且NPR锁模光纤激光器每次锁模都需要调节腔内的偏振控制器, 在实际应用中极其不便。为提高系统稳定性, 我们提出了一种基于半导体可饱和吸收体(Semiconductor saturable absorber mirror, SESAM)的全保偏光纤锁模激光器方案。

SESAM的主要部分是半导体可饱和吸收体。半导体材料可利用载流子的复合跃迁实现对特定波长的光的吸收^[10,11]。可饱和吸收体对光具有饱和吸收特性, 其锁模的基本原理如下^[12-14]: 脉冲中心部分的能量较强, 当其通过可饱和吸收体时, 可饱和吸收体会出现饱和, 而脉冲边缘的能量较低, 不会引起可饱和吸收体的饱和。因此, 脉冲在经过可饱和吸收体时, 中心部分能量损耗较低, 边缘部分能量损耗较大。由自发辐射产生的初始光场在腔内多次往返后, 在可饱和吸收体的作用下脉冲逐渐窄化, 相应的光谱会不断变宽。由于增益带宽的限制, 光谱最终达到稳定, 锁模脉冲形成。SESAM实现锁模的难易程度和其调制深度有关。SESAM的调制深度是指光脉冲入射SESAM时反射率的最大变化量。一般来说, 调制深度越大, 锁模越容易实现, 锁模脉冲的宽度越小, SESAM的损伤阈值也越小; 而调制深度越小, SESAM达到饱和吸收的时间也越长, 越不易实现锁模, 但会有较高的损伤阈值。

目前, SESAM已经被广泛应用于锁模激光器中^[15-17]。此外, 利用SESAM进行锁模不需要对光的偏振态加以控制, 因此它可以应用在全保偏的光纤锁模激光

器中。

2.2.3 基于 SESAM 的全保偏飞秒光纤锁模激光器的实验研究

锁模激光器的 f_r 是由振荡器的腔长 L 决定，对于线型腔结构的振荡器

$$f_r = c/2nL \quad (2.2.8)$$

其中， c 为光速， n 为光纤折射率。对环型腔结构的振荡器

$$f_r = c/nL \quad (2.2.9)$$

因此，当锁模激光器的 f_r 确定时，线型腔结构的振荡器腔长仅为环型腔结构振荡器腔长的一半。短腔长会对实验中光纤的切割以及熔接环节造成不便。因此，从实验操作简便的角度考虑，我们采用环型腔结构的振荡器。实验中搭建的飞秒光纤锁模激光器的结构如图 2.2.1 所示。振荡器内部采用的均为负色散的全保偏光纤，增益光纤为正色散的保偏的掺 Er 光纤(Erbium-doped fiber, EDF)，整个振荡器的色散值为负，因此，由振荡器输出的锁模脉冲具有负啁啾。

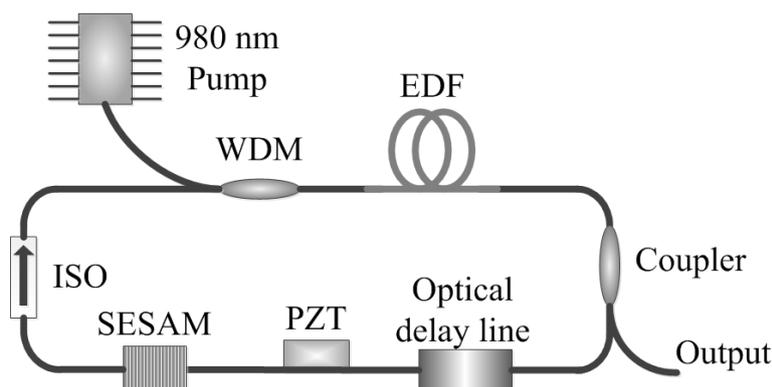


图2.2.1 全保偏飞秒光纤振荡器结构示意图。(WDM: 波分复用器; PZT: 压电陶瓷; SESAM: 半导体可饱和吸收体; ISO: 隔离器; EDF: 掺铒光纤)

振荡器由 SESAM 实现锁模。在实验过程中发现，使用损伤阈值较小的 SESAM 时，锁模激光器工作一段时间后会失效，即激光器无法再工作于锁模状态。因此，考虑到系统工程化的应用，我们采用了大损伤阈值的 SESAM，以延长光频梳的使用寿命。在振荡器中，包含了一个光延迟线，借助于光延迟线，光频梳的重复频率可以在 49.5MHz ~ 50.5MHz 范围内连续调节。振荡器中还包含了压电陶瓷(Piezoelectric Ceramic Transducer, PZT)，用于实现 f_r 的锁定。因为振荡器内功率过高容易造成 SESAM 的损伤，所以我们尽量将振荡器的泵浦功率控制在较低的水平。此外，振荡器的泵浦功率会影响到光频梳 f_{ceo} 的大小，

我们的光频梳系统中是通过对振荡器的泵浦功率进行控制来实现光频梳的稳相。因此，在光频梳开机时，需要通过选取合适的泵浦功率值，将光频梳的 f_{ceo} 调节到其控制范围的中心位置处，以实现系统 f_{ceo} 信号长时间的锁定。振荡器工作时的输出功率约为 $500\mu\text{W}$ ，图 2.2.2(a)是振荡器的光谱，中心波长为 1554nm ，光谱宽度是 9.35nm 。图 2.2.2(b)是由自相关仪测出的脉冲形状，可以得到脉冲宽度为 550fs 。

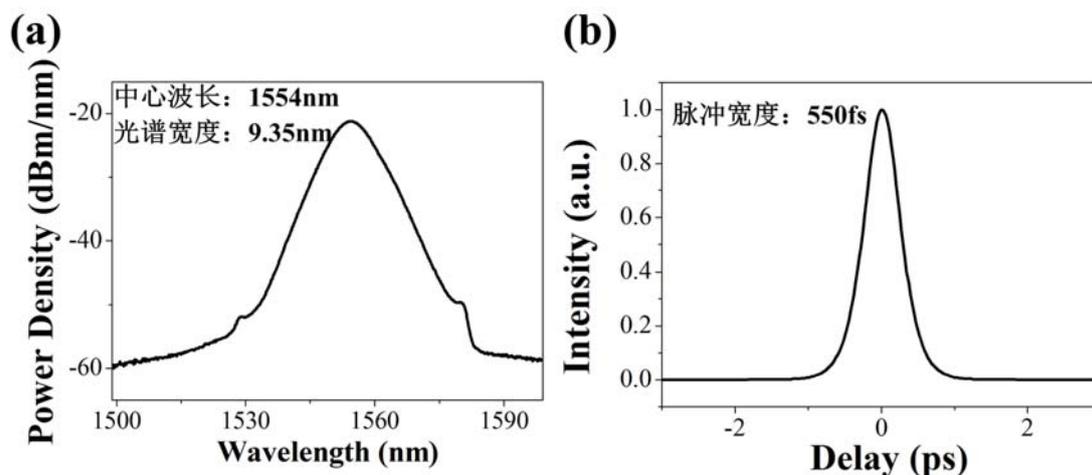


图2.2.2(a) 振荡器输出光谱；(b) 振荡器输出锁模脉冲的自相关曲线。

此外，考虑到光频梳的实用性和稳定性，要尽量避免外界环境温度变化对系统产生的干扰。所以，除了将振荡器用隔热材料密封外，还使用半导体致冷器（Thermoelectric Cooler, TEC）对振荡器进行温控，同时采用水冷的方式及时散去TEC制冷过程中产生的热量，以保证其工作温度的稳定。在光频梳工作过程中，其工作温度被严格控制在 15°C 。

2.3 飞秒光纤激光脉冲的放大和压缩

对于光频梳，为了探测到 f_{ceo} 信号，需要有足够高的平均功率和窄的脉宽产生超连续谱^[18]。一般来说，对于中心波长为 1550nm 的光脉冲，脉冲能量需要达到 1nJ 才能在 HNLF 中产生超连续谱^[19]。对于重复频率为 50MHz 的光脉冲，理论上平均功率需要达到 50mW 。因此，对光功率仅为 $500\mu\text{W}$ 振荡器输出脉冲，在放大过程中至少需要获得 20dB 的增益，并且为了保证脉冲的峰值功率，脉冲宽度也需要进一步被压缩。

本节的工作与冯野博士共同完成，相关工作可参考冯野博士的毕业论文。

2.3.1 光纤飞秒光脉冲放大的基本理论

通过求解增益介质中决定电磁场分布的 Maxwell 方程组，在傍轴近似下，可以得到光的传播方程。对于光纤，由于光束严格被限制在光纤中，电场的横向分量可以被忽略，因此电场的轴向分量在频率域的表达式如下：

$$\tilde{A}(z, \omega) = \exp\{-i[\beta + \Delta\beta_m(\omega)]z\} \times \exp\{[\alpha_m(\omega) - \alpha_0]z\} \quad (2.3.1)$$

其中， β 是传播常数， $\Delta\beta_m(\omega)z$ 表征额外的相移， $\Delta\beta_m(\omega)$ 的定义为：

$$\Delta\beta_m(\omega) = (\beta/2)\chi'(\omega) \quad (2.3.2)$$

α_0 是材料固有损耗， $\alpha_m(\omega)$ 是增益系数或者是损耗系数，表达式为：

$$\alpha_m(\omega) = (\beta/2)\chi''(\omega) \quad (2.3.3)$$

其中， $\chi'(\omega)$ 和 $\chi''(\omega)$ 分别是磁化率 $\chi(\omega)$ 的实部和虚部， $\chi(\omega) = \chi'(\omega) + i\chi''(\omega)$ 。在实际中，由于 Er 原子中有很多由斯塔克频移^[20]引起的谐振频率，其增益或者损耗随频率变化的表达式并不是单一的洛仑兹函数，而是很多洛仑兹函数的和，因此增益和损耗是非常复杂的过程。除此以外，这里使用的电场表达式仅包括了色散效应，而没有包括非线性效应。放大过程中的非线性效应需要由非线性薛定谔方程(Nonlinear Schrödinger Equation, NLSE)来讨论。

对增益光纤长度为 L 的掺 Er 的光纤放大器，单程增益的复数表达式为：

$$\tilde{g}(\omega) \equiv \frac{\tilde{A}(L, \omega)}{\tilde{A}(0, \omega)} = \exp\{-i[\beta + \Delta\beta_m(\omega)]L\} \times \exp\{[\alpha_m(\omega) - \alpha_0]L\} \quad (2.3.4)$$

由于在实验中测量的是光强，即光强 $I \sim E^2$ ，单程光强增益是

$$G(\omega) \equiv |\tilde{g}(\omega)|^2 = \exp[2\alpha_m(\omega)L - 2\alpha_0L] \quad (2.3.5)$$

一般材料的损耗 α_0 远远小于光的增益，(2.3.5)式可以简化为

$$G(\omega) = \exp[2\alpha_m(\omega)L] \quad (2.3.6)$$

再将(2.3.3)式代入(2.3.6)式，可以得到：

$$G(\omega) \equiv \exp[\beta\chi''(\omega)L] = \exp\left[\frac{\omega L}{c}\chi''(\omega)\right] \quad (2.3.7)$$

增益的形状是由磁化率的虚部决定的。在实际中，我们测量的是 $G(\omega)$ ，而不是 $\chi''(\omega)$ 。

如果假定 $\chi''(\omega)$ 是很简单的洛仑兹函数的形式，那么(2.3.7)式可以表示为

$$G(\omega) = \exp\left[\frac{\omega L}{c} \chi''(\omega)\right] = \exp\left\{\frac{\omega L}{c} \frac{\chi_0''}{1 + [2(\omega - \omega_a) / \Delta\omega_a]^2}\right\} \quad (2.3.8)$$

其中, χ_0'' 是谐振频率 ω_a 对应的磁化率, 它是恒定的, ω_a 是谐振频率, $\Delta\omega_a$ 为原子谐振带宽。将 $G(\omega)$ 用 dB 来表示:

$$G_{dB}(\omega) = 10 \log_{10} G(\omega) = \frac{4.34\omega_a L}{c} \chi''(\omega) \quad (2.3.9)$$

由于 $\chi''(\omega)$ 的表达式是指数形式, 因此增益会以指数形式迅速减小。将增益降低到最大值一半处对应的带宽定义为 3dB 带宽 ($\Delta\omega_{3dB}$)。 $\Delta\omega_{3dB}$ 的表达式为

$$\Delta\omega_{3dB} = \Delta\omega_a \sqrt{\frac{3}{G_{dB}(\omega_a) - 3}} \quad (2.3.10)$$

ω_a 处的增益 $G_{dB}(\omega_a)$ 为增益的最大值。从 (2.3.10) 式中可以看出来, 当 $G_{dB}(\omega_a)$ 增大时, $\Delta\omega_{3dB}$ 就会减小, 这就是增益窄化。我们通过洛仑兹函数形式的 $\chi''(\omega)$ 解释了增益窄化, 但是在实际中, 增益有各种不同的形式。因此, 在设计宽光谱的放大器时, 需要考虑增益窄化效应。

放大过程不仅会产生增益, 还会在脉冲传输过程中由 $\chi'(\omega)$ 引起相位漂移。假定原子磁化率为单一的洛仑兹形式, 额外的相位漂移可以表示为

$$\Delta\beta_m(\omega)L = \left(2 \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_a}\right) \times \alpha_m(\omega)L = \frac{G_{dB}(\omega_a)}{20 \log_{10} e} \times \frac{2(\omega - \omega_a) / \Delta\omega_a}{1 + [2(\omega - \omega_a) / \Delta\omega_a]^2} \quad (2.3.11)$$

在放大过程中, 当输入信号过大时, 会发生增益饱和现象。对于连续光的放大, 饱和光强 I_{sat} 可以通过下面的式子计算

$$I_{sat} \equiv \frac{\hbar\omega}{\sigma\tau_{eff}} \quad (2.3.12)$$

其中, σ 是原子跃迁截面面积, τ_{eff} 是恢复时间, \hbar 是普朗克常量。饱和光强 I_{sat} 和 σ , τ_{eff} 成反比。因此, 原子跃迁截面面积越大, 恢复时间越长, 饱和光强越小。在这里, 我们求解掺 Er 光纤中 1550nm 光的饱和光强。对掺 Er 的光纤, 在 1550nm 波长处, $\sigma = 10^{-21} \text{cm}^2$ ^[21], 并且会随着掺杂浓度和温度变化。恢复时间大约是毫秒(ms)量级。饱和光强 (I_{sat}) 近似为 $10^4 \sim 10^5 \text{W/cm}^2$ 。对芯径为 4 μm 的光纤, 由于纤芯截面面积较小 (纤芯截面面积 $\text{Area} = 5.3 \times 10^{-7} \text{cm}^2$), 其饱和功率是很小的, 相应的功率约为 1~10mW。一般来说, 放大器输出的光功率正比于饱和光强, 对于小芯径的掺 Er 光纤, 放大器的输出功率会受到严重限制。

下面讨论脉冲光的放大。由于超短脉冲光谱范围非常宽，所以很难计算出其放大过程中的饱和光强。特别是对掺 Er 的光纤放大器（Erbium-doped fiber amplifier, EDFA），脉冲能量在被放大的同时也和光纤相互作用，因此需要考虑这一过程中的色散和非线性效应。当脉冲宽度足够宽，脉冲在增益介质中的传输距离足够短时，即使在脉冲放大过程中有很强的色散和非线性效应，利用 Frantz 和 Nodvik 的理论仍可以近似分析脉冲的传输过程^[22]。定义单位面积内的饱和能量 U_{sat}

$$U_{sat} \equiv \frac{\hbar\omega}{\sigma} \quad (2.3.13)$$

这里的 U_{sat} 类似于 (2.3.12) 式中连续光输入情况下的饱和光强。增益饱和现象会使脉冲形状发生变化，因为脉冲前沿使增益介质吸收饱和，导致脉冲后沿不能被同样吸收。最终的结果是使脉冲形状变化，脉冲的峰值向脉冲前沿漂移。与时间有关的增益 $G(t)$ 可以表示为

$$G(t) \approx \exp[-U_{out}(t)/U_{sat}] \quad (2.3.14)$$

其中， $U_{out}(t)$ 是单位面积内输出功率随时间的变化。因此，当 $U_{out}(t)$ 大于 U_{sat} 时，增益 $G(t)$ 以指数形式减小。

U_{sat} 是增益介质固有的参数，它不会因受到外界因素影响而变化。放大器输出能量 U_{extr} 定义为

$$U_{extr} = U_{sat} \times \ln\left(\frac{G_0}{G_f}\right) \quad (2.3.15)$$

G_0 是小信号增益， G_f 是最终增益。因此，为了提高 U_{extr} ，需要提高 G_0 ，而泵浦功率的增加可以引起 G_0 增加。我们将泵浦功率与放大器输出功率之间的比值定义为放大器的斜效率。当放大器的泵浦功率很高时，其输出功率相对泵浦功率是线性变化的。

2.3.2 飞秒光纤激光脉冲的啁啾特性

对于长度为 L_D 的光纤，当脉冲没有初始啁啾时，无论光纤是正色散 ($\beta_2 > 0$) 还是负色散 ($\beta_2 < 0$)，脉冲展宽的结果是相同的。但脉冲有初始啁啾的情况下，结果是不同的^[23]。对线性啁啾的高斯脉冲，其初始的脉冲形式为

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{(1+iC)T^2}{2T_0^2}\right] \quad (2.3.16)$$

其中, C 为脉冲的啁啾参量, T_0 是初始脉冲宽度。 $C>0$ 时为正啁啾, $C<0$ 时为负啁啾。对 (2.3.16) 式做傅立叶变换, 得到

$$\tilde{U}(0, \omega) = \left(\frac{2\pi T_0^2}{1+iC}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{\omega^2 T_0^2}{2(1+iC)}\right] \quad (2.3.17)$$

由(2.3.17)式可以得到频域上谱宽为

$$\Delta\omega = (1+C^2)^{1/2} / T_0 \quad (2.3.18)$$

对无啁啾的情况($C=0$), 谱宽 $\Delta\omega=1/T_0$, 而在线性啁啾的情况下($C\neq 0$), 谱宽扩大为无啁啾时的 $(1+C^2)^{1/2}$ 倍。

由初始的频谱表达式(2.3.17)积分可得到光场传输任意距离 z 后, 时域的表达式为

$$U(z, T) = \frac{T_0}{[T_0^2 - i\beta_2 z(1+iC)]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(1+iC)T^2}{2[T_0^2 - i\beta_2 z(1+iC)]}\right\} \quad (2.3.19)$$

线性啁啾的高斯脉冲经过一段距离的传输后, 仍为高斯脉冲。传输距离 z 后的脉冲脉宽 T_1 和初始脉宽 T_0 之比为

$$\frac{T_1}{T_0} = \left[\left(1 + \frac{C\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]^{1/2} \quad (2.3.20)$$

啁啾参量的表达式为

$$C_1(z) = C + (1+C^2)(\beta_2 z / T_0^2) \quad (2.3.21)$$

线性啁啾的高斯脉冲是展宽还是压缩与 β_2 和 C 的符号有关。当 $\beta_2 C > 0$ 时, 脉冲被展宽; 当 $\beta_2 C < 0$ 时, 脉冲的展宽或是压缩与脉冲传播距离有关。

一般情况下, 锁模激光器输出的脉冲为以下形式

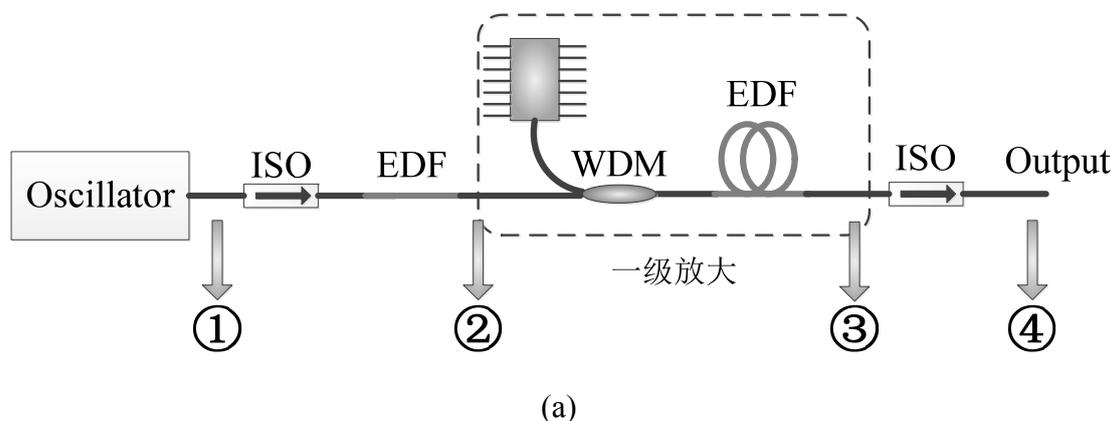
$$U(0, T) = \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{iCT^2}{2T_0^2}\right) \quad (2.3.22)$$

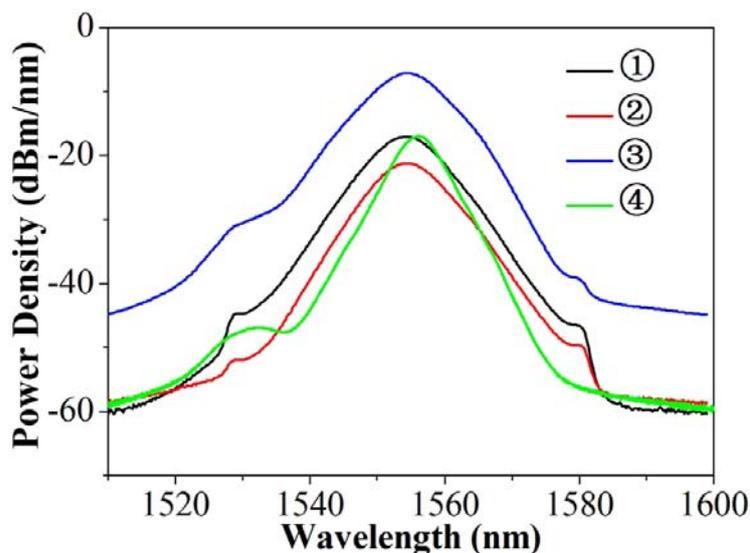
$U(0, T)$ 为双曲正割曲线, 同样地, C 为初始的啁啾参量, T_0 是初始脉冲宽度。对双曲正割形式的脉冲, 其脉冲展宽特性与啁啾高斯脉冲相一致。

2.3.3 飞秒光纤激光脉冲放大与压缩实验研究

为抑制放大过程中产生的噪声，我们对飞秒脉冲进行了多级全保偏的低噪放大。第一级放大的结构图如图 2.3.1(a)所示，振荡器输出的飞秒脉冲经过隔离器后进入一级放大。一级放大采用的是前向泵浦结构，波长 980nm 的泵浦光通过波分复用 (Wavelength Division Multiplexing, WDM) 耦合进入保偏的增益光纤。需要说明的是，在振荡器与一级放大之间，特别加入了一段正色散的保偏增益光纤。这是因为随着脉冲平均功率的增加，需要避免因峰值功率太高，非线性效应过强而引起脉冲发生分裂等现象，因此在脉冲放大过程中，我们需要将脉冲宽度展宽以降低脉冲的峰值功率。考虑到第一级放大中使用的增益光纤为正色散光纤，根据 2.3.2 节中的介绍，只有在光纤的色散参数 β_2 和脉冲的啁啾参量 C 满足 $\beta_2 C > 0$ 时，脉冲才被展宽，因此进入第一级放大的脉冲需要为正啁啾的脉冲。而根据振荡器中的光纤色散特性，由振荡器直接输出的脉冲为负啁啾，因而在振荡器与一级放大之间加入一段正色散的保偏增益光纤，改变脉冲的啁啾特性，使脉冲满足 $\beta_2 C < 0$ 时，脉冲在放大过程中被展宽，避免高功率的产生。

图 2.3.1(b)是(a)中各处相对应的光谱图。黑色曲线是直接由振荡器输出的光谱，它与 2.2 节中的图 2.2.2(a)是一样的。红色曲线是经过隔离器和正色散的保偏增益光纤后的光谱图。蓝色曲线是由一级放大之后直接输出的光谱，将它与黑色曲线(振荡器输出的光谱)对比，可以看到一级放大之后光谱展宽了。绿色曲线是一级放大之后经过隔离器的光谱。





(b)

图2.3.1(a) 一级放大结构示意图 (WDM:波分复用器, ISO:隔离器); (b) 与(a)图各处相对应的光谱图。

图 2.3.2(a)是一级放大中输出功率随泵浦功率的变化曲线,可以得到一级放大的斜效率大约为 8.3%。图 2.3.2(b)给出的是不同泵浦功率下,一级放大的输出光谱。随泵浦功率的增大,光谱宽度不断变宽。但是,当泵浦功率大于 37mW 时,在波长 1530nm 处的放大自发辐射(Amplified Spontaneous Emission, ASE)明显增加。放大过程中 ASE 噪声会对后面探测到的 f_{ceo} 信号的信噪比产生不利影响。因此在第一级放大中,为避免 ASE 的产生,我们将一级放大的泵浦功率 P_1 控制在 37mW 以下。

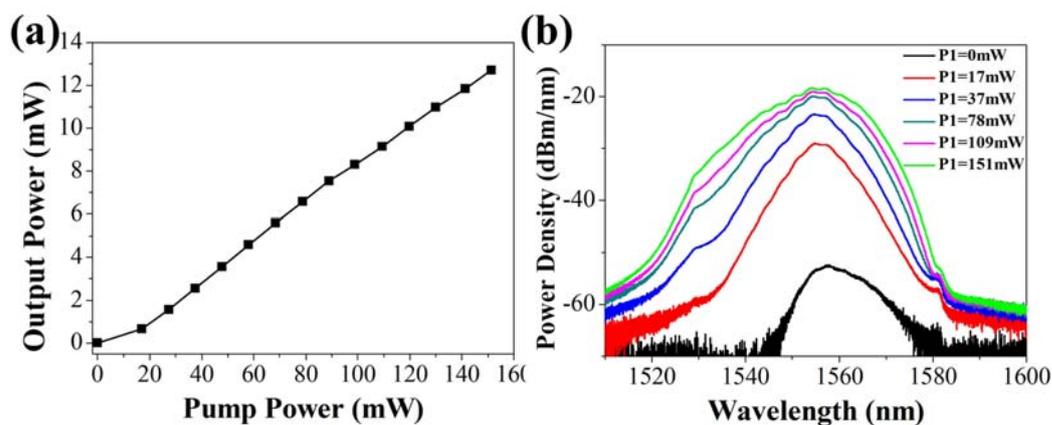


图2.3.2(a) 一级放大输出功率相对泵浦功率曲线; (b) 一级放大不同泵浦功率下的输出光谱 (P_1 为一级放大的泵浦功率)。

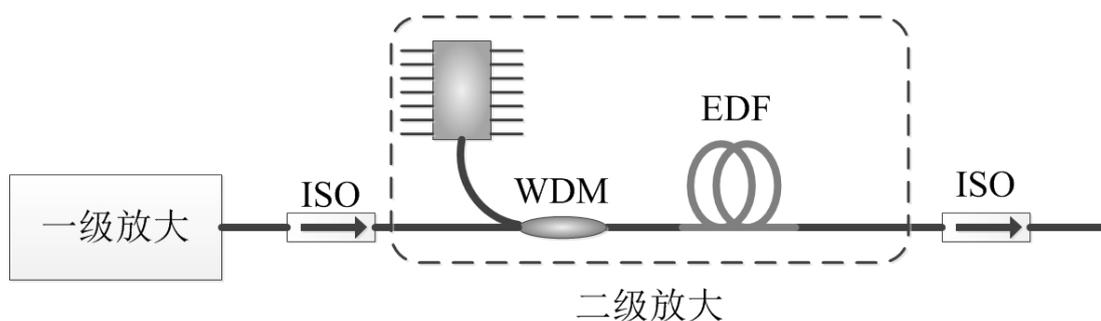


图 2.3.3 二级放大结构示意图 (WDM:波分复用器, ISO:隔离器)。

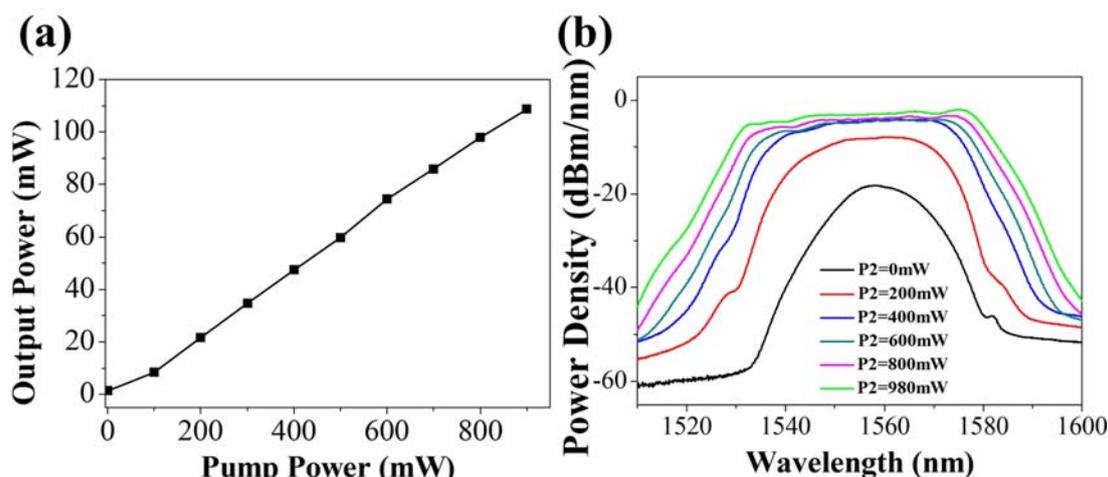


图 2.3.4(a) 二级放大输出功率相对泵浦功率曲线；(b) 二级放大在不同泵浦功率下的输出光谱 (P2 是二级放大的泵浦功率, 此时一级放大泵浦功率 P1 是 22mW)。

一级放大输出的光脉冲经过隔离器后进入第二级放大。为了避免光反射对泵浦源所造成的损坏, 因此各级放大之间由隔离器隔开。第二级放大器同样使用的是前向泵浦的方式, 如图 2.3.3 所示。图 2.3.4(a) 是二级放大输出功率相对于泵浦功率的变化曲线, 曲线基本呈线性变化, 斜效率为 13%。图 2.3.4(b) 是不同泵浦功率下二级放大的输出光谱。随着泵浦功率的增加, 二级放大的输出光谱被逐渐展宽。当泵浦功率达到最大值 980mW 时, 二级放大的输出的光谱宽度为 44nm, 此时输出功率为 100mW, 可满足产生超连续谱对脉冲功率的要求。在此实验过程中, 将一级放大的泵浦功率设置为 22mW, 由图 2.3.4(b) 可以看出, 此时一级放大中还没有明显的 ASE 产生。

超连续谱的产生是一个非线性过程, 它的转换效率和脉冲的峰值有关, 峰值功率越高, 转换效率也会增加。因此, 为了保证超连续谱的产生效率, 在脉冲功率和重复频率一定的情况下, 可以通过脉冲压缩的方式提高其峰值功率。

根据 2.3.3 节中介绍的飞秒光频梳的放大器结构, 可以知道放大器输出的脉

冲具有正的啁啾参量。对正啁啾的脉冲进行压缩，需要满足 $\beta_2 C < 0$ 。因此，我们选用负色散的 PM1550 光纤对光脉冲进行压缩。实验中发现，压缩光纤过长，会导致脉冲分裂的现象发生，一个脉冲会存在多个峰值，严重影响了最大峰值功率。因此，压缩光纤长度的选择非常重要。通过不断实验，最终优化的压缩光纤长度为 152cm，通过自相关仪观察到的压缩后的脉冲形状如图 2.2.5 所示，此时的脉冲宽度为 46fs，光功率为 109mW。对重复频率为 50MHz 的光脉冲，计算得到其峰值功率为 47kW，可用于产生超连续谱。

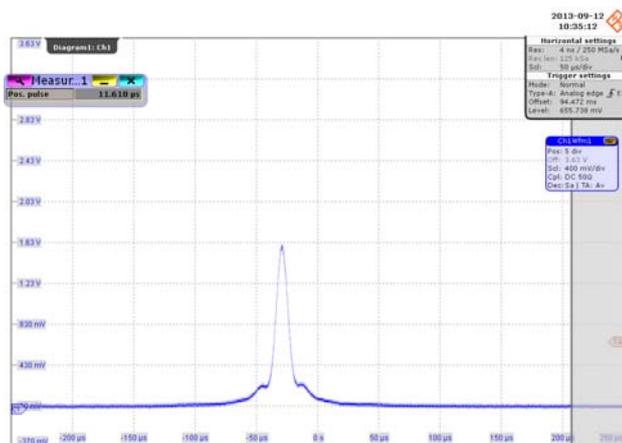


图 2.3.5 压缩后的光脉冲形状。

2.4 超连续谱的产生和 f_{ceo} 信号的探测

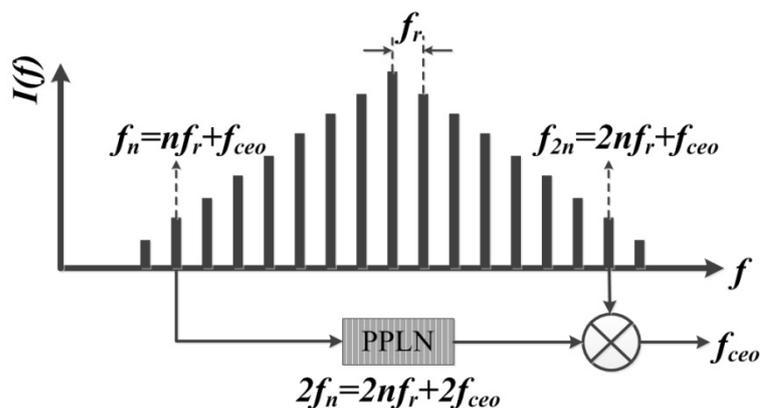


图 2.4.1 “f-2f” 自参考法的基本原理。

理论上，载波包络偏移频率为 $f_{ceo} = \nu_c(1 - v_{gr}/v_{ph})$ ，其中， ν_c 是载波频率， v_{gr} 是群速度， v_{ph} 是相速度。对于光纤激光器， f_{ceo} 大约是 1~3THz^[24]。因此， f_{ceo} 信号无法直接由光电探测器探测得到。目前，在光频梳中，一般采用“f-2f”干涉仪探测 f_{ceo} 信号^[25,26]，其基本原理如图 2.4.1 所示。利用高非线性器件将光谱扩

展成覆盖了一个倍频程的超连续谱。然后将超连续谱中的低频光谱 f_n 进行倍频，频率由原来的 $f_n = nf_r + f_{ceo}$ 变为 $2f_n = 2nf_r + 2f_{ceo}$ 。倍频后的光 ($2f_n$) 与原超连续谱中的高频光谱 $f_{2n} = 2nf_r + f_{ceo}$ 拍频，则可得到 $2f_n - f_{2n} = (2nf_r + 2f_{ceo}) - (2nf_r + f_{ceo}) = f_{ceo}$ 。这样的方法将理论上 1~3THz 的 f_{ceo} 信号转化成了 MHz 量级的射频信号，极大的方便了信号的探测。下面详细讨论超连续谱的产生和 f_{ceo} 信号的探测。

2.4.1 超连续谱产生的基本理论

超连续谱产生过程中主要包括的非线性效应有：自相位调制 (Self-phase Modulation, SPM)^[27]，受激拉曼散射 (Stimulated Raman Scattering, SRS)^[28]，四波混频效应 (Four-wave mixing, FWM) 和自陡峭 (Self-steepening, SS)^[29]。对于飞秒脉冲泵浦高非线性光纤产生超连续谱的情况，SPM 和 SRS 起主要作用。由于介质折射率是和光强有关的，因此在时域上脉冲会变得陡峭，即 SS。理论上，超连续谱产生的具体过程可以用归一化的 NLSE 来描述^[30]：

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A - \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A}{\partial \tau^k} \\ = i\gamma(1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial T}) [A(z, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') \times |A(z, T - T')|^2 dT' + i\Gamma_R(z, T)] \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

其中， $A(z, T)$ 表示光场包络， α 为损耗系数， ω_0 为中心频率， β_k 是传播常数 $\beta(\omega)$ 在 ω_0 处的第 k 阶泰勒展开系数。方程右边的 γ 为非线性系数，它的表达式为

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}} \quad (2.4.2)$$

n_2 是材料的非线性折射率， A_{eff} 是有效的模式面积。响应函数 $R(t)$ 的表达式为

$$R(t) = (1 - f_R) \delta(t) + f_R h_R(t) \quad (2.4.3)$$

其中， $(1 - f_R) \delta(t)$ 表示电子的瞬时作用， $f_R h_R(t)$ 为延迟的拉曼效应， $f_R = 0.18$ ； h_R 由 Hollenbeck 和 Cantrell 在 2002 年的一篇文章中给出^[31]； $\tau_{shock} = \tau_0 = 1/\omega_0$ ； Γ_R 是自发拉曼噪声，在这里我们不考虑噪声项，可以认为 $\Gamma_R = 0$ 。NLSE 通常采用分步傅立叶方法来求解^[32]，其中，色散项在频域考虑，非线性过程在时域中进行处理。

由于在探测 f_{ceo} 信号时涉及到拍频，那么超连续谱中低频光谱和高频光谱成分之间的相干性对于 f_{ceo} 信号的探测就非常的重要。一般来说，相干程度决定了

探测的 f_{ceo} 信号的强弱。Dudley 等人给出了超连续谱产生过程中一阶相关性的表达式^[30]:

$$|g_{12}^{(1)}(\lambda, t_1 - t_2)| = \left| \frac{\langle E_1^*(\lambda, t_1) E_2^*(\lambda, t_2) \rangle}{\sqrt{\langle |E_1(\lambda, t_1)|^2 \rangle \langle |E_2(\lambda, t_2)|^2 \rangle}} \right| \quad (2.4.3)$$

其中, $E_1(\lambda, t_1)$ 和 $E_2(\lambda, t_2)$ 分别表示不同时刻超连续谱的光场。他们的研究结果表明, 要保证相关性, 脉冲需要被压缩到 100fs 以下, 并且 HNLF 长度要尽可能的短。

2.4.2 超连续谱产生的仿真与实验结果

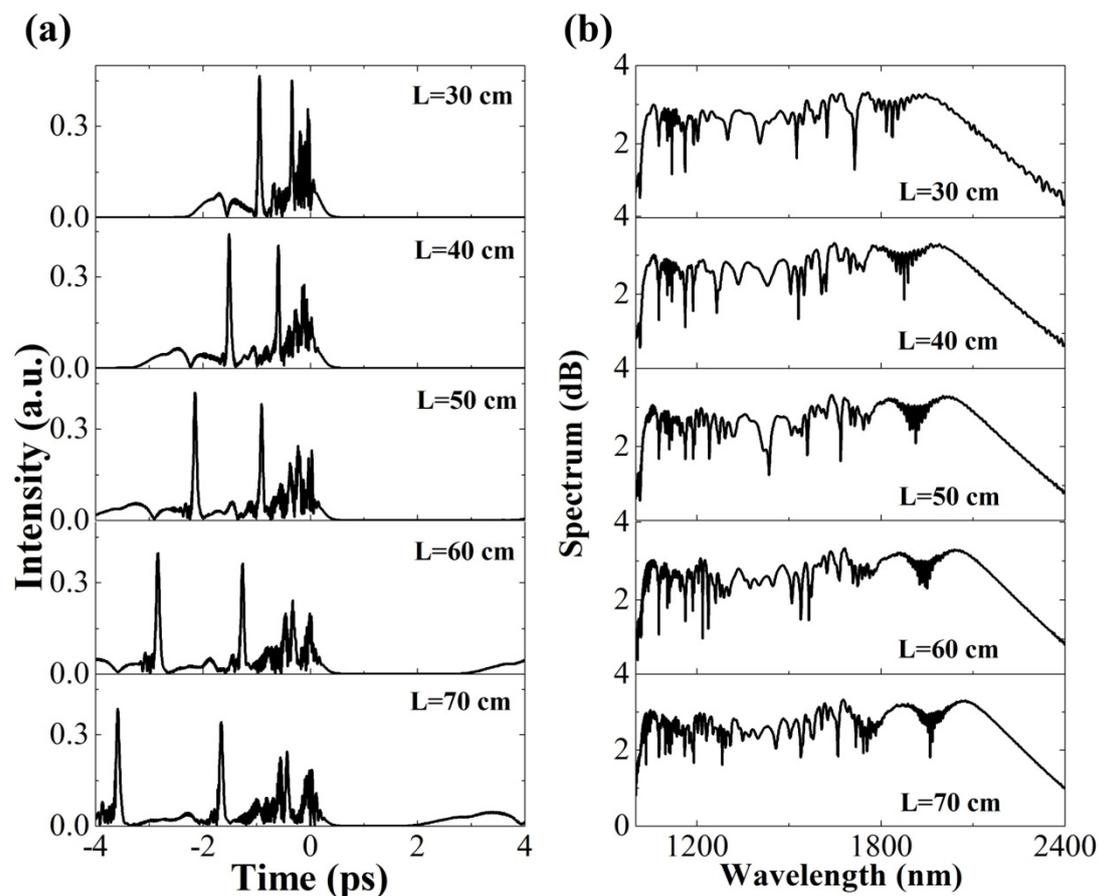


图 2.4.2 理论模拟不同长度的 PM-HNLF 产生的超连续谱(L 是 PM-HNLF 的长度)。

(a)时域上脉冲的分布; (b)光谱图。

在实验中, 我们采用 OFS 公司的全保偏的高非线性光纤 (Polarization-maintaining highly nonlinear fiber, PM-HNLF) 来产生超连续谱, 其主要参数如下: 光纤衰减系数 $\alpha=0.19\text{dB/km}@1550\text{nm}$, 非线性系数

$\gamma=10.4\text{W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$ ，色散 $-1.5\sim 1.5\text{ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$ ，色散斜率 $0.025\text{ps}/(\text{nm}^2\cdot\text{km})$ 。假设输入脉冲的峰值功率为 10kW ，脉冲宽度为 70fs ，采用分步傅立叶法求解(2.4.1)式的NLSE。脉冲经过不同长度的PM-HNLF后时域上的分布以及相应的光谱如图2.4.2所示。根据系统设计，需要产生的倍频程的波长范围为 $1030\text{nm}\sim 2060\text{nm}$ ，因此在讨论超连续谱时，我们只关心这一波长范围内的光谱。由图2.4.2(b)可以看到，光谱在波长为 2000nm 左右有一个峰值，并且随着光纤长度的增加，这个峰值对应的波长也增加。为提高后面超连续谱发生倍频时的效率，增加探测到的 f_{ceo} 信号的信噪比，在实验过程中，我们通过调整PM-HNLF的长度，尽量将超连续谱的峰值调整到波长 2060nm 处。图2.4.2(a)是经过PM-HNLF后脉冲在时域上的分布，可以看出，由于拉曼效应脉冲发生了分裂现象。因此，超连续谱中 1030nm 和 2060nm 的光在时域上是分离的。因此，为增加光谱的相关性，确保 2060nm 的光倍频后和超连续谱中原有的 1030nm 的光发生拍频的效率，我们在PM-HNLF后加入一段负色散的PM1550光纤，利用其色散特性使 1030nm 的光和 2060nm 的光在时间上重合，以提高拍频的效率。

假定PM-HNLF长度为 50cm ，通过数值求解方程(2.4.1)式，模拟不同入射脉冲宽度和峰值功率时的超连续谱。图2.4.3(a)是入射脉冲的峰值功率为 10kW ，不同脉冲宽度下的超连续谱。由于峰值功率保持不变，脉冲宽度越宽，脉冲的能量就越高，所产生的超连续谱也就越宽。图2.4.3(b)中脉冲宽度均为 70fs ，随着峰值功率的增加，超连续谱也逐渐变宽。

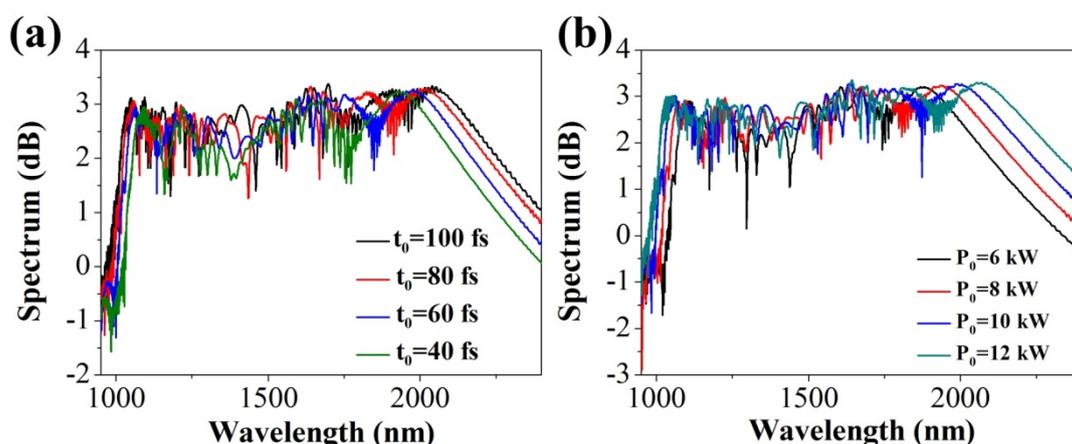


图 2.4.3(a) 不同入射脉冲宽度时产生的超连续谱。(PM-HNLF 长度为 50cm ，入射脉冲的峰值功率为 10kW)；(b) 不同入射脉冲峰值功率时产生的超连续谱。(PM-HNLF 长度为 50cm ，入射脉冲脉宽为 70fs)。

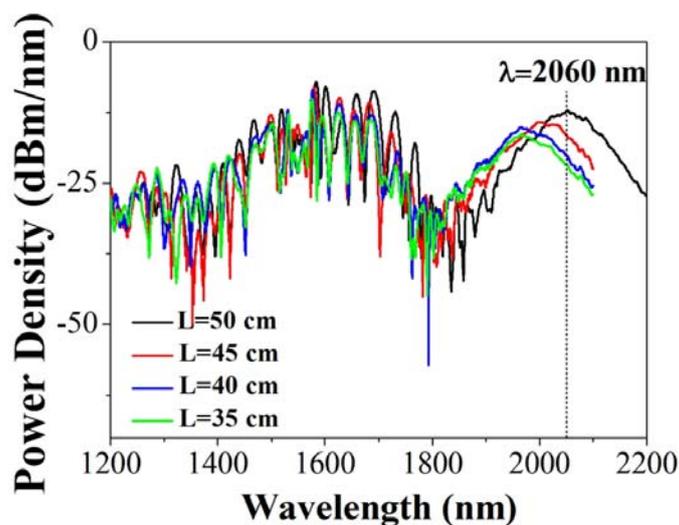


图 2.4.4 不同长度的 PM-HNLF 产生超连续谱的实验结果。

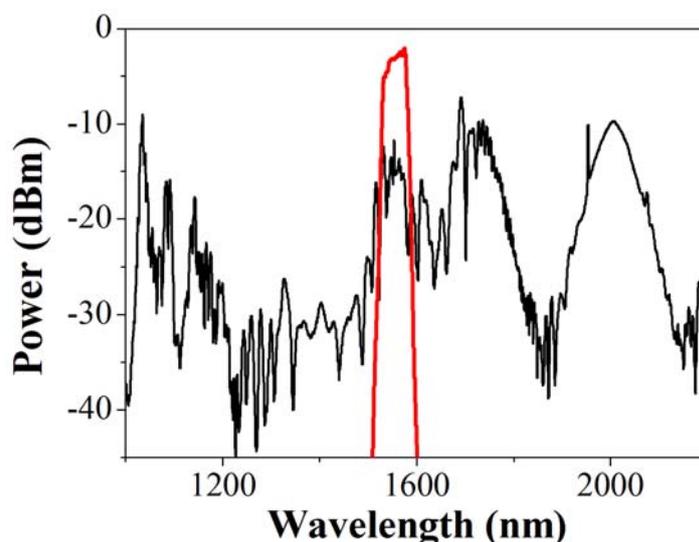


图 2.4.5 黑色曲线是由长 50cm 的 PM-HNLF 产生的超连续谱。波长范围为 1030nm~2060nm；红色曲线是进入 PM-HNLF 之前的光谱。

图 2.4.4 是经过放大压缩后的飞秒脉冲经过不同长度的 PM-HNLF 产生超连续谱的实验结果。由于光谱仪测量波长范围的限制，无法由一台光谱仪测出完整的 1030nm~2060nm 范围内的光谱。但是实验中发现，超连续谱在 1030nm 和 2060nm 处几乎是同时产生的，因此当观察到 2060nm 处产生超连续谱时，可以认为 1030nm 处的超连续谱也产生了。因而在此实验过程中，我们测量的光谱范围仅为 1200nm~2060nm，图 2.4.4 中没有包括 1030nm 处的光谱。由图 2.4.4 可见，随着 PM-HNLF 长度的增加，超连续谱 2000nm 附近的峰值向长波方向移动，与图 2.4.2 中的模拟结果相一致。并且根据实验结果，PM-HNLF 的最佳

长度约 50cm，此时光谱在波长 2060nm 处恰好存在峰值。图 2.4.5 是 PM-HNLF 长度为 50cm 时，用两台波长范围不同的光谱仪测量得到的完整的超连续谱，波长范围 1030nm~2060nm。

2.4.3 f_{ceo} 信号的探测

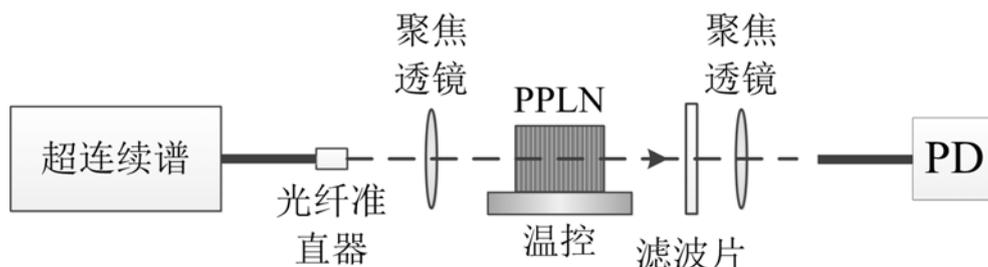


图 2.4.6 自参考的“f-2f”干涉装置。(PPLN: 周期性极化的铌酸锂; PD: 光电探测器)

图 2.4.6 是用于 f_{ceo} 信号探测的“f-2f”干涉装置。超连续谱经过准直和聚焦后，进入周期性极化的铌酸锂（Periodically-poled lithium niobate, PPLN）晶体，对超连续谱中 2060nm 的光进行倍频，将其波长转化为 1030nm。根据倍频的基本原理^[33]，当基频光和倍频光之间没有相位匹配时，倍频的效率是非常低的。当基频光与倍频光之间满足相位匹配条件 $n(\omega)=n(2\omega)$ 时，倍频效率达到最大。然而这种倍频方式对材料的选择和波长范围有严格的限制。不同于传统的双折射晶体，PPLN 晶体具有周期性极化的结构，可以在每一个极化周期内将光的偏振态改变 180° ，当倍频效率的斜率变为负值时，光的偏振方向也会被改变。因此，在倍频过程中，不再需要满足绝对的相位匹配条件。这种相位匹配的条件被称为准相位匹配，它极大地提高了倍频的效率。此外，PPLN 晶体的倍频效率与温度有关，为保证系统的稳定性，我们对 PPLN 晶体进行严格的温控。

为提高 f_{ceo} 的信噪比，在光路中加入了滤波片，将 1030nm 的光滤出。倍频产生的 1030nm 的光与超连续谱中原有的 1030nm 的光发生拍频，拍频得到的信号就是 f_{ceo} 信号。不同的光电探测器噪声大小不一样，因此，选择低噪声的光电探测器有利于提高 f_{ceo} 的信噪比。使用频谱仪对 f_{ceo} 信号进行探测，频谱仪显示的 f_{ceo} 信号的信噪比最高达到 30dB，如图 2.4.7 所示，探测时的分辨率带宽为 300kHz，取 5 次平均。将频谱仪的频率范围设置到 800kHz，以探测 f_{ceo} 信号的线宽，结果如图 2.4.8 所示。在频谱仪的分辨率带宽为 300kHz 的情况下， f_{ceo} 信号的线宽为 13kHz。

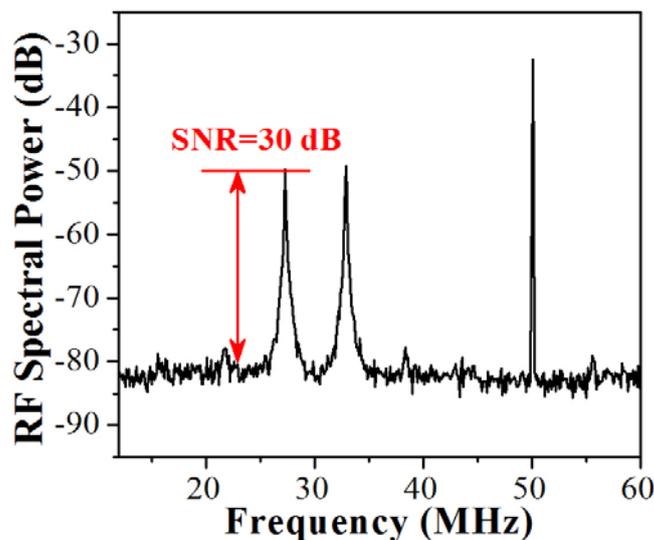


图2.4.7 探测到的 f_{ceo} 信号。信噪比是30dB（探测时的分辨率带宽为300kHz，取5次平均）。

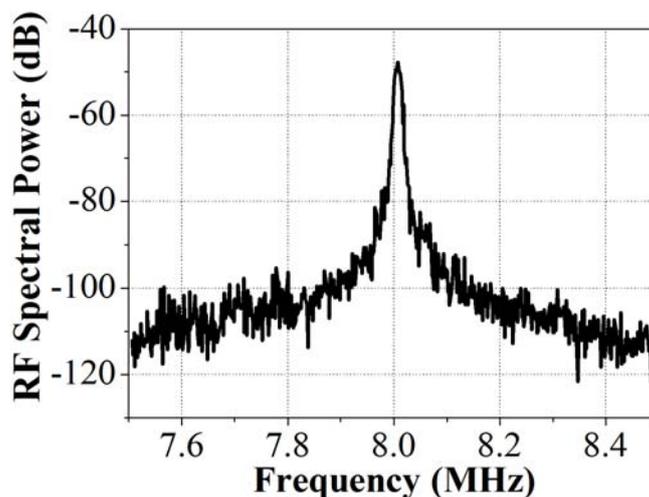


图 2.4.8 f_{ceo} 信号线宽的测量， f_{ceo} 信号线宽为 13kHz。（探测时的分辨率带宽为 300kHz）

在实验中发现， f_{ceo} 的信噪比达到最大值时，二级放大的泵浦功率输出也需要最大值。因此，为进一步提高 f_{ceo} 的信噪比，我们在第二级放大中加入后向泵浦，以增加进入 PM-HNLF 的脉冲能量，其结构如图 2.4.9 所示，PM-HNLF 长度仍为 50cm。当双向泵浦同时工作时，探测到的超连续谱和 f_{ceo} 信号如图 2.4.10。在图 2.4.10(b) 中， f_{ceo} 的信噪比降为 25dB（分辨率带宽为 300kHz，取 2 次平均）。实验证明了在二级放大中加入后向泵浦会给 f_{ceo} 信号引入噪声，降低其信噪比，因此在最终的光频梳系统中，我们在二级放大中仍然采用前向泵浦的方案。

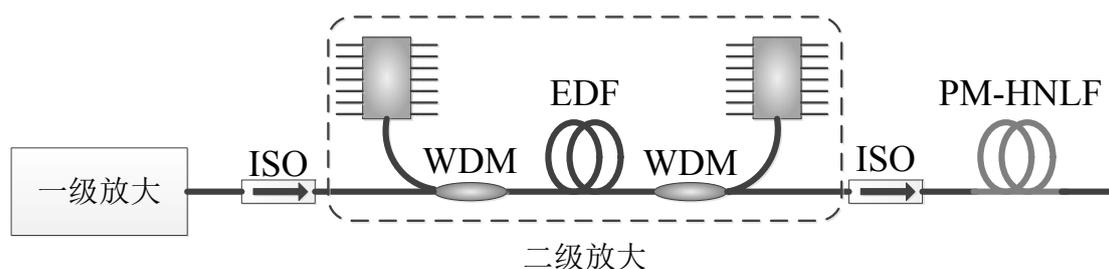


图 2.4.9 二级放大双向泵浦结构示意图。（WDM:波分复用器，ISO:隔离器，EDF:掺铒光纤，PM-HNLF:全保偏的高非线性光纤）

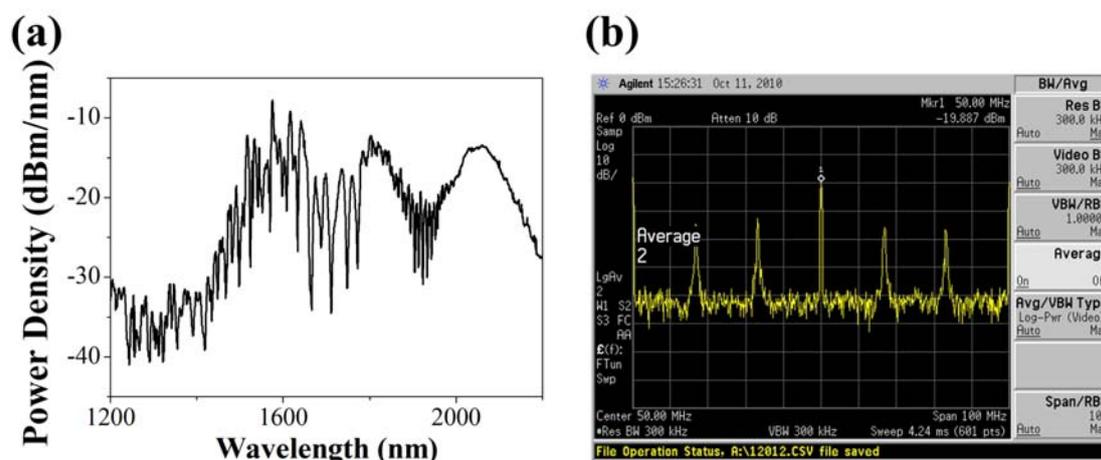


图 2.4.10(a) 二级放大双向泵浦条件下的超连续谱；(b) 二级放大双向泵浦条件下探测到的 f_{ceo} 信号（分辨率带宽为 300kHz，取 2 次平均）。

2.5 全保偏光纤光频梳的稳相

光频梳的 f_{ceo} 信号极易受外界因素的影响，当环境温度变化或者振荡器受到应力作用时， f_{ceo} 的值变化非常大。但是，同时 f_{ceo} 又会受到振荡器泵浦功率的影响。因此，可以通过控制振荡器的泵浦电流来实现对 f_{ceo} 信号的锁定，具体结构如图 2.5.1 所示。由于探测到的 f_{ceo} 信号的信噪比相对于 f_r 信号要弱几十个 dB，而信噪比差不利于后续信号的处理和锁定。因此，为提高信噪比，我们将 f_{ceo} 信号经过放大滤波后，和一个高频信号进行和频，再将这个和频信号经过除法器降频，将除法器输出的信号输入到注入锁定放大器（型号：Zurich Instruments HF2LI）。注入锁定放大器集成了滤波器、鉴相器和比例-积分-微分 (Proportion Integration Differentiation, PID) 控制器的功能。PID 控制器是由比例单元 P、积分单元 I 和微分单元 D 组成，结构如图 2.5.2 所示，其中， K_p 、 K_i 和 K_d 分别是比例项、积分项和微分项的系数，函数 $e(t)$ 表示误差信号。和其它简单的控制算法不同，PID 控制器会根据历史数据以及输入值与参考值之间差别的出现概率来调整输入值，这样使

得系统更加稳定。在我们的系统中，将 f_r 与参考信号之间的拍频信号作为伺服的输入，通过多次实验优化伺服的参数，最终实现 f_r 的长时间锁定。

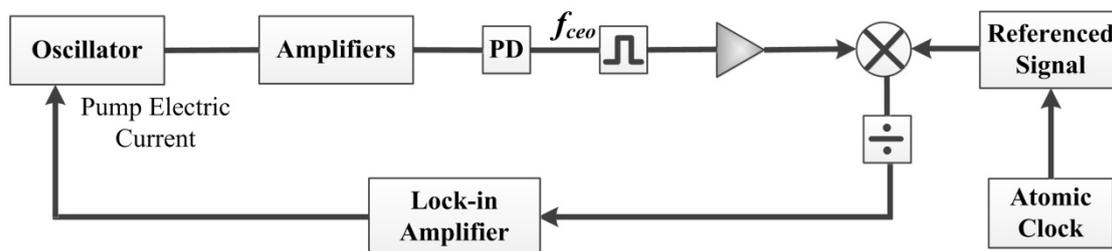


图2.5.1 稳相结构示意图。(PD: 光电探测器)

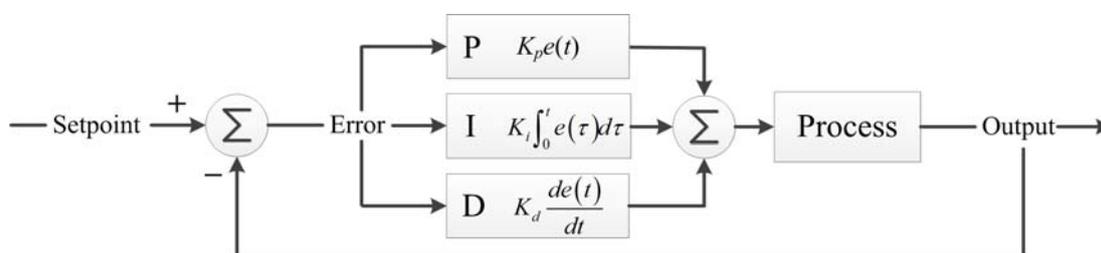


图2.5.2 PID控制器结构图。

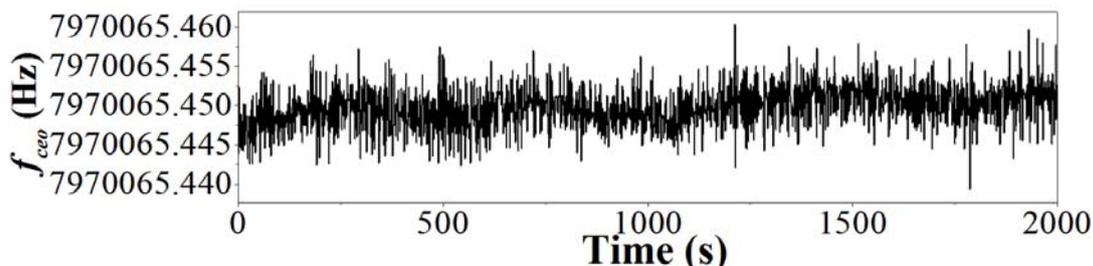


图2.5.3 f_{ceo} 频率计数的结果，记录时间间隔为1s。

输入到注入锁定放大器中的信号与其内部产生的参考信号鉴相，产生一个误差信号，PID控制器根据此误差信号对振荡器的泵浦电流进行控制，实现 f_{ceo} 的锁定。为保证 f_{ceo} 锁定后长时间的稳定性，电路中的微波信号同样要接入原子钟信号作为外部参考。图2.5.3是当 f_{ceo} 锁定之后，使用频率计数器对 f_{ceo} 记录的结果，记录时间间隔为1s。在本文中，使用标准差来表征频率的稳定性，标准差的数学表达式为

$$SD = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - \bar{y})^2} \quad (2.5.1)$$

计算得到 f_{ceo} 数据的标准差是2.43mHz，频率稳定性为 3×10^{-10} (1s)。 f_{ceo} 信号的相位噪声谱密度如图2.5.4所示，其积分相位噪声大约为0.5rad。

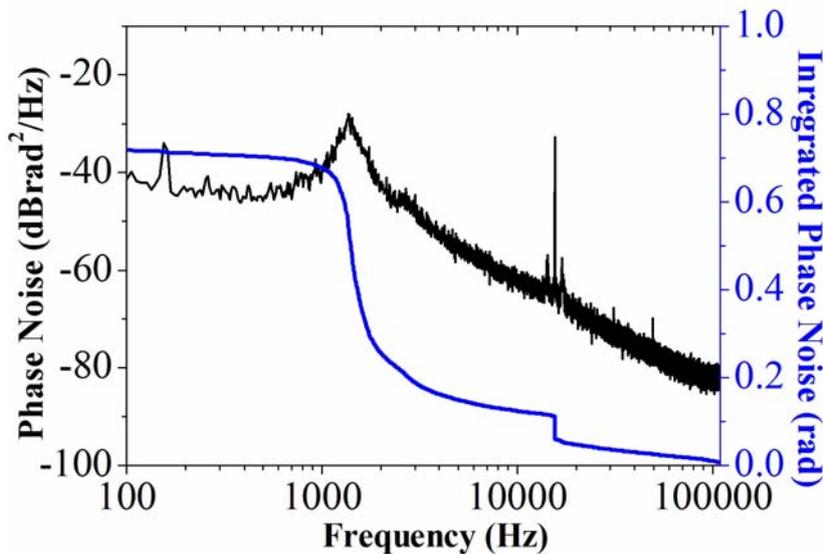
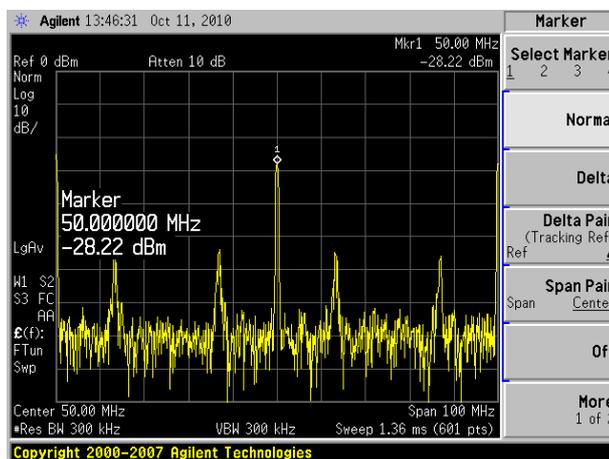


图2.5.4 f_{ceo} 信号的相位噪声谱密度。蓝色曲线对应的是积分相位噪声。

此外，我们在实验中发现， f_{ceo} 信号的信噪比是影响其稳定性的重要因素。而在脉冲放大压缩和超连续谱产生的环节中，不适当的泵浦功率以及光纤长度均会导致 f_{ceo} 信号的信噪比降低。我们对图2.5.5(a)中的信噪比仅为20dB的 f_{ceo} 信号进行稳相，锁定后使用频率计数器对 f_{ceo} 信号计数，结果如图2.5.5(b)所示。由于信噪比低，注入锁定放大器对信号的控制能力变弱，在锁定后 f_{ceo} 信号出现很多的跳变点，直接导致其计数的标准差增加。和图2.5.3中约为20mHz的频率跨度相比，图2.5.5(b)中的频率跨度达到300Hz，严重影响了 f_{ceo} 信号的稳定性。因此，为保证 f_{ceo} 信号的稳定，避免稳相过程中 f_{ceo} 信号出现跳变点，要尽量提高 f_{ceo} 信号的信噪比。只有在 f_{ceo} 信号具有较高信噪比的前提下，才能得到较好的稳相结果。



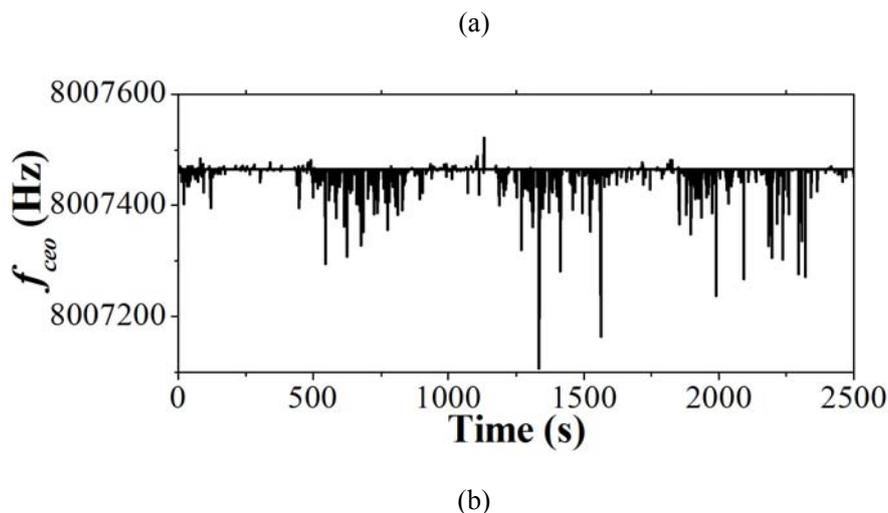


图2.5.5(a) 信噪比为20dB的 f_{ceo} 信号；(b) 对信噪比仅为20dB的 f_{ceo} 信号稳相时， f_{ceo} 频率计数的结果，记录时间间隔为1s。

2.6 全保偏光纤光频梳的稳频

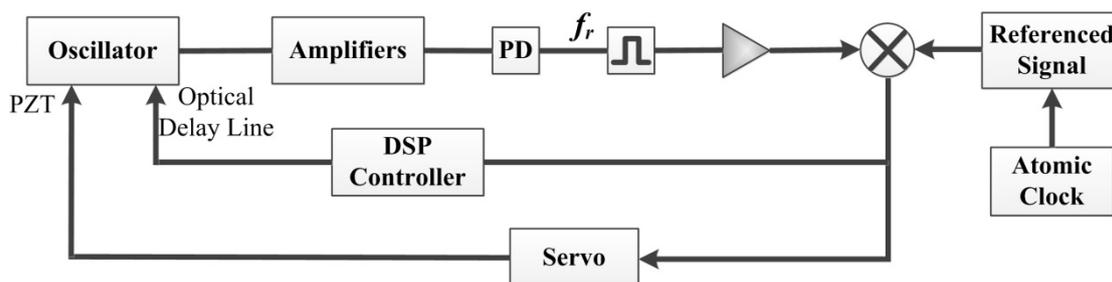


图 2.6.1 稳频结构示意图。(PD:光电探测器，DSP: 数字信号处理器，PZT: 压电陶瓷)

全保偏光纤光频梳的稳频系统如图 2.6.1 所示。在 2.3 节中介绍过，光脉冲经过第一级放大后由耦合器分出一部分功率，用于探测 f_r 信号。 f_r 信号的探测比较简单，可以直接使用光电探测器 (Photodetector, PD) 探测得到。稳频包括了对振荡器内光延迟线和 PZT 的控制。其中，光延迟线的变化对 f_r 的改变较大，它实现对 f_r 的粗调；PZT 对 f_r 的控制范围较小，它实现了对 f_r 的精确控制。我们设光频梳的 f_r 与参考信号之间的差为 Δf ，当 $\Delta f > \Delta f_0$ 时，由 DSP 控制光延迟线调节的 f_r 大小；当 $\Delta f < \Delta f_0$ 时，由伺服控制 PZT 调节 f_r 大小。 Δf_0 需要小于伺服对 f_r 的可控范围。根据多次实验的结果，这里 Δf_0 设定为 20Hz。

2.6.1 DSP 对光延迟线的控制

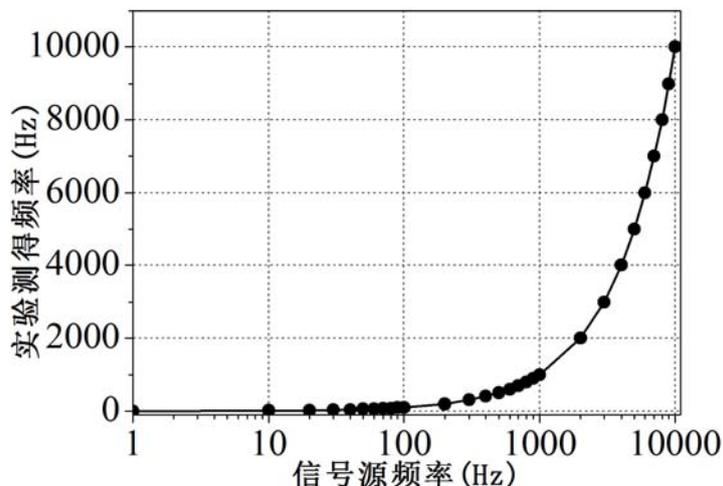


图 2.6.2 DSP 控制电路对微波信号源发射信号进行采样计算的实验结果。

光延迟线与外部的通信是由串口实现的，因此我们设计了数字信号处理 (Digital Signal Process, DSP) 控制电路对延迟线进行自动控制，电路包含三个部分：数字信号的采样、信号处理和串口命令发送。其中，DSP 电路的信号采样率为 20KHz，因此输入信号的频率需要小于 20KHz，这就意味着对光延迟线进行初始化设置时，其初始频率与目标频率之间的差值不能大于 20KHz，否则将造成 DSP 控制电路不能正常工作。电路的信号处理部分是编写的快速傅立叶变化 (FFT, Fast Fourier Transformation) 程序。为验证程序的精确性，使用 DSP 控制电路对微波信号源发射的信号进行采样和计算，将计算结果和实际信号源发射的频率进行比对。根据实际中延迟线的变化对 f_r 的改变范围，测试的频率范围选定为 1Hz~10KHz，结果如图 2.6.2 所示，横坐标是微波信号源发射信号的频率，纵坐标是 DSP 控制电路对信号进行采样和计算后得到的实验结果。结果显示，在 1Hz~10KHz 频率范围内，DSP 控制电路对信号采样和计算的结果与实际信号源发射的频率有很好的 consistency，且其计算精度可以达到 1mHz，完全满足实际应用。

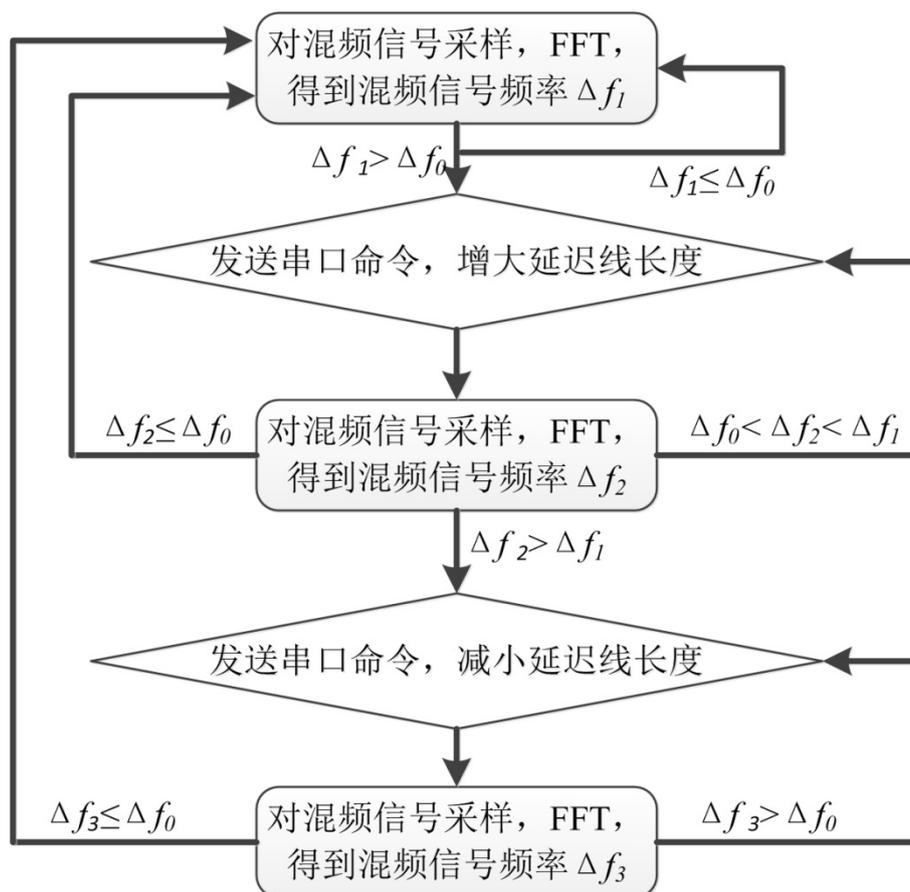


图 2.6.3 DSP 控制电路控制流程图。

DSP 控制电路的控制流程如图 2.6.3 所示。光频梳系统每次开机时，DSP 控制电路都会对 f_r 与参考信号之间的混频信号采样，并进行 FFT，得到此时的混频信号频率 Δf_1 ，若 Δf_1 小于等于预设值 Δf_0 ，则延迟线不变；若 $\Delta f_1 > \Delta f_0$ ，DSP 电路会发送串口命令调节延迟线长度。由于采样的混频信号只是 f_r 与参考信号的差的绝对值，无法判断出 f_r 是大于还是小于参考信号，因此，第一次对延迟线调节都是增大延迟线的长度，然后再对混频信号采样分析，若此时的混频信号频率 $\Delta f_2 < \Delta f_1$ ，就可以判定 f_r 小于参考信号频率，应继续增大延迟线的长度，直到混频信号频率小于 Δf_0 为止；若 $\Delta f_2 > \Delta f_1$ ，证明 f_r 大于参考信号频率，应减小延迟线的长度，当混频信号频率小于 Δf_0 时，光延迟线停止变化。根据以上流程，编写程序，并将程序烧写在 DSP 控制电路板中，电路通电后会对光延迟线进行自动调节。

2.6.2 f_r 的锁定

对的 f_r 锁定是由伺服对振荡器内 PZT 进行控制来实现的。伺服本质上是一个

PID控制器。由于光延迟线的内部是机械结构，延迟线在DSP电路控制下自动调节之后，会有弛豫现象，因此在 f_r 未锁定的情况下， f_r 会朝增大或者减小的方向一直变化，图2.6.4记录的是当激光器自由运转时， f_r 在半小时的时间内变化了约25Hz。

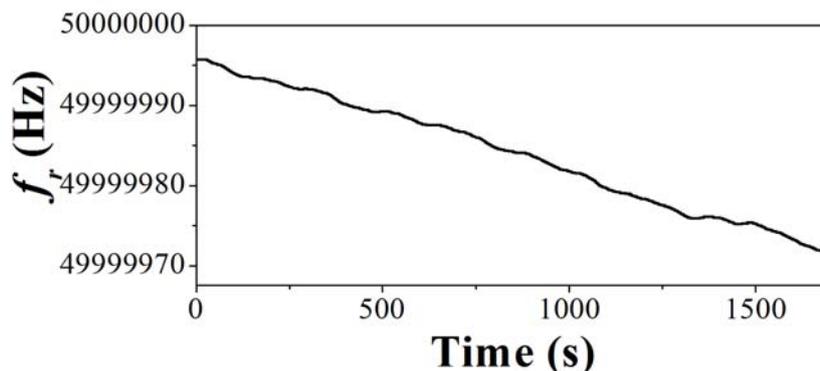


图 2.6.4 f_r 自由运转时频率计数的结果，记录时间间隔为 1s。

通过光延迟线和 PZT 的共同作用，可以将光频梳的 f_r 锁定在 49.5MHz ~ 50.5MHz 之间的任一频率上。稳频过程中，光频梳 f_r 的变化情况如图 2.6.5 所示， f_r 需要锁定在 50MHz。延迟线的变化使得 f_r 逐渐接近目标频率，之后在伺服控制下， f_r 稳定在 50MHz。

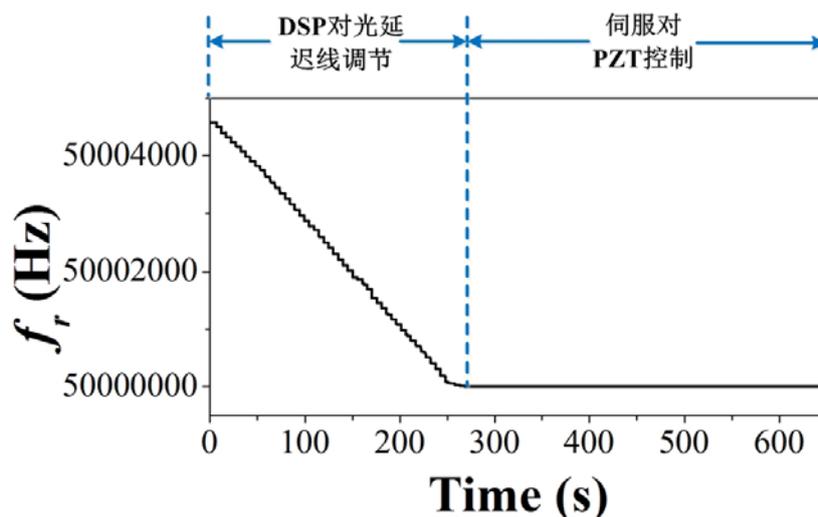


图2.6.5稳频过程中 f_r 的变化，记录时间间隔为1s。

同时为保证光频梳的长期稳定，在光频梳工作过程中将微波信号参考到原子钟上。按照以上步骤，我们将光频梳的 f_r 锁定在50MHz，然后使用频率计数器记

录 f_r 的值，如图2.6.6所示，记录时间间隔为1s。经过计算得到 f_r 数据的标准差为 $213\mu\text{Hz}$ ，频率稳定性为 $4\times 10^{-12}(1\text{s})$ 。同时我们测量了信号的相位噪声谱密度，如图2.6.7所示，其中蓝色的曲线是 f_r 积分相位噪声， f_r 的积分相位噪声大约为 1mrad 。

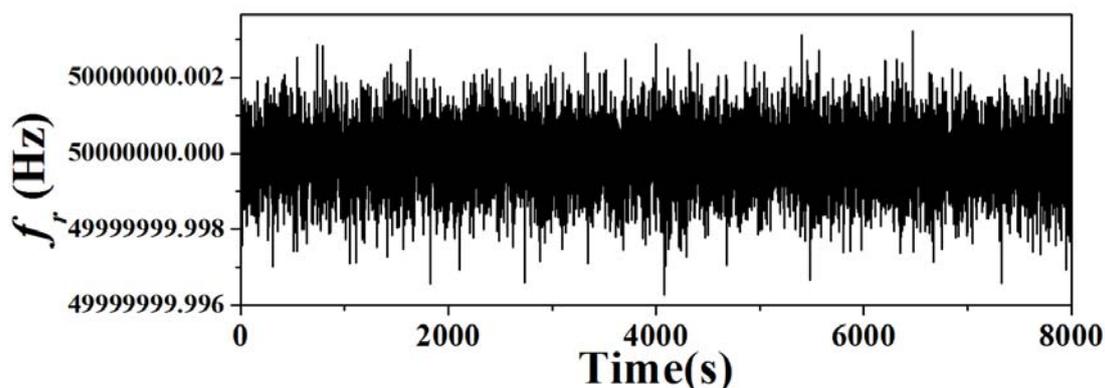


图2.6.6 f_r 频率计数的结果，记录时间间隔为1s。

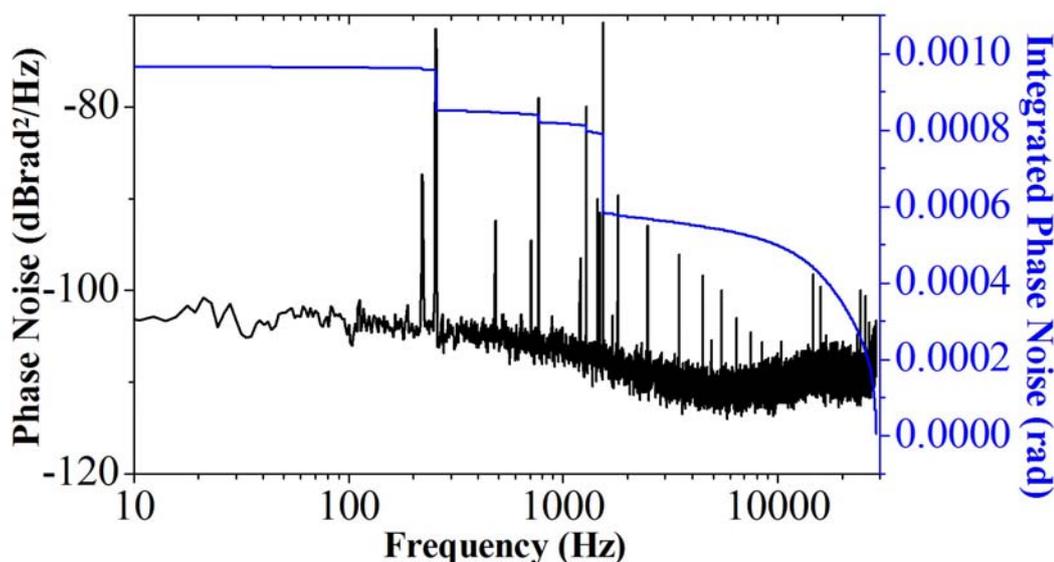


图2.6.7 f_r 信号的相位噪声谱密度。蓝色曲线对应的是积分后相位噪声。

2.7 小结

本章主要介绍了基于全保偏光纤锁模激光器的光学频率梳系统。首先，搭建了环型腔结构的光纤振荡器，其输出功率为 $500\mu\text{W}$ ，中心波长为 1554nm ，光谱宽度是 9.35nm ，脉冲宽度为 550fs 。由于在振荡器中使用了光延迟线，使得光频梳的 f_r 有 1MHz 的可调节范围。然后对振荡器输出的光脉冲进行多级低噪全保偏放大。在放大过程中，光谱被逐级展宽，经过两级放大后最终光谱宽

度为 44nm，输出功率大约为 100mW。放大后的光脉冲经由保偏光纤被压缩到 46fs 后，输入到 PM-HNLF 中，产生波长范围 1030nm~2060nm 的超连续谱。超连续谱经由“f-2f”方法探测得到 f_{ceo} 信号，信噪比达到 30dB。在上述工作的基础上，实现了对 f_r 和 f_{ceo} 的锁定。在记录时间间隔为 1s 的情况下， f_r 和 f_{ceo} 数据的标准差分别达到 213 μ Hz 和 2.43mHz， f_r 和 f_{ceo} 的频率稳定度分别为 3×10^{-10} (1s) 和 4×10^{-12} (1s)。同时测量了 f_r 和 f_{ceo} 的相位噪声，积分相位噪声分别为 1mrad 和 0.5rad。由于整个光频梳采用了全保偏的结构，系统结构更加简单，易于集成化，同时消除了外界扰动对于激光器内偏振态的影响，极大增强了系统的稳定性与实用性。

参考文献

- [1] 陈钰清, 王静环. 激光原理[M]. 浙江大学出版社, 1992.
- [2] Agrawal G, Applications of nonlinear fiber optics[M], Access Online via Elsevier, 2001.
- [3] Zhang H. Vector Soliton Fiber Lasers. arXiv preprint arXiv:1111.4502, 2011.
- [4] Y. Kim, S. Kim, Y. J. Kim, H. Hussein, and S. W. Kim, “Er-doped fiber frequency comb with mHz relative linewidth,” Opt. Express, 17(14): 11972~ 11977.
- [5] 孟飞, 曹士英, 蔡岳, 王贵重, 曹建平, 李天初, 方占军. 光纤飞秒光学频率梳的研制及绝对光学频率测量[J]. 物理学报, 2011, 60(10): 100601.
- [6] Newbury N R, and Swann W C, “Low-noise fiber-laser frequency combs,” J. Opt. Soc. Am. B, 2007, 24: 1756.
- [7] 邓一鑫, 涂成厚, 吕福云. 非线性偏振旋转锁模自相似脉冲光纤激光器的研究[J]. 物理学报, 2009, 58(5): 3174~3178.
- [8] 贺虎成, 杨玲珍, 王云才. 利用非线性偏振旋转锁模技术产生 0.7nJ, 1.5ps 光脉冲[J]. 激光技术, 2007, 31(1): 77~79.
- [9] 杨玲珍, 王云才, 陈国夫, 王屹山, 赵卫. 1053nm 超短脉冲光纤激光的产生[J]. 激光技术, 2007, 31(6): 610~612.
- [10] O. G. Okhotnikov, L. Gomes, N. Xiang, T. Jouhti, and A. B. Grudinin, “Mode-locked ytterbium fiber laser tunable in the 980–1070-nm spectral range,” Opt. Lett., 2003, 28(17): 1522~1524.
- [11] O. G. Okhotnikov, T. Jouhti, J. Konttinen, S. Karirinne, and M. Pessa, “1.5- μ m monolithic GaInNAs semiconductor saturable-absorber mode locking of an erbium fiber laser,” Opt. Lett., 2003, 28(5): 364~366.
- [12] M. A. Putnam, M. L. Dennis, I. N. Duling III, C. G. Askins, and E. J. Friebele, “Broadband

square-pulse operation of a passively mode-locked fiber laser for fiber Bragg grating interrogation,” *Opt. Lett.*, 1998, 23: 138~140.

[13] J. P. Gordon, “Theory of the soliton self-frequency shift,” *Opt. Lett.*, 1986, 11: 662~664.

[14] B. C. Barnett, L. Rahman, M. N. Islam, Y. C. Chen, P. Bhattacharya, W. tcma, K. V. Reddy, A. T. Howe, K. A. Stair, H. Iwamura, S. R. Friberg, and T. Mukai, “High-power erbium-doped fiber laser mode locked by a semiconductor saturable absorber,” *Opt. Lett.*, 1995, 20: 471~473.

[15] U. Keller, K. J. Weingarten, F. X. Kärtner, D. Kopf, B. Braun, I. D. Jung, R. Fluck, C. Hönniger, N. Matuschek, and J. A. der Au, “Semiconductor Saturable Absorber Mirrors (SESAM’s) for Femtosecond to Nanosecond Pulse Generation in Solid-State Lasers,” *IEEE J. Quantum Electron.*, 1996, 2(3):435~453.

[16] I. D. Jung, F. X. Kärtner, N. Matuschek, D. H. Sutter, F. Morier-Genoud, Z. Shi, V. Scheuer, M. Tilsch, T. Tschudi, and U. Keller, “Semiconductor saturable absorber mirrors supporting sub-10-fs pulses,” *Appl. Phys. B*, 1997, 65: 137~150.

[17] 谷庆元. 利用 SESAM 实现的全光纤被动锁模激光器[D]. 国防科学技术大学, 2007.

[18] A. Baltuška, Th. Udem, M. Uiberacker, M. Hentschel, E. Goulielmakis, Ch. Gohle, R. Holzwarth, V. S. Yakovlev, A. Scrinzi, T. W. Hänsch, and F. Krausz, “Attosecond control of electronic processes by intense light fields,” *Nature*, 2003, 421(6923): 611~615.

[19] J. W. Nicholson, M. F. Yan, P. Wisk, J. Fleming, F. DiMarcello, E. Monberg, A. Yablon, C. Jørgensen, and T. Veng, “All-fiber, octave-spanning supercontinuum,” *Opt. Lett.*, 2003, 28(8): 643~645.

[20] E. Desurvire, “Erbium-Doped Fiber Amplifiers, Prinples and Applications,” Wiley Interscience, New York, 1994.

[21] William L. Barnes, Richard I. Laming, Eleanor J. Tarbox, and P. R. Morkel, “Absorption and emission cross section of Er^{3+} doped silica fibers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1991, 27(4): 1004~1010.

[22] LEE. M. Frantz and John S. Nodvik, “Theory of Puls Propagation in a Laser Amplifier,” *J. Appl. Phys.*, 1963, 34(8): 2346~2349.

[23] D. Marcuse, “Pulse distortion in single-mode fibers. 3: Chirped pulses,” *Appl. Opt.*, 1981, 20: 3573~3579.

[24] N. R. Newbury, and B. R. Washburn, “Theory of the frequency comb output from a femtosecond fiber laser,” *IEEE J. Quantum Electron.*, 2005, 41: 1388~1402.

[25] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff, *Science*, 2000, 288:635.

[26] 黄保,冯鸣,陈新东,李刚,吕可诚,李乙钢. 基于锁模光纤激光器的光学频率梳[J]. 激光杂

志. 2009, 30(2): 16~19.

[27] F. Shimizu, "Frequency broadening in liquids by a short light pulse," *Phys. Rev. Lett.*, 1967, 19: 1097.

[28] K. Drühl, R. G. Wenzel, and J. L. Carlsten, "Observation of solitons in stimulated Raman scattering," *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 51: 1171.

[29] F. DeMartini, C. H. Townes, T. K. Gustafson, and P. L. Kelley, "Self-Steeptening of Light Pulses," *Phys. Rev.*, 1967, 164: 312.

[30] John M. Dudley, Goëry Genty, and Stéphane Coen, "Supercontinuum generation in photonic crystal fiber," *Rev. Mod. Phys.*, 2006, 78(4):1135~1184.

[31] Dawn Hollenbeck, and Cyrus D. Cantrell, "Multiple-vibrational-mode model for fiber-optic Raman gain spectrum and response function," *J. Opt. Soc. Am. B*, 2002, 19(12):2886~2892.

[32] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*[M], Springer Berlin Heidelberg, 2000.

[33] 石顺祥、陈国夫、赵卫、刘继芳.非线性光学[M].西安电子科技大学出版社,2003。

第三章 基于全保偏光纤锁模激光器的飞秒双光梳的联动

实验研究

光学频率梳因其稳定的频率特性，被广泛地应用于精密测量领域，其中一项重要的应用就是使用光频梳进行绝对距离的测量。在本章中，针对双光频梳在绝对距离测量方面的应用，我们在单个光频梳锁定的基础上实现了双光梳之间的联动，并将联动后的双光梳系统成功地应用于测距实验中。

3.1 研究背景

自 2004 年美国 NIST 的 Jun Ye 等人首次提出利用飞秒光频梳的两个脉冲之间重叠干涉进行绝对距离测量^[1]以来，以飞秒光频梳为基础的测距凭借其精度高、稳定性高的优点得到了很大的发展。2006 年，Nicolas Schuhler 等人将双波长的光源参考到光频梳上，采用超外差探测方法进行动态的绝对距离测量，当测量距离为 800mm，测量目标以 50mm/s 的速度移动时，测量精度可达到 8nm^[2]。他们还提出了将两个连续光激光器锁定到光频梳上，实现很大范围内的频率稳定，从而使合成波长的范围大大提高，在真空中测得的实验结果表明，距离不确定度小于 10^{-11} ^[3]。此外，韩国先进科学技术研究院 (Korea Advanced Institute of Science and Technology, KAIST) 也进行了大量飞秒光频梳测距的工作^[4-6]。2006 年，Ki-Nam Joo 等人报道了通过色散干涉的方法，测量光频梳输出的两个连续飞秒脉冲之间的路径延迟，以此实现绝对距离的测量。该方案实现的最大测量距离达到约 0.89m，非模糊距离为 1.46mm，测量分辨率为 7nm^[7]。同时，J. H. Jin 等人还报道了在采用飞秒光频梳进行光学频率合成的基础上，对长度为 25mm 的量块进行长度标定，测量精度可以达到 15nm^[8]。

尽管使用单光频梳测距已经实现了纳米量级的测量精度，但是利用单光频梳进行测距的方案仍然存在不足之处，例如：由于受到电信号处理速度的限制，此方案无法进行实时测试；对于长距离的测距，单光梳无法对折射率进行补偿。针对于精密测距在工业、航天等领域的应用，在 2009 年，美国 NIST 的 I. Coddington 等人提出了一种更加精确的测距方案^[9]。他们利用一对重复频率差

为 Δf_r 的光频梳进行电外差探测，其实验的结构和原理如图 3.1.1 所示。将两个有重复频率差的光频梳分别作为信号光（Signal）和本振光（Local Oscillator）。信号光的脉冲周期为 T_r ，本振光的脉冲周期为 $T_r + \Delta T_r$ 。信号光在参考平面和目标平面都会被部分反射，通过测两个反射光之间的时间延迟来测量距离。从参考面和目标平面反射回来的信号光分别和本振光发生干涉，两个干涉信号都被光电探测器探测。对光电探测器探测到的两个干涉信号进行傅立叶变化，根据频率域的相位漂移，得到两个干涉信号在时间域上的时间延迟 $\Delta\tau$ 。 $\Delta\tau$ 除以比例因子 $f_r/\Delta f_r$ 后，就得到信号光在参考面和目标平面间经历的时间 $\Delta t = \Delta\tau \Delta f_r / f_r$ ^[10,11]。参考面和目标平面间的距离 D 为

$$D = \frac{c}{2n_g} \Delta t = \frac{c}{2n_g} \Delta\tau \frac{\Delta f_r}{f_r} \quad (3.1.1)$$

其中， c 是真空中光速， n_g 是空气折射率。根据(3.1.1)式，测距结果 D 的不确定度 U_D 表达式为

$$U_D \approx \sqrt{2\left(\frac{U_{f_r} \cdot D}{\Delta f_r}\right)^2 + \left(\frac{c\Delta f_r}{2n_g f_r}\right)^2 \cdot (U_{\Delta\tau})^2} \quad (3.1.2)$$

其中， U_{f_r} 和 $U_{\Delta\tau}$ 分别是 f_r 和 $\Delta\tau$ 的不确定度^[12]。由(3.1.1)和(3.1.2)式可以看出，测距结果的精度和稳定性都和两个光频梳间的重复频率差 Δf_r 有重要关系。

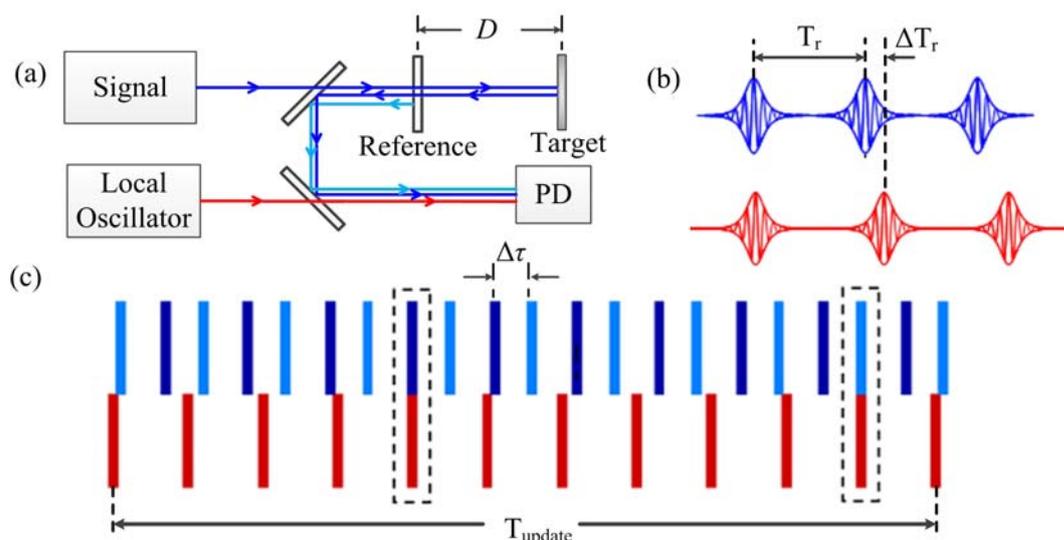


图 3.1.1 双光梳测距的基本原理。(a) 实验结构图；(b) 信号光和本振光脉冲。蓝色为信号光，周期为 T_r ；红色为本振光，周期为 $T_r + \Delta T_r$ ；(c) 本振光对信号光进行采样示意图。

如图 3.1.1(c)所示，对反射信号进行一次完整扫描所用时间为

$$T_{update} = T_r^2 / \Delta T_r \quad (3.1.3)$$

假定本振光和信号光的重复频率分别是 f_r 和 $f_r + \Delta f_r$ ，则有 $f_r = 1/(T_r + \Delta T_r)$ 和 $f_r + \Delta f_r = 1/T_r$ ，带入(3.1.1)式，得到测量数据更新周期 $T_{update} = 1/\Delta f_r$ ，光频上的采样率为 $f_s = 1/\Delta T_r = f_r^2/\Delta f_r$ 。重复频率间隔 Δf_r 越小，采样率则越大，但是 Δf_r 太小又会引起测量过程中的闪变噪声^[10]。此外，根据测距精度分析， Δf_r 太大或者太小都会导致很大的测量误差^[12]。因此， Δf_r 的优化对于双光梳测距非常重要。为了便于在测距实验过程中对 Δf_r 进行优化，双光梳间的重复频率差 Δf_r 要有一定的可调范围^[13]。文献[9]中报道了通过该方案，在模糊距离为 30km 时，测量精度可达到 5nm，测量时间仅为 50 μ s，这不仅是绝对距离测量史上突破性的进展，同时也为激光测距在航天工程中的应用奠定了基础。

值得注意的是，在采用双光梳测距的方案中，为获得非常高的测量精度以及测量结果的准确性，不仅要求每个光频梳的稳定，同时还要求两个光频梳梳齿之间的频率差稳定。在论文第二章已经提到，光频梳第 n 个梳齿的频率为 $f_n = nf_r + f_{ceo}$ ，由 f_r 和 f_{ceo} 两个参数共同决定。因此，两个光频梳梳齿之间的频率差稳定也就是要求两个光频梳的 f_r 的差值和 f_{ceo} 的差值，即 Δf_r 和 Δf_{ceo} 同时被锁定。也就是当一个光频梳的 f_r 或者 f_{ceo} 变化时，另一个光频梳相应的频率跟随发生变化，即双光频梳的联动。除此以外，根据上面的分析，为了方便双光梳在测距中的使用，还要求双光频梳的 Δf_r 和 Δf_{ceo} 的值可调。

然而到目前为止，仅在光学异步采样的研究中，将两台锁模激光器的 Δf_r 锁定，但是没有对它们的 f_{ceo} 加以限制^[14,15]。此外，在光脉冲合成的实验中，实现了两台锁模激光器的 Δf_r 和 Δf_{ceo} 同时锁定，但是这两个频率差值始终被锁定在 0 值，不能在一定范围内可调^[16,17]。因此，目前还没有关于双光梳联动的研究被报道。下面将介绍双飞秒光频梳间 f_r 和 f_{ceo} 的联动。

3.2 双光频梳重复频率的联动

3.2.1 实验系统

在本章中，用于实现联动的两台飞秒光频梳都是全保偏的光纤光频梳，具体结构已经在第二章中详细介绍。此外，为了区别两台光频梳之间的联动关系，将两台光频梳分别称为主动光频梳(Master frequency comb)和从动光频梳(Slave

frequency comb)。

双光频梳 f_r 联动的实验结构如图 3.2.1 所示。首先，根据 2.5 节中的方案，将主动光频梳的重复频率 f_{r1} 经过滤波放大之后由伺服 1 锁定到参考信号 1 上。当主动光频梳的 f_{r1} 锁定之后，我们搭建了一个跟踪反馈控制电路，以实现两个光频梳 f_r 之间的联动。将主动光频梳的重复频率信号 f_{r1} 和被动光频梳的重复频率信号 f_{r2} 通过混频器混频，得到两者的差频信号 $\Delta f_r = f_{r1} - f_{r2}$ ，再将 Δf_r 由伺服 2 锁定到稳定的微波参考信号 2 上。在第二章提到，由于光频梳的振荡器中加入了光延迟线，每台光频梳的重复频率都具有 1MHz 的调节范围，因此两台光频梳的 Δf_r 也有 1MHz 的调节范围，可以通过设定参考信号 2 的值，将 Δf_r 锁定在 1MHz 范围内的任意值上，这样一个大范围可调的 Δf_r 为双光梳系统在测距中的应用提供了极大的方便。跟踪反馈控制电路确保了 Δf_r 值的恒定，在伺服 2 的控制作用下， f_{r2} 可以跟踪到 f_{r1} 上，即可以实现双光频梳 f_r 的联动。需要指出的是，在系统的初始化阶段，两台光频梳的延迟线都由 DSP 控制电路根据预设的 f_{r1} 和 f_{r2} 的值进行自动调节。

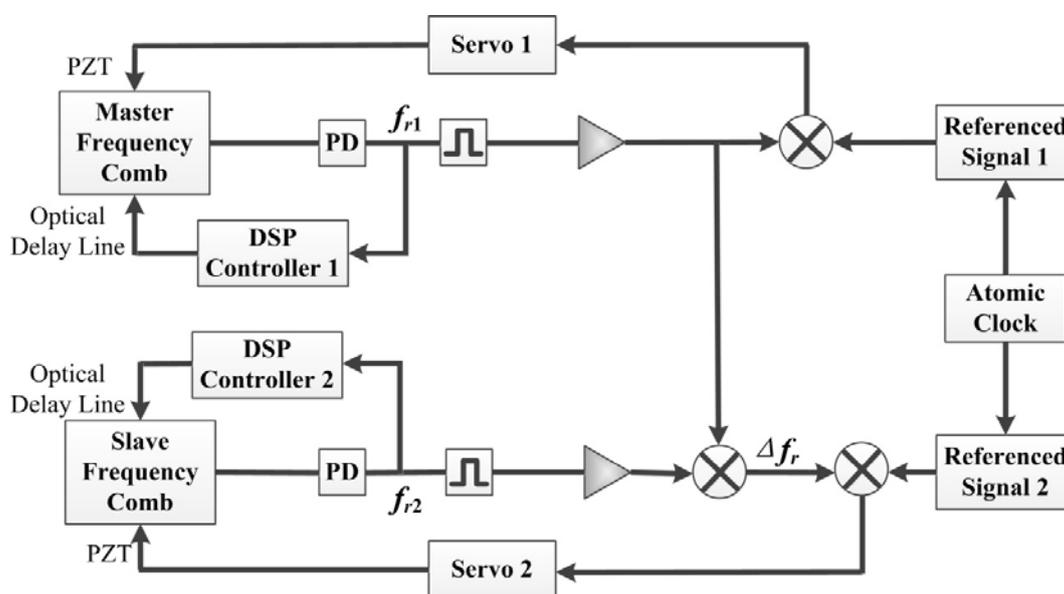


图 3.2.1 双光频梳 f_r 联动的实验结构示意图。PD: 光电探测器; PZT: 压电陶瓷。

3.2.2 评价系统联动特性的方法

由于到目前为止，还没有关于双光频梳联动的报道，因此也还没有明确的参数能够评价双光梳联动特性。在本节中，我们将通过理论分析，选取合适的参数来评价系统的联动特性。

在研究光脉冲合成时，通常借助于硼酸钡（ BaB_2O_4 ，BBO）晶体，采用互相关测量（Cross-correlation measurement）的方法来评价两个锁模激光器之间的同步性，若两组光脉冲实现了同步，那么光通过 BBO 晶体后可以观察到明显的干涉光谱^[16]。但是这种方法要求被测的两个脉冲序列在空间和时间上都是重合的。而在我们系统中，即使将两台光频梳的 Δf_r 和 Δf_{ceo} 都锁定到 0，由于没有控制系统对两台光频梳之间的相对时差进行反馈控制，因而无法实现两组脉冲在时间上的同步。因此，在我们的系统中，互相关测量的方法不适合用来评价双光频梳的联动能力。

由于双光梳在测距中的应用要求其梳齿之间的频率差稳定，因此考虑对双光梳进行光学上的拍频，得到两台光频梳梳齿之间的频率差，由梳齿间差频信号的抖动来描述系统联动的性能。下面对这一方法做理论上的分析，假定两台锁模激光器 1 和 2，它们输出的脉冲光场分别表示为

$$E_1(t) = A_1 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1 - \tau_1) \right\} \exp[i(2\pi\nu_{01}t + \phi_{01})] \quad (3.2.1)$$

$$E_2(t) = A_2 \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_2 - \tau_2) \right\} \exp[i(2\pi\nu_{02}t + \phi_{02})] \quad (3.2.2)$$

其中， A_1 和 A_2 分别表示两台锁模激光器输出光场的振幅， T_1 和 T_2 分别为锁模脉冲周期， δ 为冲击函数， ν_{01} 和 ν_{02} 为锁模激光器输出的中心频率， τ_1 和 τ_2 为任意的时间参量， ϕ_{01} 和 ϕ_{02} 分别为两组脉冲的初始相位。锁模激光器 1 和 2 的输出同时入射光电探测器，光电探测器探测到的光强 $I(t)$ 为

$$\begin{aligned} I(t) &= [E_1(t) + E_2(t)][E_1(t) + E_2(t)]^* \\ &= A_1^2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1 - \tau_1) \right\}^2 + A_2^2 \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_2 - \tau_2) \right\}^2 \\ &\quad + 2A_1A_2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1 - \tau_1) \right\} \cdot \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_2 - \tau_2) \right\} \cos[2\pi(\nu_{01} - \nu_{02})t + \phi_{01} - \phi_{02}] \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

为了简化，假定 $\phi_{01}=\phi_{02}$ ， $\tau_1=\tau_2=0$ ，那么(3.2.3)式变换为

$$\begin{aligned}
 I(t) &= A_1^2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_1) \right\}^2 + A_2^2 \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t-mT_2) \right\}^2 \\
 &+ 2A_1A_2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_1) \right\} \cdot \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t-mT_2) \right\} \cos[2\pi(\nu_{01}-\nu_{02})t]
 \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

只有当 $n_{\min}T_1=m_{\min}T_2=T_{lcm}$ 时, $t-l(n_{\min}T_1)=t-l(m_{\min}T_2)=t-lT_{lcm}$, T_{lcm} 是 T_1 、 T_2 的最小公倍数 (l 是任意整数), (3.2.4) 式的最后一项才不为零。这样(3.2.4)式可以写为

$$\begin{aligned}
 I(t) &= A_1^2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_1) \right\}^2 + A_2^2 \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t-mT_2) \right\}^2 \\
 &+ 2A_1A_2 \left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(t-lT_{lcm}) \right\} \cos[2\pi(\nu_{01}-\nu_{02})t]
 \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

对(3.2.5)式做傅立叶变换得到

$$\begin{aligned}
 i(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(t) \exp(-i2\pi ft) dt = A_1^2 f_{r1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f+f_{r1}k) + A_2^2 f_{r2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f+f_{r2}k) \\
 &+ A_1A_2 \frac{1}{T_{lcm}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[f-(\nu_{01}-\nu_{02})+k/T_{lcm}] + A_1A_2 \frac{1}{T_{lcm}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[f+(\nu_{01}-\nu_{02})+k/T_{lcm}]
 \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

由 $n_{\min}T_1=m_{\min}T_2=T_{lcm}$, 可以得 $m_{\min}f_{r1}=n_{\min}f_{r2}$ 。可以看出 f_{r1} 、 f_{r2} 的最小公倍数 $f_{lcm}=m_{\min}f_{r1}=n_{\min}f_{r2}$ 。因此 $f_{lcm}=m_{\min}n_{\min}/T_{lcm}$, $f_{r1}-f_{r2}=(n_{\min}-m_{\min})/T_{lcm}T_2-T_1=(n_{\min}-m_{\min})/f_{lcm}$, $f_{r1}-f_{r2}=1/T_1-1/T_2=(T_2-T_1)f_{lcm}/T_{lcm}$ 。(3.2.6)式可以写为

$$\begin{aligned}
 i(f) &= A_1^2 f_{r1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f+f_{r1}k) + A_2^2 f_{r2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f+f_{r2}k) \\
 &+ A_1A_2 \frac{f_{r1}-f_{r2}}{n_{\min}-m_{\min}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[f-(\nu_{01}-\nu_{02})+k/T_{lcm}] \\
 &+ A_1A_2 \frac{f_{r1}-f_{r2}}{n_{\min}-m_{\min}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[f+(\nu_{01}-\nu_{02})+k/T_{lcm}]
 \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

假设中心频率 $\nu_{01}=f_{ceo1}+n_0f_{r1}$, $\nu_{02}=f_{ceo2}+m_0f_{r2}$, 这样可得到 $\nu_{01}-\nu_{02}=(f_{ceo1}-f_{ceo2})+n_mf_{r1}-m_mf_{r2}$ 。这里 $n_m=n_0 \bmod(m_{\min})$, $m_m=m_0 \bmod(n_{\min})$ 分别为 n_0 除以 m_{\min} 及 m_0 除以 n_{\min} 的余数。(3.2.7)式进一步化简为

$$\begin{aligned}
 i(f) &= A_1^2 f_{r1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f + f_{r1}k) + A_2^2 f_{r2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f + f_{r2}k) \\
 &+ A_1 A_2 \frac{f_{r1} - f_{r2}}{n_{\min} - m_{\min}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[f - (f_{ceo1} - f_{ceo2}) - (n_{mr} f_{r1} - m_{mr} f_{r2}) + k / T_{lcm} \right] \\
 &+ A_1 A_2 \frac{f_{r1} - f_{r2}}{n_{\min} - m_{\min}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[f + (f_{ceo1} - f_{ceo2}) + (n_{mr} f_{r1} - m_{mr} f_{r2}) + k / T_{lcm} \right]
 \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

对(3.2.8)式进行以下两种情况的分析：

(1) 若 $f_{r1}=f_{r2}=f_r$ ，那么 $m_{\min}=n_{\min}=1$ ，且 $T_{lcm}=1/f_r$ ，则有

$$\begin{aligned}
 i(f) &= (A_1^2 + A_2^2) f_r \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f + f_r k) \\
 &+ A_1 A_2 f_r \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[f - (f_{ceo1} - f_{ceo2}) + k f_r \right] + A_1 A_2 f_r \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[f + (f_{ceo1} - f_{ceo2}) + k f_r \right]
 \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

频谱表现为主频为 f_r 及其谐波，边频为以主频为对称中心的两个镜像 $f_{ceo1}-f_{ceo2}$ 。

(2) 若 $f_{r1} \neq f_{r2}$ ，则(3.2.8)式可以写为

$$\begin{aligned}
 i(f) &= A_1^2 f_{r1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f + f_{r1}k) + A_2^2 f_{r2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f + f_{r2}k) \\
 &+ A_1 A_2 \frac{f_{r1} - f_{r2}}{n_{\min} - m_{\min}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[f - (f_{ceo1} - f_{ceo2}) - (n_{mr} f_{r1} - m_{mr} f_{r2}) + k (f_{r1} - f_{r2}) / (n_{\min} - m_{\min}) \right] \\
 &+ A_1 A_2 \frac{f_{r1} - f_{r2}}{n_{\min} - m_{\min}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[f + (f_{ceo1} - f_{ceo2}) + (n_{mr} f_{r1} - m_{mr} f_{r2}) + k (f_{r1} - f_{r2}) / (n_{\min} - m_{\min}) \right]
 \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

频谱表现为主频为 f_{r1} ， f_{r2} 及其谐波，边频为以 $(f_{r1}-f_{r2})/(n_{\min}-m_{\min})$ 及其谐波为对称中心的两个镜像 $[(f_{ceo1}-f_{ceo2})+(n_{mr}f_{r1}-m_{mr}f_{r2})]$ 。而且因为 $(f_{r1}-f_{r2})$ 很小，而 $(n_{\min}-m_{\min})$ 的最小值为 1，所以 $(f_{r1}-f_{r2})/(n_{\min}-m_{\min}) \ll f_{r2,1}$ 。因此，虽然边频信号可以反映出两台光频梳齿间的频率差，但是由于其信号相对于主频信号非常微弱，在实验很难直接探测得到。

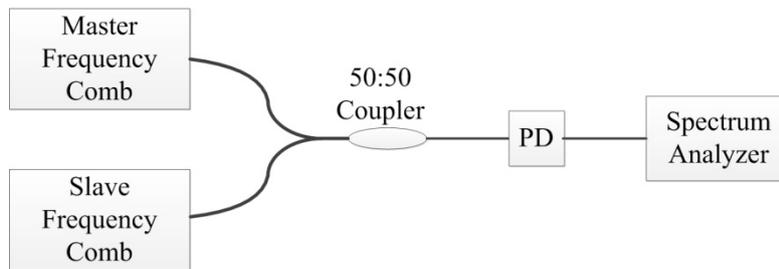


图 3.2.2 双光频梳拍频实验结构图。

为证明以上结论，将两台光频梳的输出通过分束比为 50:50 的耦合器合并，然后由光电探测器对信号直接探测，使用频谱分析仪对探测信号观察，如图 3.2.2 所示。在此实验中，两台光频梳的输出功率调节成一样大小，它们的重复频率分别设置为 50MHz 和 50.005MHz。图 3.2.3 是由频谱仪测量的两台光频梳拍频后的信号。我们仅探测到了两台光频梳的重复频率及其谐波信号，而没有探测到其它拍频信号。需要说明的是，由于两台光频梳的重复频率差较小，而频谱仪的频率范围设置的比较大，因此，两台光频梳的重复频率信号几乎重叠了，每一个包络里实际包含了两个重复频率信号。

理论分析结果和实验结果都证明了采用光学拍频的方式无法得到两台光频梳间的频差，因而也无法表征双光梳的联动特性。

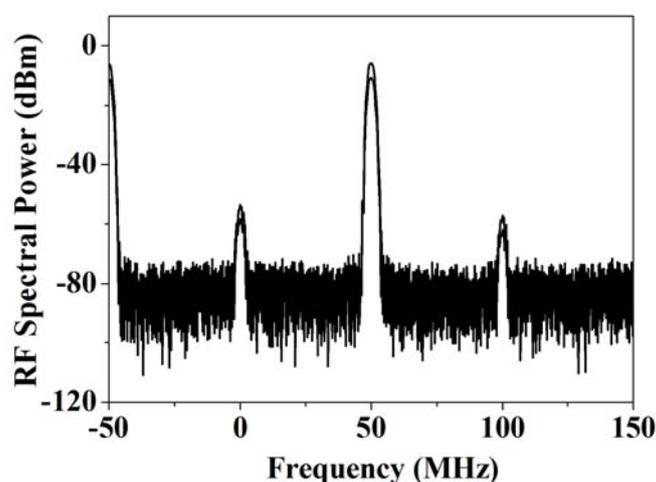


图 3.2.3 双光频梳拍频实验结果。

借鉴混沌同步中采用相关系数说明两个激光器输出信号的同步性^[18,19]。在对单光频梳稳频的研究中发现，当 f_r 锁定之后，微小地改变 f_r 参考信号的值，在 PZT 的补偿作用下， f_r 可以保持不失锁。因此，在主动光频梳的 f_{r1} 锁定之后，可以通过改变参考信号 1 的值，强制改变 f_{r1} 的大小。当双光梳 f_r 的联动建立之后，我们通过变化主动光频梳的参考信号，强迫主动光频梳的 f_{r1} 变化。由于 f_{r1} 和 f_{r2} 之间存在联动的关系，因此，当 f_{r1} 发生变化时， f_{r2} 会跟随变化。使用频率计数器对变化的 f_{r1} 和 f_{r2} 分别计数，由两组数据间的相关系数表征双光梳的联动能力。所谓的相关系数，即互相关函数的最大值。两个随时间变化的信号序列 $x(t)$ 和 $y(t)$ 间的互相关函数的表达式为

$$r_{xy}(\Delta) = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}][y(t + \Delta) - \bar{y}] dt}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.2.11)$$

其中, Δ 为延迟时间, T 是记录数据的时间, \bar{x} 和 \bar{y} 分别为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的平均值, σ_x 和 σ_y 分别是 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的标准差^[20]。互相关函数是信号系统分析领域中的概念, 它表示两个信号在不同时间上互相匹配的程度。

3.2.3 实验结果

实验中, 主动光频梳的参考信号 1 是由频率综合器 (型号: Agilent N5181a) 产生的, 它可以设置自动扫频模式。首先, 将两台光频梳之间的 Δf_r 锁定在 5KHz, 设置参考信号 1 以 0.3Hz/s 的速度进行自动扫频, 使用两台频率计数器同时记录 f_{r1} 和 f_{r2} 的值, 记录时间间隔为 1s, 记录的结果如图 3.2.2(a)所示。从图 3.2.2(a)中看出, 主动光频梳 f_{r1} 在大约 20Hz 的范围内匀速扫频, 从动光频梳的 f_{r2} 也以同样的速度扫频, 并且可以明显看出从动光频梳的 f_{r2} 跟随主动光频梳的 f_{r1} 变化, 在扫频过程中, f_{r1} 和 f_{r2} 都保持锁定。

根据互相关函数的表达式(3.2.11), 绘制图 3.2.2(a)中两台光频梳 f_r 联动数据的互相关函数, 如图 3.2.2(b)所示, 曲线的最大值为 0.99, 即 f_{r1} 和 f_{r2} 的相关系数可以达到 0.99, 说明两台光频梳的 f_r 之间有非常好的联动关系。

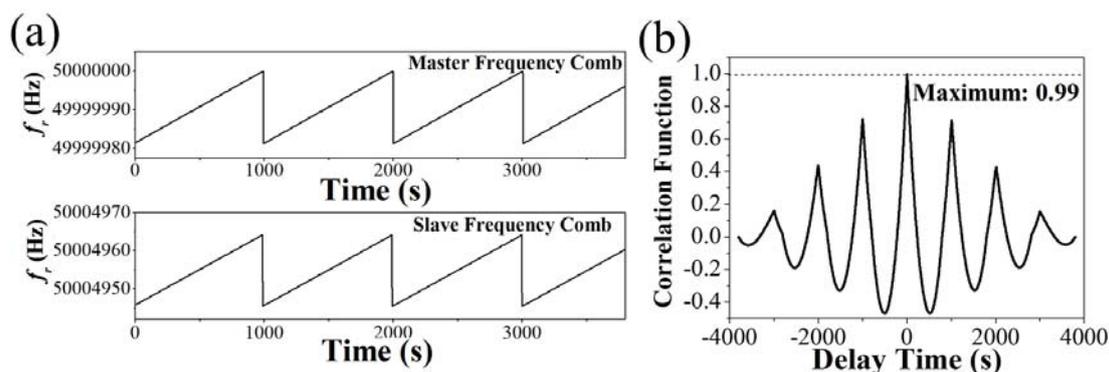


图 3.2.2 主动光频梳 f_{r1} 连续扫频时双光梳 f_r 联动的实验结果。(a) 频率计数器记录 f_{r1} 和 f_{r2} 的结果 (计数时间间隔为 1s); (b) f_{r1} 和 f_{r2} 之间的互相关函数。相关系数为 0.99。

在图 3.2.2 实验结果的基础上, 进一步增加主动光频梳的扫频范围, 当主动光频梳的参考信号 1 变化较大时, 振荡器内 PZT 不足以补偿 f_{r1} 的变化, f_{r1} 会发生失锁。如图 3.2.3(a)所示, 开始阶段主动光频梳的 f_{r1} 仍可在保持锁定的情况下

以匀速增加,但在曲线的后半部分出现跳变点后, f_{r1} 失锁。由于在主动光频梳 f_{r1} 失锁阶段,伺服仍然在对 f_{r1} 信号进行控制,此外在这一阶段参考信号 1 的频率增加并没有停止,因而 f_{r1} 的曲线出现大的频率跳变。但此时 Δf_r 信号还是锁定的,因此, f_{r2} 仍然跟随 f_{r1} 变化,并且表现出非常好的同步性。同样的,绘制图 3.2.3 (a)中两组数据的互相关曲线,如图 3.2.3(b)所示,相关系数为 0.83。因为在 f_{r1} 出现大的跳变点时,伺服 2 对 Δf_r 信号的控制能力减弱,所以在跳变点处 f_{r2} 相对 f_{r1} 出现了一些小的毛刺,导致相关系数降低。

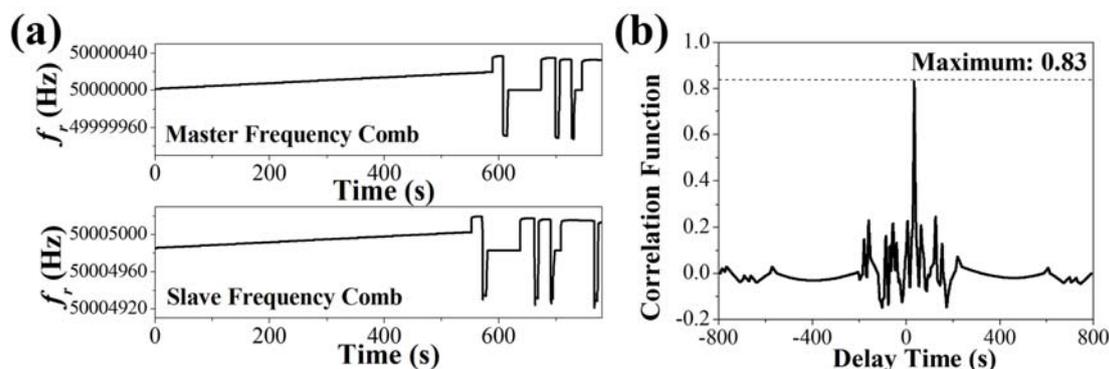


图 3.2.3 主动光频梳 f_{r1} 大范围扫频时双光梳 f_r 联动的实验结果。(a) 频率计数器记录 f_{r1} 和 f_{r2} 的结果 (记数时间间隔为 0.1s); (b) f_{r1} 和 f_{r2} 之间的互相关函数。相关系数为 0.83。

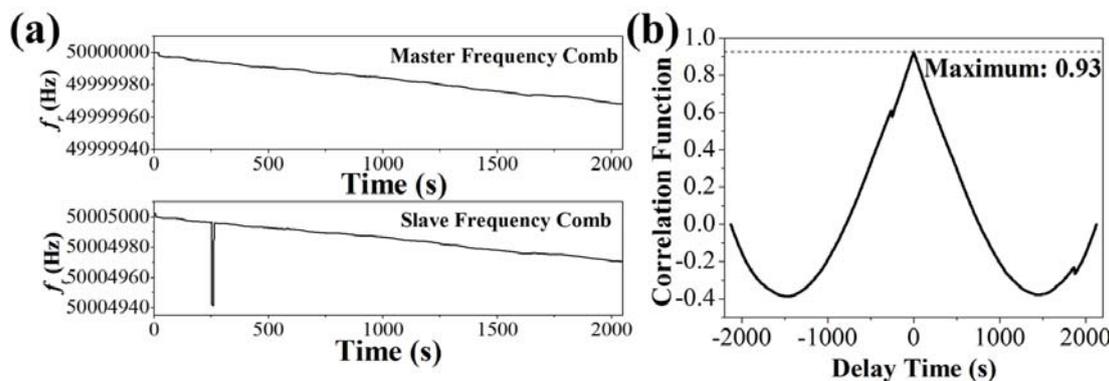


图 3.2.4 主动光频梳 f_{r1} 手动扫频时双光梳 f_r 联动的实验结果。(a) 频率计数器记录 f_{r1} 和 f_{r2} 的结果 (记数时间间隔为 0.1s); (b) f_{r1} 和 f_{r2} 之间的互相关函数。相关系数为 0.93。

除了自动扫频以外,还对主动光频梳的参考信号 1 进行了手动扫频,逐渐降低参考信号 1 的值。需要说明的是,为更加准确观察两台光频梳 f_{r1} 和 f_{r2} 的联动,此次实验中频率计数器记录数据的时间间隔为 0.1s。实验结果如图 3.2.4(a)所示,主动光频梳 f_{r1} 的大小一直在降低,且变化速度不是匀速的,在这一过程中, f_{r1} 没有失锁。在跟踪反馈控制电路的作用下,从动光频梳的 f_{r2} 立刻跟随变

化。但是由于外界扰动， f_{r2} 在跟随扫频过程中出现了一个大的跳变点，最终 f_{r1} 和 f_{r2} 的相关系数为 0.93。

由于光频梳的振荡器内含有光延迟线，两台光频梳的重频差 Δf_r 可以锁定到 0~1MHz 范围内的任意值。为验证 $\Delta f_r=0$ 时双光梳间的联动性能，我们进行如下的实验。将 Δf_r 锁定在零值，主动光频梳的参考信号以 0.02Hz/s 的速度自动扫频，此时频率计数器计数的时间间隔为 0.1s，因此，主动光频梳的计数曲线呈台阶状，但其整体上表现为锯齿状的频率变化，如图 3.2.5(a)所示。而此时从动光频梳的计数曲线虽然存在一些细小的毛刺，但其基本上保持锯齿状的变化。此时，两组曲线间存在的大约 0.5Hz 的差异，是由频率计数器本身的测量误差造成的。计算图 3.2.5(a)中两组数值的相关函数，结果如图 3.2.5(b)所示。由于图 3.2.5(a)中包含了多个扫频周期，因此它们的相关函数也表现出很多的调制周期。相关函数的最大值，即相关系数为 0.95。

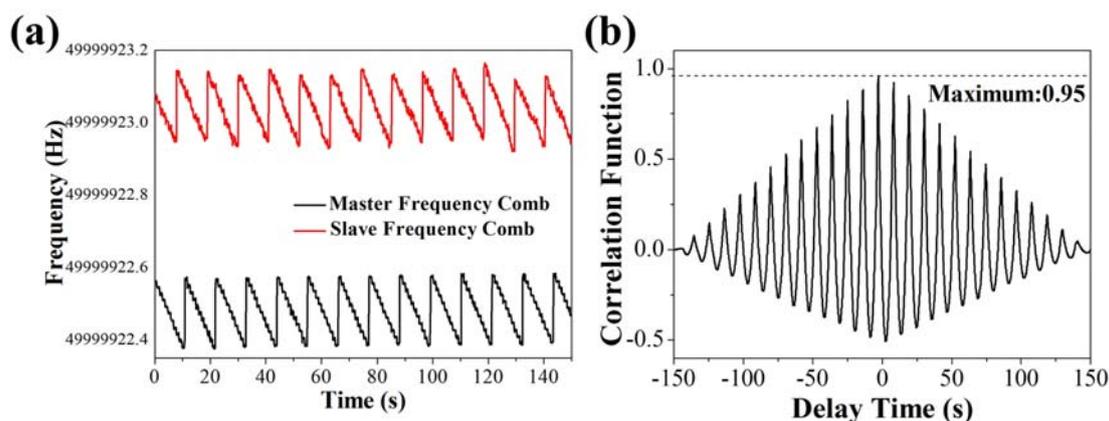


图 3.2.5 $\Delta f_r=0$ 时双光梳 f_r 联动的实验结果。(a) 频率计数器记录 f_{r1} 和 f_{r2} 的结果（计数时间间隔为 0.1s）；(b) f_{r1} 和 f_{r2} 之间的互相关函数。相关系数为 0.95。

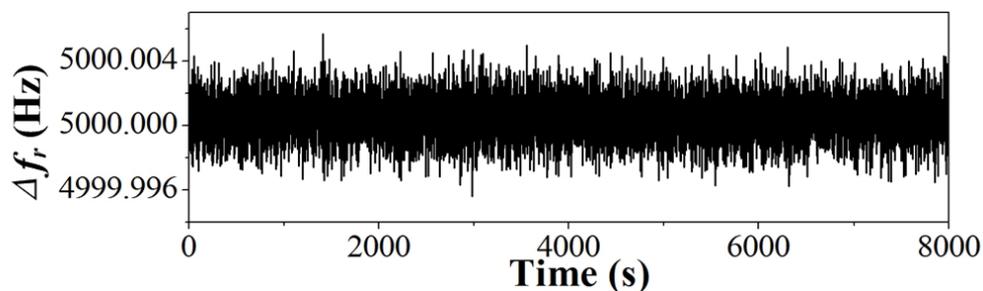


图 3.2.6 频率计数器对 Δf_r 的计数结果（计数时间间隔为 1s）。

当两台光频梳 f_{r1} 和 f_{r2} 之间的联动建立之后，使用频率计数器记录 f_{r1} 和 f_{r2}

的差值 Δf_r ，计数的时间间隔为 1s，此时 Δf_r 被锁定在 5KHz，结果如图 3.2.6 所示。通过计算得到 Δf_r 的标准差为 1.23mHz。为了描述 f_{r1} 和 f_{r2} 之间的相对抖动，测量了 Δf_r 信号的相位噪声，并计算得到积分相位噪声曲线，如图 3.2.7 所示。频率 0.1Hz~100Hz 范围，积分相位噪声小于 0.3mrad。图 3.2.8(a)和(b)分别是联动时主动光频梳和从动光频梳 f_r 的相位噪声谱密度和积分相位噪声。主动光频梳 f_{r1} 和从动光频梳 f_{r2} 积分后相位噪声分别为 0.7mrad 和 1mrad。

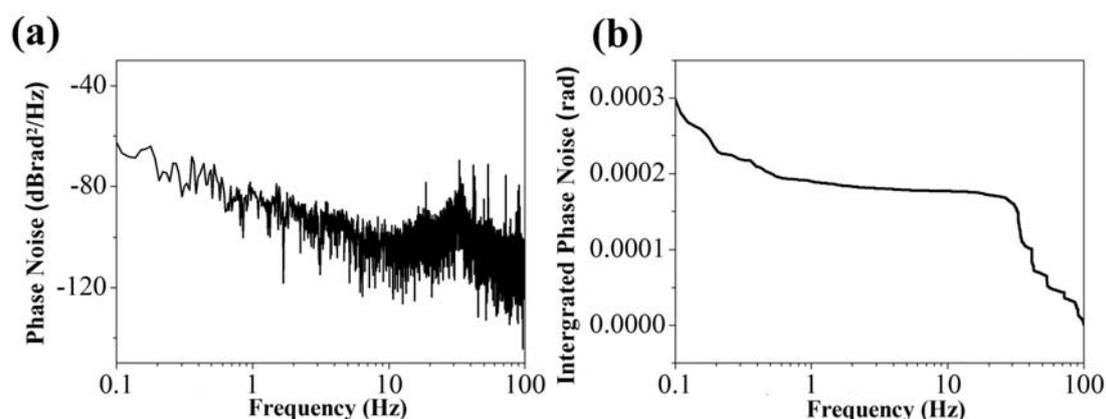


图 3.2.7(a) Δf_r 信号的相位噪声谱密度 ($\Delta f_r=5\text{KHz}$); (b) Δf_r 积分相位噪声。

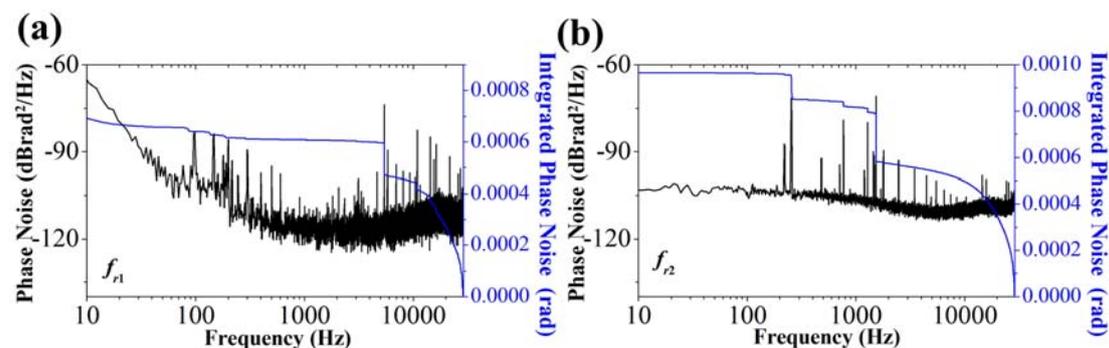


图 3.2.8(a) 主动光频梳的 f_{r1} 的相位噪声谱密度和积分相位噪声; (b) 从动光频梳的 f_{r2} 的相位噪声谱密度和积分相位噪声。

3.3 双光频梳载波包络偏移频率的联动

本节中将介绍双光频梳 f_{ceo} 联动的实验方案和实验结果。双光频梳 f_{ceo} 联动的实验结构图如图 3.3.1 所示。与 f_r 的联动相似，首先锁定主动光频梳的载波包络偏移频率 f_{ceo1} ，具体实现过程已经在论文第二章中介绍了。从动光频梳的载波包络偏移频率 f_{ceo2} ，也在经过滤波放大后，混入一个高频信号（参考信号 4），再由除法器降频，以提高信噪比。在此基础上，同样由一个独立的跟踪反馈控

制电路实现两台光频梳 f_{ceo} 的联动。将两个经除法器降频后的信号输入到混频器中，得到它们之间的拍频 $\Delta f_{ceo} = f_{ceo1} - f_{ceo2}$ 。将 Δf_{ceo} 信号输入到注入锁定放大器中，与其内部产生的参考信号鉴相，再由其内部的 PID 控制器根据鉴相的结果对从动光频梳振荡器的泵浦电流加以控制，最终实现双光梳 f_{ceo} 的联动。需要说明的是，实验中所使用的注入锁定放大器包含了两个通道，因此可以同时实现 f_{ceo1} 和 Δf_{ceo} 两个信号的锁定。当跟踪反馈控制电路作用之后， f_{ceo1} 的值变化将会导致 f_{ceo2} 的值跟随变化。此外，为保证系统的稳定性，将原子钟信号作为微波信号源的外部参考信号。

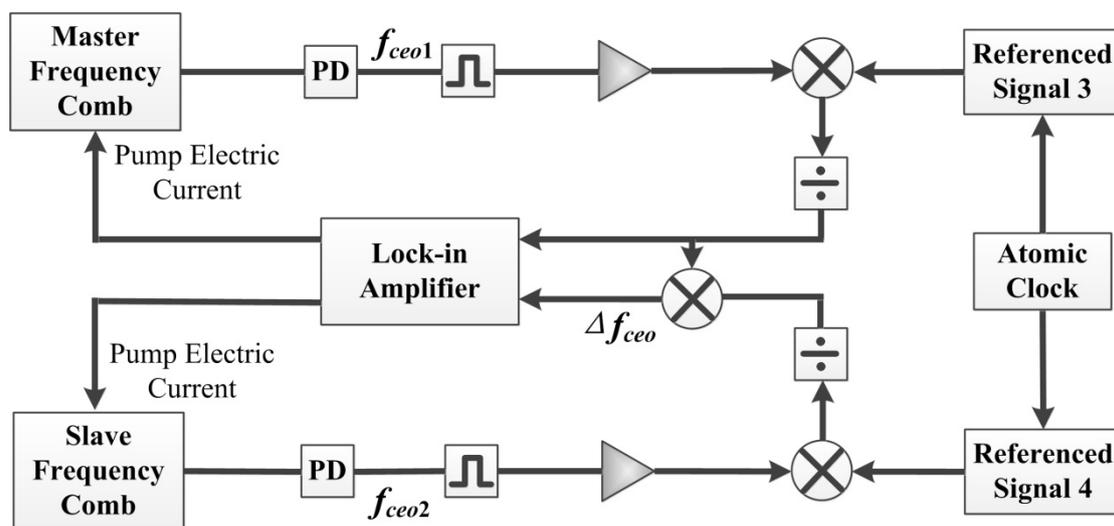


图 3.3.1 双光频梳 f_{ceo} 联动的实验结构示意图。PD:光电探测器。

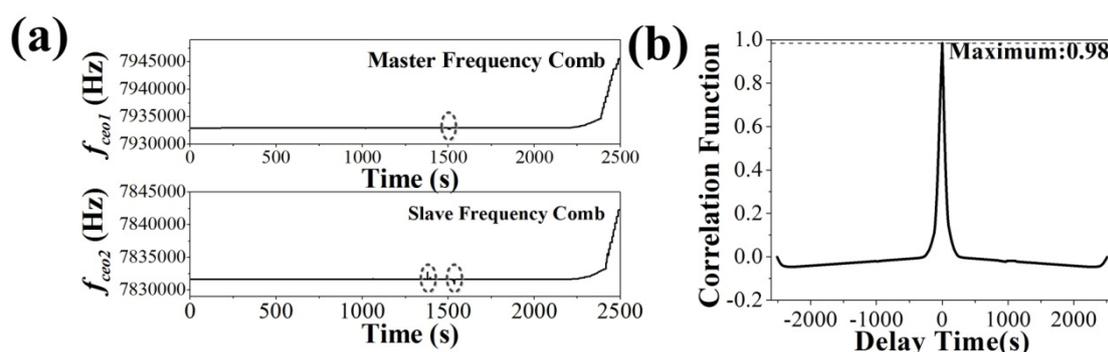


图 3.3.2 主动光频梳 f_{ceo1} 手动扫频时双光梳 f_{ceo} 联动的实验结果。(a) 频率计数器记录 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的结果 (计数时间间隔为 1s); (b) f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 之间的互相关函数。相关系数为 0.98。

以下的实验用来验证双光梳 f_{ceo} 的联动。在 f_{ceo} 联动的实验装置中，主动光频梳 f_{ceo1} 的参考信号是由注入锁定放大器内部生成的，只能进行手动的调节。因此，实验过程中只能通过手动改变 f_{ceo1} 的参考信号来强制变化 f_{ceo1} 的值。使

用频率计数器记录 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的值的变化的曲线如图 3.3.2(a)所示。由于 f_{ceo1} 的参考信号是手动改变的，因此在实验过程中，我们逐渐增加 f_{ceo1} 的变化步长。在曲线初始阶段，由于步长较小，所以 f_{ceo1} 的值没有明显的增长， f_{ceo2} 也变化缓慢。在曲线后半段，由于参考信号的变化步长增加， f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 都明显增加，并且有很好跟随关系。此外，可以看到两组曲线上都有一些毛刺，在图中由虚线框出。对于 f_{ceo2} ，第一个毛刺是因为外面扰动导致的信号跳变，第二个毛刺是 f_{ceo1} 在受到干扰产生了跳变点后， f_{ceo2} 跟随 f_{ceo1} 的信号跳变而产生的，这也更好的证明了 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 信号之间有很好的同步性。并且在此联动过程中， f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 都保持锁定。 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的互相关曲线如图 3.3.2(b)所示，曲线最大值为 0.98，即 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的相关系数达到 0.98。

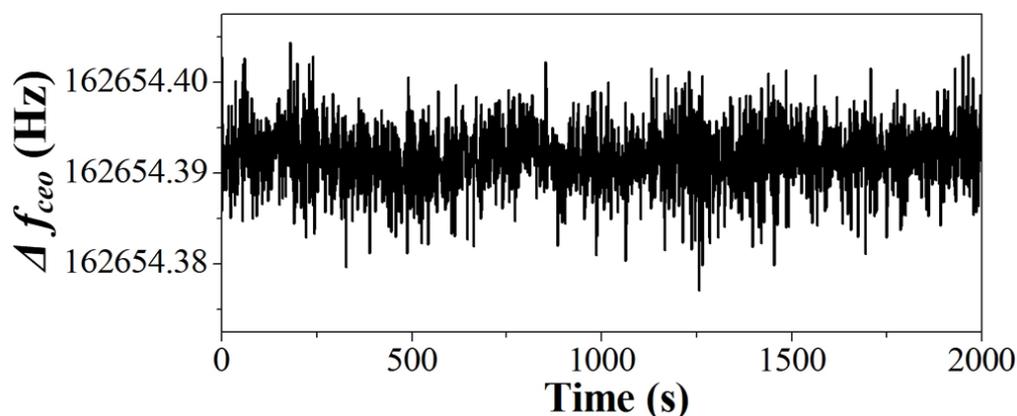


图 3.3.3 频率计数器对 Δf_{ceo} 的计数结果（计数时间间隔为 1s）。

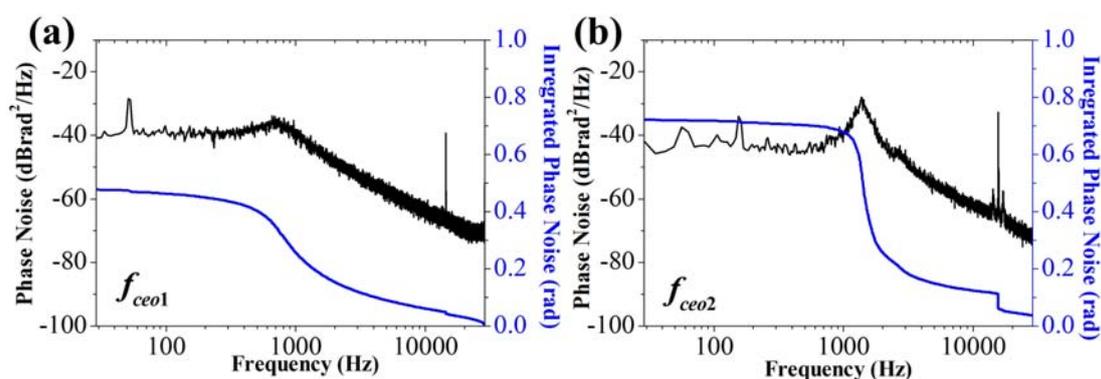


图 3.3.4 (a) f_{ceo1} 信号的相位噪声谱密度以及积分相位噪声（蓝色曲线）；(b) f_{ceo2} 信号的相位噪声谱密度以及积分相位噪声（蓝色曲线）。

当 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 间的联动建立之后，使用频率计数器记录 Δf_{ceo} 的值，计数结果

如图 3.3.3 所示。对数据进行统计，得到 Δf_{ceo} 的标准差为 3.27mHz。同时，为描述 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的稳定性，分别测量了 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的相位噪声，如图 3.3.4(a)所示，图 3.3.4(b)是相对应的积分相位噪声， f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 最终积分相位噪声分别为 0.5rad 和 0.7rad。由于 f_{ceo2} 的抖动是在 f_{ceo1} 抖动的基础上加上了 Δf_{ceo} 的抖动，因此 f_{ceo2} 的相位噪声大于 f_{ceo1} 的相位噪声。

3.4 联动双光梳在精密测距应用中的实验结果（本节内容与清华大学和中科院光电研究院共同合作完成，实验相关结果由清华大学吴冠豪博士提供）

根据 3.1 节中阐述的双光梳测距的基本原理，将联动的双光频梳系统应用于绝对距离测量的实验中，测距的光路结构图如图 3.4.1 所示^[13]。将主动光频梳作为信号光，分别在反射镜和目标处反射，从动光频梳作为本振光，直接经过带通滤波片输入到光电探测器。测距的实验结果如图 3.4.2 所示。实验中测量距离为 1.332m，对同一距离进行了 16 次测量，时间间隔为 0.2s，计算得到 16 次测距结果的标准差为 0.35 μm ，最大测量值与最小测量值之间相差 1.5 μm ，测距精度达到亚微米量级。

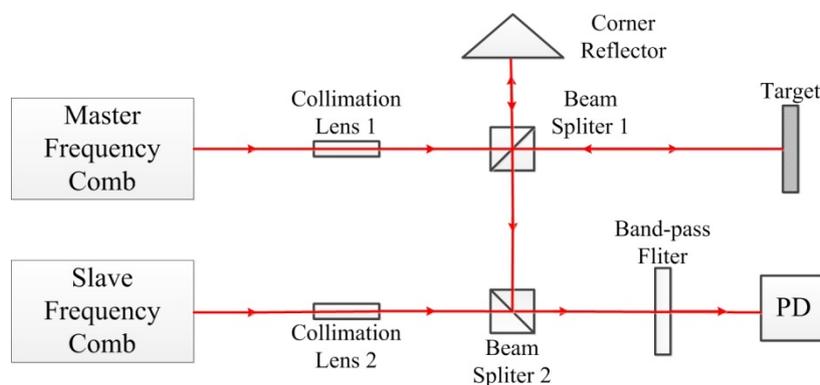


图 3.4.1 双光梳测距实验结构图。

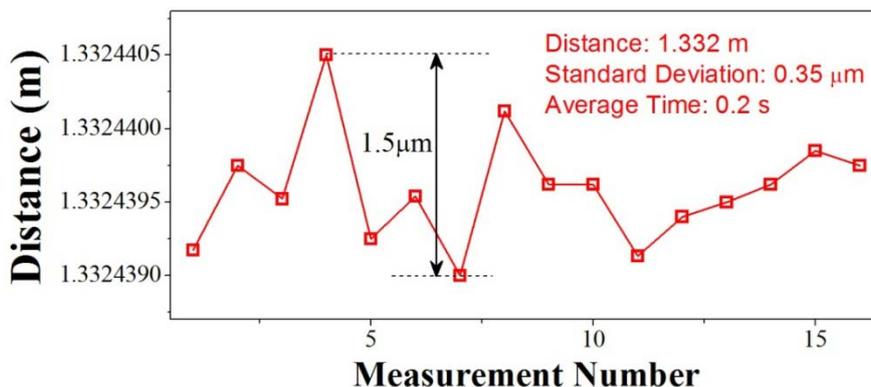


图 3.4.2 基于双光梳测距的实验结果。

由于我们的双飞秒光纤光频梳系统采用了全保偏的结构，具有非常好的抗震特性^[21]，因此它不仅应用于实验室环境中，还可以满足室外长距离测距的要求。

3.5 小结

首先简要介绍了双光梳联动的研究背景。双光频梳联动的研究主要是针对双光梳在测距中的应用而展开的：为获得非常高的测距精度，要求双光梳的频率差保持恒定，当一台光频梳的 f_r 或者 f_{ceo} 变化时，另一个光频梳相应的频率跟随发生变化。同时为在测距时使用方便，还要求双光梳的频率差是可调的。

对 f_r 的联动，搭建了一套跟踪反馈控制电路，不仅锁定主动光频梳的 f_{r1} ，还将 Δf_r 信号锁定到稳定的微波参考信号上。这样，当主动光频梳的 f_{r1} 变化时，从动光频梳的 f_{r2} 就能立刻跟随变化。实验结果显示，当主动光频梳 f_{r1} 匀速扫频时，在 f_{r1} 和 f_{r2} 都保持锁定的情况下，它们之间的相关系数可以达到 0.99，即使在 f_{r1} 失锁的情况下， Δf_r 仍能保持锁定，使得 f_{r2} 仍然跟随 f_{r1} 变化，此时相关系数也可达到 0.83。在联动建立之后，使用频率计数器记录 Δf_r 的值，得到 Δf_r 的标准差为 1.23mHz（计数时间间隔为 1s）。同时测量了 Δf_r 信号的相位噪声，在频率 0.1Hz~100Hz 范围内，积分相位噪声小于 0.3mrad。

同样地，采用另外一套跟踪反馈控制电路来实现双光梳 f_{ceo} 的联动。由注入锁定放大器同时将主动光频梳的 f_{ceo1} 信号以及 Δf_{ceo} 信号锁定到其内部产生的参考信号上。手动改变注入锁定放大器内部 f_{ceo1} 的参考信号，可以发现，在不同变化步长下， f_{ceo2} 都能很好的跟随 f_{ceo1} 变化。当 f_{ceo1} 由于外部扰动出现跳变点时， f_{ceo2} 也会产生相应的跳变点，它们之间的互相关系数达到 0.98。对 Δf_{ceo} 的值计数，计算得到 Δf_{ceo} 的标准差为 3.27mHz（计数时间间隔为 1s）。并分别测量了 f_{ceo1} 和 f_{ceo2} 的相位噪声，最终积分相位噪声分别为 0.5rad 和 0.7rad。

基于全保偏锁模光纤激光器的双光梳系统已成功地应用在了绝对距离测量的实验中，测距精度达到亚微米量级。

参考文献

- [1] J. Ye, "Absolute Measurement of a Long, Arbitrary Distance to less than an Optical Fringe," Opt. Lett., 2004, 29(10): 1153~1155.
- [2] N. Schuhler, Y. Salvadé, S. Lévêque, R. Dändliker, and R. Holzwarth,

- “Frequency-comb-referenced Two-wavelength Source for Absolute Distance Measurement,” *Opt. Lett.*, 2006, 31(21): 3101~3103.
- [3] Y. Salvadé, N. Schuhler, S. Lévêque, and S. L. Floch, “High-accuracy absolute distance measurement using frequency comb referenced multiwavelength source,” *Appl. Opt.*, 2008, 47: 2715~2720.
- [4] S. Hyun, Y. J. Kim, Y. Kim, J. Jin and S. W. Kim, “Absolute length measurement with the frequency comb of a femtosecond laser,” *Meas. Sci. Technol.*, 2009, 20: 095302.
- [5] K. N. Joo, Y. Kim, and S. W. Kim, “Distance measurements by combined method based on a femtosecond pulse laser,” *Opt. Express*, 2008, 16(24):19799~19806.
- [6] S. Hyun, Y. J. Kim, Y. Kim, and S. W. Kim, “Absolute distance measurement using the frequency comb of a femtosecond laser,” *Manufacturing Technology*, 2010, 59:555~558.
- [7] K. N. Joo, and S. W. Kim, “Absolute Distance Measurement by Dispersive Interferometry using a Femtosecond Pulse Laser,” *Opt. Express*, 2006, 14(13): 5954~5960.
- [8] J. H. Jin, Y. J. Kim, Y. Kim, S. W. Kim, and C. S. Kang, “Absolute length calibration of gauge blocks using optical comb of a femtosecond pulse laser,” *Opt. Express*, 2006, 14(13): 5968~5974.
- [9] I. Coddington, W. C. Swann, L. Nenadovic, and N. R. Newbury, “Rapid and Precise Absolute Distance Measurements at Long Range,” *Nat. Photonics*, 2009, 3(6): 351~356.
- [10] I. Coddington, W. C. Swann, and N. R. Newbury, “Coherent dual-comb spectroscopy at high signal-to-noise ratio,” *Phys. Rev. A*, 2010, 82:043817.
- [11] J. Lee, S. Han, K. Lee, E. Bae, S. Kim, S. Lee, S.-W. Kim, and Y.-J. Kim, “Absolute distance measurement by dual-comb interferometry with adjustable synthetic wavelength,” *Meas. Sci. Technol.*, 2013, 24:045201.
- [12] H. Zhang, H. Wei, X. Wu, H. Yang, and Y. Li, “Absolute distance measurement by dual-comb nonlinear asynchronous optical sampling,” *Opt. Express*, 2014, 22(6):6597.
- [13] G. H. Wu, Q. Zhou, L. F. Shen, K. Ni, X. H. Zeng, and Y. Li, “Experimental optimization of the repetition rate difference in dual-comb ranging system,” *Appl. Phys. Express*, 2014, 7:106602.
- [14] T. Yasui, E. Saneyoshi, and T. Araki, “Asynchronous optical sampling terahertz time-domain spectroscopy for ultrahigh spectral resolution and rapid data acquisition,” *App. Phys. Lett.*, 2005, 87: 061101.
- [15] A. Bartels, R. Cerna, C. Kistner, A. Thoma, F. Hudert, C. Janke, and T. Dekorsy, “Ultrafast time-domain spectroscopy based on high-speed asynchronous optical sampling” *Rev. Sci. Instrum.*, 2007, 78: 035107.

- [16] R. K. Shelton, L. Ma, H. C. Kapteyn, M. M. Murnane, J. L. Hall, and J. Ye, "Phase-coherent optical pulse synthesis from separate femtosecond lasers," *Science*, 2001, 293: 1286~1289.
- [17] J. Kim and F. X. Kartner, "Attosecond-precision ultrafast photonics," *Laser Photon. Rev.*, 2010, 4: 432~456.
- [18] Y. Liu, Y. Takiguchi, P. Davis, T. Aida, and S. Saito, "Experimental observation of complete chaos synchronization in semiconductor lasers," *App. Phys. Lett.*, 2002, 80: 4306~4308.
- [19] R. Vicente, C. R. Mirasso, and I. Fischer, "Simultaneous bidirectional message transmission in a chaos-based communication scheme," *Opt. Lett.*, 2007, 32: 403~405.
- [20] <http://en.wikipedia.org/wiki/Cross-correlation>.
- [21] Y. Feng, X. Xu, X. H. Hu, Y. S. Liu, Y. S. Wang, W. Zhang, Z. Yang, L. N. Duan, W. Zhao, and Z. Cheng, "Environmental-adaptability analysis of an all polarization-maintaining fiber-based optical frequency comb," *Opt. Express*, 2015, 23(13):17549~17559.

第四章 基于光学微腔的 Kerr 光频梳理论研究

目前, 光纤飞秒光频梳发展迅速, 但由于光纤器件的限制, 其重复频率最高只可达到 GHz 量级。对于更高的重复频率, 光纤飞秒光频梳无法实现, 而基于微腔的 Kerr 光频梳则可以满足这一要求。所谓的 Kerr 光频梳就是由超高质量因子的光学微腔产生的一系列等间距的频率成分。在这个系统中, 光学微腔在泵浦光的作用下, 将泵浦光的光子通过四波混频作用转移到邻近的模式上。腔内的模式之间相互作用, 发生级联的四波混频, 使腔内有更多的模式产生。这一过程可以产生非常多的频率成分, 在光谱上形成了 Kerr 光频梳。Kerr 光频梳具有高频率间隔、体积小、结构简单、损耗低等优点, 可应用于天文光谱仪的校准^[1]和相干通讯^[2]等领域。在本章中, 将介绍光学微腔的性质, 研究 Kerr 光频梳的产生过程, 并讨论各参数对 Kerr 光频梳的影响。

4.1 光学微腔的特性

光学微腔的尺寸一般是微米量级, 它的特性由几个参数描述: 质量因子 Q , 自由光谱范围(Free spectral range, FSR), F 值, 模式体积以及腔内循环功率。下面分别介绍这些参数。

4.1.1 质量因子 Q

微腔的损耗是一个非常重要的参量, 它在很大程度上决定了微腔的适用范围。腔的损耗一般是由质量因子 Q 来表示的, Q 与波长 λ 处的线宽 $\Delta\lambda$, 以及腔内光子寿命有关 τ :

$$Q = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \omega\tau \quad (4.1.1)$$

其中, ω 是光学频率($\omega=2\pi c/\lambda$)。 Q 值的大小决定了腔内非线性波长变化发生的阈值。对于一个光学微腔, 其 Q 值的大小受到很多因素的影响, 它可以被分解为下面几项^[3]:

$$1/Q_{total} = 1/Q_{mat} + 1/Q_{WGM} + 1/Q_{ss} + 1/Q_{contam} + 1/Q_{coupling} = 1/Q_0 + 1/Q_{ex} \quad (4.1.2)$$

其中, Q_{total} 为微腔总的质量因子。内部质量因子 Q_0 是由材料损耗(Q_{mat})、辐射

损耗(Q_{WGM})、表面缺陷产生的散射(Q_{ss})以及微腔表面和内部污染(Q_{contam})共同决定的; Q_{ex} 是光在输入和输出过程中的能量损耗。严格的说, 当每一项损耗都很弱时, 各项损耗之间是相互独立的, 光在腔内传输一周只有一小部分的能量被损失^[4], 而超高 Q 值的微腔与光纤耦合满足这样的条件。

4.1.2 自由光谱范围 FSR

FSR 表示了腔内连续纵模间的频率间隔。对 FSR 的定义来源于 Fabry-Perot 腔, 但是对于光学微腔来说, 由于腔内的模式十分复杂, 因而这一概念有些模糊。可以将微腔近似成 Fabry-Perot 腔, 微腔的周长等同于 Fabry-Perot 腔两个镜面之间的距离。这样, 腔内的模式近似成具有相同横模结构的连续纵模。

对半径为 R , 折射率为 n 的光学微腔, FSR 可近似表示为

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{FSR} &= \frac{c}{2\pi nR} \\ \Delta\lambda_{FSR} &= \frac{\lambda^2}{2\pi nR}\end{aligned}\quad (4.1.3)$$

假设一个折射率 $n=1.45$, 直径为 $30\mu\text{m}$ 的微腔, 入射波长为 1550nm 时, 根据(4.1.3)式, 它的 FSR 可以达到 2.2THz 。

4.1.3 F 值

F 值表示腔内模式间隔和腔带宽的比值。它是一个无量纲的量, 和微腔的质量因子 Q 和 FSR 有关:

$$F = \frac{Dl_{FSR}}{Dl} = \frac{lQ}{2\pi nR} \quad (4.1.4)$$

F 值决定了微腔的很多特性, 例如: 腔内的噪声总量、腔内可容纳的能量等。对一个超高 Q 值的微腔, 其 F 值可以超过 10^6 ^[5]。

4.1.4 模式体积

微腔内每个模式的体积取决于微腔的几何结构。在微腔内模式体积一般为几百到几千立方微米 (有时甚至会低于一个立方微米^[6-8])。这样小的模式体积以及高 Q 值的微腔, 具有非常低的损耗, 将会导致腔内有很高的能量密度。高能量密度对于非线性光学频率的产生有重要的意义。其非线性模式体积的定义为

$$V_m^{NL} = \frac{\left(\int_{V_Q} |\vec{E}|^2 d^3\vec{r} \right)^2}{\int_{V_Q} |\vec{E}|^4 d^3\vec{r}} \quad (4.1.5)$$

其中， $|\vec{E}|$ 表示腔内电场， V_Q 为积分体积。

4.1.5 腔内循环功率

高 Q 值的微腔内非常长的光子存储时间有利于低泵浦功率时，在腔内形成非常高的循环功率。由腔内循环功率与输入功率的比值表示微腔储存能量的能力

$$\frac{P_{circ}}{P_{input}} = \frac{\lambda Q_0}{\pi^2 n R} \frac{K}{(1+K)^2} \quad (4.1.6)$$

其中， Q_0 表示微腔自身的 Q 值， $K \equiv Q_0 / Q_{coupling}$ 。(4.1.6)式表明微腔储存能量的能力正比于微腔的 Q 值。此式也解释了输入光场可以在超高 Q 值的微腔中被持续放大的原因。一般情况下，这一比例因子可以达到 $10^5 \sim 10^6$ ，这意味着如果输入的光功率为 1mW，微腔内循环的光功率最大可超过 100W。

4.2 光与微腔的耦合

如图4.2.1所示，光与微腔进行耦合的方式有很多种，例如：棱镜耦合^[9]、打磨光纤斜面耦合^[10]、波导结构^[11]、拉锥光纤耦合^[12]等。拉锥光纤的耦合方式由于其耦合效率非常高而得到广泛使用。本节将具体讨论拉锥光纤与微腔耦合的特性。

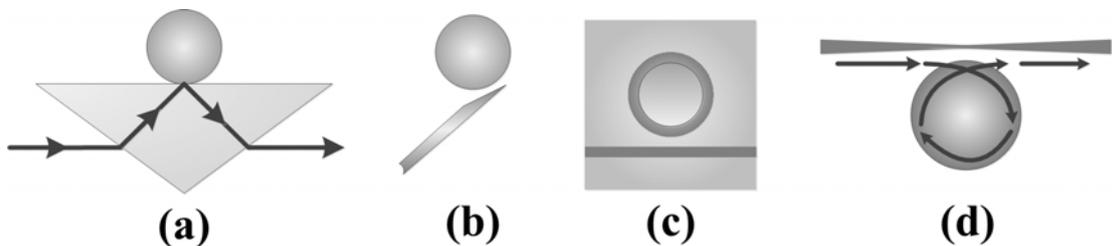


图4.2.1 光与微腔的耦合方式。(a)棱镜耦合；(b)打磨光纤斜面耦合；(c)平面结构；(d)拉锥光纤耦合。

一般采用普通的SMF（单模光纤，Single mode fiber）拉锥后与微腔进行耦合。对波长为1550nm的SMF拉锥后，只有0.4%的拉锥部分含有纤芯材料，因此，光纤拉锥后其锥形部分主要是由光纤的包层构成。所以我们可以把拉锥光纤当作

是普通的折射率阶跃的光纤，其纤芯和包层折射率的差值约为0.45。这样大的折射率差说明光在这一段传输时不能再保持单模的状态，其光场分布需要通过阶跃光纤的性质重新讨论。此外，尽管沿光纤长度方向，拉锥是不均匀的，但是与微腔发生耦合的区域长度仅为5~10 μm ，当讨论拉锥光纤与光学微腔相互作用时，近似认为拉锥部分光纤的直径是恒定的。

对纤芯直径为 a 的折射率阶跃光纤，假设其纤芯和包层的折射率分别为 n_{core} 和 n_{clad} ，沿 z 方向的电磁场分量分别为^[13]：

$$\begin{aligned} E_z(r, \phi, z) &= J_l(hr) \cdot \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] & r < a \\ E_z(r, \phi, z) &= J_l(ha) \cdot K_l(qr) / K_l(qa) \cdot \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] & r > a \\ H_z(r, \phi, z) &= B \cdot J_l(hr) \cdot \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] & r < a \\ H_z(r, \phi, z) &= B \cdot J_l(ha) \cdot K_l(qr) / K_l(qa) \cdot \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] & r > a \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

其中，

$$B = \frac{i\beta l}{\omega\mu} \left[(qa)^{-2} + (ha)^{-2} \right] \left[\frac{J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{K_l'(qa)}{haK_l(qa)} \right]^{-1} \quad (4.2.2)$$

$$q^2 = \beta^2 - n_{clad}^2 k^2 \quad (4.2.3)$$

$$h^2 = n_{core}^2 k^2 - \beta^2 \quad (4.2.4)$$

模式特征由一组量子数 (l, m, p) 来描述，其中 l 是角量子数， m 是径向量子数， p 表示偏振态（TE/EH或者TM/HE）。 E 和 H 的其它方向的分量为：

$$\begin{aligned} E_r(r, \phi, z) &= \frac{-i\beta}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial H_z}{r \partial \phi} \right) \\ E_\phi(r, \phi, z) &= \frac{-i\beta}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial E_z}{r \partial \phi} - \frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \\ H_r(r, \phi, z) &= \frac{-i\beta}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial E_z}{r \partial \phi} \right) \\ H_\phi(r, \phi, z) &= \frac{-i\beta}{\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial H_z}{r \partial \phi} + \frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

每一个模式的传播常数 β 由下面的超越方程决定：

$$\left(\frac{J_1'(ha)}{haJ_1(ha)} + \frac{K_1'(qa)}{qaK_1(qa)} \right) \left(\frac{n_{core}^2 J_1'(ha)}{haJ_1(ha)} + \frac{n_{clad}^2 K_1'(qa)}{qaK_1(qa)} \right) = \left(\frac{l\beta}{k} \right)^2 \left[(qa)^{-2} + (ha)^{-2} \right]^2 \quad (4.2.6)$$

(4.2.6)式的解是一系列离散的解，对应着腔内众多的传输模式，最低阶的模式是 HE_{11} 模。

能量在拉锥光纤与微腔之间的耦合可以由图4.2.2中的模型来描述^[14]。腔内的场是由腔内所有的损耗和光纤与微腔间的耦合决定的：

$$\frac{da}{dt} = -\frac{1}{2}(\kappa_0^2 + \sigma_0^2)a + i\kappa_0 s \quad (4.2.7)$$

其中， a 表示腔内能量的振幅。

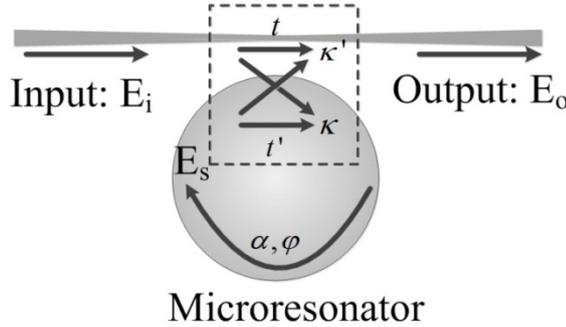


图4.2.2 拉锥光纤与微腔耦合模型。

如图4.2.2所示，假设拉锥光纤的输入光场和输出光场分别为 $E_i(t)$ 和 $E_o(t)$ ，微腔内的光场为 $E_s(t)$ ，拉锥光纤与微腔间的耦合系数为 κ ，光场经过拉锥光纤的透过系数为 t ，可以得到 $E_o(t)$ 和 $E_s(t)$ 的表达式为^[14]

$$\begin{aligned} E_s(t) &= ikE_i(t) + t'E_s(t - \tau_0) \exp(i\varphi - \alpha L / 2) \\ E_o(t) &= tE_i(t) + ik'E_s(t) \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

其中， L 是光在微腔内循环一周的光程， α 为腔内的损耗，光在腔内循环一周所用时间为 $\tau_0 = n_s L / c$ (n_s 为微腔折射率)，其相位变化为 $\varphi = 2\pi n_s L / \lambda$ ，并且 $t = t'$ ， $\kappa = \kappa'$ ， $|t|^2 + |\kappa|^2 = 1$ 。对于高 Q 值的微腔， α 和 κ 的值远远小于1。设微腔的谐振频率为

$$\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0 \quad (4.2.9)$$

对 $E_s(t - \tau_0)$ 项展开，并忽略展开式中的高阶项，得到

$$E_s(t - \tau_0) = E_s(t) - \tau_0 dE_s / dt \quad (4.2.10)$$

此时(4.2.8)式可以写为

$$\frac{dE_s(t)}{dt} + (\delta_c + \delta_0 + i\Delta\omega)E_s(t) = \frac{i\kappa}{t\tau_0}E_i(t) \quad (4.2.11)$$

其中, $\delta_c=(1-t)/(t\tau_0)$, $\delta_0=c\alpha/(2n_s)$, $\Delta\omega=\omega-\omega_0$ 。将方程转换成品质因子 Q 的表达式为

$$\frac{dE_s(t)}{dt} + \left(\frac{\omega_0}{2Q_{ex}} + \frac{\omega_0}{2Q_0} + i\Delta\omega \right) E_s(t) = i\gamma E_i(t) \quad (4.2.12)$$

Q_0 和 Q_{ex} 在4.1.1节中已给出。 Q_0 是微腔内的品质因子,包括了微腔内的表面颗粒散射损耗、辐射损耗、材料的吸收损耗等; Q_{ex} 是拉锥光纤与微腔耦合的品质因子, $\gamma=\kappa/(t\tau_0)$ 。在稳态时, $dE_s(t)/dt=0$, 由(4.2.12)式可以得到腔内光场 $E_s(t)$ 的表达式

$$E_s(t) = \frac{i\gamma}{\left[\omega_0/(2Q_{ex}) + \omega_0/(2Q_0) + i\Delta\omega \right]} E_i(t) \quad (4.2.13)$$

最终输出拉锥光纤的光场 $E_0(t)$ 为

$$E_0(t) = E_i(t) + i\kappa E_s(t) = E_i(t) - \frac{\gamma\kappa}{\left[\omega_0/(2Q_{ex}) + \omega_0/(2Q_0) + i\Delta\omega \right]} E_i(t) \quad (4.2.14)$$

得到归一化的光场传输率 T 为

$$T = \frac{|E_0(t)|^2}{|E_i(t)|^2} = 1 - \frac{4Q_0Q_{ex}}{(Q_0 + Q_{ex})^2 + (Q_0Q_{ex}\Delta\omega/\omega_0)^2} \quad (4.2.15)$$

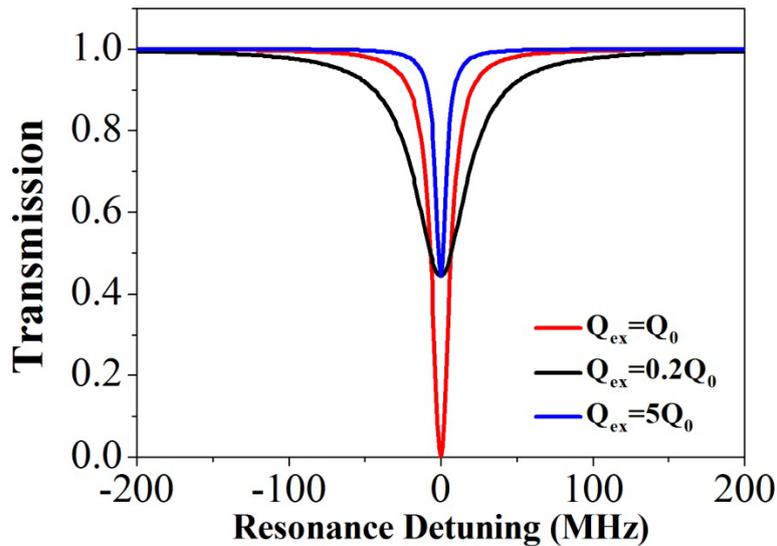


图4.2.3 不同耦合状态下的传输曲线。

根据 Q_0 和 Q_{ex} 的大小，定义三种不同的耦合状态：(1) $Q_0 < Q_{ex}$ 时，对应拉锥光纤离微腔距离较远的状态，称为欠耦合 (Under Coupling)；(2) $Q_0 > Q_{ex}$ 时，拉锥光纤与微腔距离非常近，此时称为过耦合 (Over Coupling)；(3) $Q_0 = Q_{ex}$ 时，此时理论上耦合效率达到100%，达到最佳耦合，称为临界耦合 (Critical Coupling)，这是实验中的理想状态。假设微腔的品质因子 $Q_0=10^9$ ，对波长1550nm的输入光，三种耦合状态的传输曲线谱如图4.2.3所示。

4.3 微腔内光场演化的理论模型

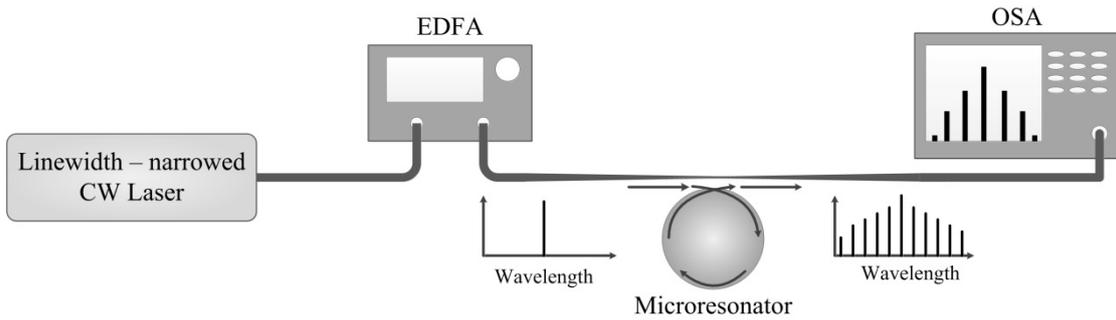


图4.3.1 Kerr光频梳产生的实验结构。EDFA：掺Er的光纤放大器；OSA：光谱仪。

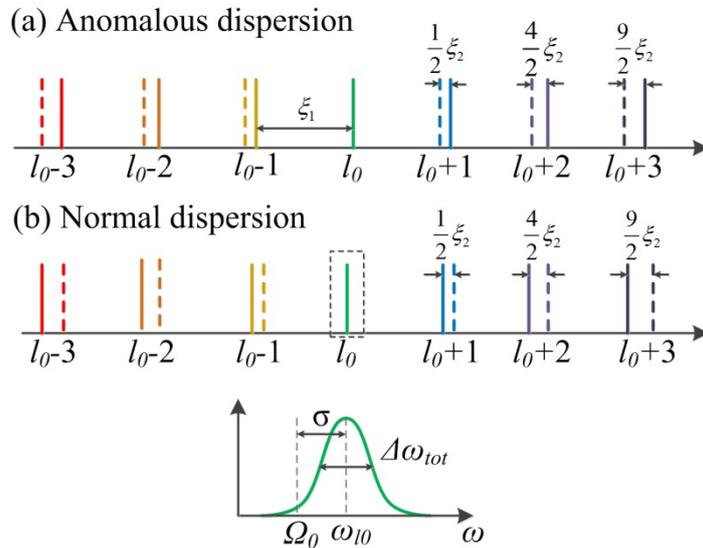


图 4.3.2 微腔中模式示意图。图中实线表示微腔中实际存在的模式位置，虚线表示如果腔内不存在色散，模式应该在的位置（此时模式间是等间距的）。第三幅图是对 l_0 模式的放大，它的中心频率就是微腔的谐振频率 ω_{l_0} ，线宽是 $\Delta\omega_{tot}$ ，泵浦光的角频率为 Ω_0 ，腔的失谐 $\sigma = \Omega_0 - \omega_{l_0}$ 。(a)反常色散时，腔内模式蓝移；(b)正常色散时，腔内模式红移。

在连续光泵浦的条件下，Kerr光频梳产生的实验结构如图4.3.1所示^[15]。窄线宽的连续光激光器输出后经过EDFA放大，由拉锥光纤将光耦合到微腔中，微腔

中的光场仍然通过拉锥光纤耦合输出。由于微腔产生的梳状光谱频率间隔大部分都是几十~几百GHz，有的甚至可以达到1THz，远远大于光谱仪的分辨率，因此可以使用光谱仪直接观察是否有梳状光谱产生。

假设微腔的直径为 a ，群速度折射率为 n_g ，泵浦光的角频率为 Ω_0 ，腔内的各个模式由一个本征值 l 来定义，泵浦光的模式用 l_0 来表示。当第 l 个模式非常接近 l_0 时，它的角频率 ω_l 泰勒展开得到

$$\omega_l = \omega_{l_0} + \xi_1(l-l_0) + \frac{1}{2}\xi_2(l-l_0)^2 \quad (4.3.1)$$

其中， $\zeta_l=c/(an_g)$ 是微腔角频率的 FSR， c 是真空中光速， ζ_2 是二阶色散项，它对应图 4.3.2 中的实际模式位置(虚线)与不考虑色散时模式位置(实线)之间的间隔。光在微腔内循环一周的时间为 $T=2\pi/\zeta_l$ 。在这里，我们只考虑到泰勒展开式的二次项。非常接近 l_0 的模式都具有相同的线宽 $\Delta\omega_{tot}$ ， $\Delta\omega_{tot}$ 可以表示为

$$\Delta\omega_{tot} = \Delta\omega_{in} + \Delta\omega_{ex} \quad (4.3.2)$$

其中， $\Delta\omega_{in}=\omega_{l_0}/Q_0$ ， $\Delta\omega_{ex}=\omega_{l_0}/Q_{ex}$ ， $\Delta\omega_{tot}=\omega_{l_0}/Q_{tot}$ 分别表示固有线宽、耦合线宽和总线宽， Q_0 、 Q_{ex} 、 Q_{tot} 分别是固有品质因子、耦合品质因子和总的品质因子。 $\Delta\omega_{tot}$ 和光子的平均寿命有关

$$\tau_{ph} = \frac{1}{\Delta\omega_{tot}} \quad (4.3.3)$$

不同模式对应的归一化的慢变化包络 $A_l(t)$ 可以由模式扩散理论得到^[16]，整个腔内的光场 A 是各个模式光场 A_l 的和。假定光在微腔中传播具有周期性的边界条件^[17,18]，为描述腔内光场时间和空间上的演化，Lugiato-Lefevre 方程 (Lugiato-Lefevre Equation, LLE) 被引入^[19-21]，LLE 归一化的形式为

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = -(1+i\alpha)\Psi + i|\Psi|^2\Psi - i\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + F \quad (4.3.4)$$

其中， $\Psi(\theta, \tau)$ 是腔内总光场的复数表示， $\theta \in [-\pi, \pi]$ 是圆形微腔的方位角， $\tau=t/(2\tau_{ph})$ 是无量纲的时间， τ_{ph} 是(4.3.3)式中定义的腔内光子寿命。 α 是泵浦光角频率 Ω_0 和腔内谐振角频率之 ω_{l_0} 间的频率失谐

$$\alpha = -\frac{2(\Omega_0 - \omega_{l_0})}{\Delta\omega_{tot}} = -\frac{2\sigma}{\Delta\omega_{tot}} \quad (4.3.5)$$

β 表示色散参量

$$\beta = -\frac{2\xi_2}{\Delta\omega_{tot}} \quad (4.3.6)$$

对于负色散的材料 $\beta < 0$ ，对于正色散的材料 $\beta > 0$ 。根据参考文献[22]，无量纲的泵浦光场强度 F 可以表示为

$$F = \sqrt{\frac{8g_0\Delta\omega_{ext}}{\Delta\omega_{tot}^3} \frac{P}{\hbar\Omega_0}} \quad (4.3.7)$$

P 是泵浦光功率(单位: W); 非线性增益 $g_0 = n_2 c \hbar \Omega_0^2 / (n_0^2 V_0)$, n_0 和 n_2 分别是材料的线性和非线性折射率, V_0 是泵浦模式的有效体积。在这里, F 是一个大于 0 的实数。

假定(4.3.4)式中所有的微分项均为 0, 并且将此时腔内的光场 ψ_e 用 $\rho = |\psi_e|^2$ 来表示, 可以得到

$$F^2 = [1 + (\rho - \alpha)^2] \equiv G(\alpha, \rho) \quad (4.3.8)$$

根据 α 和 F 的值不同, (4.3.8)式会有一个、两个或者三个实数解, 存在实数解的条件是多项式存在极值, 即(4.3.8)式对求 ρ 偏导

$$\frac{\partial G}{\partial \rho} = 3\rho^2 - 4\alpha\rho + \alpha^2 + 1 \quad (4.3.9)$$

为零。这是一个一元二次方程, 它的判别式为 $4(\alpha^2 - 3)$, 因此, 如果 $|\alpha| < \sqrt{3}$, 方程将无解; 如果 $|\alpha| \geq \sqrt{3}$, 方程的解为

$$\rho_{\pm}(\alpha) = \frac{2\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 3}}{3} \quad (4.3.10)$$

相应的泵浦参数 F 的值为

$$F_{\pm}^2(\alpha) = G[\alpha, \rho_{\mp}(\alpha)] = \frac{2\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 - 3}}{3} \left[1 + \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 - 3} \pm \alpha}{3} \right)^2 \right] \quad (4.3.11)$$

因此, 当 $|\alpha| \geq \sqrt{3}$ 时, 在泵浦参数 F 满足 $F^2 \in [F_-^2(\alpha), F_+^2(\alpha)]$, (4.3.8)式存在三个解 ρ_1, ρ_2 和 ρ_3 , 并且满足 $\rho_1 \leq \rho_- \leq \rho_2 \leq \rho_+ \leq \rho_3$ 。这个结论同样适用于 $|\alpha| < \sqrt{3}$ 的情况。

当 $|\alpha| < \sqrt{3}$ 时, 在 $[F_-^2(\alpha), F_+^2(\alpha)]$ 区间内(4.3.8)式存在唯一的解。方程稳态解的个数与泵浦参数 F 之间的关系如图 4.3.3 所示。

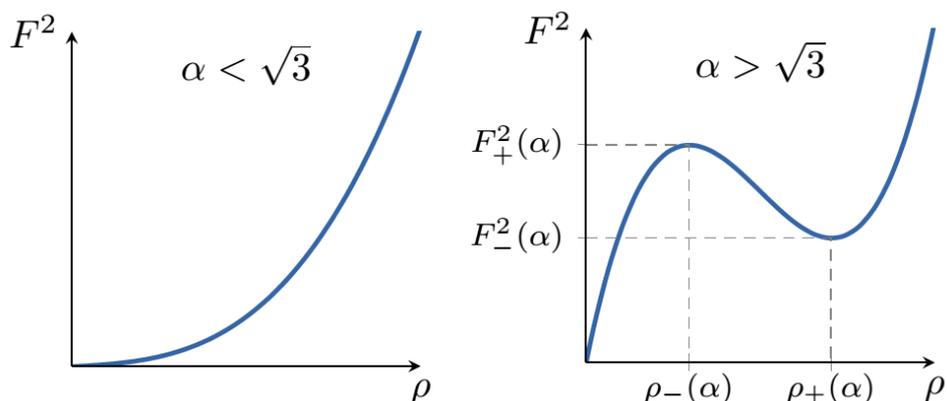


图 4.3.3 方程稳态解的个数与泵浦参数 F 之间的关系。对于 $|\alpha| < \sqrt{3}$ 的情况，仅存在唯一的稳态解；对于 $|\alpha| > \sqrt{3}$ 的情况， F^2 在一定范围内都存在三个稳态解。

根据文献报道，目前有两种方式求解 LLE。一种是设 $\partial\psi(\tau, \theta)/\partial\tau=0$ ，使用多维 Newton-Rhpson 方法^[23]求解方程，可以得到稳态时腔内的光场分布。但是这种求解方法有一个缺点，我们不能对腔内光场演化的过程进行研究。另一种求解 LLE 的方法是普遍采用的分步傅立叶法^[24]，借助于分步傅立叶法，我们可以模拟腔内光场的变化过程以及最终的稳定状态。

4.4 微腔内 Kerr 光频梳的产生

在本节中，使用分步傅立叶法求解 LLE，讨论负色散和正色散两种条件下腔内光场的演化过程和腔内 Kerr 频梳的产生情况，并分析微腔参数和泵浦参数对腔内光场分布的影响。

4.4.1 负色散微腔内光场的演化

首先讨论负色散的微腔中光场的演化。微腔内的初始光场是由调制不稳定性决定的^[25,26]。根据参考文献^[27]，我们假设腔内初始光场是随机的噪声。设微腔的参数为 $\alpha=1.5$ ， $\beta=-0.04$ ，微腔的泵浦为连续光，泵浦参数 $\rho=1.2$ 。初始光场与连续光泵浦经过一段时间的相互作用，最终演化成为多脉冲的情况，其结果如图 4.4.1 所示(a)所示，在腔内分布了六个间隔相等的脉冲。因此，光在腔内循环一周，会有六个脉冲输出。这种形式的光场分布被称为“图灵环”(Turing Rolls)，它的特点是在腔内初始光场为随机噪声的情况就可自发产生光频梳^[28]。若光在腔内循环一周的时间为 $T_0=1/\text{FSR}$ ，则输出脉冲的周期为 $T_0/6$ ，在光谱上得到频率间隔为 6FSR 的梳状光谱。图 4.4.1(b)是腔内最终稳定的光场分布和傅

立叶变化得到的光谱。

在图 4.4.1 的基础上,增加直流泵浦的强度,泵浦参数 $\rho=1.6$,结果如图 4.4.2(a)所示。对比图 4.4.2(a)和图 4.4.1(a),由于直流泵浦加强,腔内非线性效应变强,同样在初始光场为随机噪声的条件下,腔内最终演化为 8 个脉冲,且腔内光场达到稳定的时间变短。在图 4.4.2(b)中,模式的频率间隔为 8FSR。因此,在实际的微腔实验中,当从光谱仪上观察到输出的 Kerr 光频梳的频率间隔是 FSR 的倍数时,腔内出现多脉冲的情况,此时可以通过控制泵浦功率的大小调节 Kerr 光频梳的频率间隔。

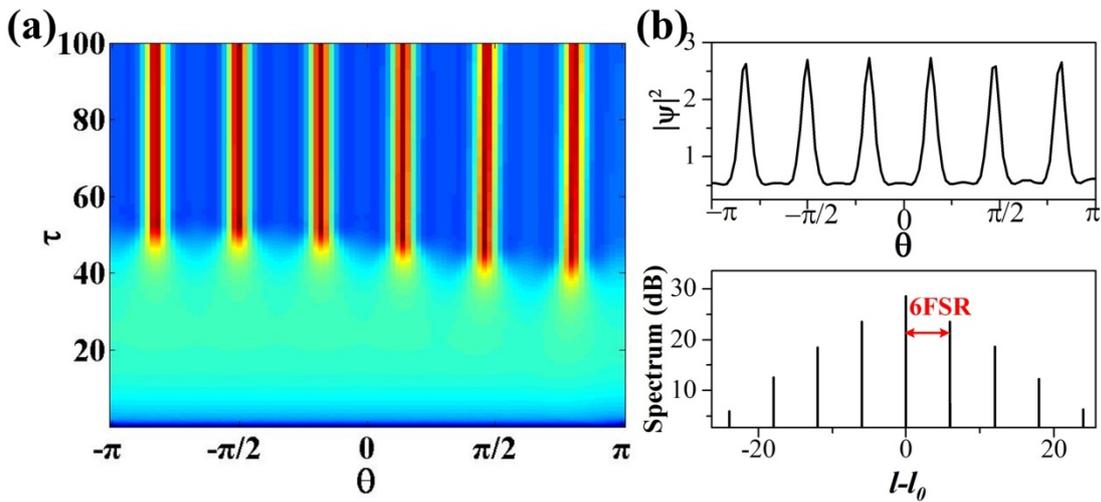


图 4.4.1(a) 微腔内光场随时间演化为多脉冲形式。初始光场为随机噪声,微腔参数: $\alpha=1.5$, $\beta=-0.04$, $\rho=1.2$; (b) 微腔中光场的稳定分布和其相对应的光谱,模式间的频率间隔为 6FSR。

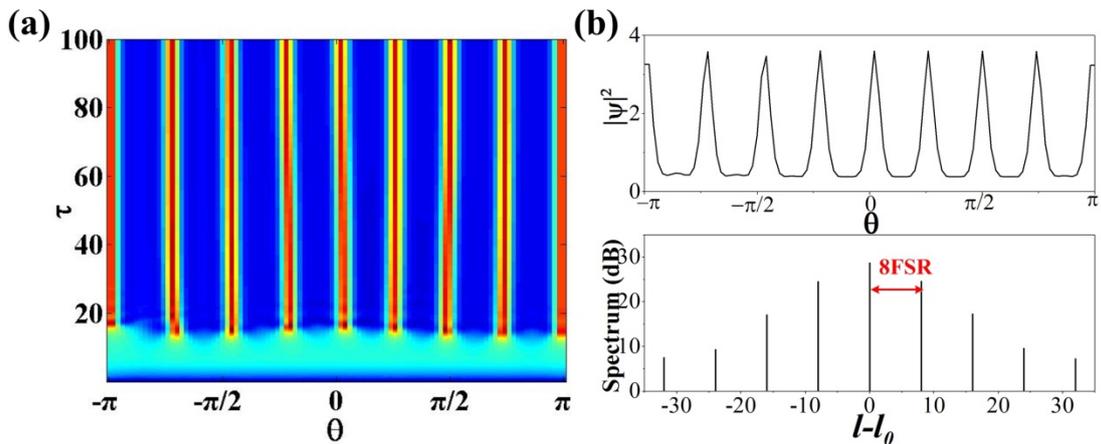


图 4.4.2(a) 微腔内光场随时间的演化为多脉冲形式。初始光场为随机噪声,微腔参数: $\alpha=1.5$, $\beta=-0.04$, $\rho=1.6$; (b) 微腔中光场的稳定分布和其相对应的光谱,模式间的频率间隔为 8FSR。

在泵浦功率不变的情况下，讨论微腔的失谐参量 α 和色散系数 β 对腔内光场分布的影响。首先变化失谐参量 α 的值，腔内光场的稳定分布如图 4.4.3(a)所示。 $\alpha=1$ 时，腔内等间距的分布了 8 个脉冲；当 α 增大到 1.5 时，腔内脉冲数减小为 6 个； α 进一步增大，导致腔内损耗大于增益，光场最终演化为直流形式，Kerr 频梳不能产生。因此，产生 Kerr 光频梳的泵浦阈值 F_{th} 和失谐参量 α 有关。图 4.4.3(b)是改变色散系数 β 时腔内光场的分布情况。对比 $\beta=-0.01$ 和 $\beta=-0.04$ 两种情况，在负色散的情况下，色散值越大，腔内脉冲数越多。为分析微腔参数对泵浦阈值 F_{th} 的影响，我们模拟得到了不同 α 对应的 F_{th} ，结果如图 4.4.4 所示， α 值越大所要求的泵浦阈值也越高。在分析色散系数 β 对泵浦阈值的影响时发现， β 只会影响腔内光场的分布情况，不会对泵浦阈值产生影响。

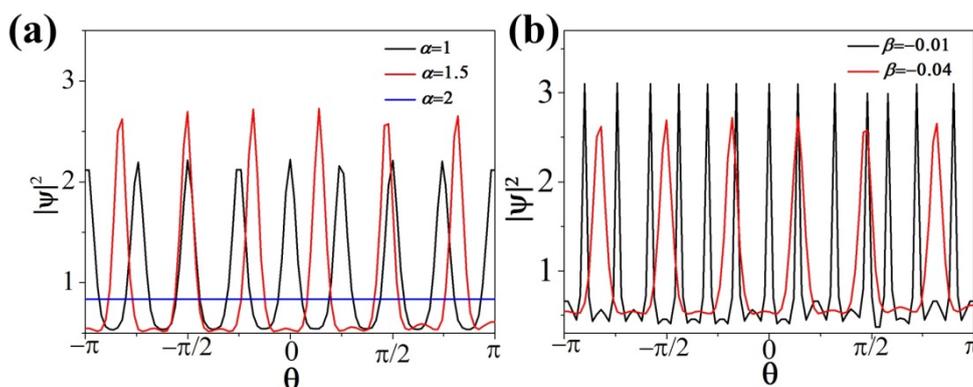


图 4.4.3(a) 不同失谐参量 α 时，腔内光场的稳定分布($\beta=-0.04$, $\rho=1.2$)；(b) 不同色散值 β 时，腔内光场的稳定分布($\alpha=1.5$, $\rho=1.2$)。

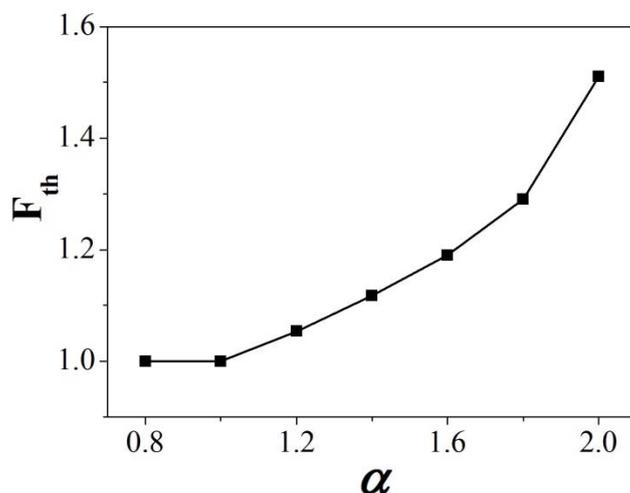


图 4.4.4 泵浦阈值 F_{th} 与失谐参量 α 的关系曲线。

当微腔的色散系数 β 增大，且此时腔内调制不稳定性产生的初始光场为高斯

脉冲 $\psi_0=0.5+\exp[-(\theta/0.55)^2]$, 如图 4.4.5(a)所示, 高斯脉冲经过一段时间的演化, 分裂出三个峰值, 即腔内出现多孤子形式的光场分布。图 4.4.5(b)是稳定状态下的光场分布, 其光谱是在梳状光谱的基础上有一个慢调制。

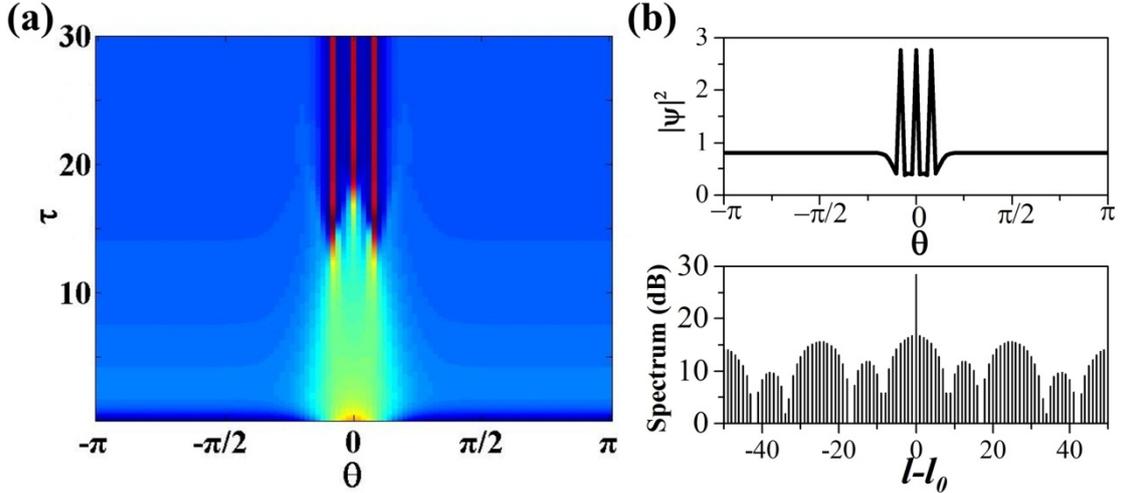


图 4.4.5(a) 微腔内光场随时间的演化为多孤子形式。初始光场为 $\psi_0=0.5+\exp[-(\theta/0.55)^2]$, 微腔参数: $\alpha=1.8, \beta=-0.004, \rho=0.8$; (b) 微腔中光场的稳定分布和其相对应的光谱。

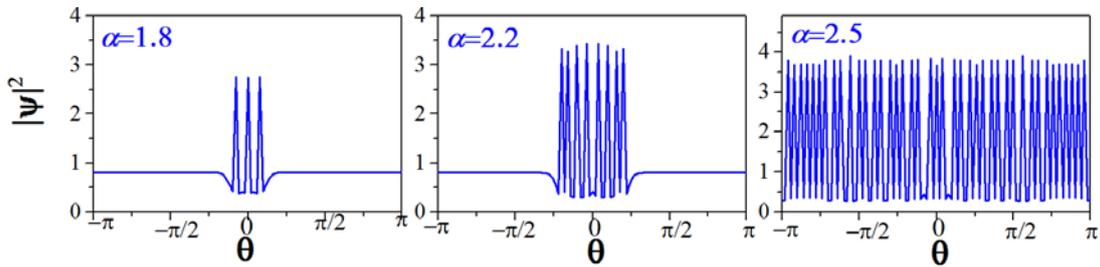


图 4.4.6 不同失谐参量 α 时, 腔内光场的稳定分布。微腔参数: $\beta=-0.004, \rho=0.8$ 。

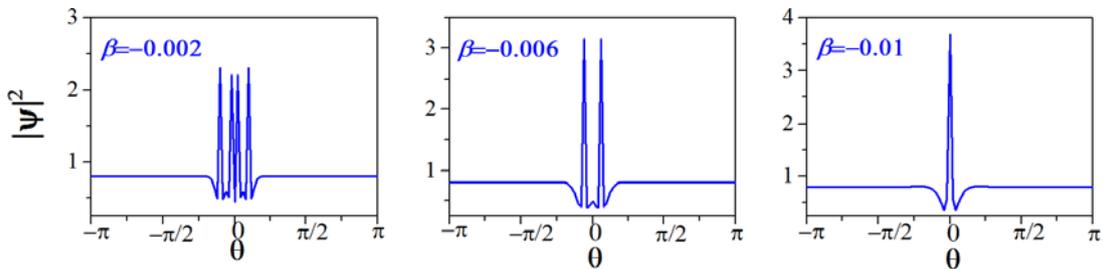


图 4.4.7 不同色散参数 β 时, 腔内光场的稳定分布。微腔参数: $\alpha=1.8, \rho=0.8$ 。

在此基础上改变失谐参量 α , 讨论 α 的值对光场分布的作用。如图 4.4.6 所示, 随着 α 的增大, 腔内峰值增多, 当 $\alpha=2.5$ 时, 腔内最终布满一系列的脉冲光场, 这对于实际的实验是不利的。因此, 在实际操作中, 要尽量选择 α 小的微腔。在 α 不变的情况下, 改变色散系数 β , β 减小, 腔内峰值数减小, 如图 4.4.7 所示。

当 $\beta=-0.01$ 时，腔内值存在一个峰值，这就是微腔中最稳定的单孤子情况，此时腔内的非线性和色散作用处于平衡状态。在实验中，微腔一般工作于这种稳定状态下^[29,30]。

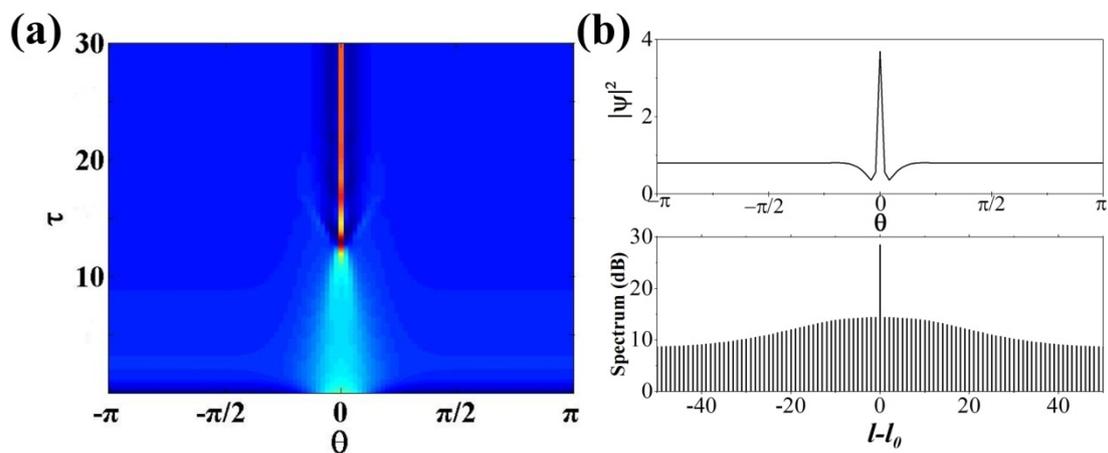


图 4.4.8(a) 微腔内光场随时间的演化为单个孤子。初始光场为 $\psi_0=0.5+\exp[-(\theta/0.55)^2]$ ，微腔参数： $\alpha=1.8, \beta=-0.01, \rho=0.8$ ；(b) 微腔中光场的稳定分布和其相对应的光谱。

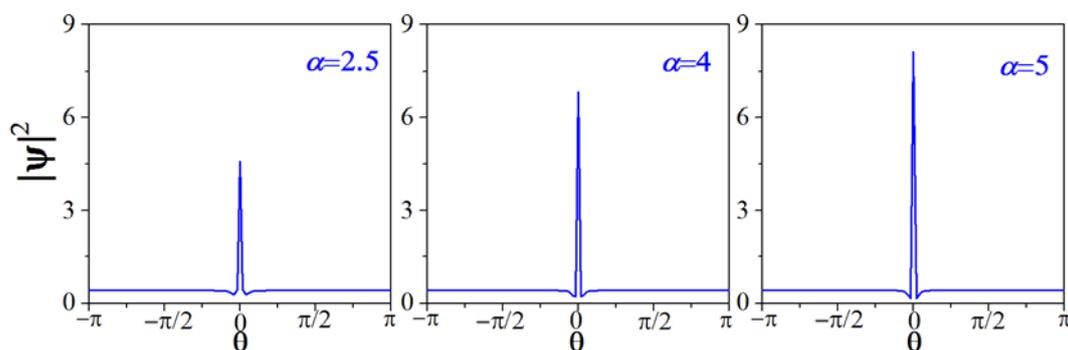


图 4.4.9 失谐参量 α 对腔内亮孤子的影响($\beta=-0.01, \rho=0.8$)。

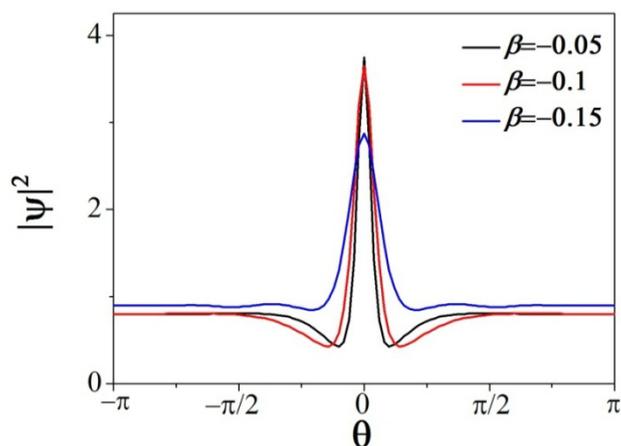


图 4.4.10 色散参数 β 对腔内亮孤子的影响($\alpha=1.8, \rho=0.8$)。

图 4.4.8(a)是单孤子在微腔内的形成过程，初始的高斯脉冲脉宽不断被窄

化, 最终稳定成一个亮孤子。此时对应的光谱为频率间隔等于 FSR 的梳状光谱, 光谱范围可以扩展到几十到几百个 FSR, 光谱中心频率处功率较高, 其余梳齿之间功率相差相对较小。图 4.4.9 和图 4.4.10 分别讨论了微腔的失谐参量 α 和色散系数 β 对亮孤子形状的影响。其结果表明, α 和 β 的值越大, 腔内亮孤子的脉宽越窄、峰值功率越高。

在微腔参数取值为 $\alpha=1.8$, $\beta=-0.01$ 的情况下, 增加泵浦参数 ρ , 当 $\rho=2$ 时, 泵浦能量增强导致腔内非线性作用增强, 高斯脉冲逐渐分裂为一系列等间距的脉冲, 腔内最终存在 23 个脉冲, 在光谱图上模式的频率间隔为 23FSR, 如图 4.4.11 所示。

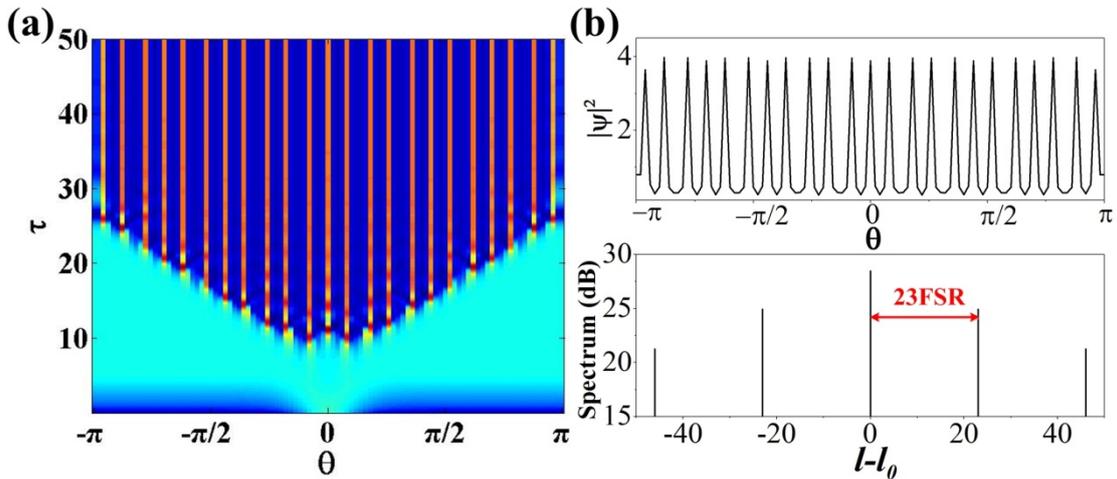


图 4.4.11(a) 微腔内的光场随时间演化成均匀分布的脉冲。初始光场为 $\psi_0=0.5+\exp[-(\theta/0.55)^2]$, 微腔参数: $\alpha=1.8$, $\beta=-0.01$, $\rho=2$; (b) 微腔中光场的稳定分布和其相对应的光谱。

在微腔中, 还存在一种光场不规则的分布, 形成过程如图 4.4.12(a)和(c)所示。当腔的负色散值很小, 在大的直流泵浦的条件下, 微腔中的光场在时间和空间上都没有形成稳定分布, 这种光场非稳定状态被称为混沌^[31,32]。混沌光场具体的形式如图 4.4.12(b)和(d)所示, 腔内的光功率表现为无规律地随时间变化, 其对应的光谱是不规则的, 每一个梳齿对用的功率也是随时间变化的。至少有两个原因会引起微腔内产生混沌。第一个导致混沌产生的因素是过高的泵浦功率。泵浦功率的增加导致了二阶频梳的产生^[33], 进而引起更高阶的频梳产生, 这样在频域形成了混沌的状态, 这相对于图 4.4.12(a)和(b)的情形。第二个原因是腔内存在不稳定的孤子。随着泵浦功率的增加, 孤子变得不稳定, 腔内开始

随机出现毛刺以及功率较高的尖峰，相对于图 4.4.12(c)和(d)的情形。这种现象仅会出现在非常复杂的非线性物理系统中^[34]。对于利用微腔产生光频梳的实际应用中，需要对泵浦功率控制，避免在腔内产生混沌的现象。

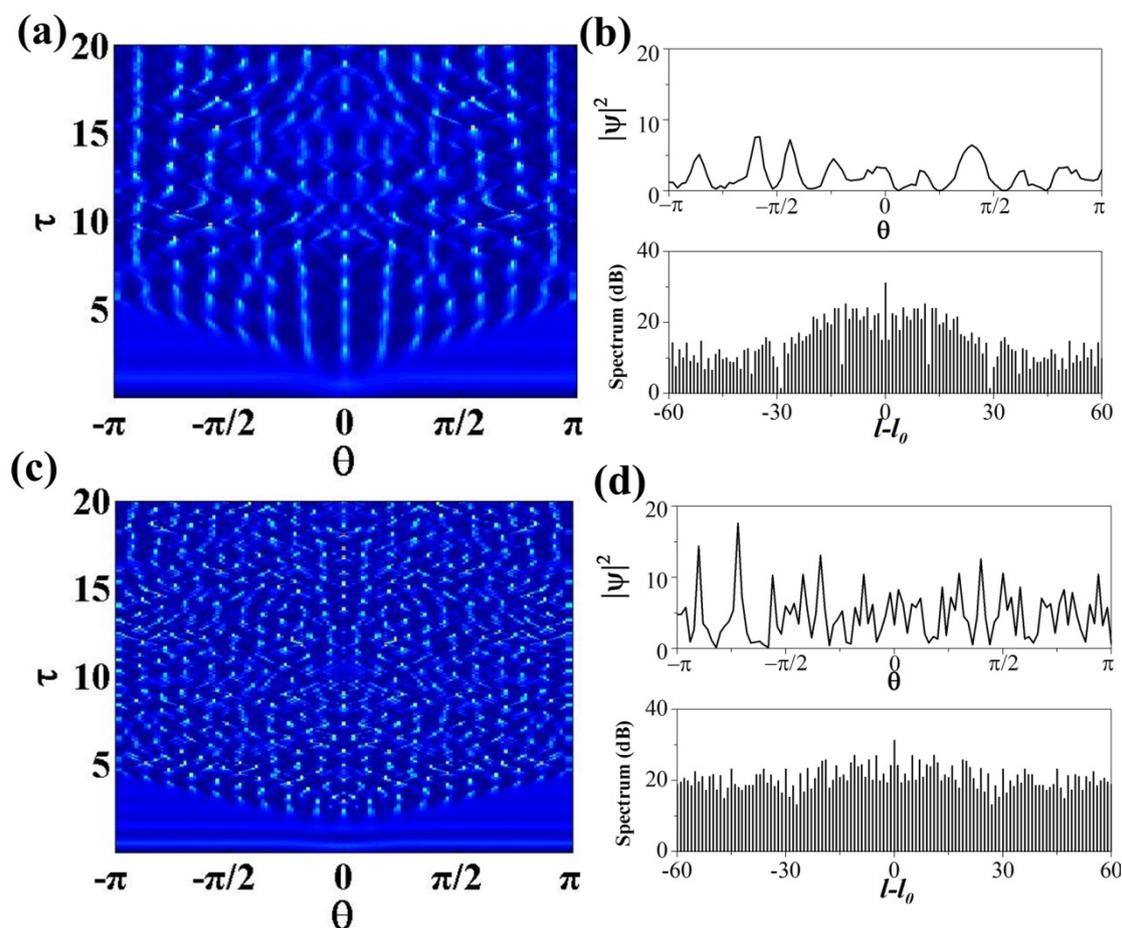


图 4.4.12(a) 微腔内混沌的产生。初始光场为 $\psi_0=0.5+\exp[-(\theta/0.55)^2]$ ，微腔参数： $\alpha=1.8, \beta=-0.05, \rho=3.2$ ；(b) 图(a)中光场的稳定分布和其相对应的光谱；(c) 微腔内混沌的产生。初始光场为 $\psi_0=0.5+\exp[-(\theta/0.55)^2]$ ，微腔参数： $\alpha=1.8, \beta=-0.05, \rho=5$ ；(d) 图(c)中光场的稳定分布和其相对应的光谱。

4.4.2 正色散微腔内光场的演化

本节中讨论正色散的微腔中，光场分布的演化。首先，假设腔内的初始光场为高斯分布的脉冲： $\psi_0=0.5+0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ ，微腔的参数为 $\alpha=2.5, \beta=0.012$ ，泵浦参数 $F=1$ 。腔内光场分布随时间的变化如图 4.4.13(a)所示，高斯脉冲在腔内首先增强，然后逐渐衰减为直流。图 4.4.13(b)中的黑线和红线分别是图 4.4.13(a)中 $\tau=1$ 和 $\tau=20$ 时刻的光场分布，光场最终的稳定分布是直流形式。图 4.4.13(c)是在图 4.4.13(a)的基础上，增加泵浦参数 F ($F=2.7$)，结果只是增大了最终直流

光场的大小，腔内并没有形成脉冲形式的光场。因此，在微腔的参数为 $\alpha=2.5$, $\beta=0.012$ 的情况下，腔内不能存在稳定的亮孤子。

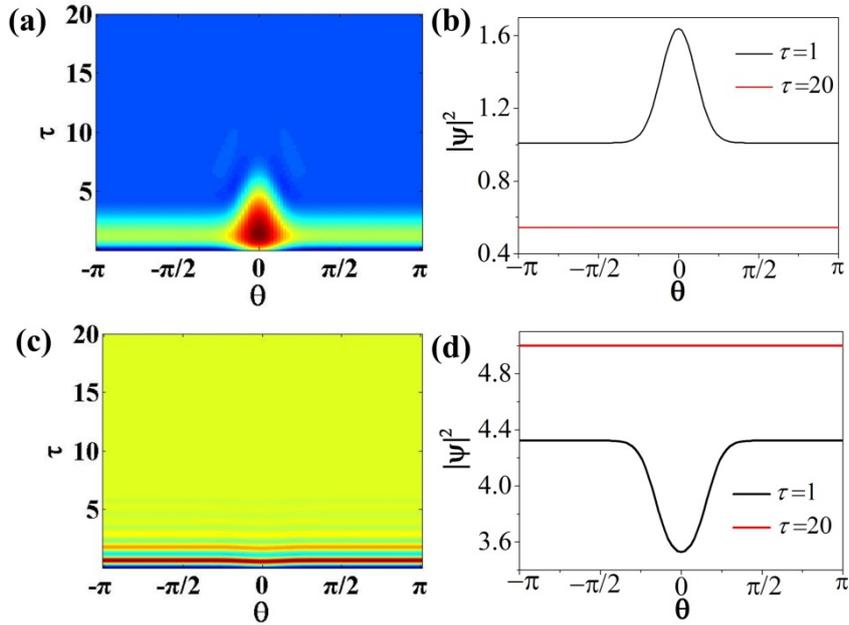


图 4.4.13(a) 高斯脉冲在正色散微腔中演化，光场最终演化成直流分布。初始光场： $\psi_0=0.5+0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ ，微腔参数： $\alpha=2.5, \beta=0.012, F=1$ ；(b) 图(a)中 $\tau=1$ 和 $\tau=20$ 时刻腔内的光场；(c) $F=2.7$ 时微腔中光场的演化，其余参数与(a)相同；(d) 图(c)中 $\tau=1$ 和 $\tau=20$ 时刻腔内的光场。

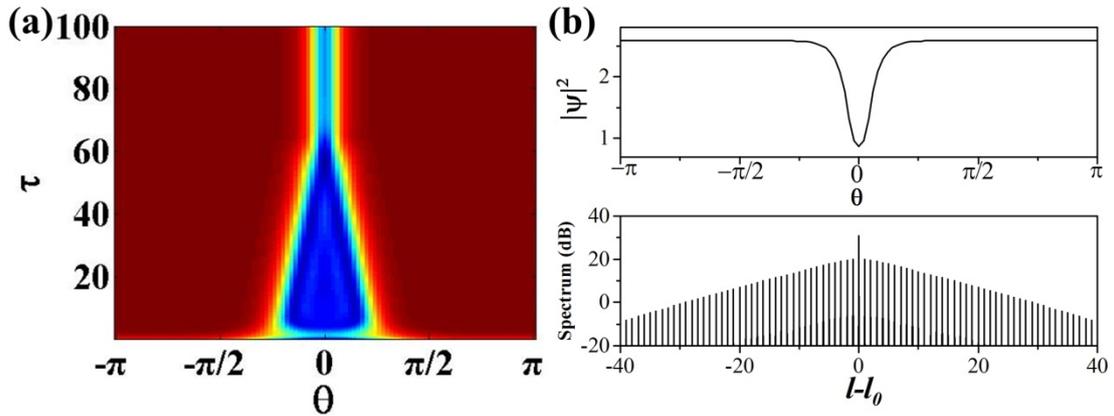


图 4.4.14(a) 暗孤子在正色散微腔中的演化。初始光场为 $\psi_0=1.5-\exp[-(\theta/0.9)^2]$ ，微腔参数 $\alpha=2.5, \beta=0.0125, F=1.6$ 。(b) 微腔中光场的稳定分布和其相对应的光谱。

在以上讨论的基础上，改变腔内的初始条件，假设腔内初始的脉冲为 $\psi_0=1.5-\exp[-(\theta/0.9)^2]$ ，微腔的其它参数不变，结果如图 4.4.14(a)所示，脉冲宽度不断窄化，最终形成了稳定的暗孤子。其光谱也表现为频率间隔为 FSR 的 Kerr 光频梳。

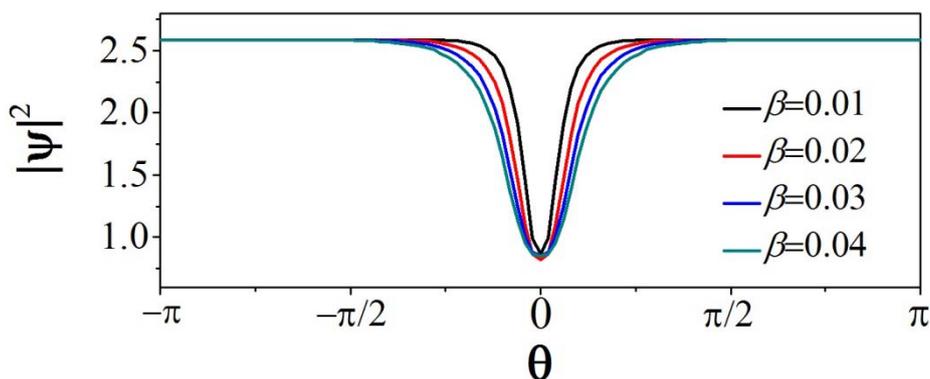


图 4.4.15 色散参数 β 对微腔内暗孤子的影响。初始光场 $\psi_0=1.5\text{-exp}[-(\theta/0.9)^2]$ ，失谐参量 $\alpha=2.5$ ，泵浦参数 $F=1.6$ 。

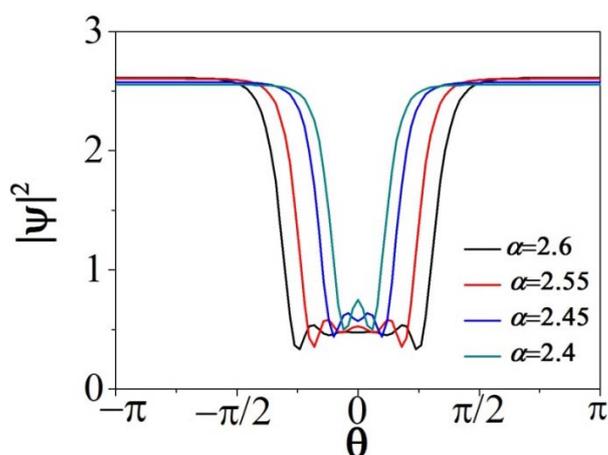


图 4.4.16 微腔失谐参量对 α 腔内光场分布的影响。(初始光场 $\psi_0=1.5\text{-exp}[-(\theta/0.9)^2]$ ，色散值 $\beta=0.0125$ ，泵浦参数 $F=1.6$)

改变各参数的取值，讨论微腔参数和泵浦参数对正色散微腔中暗孤子的影响。腔内初始光场仍然取 $\psi_0=1.5\text{-exp}[-(\theta/0.9)^2]$ ，微腔的失谐参量 $\alpha=2.5$ ，改变色散值 β ，最终腔内稳定存在的暗孤子如图 4.4.15 所示。可见，在一定范围内变化色散值，不会改变腔内最终的稳定状态，腔内光场仍然是以暗孤子的形式存在，随着色散系数 β 的值增大，暗孤子的脉冲宽度增加，而其最低的功率值基本没有变化。图 4.4.16 是在色散值为 $\beta=0.0125$ 不变时，改变失谐参量 α 。结果显示， α 的值改变导致腔内最终稳定光场的分布发生变化，光场分布不再是一个反向的高斯脉冲的形状，它的底部变的平坦，随着 α 的增大，底部平坦的区域也增大。此外，在微腔参数保持不变的情况下，讨论泵浦参数 F 对腔内光场的影响，结果如图 4.4.17 所示。 F 过大或者过小都会导致腔内的光场最终演化成直流分布， F 仅在一定范围内才能维持暗孤子的存在。因而，泵浦功率的选择对 Kerr 光频梳的产生十分重要。

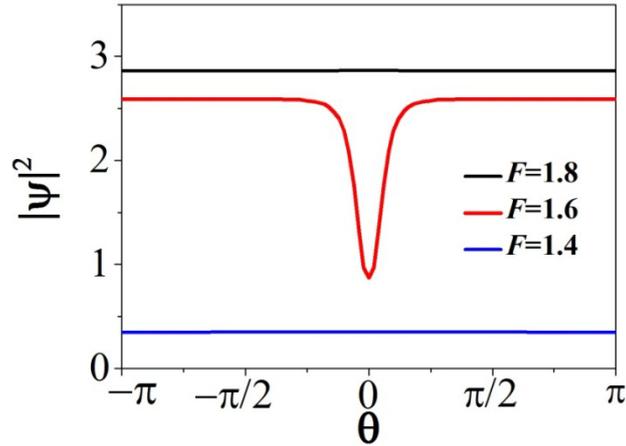


图 4.4.17 泵浦参数 F 对腔内光场分布的影响。初始光场 $\psi_0=1.5\text{-exp[-}(\theta/0.9)^2]$ ，失谐参量 $\alpha=2.5$ ，色散值 $\beta=0.0125$ 。

4.5 小结

本章首先讨论了拉锥光纤与光学微腔耦合的模式特性，分析得到拉锥光纤与光学微腔之间存在三种耦合状态，只有在临界耦合时，耦合效率才会达到最大。此外，我们建立了光场在微腔内演化的模型 LLE，并采用分步傅立叶法求解 LLE，得到微腔中光场的演化过程。并分别讨论了负色散和正色散情况下，微腔参数和泵浦参数对腔内光场的影响。

研究结果表明，在负色散的微腔中，腔内最终达到稳态时的光场分布和腔内的初始光场有关。当初始光场为随机噪声时，在腔内可存在多个均匀分布的脉冲，光谱上表现为频率间隔为多个 FSR 的梳状光谱，并且泵浦参数 F 的增加会导致腔内脉冲个数增加，失谐参量 α 的增加和色散系数 β 的减小都会导致腔内脉冲个数的减少。在腔内初始光场为高斯脉冲的情况下，选取合适的微腔参数与泵浦参数，可在腔内产生稳定的亮孤子，此时在频域上得到的是频率间隔为 FSR 的梳状光谱。失谐参量 α 和色散系数 β 增加使得亮孤子有更高的峰值功率。当泵浦参数 F 增加到一定程度后，腔内的光场逐渐分裂成一系列等间距的脉冲。此外，微腔的色散值过小还会导致腔内产生混沌的现象。

在正色散的微腔中，特定参数的微腔内无法存在稳定的亮孤子，初始的高斯形式的光场最终会演化称为直流分布。但在一定条件下可以有稳定的暗孤子存在于腔内，并且随着色散系数 β 的增加，暗孤子的脉宽会增加；而失谐参量 α 的增加会使暗孤子的形状发生变化。此外，泵浦参数 F 过大或者过小都会导致腔内的暗孤子演化成直流形式的光场。

参考文献

- [1] T. Steinmetz, T. Wilken, C. Araujo-Hauck, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, L. Pasquini, A. Manescau, S. D'Odorico, M. T. Murphy, T. Kentischer, W. Schmidt, and T. Udem, "Laser frequency combs for astronomical observations," *Science*, 2008, 321(5894): 1335~1337.
- [2] J. Pfeifle, M. Laueremann, D. Wegner, V. Brasch, T. Herr, K. Hartinger, J. Li, D. Hillerkuss, R. Schmogrow, R. Holzwarth, W. Freude, J. Leuthold, T. J. Kippenberg, and C. Koos, "Coherent data transmission with microresonator Kerr frequency combs," *Nat. Photon.*, 2013, 8(5): 375~380.
- [3] M. L. Gorodetsky, A. D. Pryamikov, and V. S. Ilchenko. "Rayleigh scattering in high-Q microspheres," *J. Opt. Soc. Am. B*, 2000, 17(6):1051~1057.
- [4] H. A. Haus, "Waves and Fields in Optoelectronics," *Optica Acta International Journal of Optics*, 1984, 32(7):748.
- [5] D. W. Vernooy, V. S. Ilchenko, H. Mabuchi, E. W. Streed, and H. J. Kimble. "High-Q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared," *Opt. Lett.*, 1998, 23(4): 247~249.
- [6] K. Srinivasan, P. E. Barclay, O. Painter, J. Chen, A. Y. Cho, and C. Gmachl, "Experimental demonstration of a high-Q photonic crystal microcavity," *Appl. Phys. Lett.*, 2003, 83(10): 1915~1917.
- [7] Y. Akahane, T. Asano, B. S. Song, and S. Noda, "High-Q photonic nanocavity in a twodimensional photonic crystal," *Nature*, 2003, 425: 944~947.
- [8] J. Vuckovic, M. Loncar, H. Mabuchi, and A. Scherer, "Design of photonic crystal microcavities for cavity QED." *Phys. Rev. E*, 2001, 65(1): 016608.
- [9] M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, "High-Q optical whispering-gallery microresonators: precession approach for spherical mode analysis and emission patterns with prism couplers," *Opt. Commun.*, 1994, 113:133~143.
- [10] V. S. Ilchenko, X. S. Yao, and L. Maleki, "Pigtailing the high-Q microsphere cavity: a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes," *Opt. Lett.*, 1999, 24(11):723~725.
- [11] M. Peccianti, A. Pasquazi, Y. Park, B. E. Little, S. T. Chu, D. J. Moss, and R. morandotti, "Demonstration of a stable ultrafast laser based on a nonlinear microcavity," *Nature Communication*, 2012, 3:1~6.
- [12] T. Carmon, and K. J. Vahala, "Visible continuous emission from a silica microphotonic device by third-harmonic generation," *Nature Phys.*, 2007, 1~6.
- [13] A. Yariv. *Optical Electronics in Modern Communications*[M]. Oxford University Press, New York, 5 edition, 1997.

- [14] M. L. Gorodetsky and V. S. Ilchenko, "Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering gallery modes" *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, 16:147.
- [15] D. Pascal, B. Katja, S. B. Papp, and S. A. Diddams, "Self-injection locking and phase-locked states in microresonator-based optical frequency combs," *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 112(4):147~241.
- [16] Y. K. Chembo and N. Yu, "Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering-gallery-mode resonators," *Phys. Rev. A*, 2010, 82(3):918~923.
- [17] A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, W. Liang, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, "Mode-locked Kerr frequency combs," *Opt. Lett.*, 2011, 36(15):2845~2847.
- [18] I. H. Agha, Y. Okawachi, and A. L. Gaeta, "Theoretical and experimental investigation of broadband cascaded four-wave mixing in high-Q microspheres," *Opt. Express*, 2009, 17(18):16209~16215.
- [19] L. A. Lugiato, and R. Lefever, "Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems," *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 25(58):2209~2211.
- [20] S. Coen, and M. Erkintalo, "Universal Scaling Laws of Kerr Frequency Combs," *Opt. Lett.*, 2013, 38(11):1790~1792.
- [21] P. Parra-Rivas, D. Gomila, M. A. Matias, S. Coen, L. Gelens, "Dynamics of localized and patterned structures in the Lugiato-Lefever equation determine the stability and shape of optical frequency combs," *Phys. Rev. A*, 2014, 89:043813.
- [22] A. Coillet, R. Henriët, P. Salzenstein, K. Phan-Huy, L. Larger, and Y. K. Chembo, "Time-domain Dynamics and Stability Analysis of Optoelectronic Oscillators based on Whispering-Gallery Mode Resonators," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2013, 19(5):798~806.
- [23] S. Coen, H. G. Randle, T. Sylvestre, and M. Erkintalo, "Modeling of octave-spanning Kerr frequency combs using a generalized mean-field Lugiato-Lefever model," *Opt. Lett.*, 2013, 38(1): 37~39.
- [24] Y. K. Chembo, C. R. Menyuk, "Spatiotemporal Lugiato-Lefever formalism for Kerr-comb generation in whispering-gallery-mode resonators," *Phys. Rev. A*, 2014, 87:053852.
- [25] S. Coen, and M. Haelterman, "Continuous-wave ultrahigh-repetition-rate pulse-train generation through modulational instability in a passive fiber cavity," *Opt. Lett.*, 2001, 26:39~41.
- [26] T. Hansson, D. Modotto, and S. Wabnitz, "Dynamics of the Modulational Instability in Microresonator Frequency Combs," *Phys. Rev. A*, 2013, 88:023819.
- [27] C. Godey, I. V. Balakireva, A. Coillet, and Y. K. Chembo, "Stability analysis of the spatiotemporal Lugiato-Lefever model for Kerr optical frequency combs in the anomalous and

normal dispersion regimes,” *Phys. Rev. A*, 2014, 89:063814.

[28] 张利斌, 陈少武, 克尔微腔光频梳理论分析模型及多波长光源应用探讨[J], *激光与光电子学进展*, 2014, 51: 110008。

[29] T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Y. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators,” *Nat. Photonics*, 2012, 6:480~487.

[30] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Temporal solitons in optical microresonators,” *Nat. Photonics*, 2013, 8:145~152.

[31] T. And, A. Boccaletti, C. Grebogi, Y. C. Lai, H. Mancini, and D. Maza, “The control of chaos: theory and applications,” 2000, *Physics Reports*, 329(3):2000.

[32] Y. K. Chembo, D. V. Strekalov, and Y. Nan, “Spectrum and dynamics of optical frequency combs generated with monolithic whispering gallery mode resonators,” 2010, *Phys. Rev. Lett.*, 104(10): 103902.

[33] L. Deych, “Comment on ‘Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering-gallery-mode resonators’,” *Phys. Rev. A*, 2011, 84(1):017801.

[34] N. Akhmediev and E. Pelinovsky, *Rogue Waves—Toward a Unifying Concept [M]*, 2010.

第五章 混合泵浦下微腔内光场演化理论研究

在 4.4 节中，我们研究了一个高斯脉冲在连续光泵浦的作用下，在正色散微腔中的演化过程。其结果是高斯光场逐渐衰减为直流形式的光场分布，如图 4.4.13 所示。由此可以说明，仅由连续光泵浦难以在腔内产生亮孤子脉冲。为了在正色散的微腔中产生高斯形的光场分布，我们考虑采用连续光与周期性脉冲同时对微腔进行泵浦，并通过建立混合泵浦下微腔内光场演化的模型，分析各参数对光场分布的影响。

5.1 混合泵浦下微腔内光场演化的理论模型

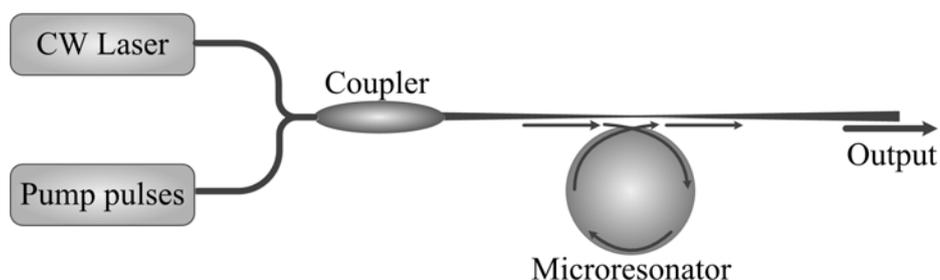


图 5.1.1 连续光和脉冲光对微腔进行混合泵浦的实验结构图。

连续光和周期性的脉冲光同时对微腔泵浦的实验结构如图 5.1.1 所示。连续光和脉冲光通过耦合器同时输入到拉锥光纤中，选取拉锥光纤与微腔间合适的距离，将连续光和脉冲光耦合进入微腔中。

目前，一些文献中理论和实验研究了连续光和脉冲同时注入的情况^[1,2]。但在这些研究中，脉冲光和连续光通过耦合器耦合之后，经过较长的光纤（90 m）发生相互作用，脉冲光对连续光起到相位调制的作用，被调制后的连续光在腔内产生孤子，而泵浦脉冲光由腔内的 WDM 输出，没有在腔内循环。因此，对于这种情况，脉冲光只是起到诱导产生腔孤子的作用，并不包含在 LLE 中，使用 LLE 模拟时，只需要将泵浦的连续光加上相位调制项，而不需要在方程中考虑泵浦的脉冲光。

本文中连续光和周期性脉冲混合泵浦的情形于上述情况不同。我们假定泵浦脉冲的中心波长和连续光的中心波长相同。由于泵浦的脉冲光和连续光通过拉锥光纤耦合进入微腔，而拉锥光纤的长度是非常短的，因此可以忽略脉冲光

和连续光在拉锥光纤中的相互作用，认为在进入微腔之前脉冲光和连续光是独立传播的。在此，引入 4.1.2 节中介绍的参数，微腔的自由光谱范围 FSR，它定义为光在腔内传播一周所用时间的倒数，即 $FSR=1/t_R$ ，其中 t_R 是光在微腔内循环一周的时间。目前，周期性的脉冲主要是由锁模激光器产生的，包括主动锁模激光器^[3,4]和被动锁模激光器^[5,6]，它们输出的脉冲频率大多为 MHz~GHz 量级，一般小于微腔的 FSR。因此，在本文中，我们假设微腔的自由光谱范围 FSR 是泵浦脉冲重复频率 f 的整数倍，即 $f=FSR/m$ ，其中 m 是任意整数。这样，微腔内的光场循环 m 圈之后，就会有一个泵浦脉冲输入，叠加在腔内原有的光场上。而在第一个泵浦脉冲耦合进入微腔之后，到下一个泵浦脉冲进入微腔之前，这段时间内腔内光场的变化可以由 LLE 描述。以此模型为基础，仍然采用分步傅立叶法求解 LLE，分别讨论负色散和正色散两种情况下，微腔内光场的演化。

5.2 混合泵浦下正色散微腔内光场的演化

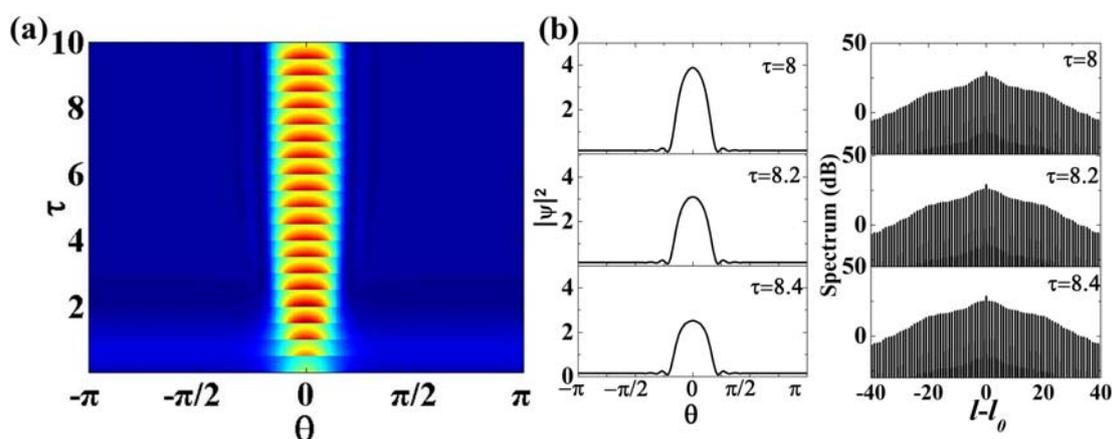


图 5.2.1(a) 混合泵浦时正色散微腔内光场的演化。微腔参数 $\alpha=2.5$, $\beta=0.012$, 泵浦参数 $F=1$, 初始光场为 $\psi_0=0.5+0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$, 泵浦脉冲光场为 $\psi_m=0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$, 泵浦脉冲的重复频率 $f=FSR/500$; (b) 同一演化周期内三个不同时刻的光场分布和相应光谱。

首先讨论正色散微腔的情况。设定与图 4.4.13 (a)中相同的微腔参数和泵浦参数： $\alpha=2.5$ ， $\beta=0.012$ ， $F=1$ ，设腔内的初始光场为高斯型脉冲 $\psi_0=0.5+0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ 。在连续光泵浦的基础上加入重复频率为 $f=FSR/500$ 的泵浦脉冲 $\psi_m=0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ ，光场演化的结果如图 5.2.1 (a)所示。经过一段时间的演化后，腔内光场呈稳定的周期性变化，且变化周期等于泵浦脉冲的周期。选取同一变化周期内的三个不同时刻，分别绘制其光场分布和相对应的光谱，

如图 5.2.1 (b)所示，其光谱为梳状，模式间的频率间隔均为 FSR，腔内有 Kerr 光频梳产生。因此，在连续光泵浦无法激发 Kerr 光频梳的情况下，可以使用混合泵浦的方式使腔内存在脉冲形式的光场。虽然混合泵浦的方式导致光场的强度随时间变化，但是其光谱成分是稳定的。而光频梳多用于精密测量领域中，这些应用领域都要求光频梳的光谱成分稳定，而对于光强的稳定没有特别的要求，混合泵浦下导致的微腔光场不稳定，对它的实际应用影响不大。

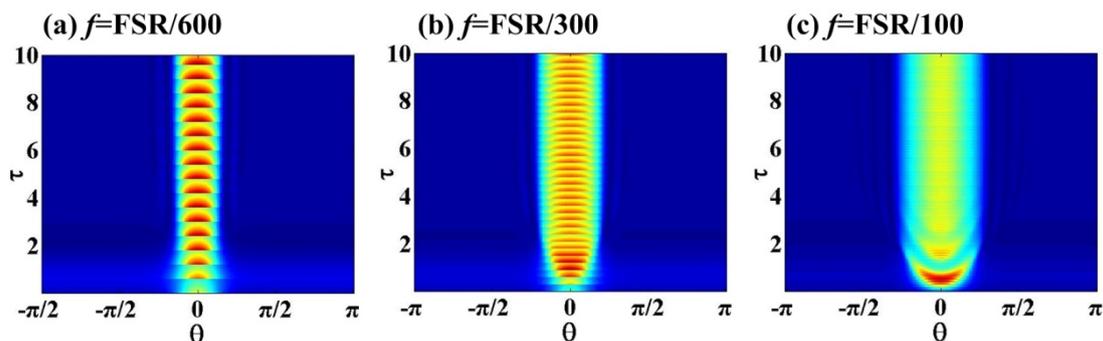


图 5.2.2 不同泵浦脉冲重复频率 f 下腔内光场的变化。

(a) $f=FSR/600$; (b) $f=FSR/300$; (c) $f=FSR/100$ 。

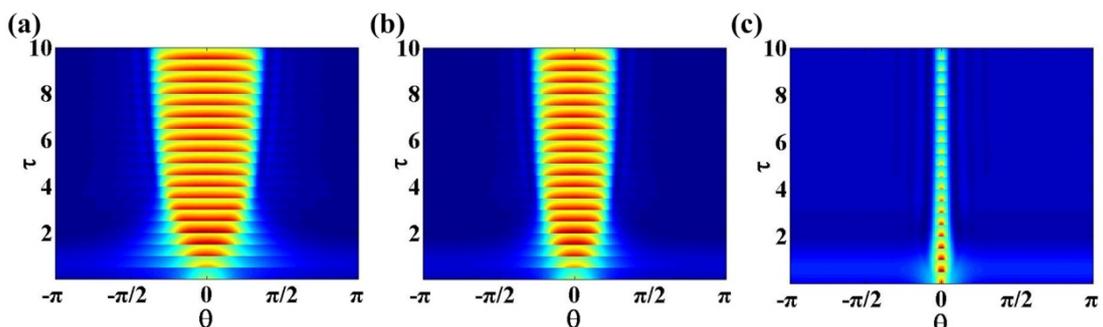


图 5.2.3 不同泵浦脉冲时腔内光场的演化。

(a) $\psi_{in}=0.5\exp[-(\theta/1.5)^2]$; (b) $\psi_{in}=0.5\exp[-\theta^2]$; (c) $\psi_{in}=0.5\exp[-(\theta/0.1)^2]$ 。

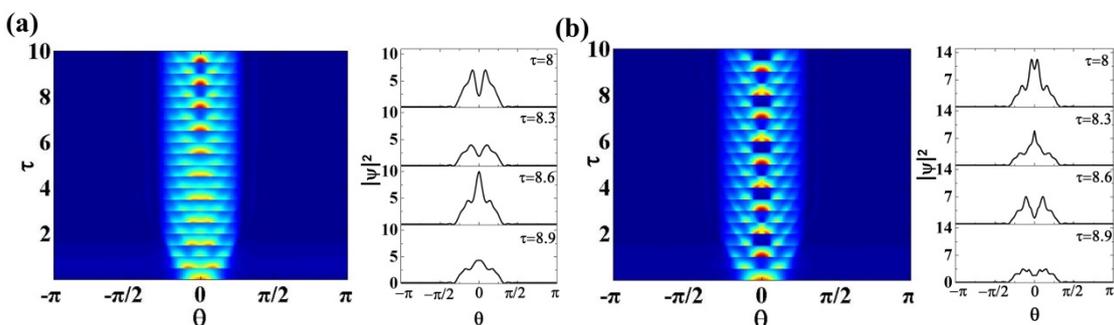


图 5.2.4(a) 泵浦脉冲为 $\psi_{in}=2\exp[-(\theta/0.5)^2]$ 时腔内光场的演化; (b) 图(a)中不同时刻的光场分布; (c) 泵浦脉冲为 $\psi_{in}=2.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ 时腔内光场的演化; (d) 图(c)中不同时刻的光场分布。

接下来讨论连续光与脉冲混合泵浦时，各项参数对腔内光场的影响。在图 5.2.1 的基础上，改变泵浦脉冲的重复频率 f ，随着 f 的增加，腔内光场稳定变化的频率也增加，如图 5.2.2 所示。泵浦脉冲重复频率的增加并未引起腔内发生非线性效应，光场变化的频率始终和入射脉冲的重复频率一致。由图中可以看出，入射脉冲的重复频率越高，腔内的光场相对更加稳定，这对于实际应用是非常有意义的。接下来，保持泵浦脉冲的重复频率 $f = \text{FSR}/500$ ，变化泵浦脉冲宽度，光场变化如图 5.2.3 所示。腔内脉冲宽度正比于泵浦的脉冲宽度。因此，腔内光场在保持单脉冲的情况下，可以通过控制泵浦脉冲的脉宽来调节微腔内脉冲的脉宽，泵浦脉冲的宽度越窄，腔内越容易形成脉宽较窄的脉冲。图 5.2.4 说明了泵浦脉冲的振幅对腔内光场的影响。当泵浦脉冲的振幅增加时，腔内光强增大导致非线性作用发生，腔内的光场出现了脉冲分裂的现象，可以观察到两个或者多个峰值。因此，为了保持腔内光场是单脉冲的形式，泵浦脉冲的振幅需要被控制在一定范围内。

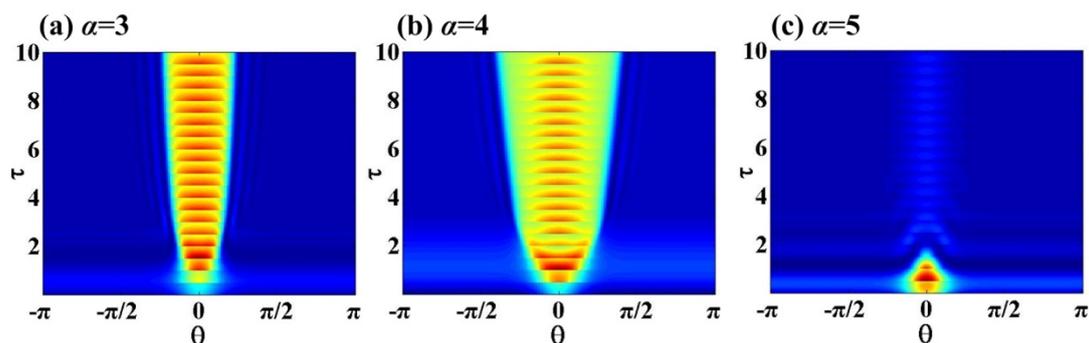


图 5.2.5 微腔的失谐参量 α 对光场演化的影响。(a) $\alpha=3$ ；(b) $\alpha=5$ ；(c) $\alpha=8$ 。

此外，微腔的失谐参量 α 也会对光场的演化产生影响。由于 α 表示的是微腔的损耗，因此为了更明显的说明 α 对光场的影响，在这里我们将直流泵浦的参数 F 设定为 2。在图 5.2.5(a) 和 (b) 中，随着腔内损耗增强，腔内的脉冲光场发生明显的展宽的现象。在图 5.2.5(c) 中，由于腔内的损耗太大，导致了光场衰减成峰值功率相对较弱的分布形式。

5.3 混合泵浦下负色散微腔内光场的演化

在本节中，将分析混合泵浦条件下，负色散微腔中光场的演化。4.4.1 节中讨论了连续光泵浦负色散的微腔，当腔内的非线性效应和色散达到平衡时，腔

内有亮孤子产生，平衡过程主要影响孤子的形状，而孤子脉冲的振幅是由腔内增益和损耗之间的平衡决定的。若减小失谐参量 α ，腔内的平衡状态被破坏，无法形成稳定的亮孤子。如图 5.3.1 所示， $\alpha=0.5$ 时，初始的高斯脉冲在腔内衰减为直流形式的光场，此时色散系数为负值， $\beta=-0.01$ 。可见，当 α 较小时，负色散的微腔中无法产生 Kerr 光频梳。在此基础上，加入周期性的脉冲对微腔进行泵浦，结果如图 5.3.2(a)所示。光场在腔内保持脉冲分布，并且有稳定的变化周期，说明这种状态下腔内的非线性效应和色散间的相互作用达到平衡。图 5.3.2(b)是图(a)中同一变化周期内三个不同时刻光场的分布。在 $\tau=8.4$ 时刻，尽管在光场分布上出现了两个对称的“肩膀”，但是在频域上仍然是频率间隔相等的梳状光谱。

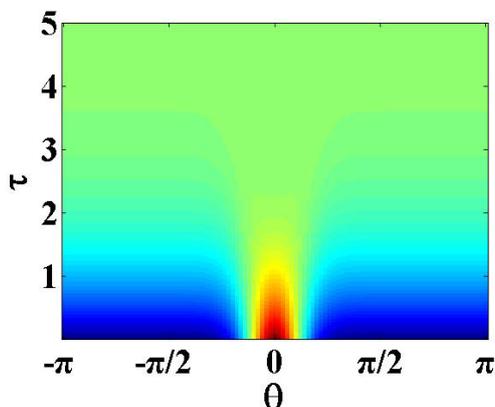


图 5.3.1 连续光泵浦时负色散的微腔中光场的演化。微腔参数 $\alpha=0.5$ ， $\beta=-0.01$ ，泵浦参数 $F=0.8$ ，初始光场 $\psi_0=0.5+0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ 。

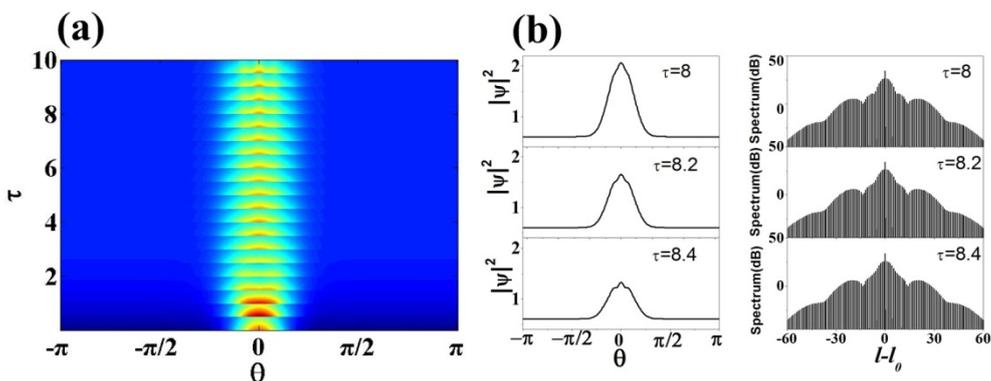


图 5.3.2(a) 混合泵浦时负色散微腔内光场的演化。微腔参数 $\alpha=0.5$ ， $\beta=-0.01$ ，泵浦参数 $F=0.8$ ，泵浦脉冲的重复频率 $f=FSR/500$ ，泵浦脉冲 $\psi_{in}=0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ ，初始光场 $\psi_0=0.5+0.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$ 。(b) 同一演化周期内三个不同时刻的光场分布和相应光谱。

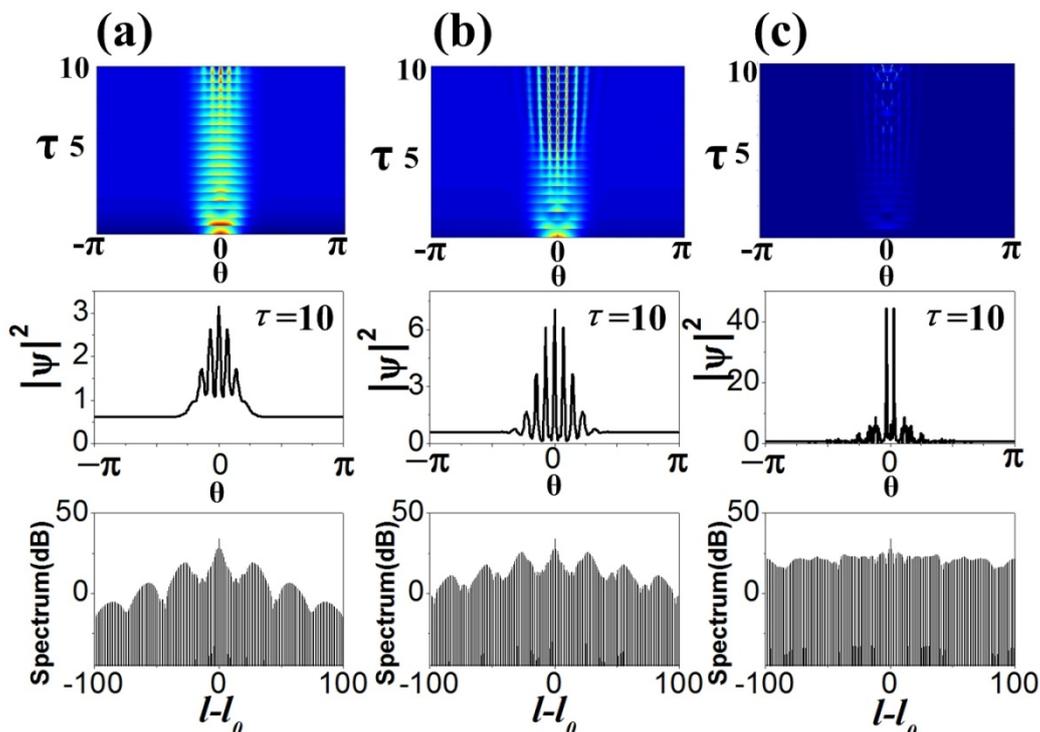


图 5.3.3 不同的泵浦脉冲振幅对应的腔内光场演化、光场分布以及光谱。

(a) $\psi_m = \exp[-(\theta/0.5)^2]$; (b) $\psi_m = 1.5\exp[-(\theta/0.5)^2]$; (c) $\psi_m = 2\exp[-(\theta/0.5)^2]$ 。

首先讨论泵浦脉冲振幅对光场演化的影响。在仿真中，只改变泵浦脉冲振幅一个参数，其余参数和图 5.3.1 中完全一样。将泵浦脉冲振幅分别增加到 1、1.5 和 2，其对应的光场如图 5.3.3 所示。此外，图 5.3.3 中还绘制了 $\tau=10$ 时光场的分布图。在图 5.3.3(a) 中，泵浦脉冲的表达式为 $\psi_m = \exp[-(\theta/0.5)^2]$ ，脉冲在腔内逐渐分裂出 5 个峰值，而在频域上，梳状光谱在强度上出现了非常明显的慢调制。当泵浦脉冲的振幅增加到 2 时，腔内的光场分裂产生了 7 个峰值，如图 5.3.3(b) 所示。随着振幅的增大，由于非线性效应增强，稳定的电磁场分布无法维持，腔内仅存在一些杂乱无章的光场，没有明显的分布规律，如图 5.3.3(c) 所示，光谱上慢调制的现象也消失。

接下来，讨论泵浦脉冲重复频率对光场演化的影响。在改变泵浦脉冲重复频率时，始终假设微腔的 FSR 是泵浦脉冲重复频率 f 的整数倍。我们不断增加泵浦脉冲的重复频率，结果如图 5.3.4 所示。当 $f = \text{FSR}/600$ 时，光场仍然能够维持单脉冲的形式。随着 f 的增加，腔内聚集更多的能量，导致光场分裂为多峰值的形式，如图 5.3.4(b)。当 f 增加到一定程度，腔内不再有周期性变化的光场，光场最终演化成没有规律的形式，如图 5.3.4(c)。

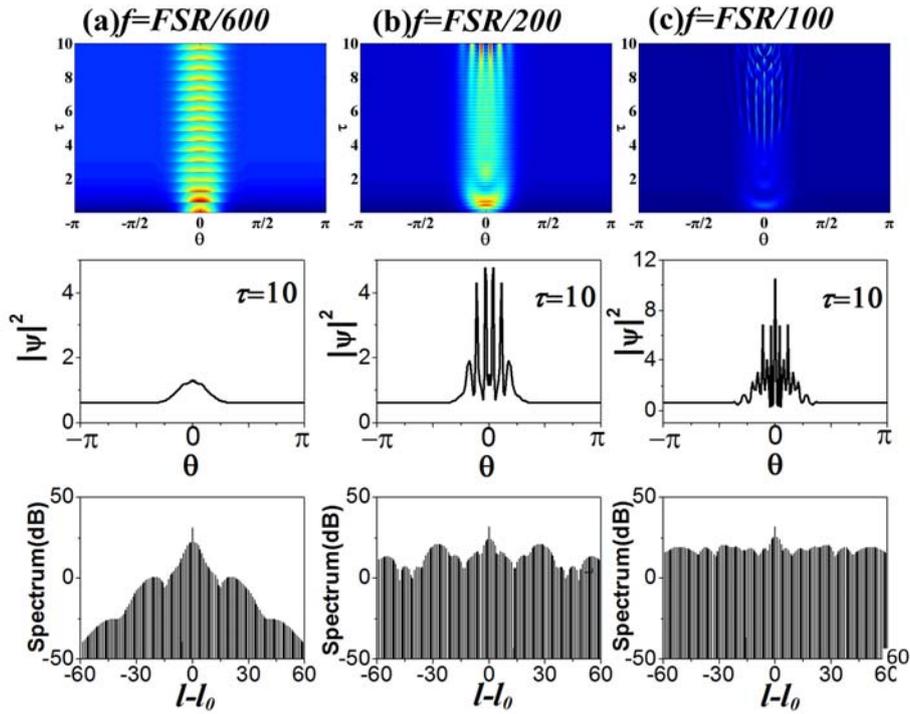


图 5.3.4 不同的泵浦脉冲重复频率对应的腔内光场演化、腔内的光场分布以及光谱。

(a) $f=FSR/1000$; (b) $f=FSR/200$; (c) $f=FSR/100$ 。

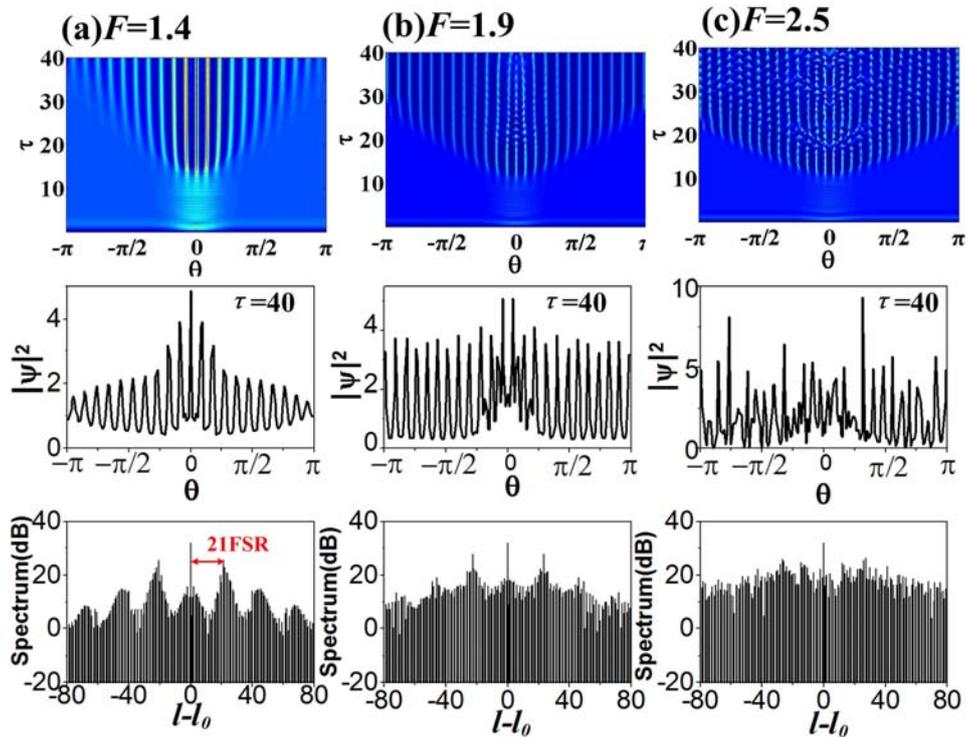


图 5.3.5 不同的连续光泵浦功率对应的腔内光场演化、腔内的光场分布以及光谱。

(a) $F=1.4$. (b) $F=1.9$. (c) $F=2.5$.

除此以外，在混合泵浦的条件下，连续光的泵浦参数 F 对微腔光场分布也有着重要影响。不同 F 的值对用的光场演化如图 5.3.5 所示，其它参数的设置和图 5.3.1 中的参数一样。图 5.3.5(a)和(b)显示，当泵浦的连续光功率较高时，腔内的光场逐渐分裂成一系列等间距的脉冲，并且最终在腔内达到了稳定的状态。在频域上，梳状的光谱有非常明显的强度调制，相邻两个峰值之间的频率间隔是微腔 FSR 的 21 倍，这也等同于腔内的脉冲个数。当连续光的泵浦功率更高时，初始的高斯脉冲演化成无规则的杂乱分布，这就是和图 5.2.5 中一样的混沌光场。这样的光场虽然随时间变化是没有规律的，但是它会始终存在于微腔之中。

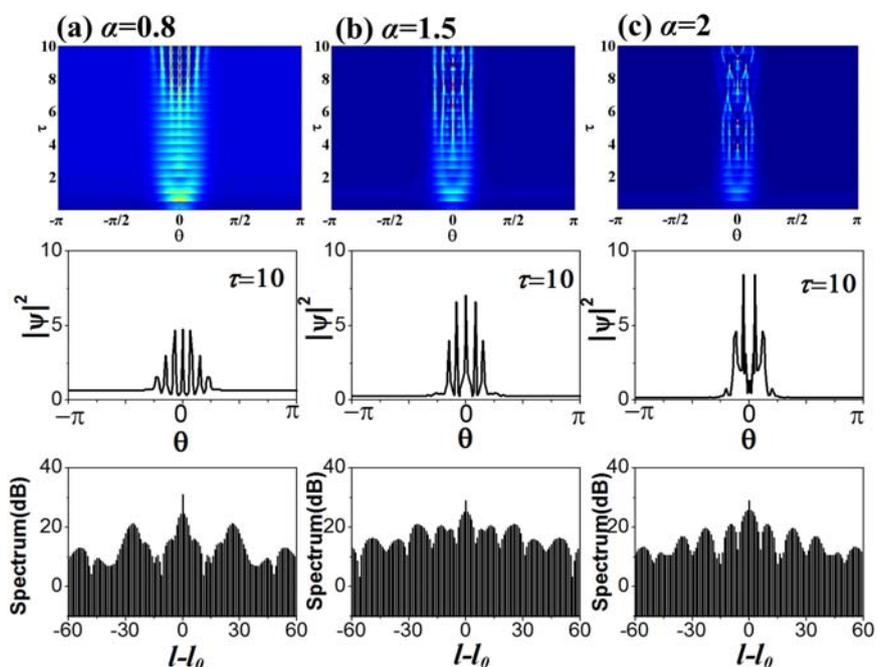


图 5.3.6 不同的微腔失谐参量 α 对应的腔内光场演化、光场分布以及光谱。

(a) $\alpha=0.8$; (b) $\alpha=1.5$; (c) $\alpha=2.5$ 。

失谐参量 α 不同时，腔内光场的形式也会受到影响，如图 5.3.6 所示。当 α 增大到 0.8 时，光场分裂出 7 个峰值。当失谐参量更大时，腔内无法存在稳定的光场。这与连续光泵浦的情况不同，仅采用连续光泵浦时，只有满足 $\alpha > \sqrt{3}$ 时，腔内才能存在稳定的亮孤子。但是对于混合泵浦，由于腔内非线性作用过强， α 值过大会导致脉冲的分裂。因此在混合泵浦的情况下，需要使用失谐参量小的微腔。

5.4 小结

在本章中，我们仍然以 LLE 模型为基础，使用分步傅立叶法，研究了连续光与脉冲光混合泵浦的情况下微腔内光场随时间的演化。研究结果显示，在正色散的微腔中，采用混合泵浦可以在腔内形成脉冲形式的光场分布，弥补了连续光泵浦无法在腔内产生亮孤子的不足。此外，我们还通过模拟不同微腔参数和泵浦参数条件下光场的演化，讨论了混合泵浦下这些参数对光场的影响。

在正色散的微腔中，泵浦脉冲的重复频率越高，腔内的光场越稳定，而泵浦脉冲的振幅过高，会导致腔内的脉冲发生分裂。微腔失谐参量 α 的增加会导致脉冲展宽以及脉冲能量降低。

在负色散的微腔中，泵浦脉冲的振幅和重复频率增加，均会引起腔内的脉冲分裂成多个峰值的形式。连续光泵浦功率的提高，导致腔内出现一系列等间距的脉冲，甚至出现混沌的现象。微腔的失谐参量 α 过大也会导致腔内光场的分裂。

参考文献

- [1] F. Leo, L. Gelens, P. Emplit, M. Haelterman, and S. Coen, "Dynamics of one-dimensional Kerr cavity solitons," *Opt. Express*, 2013, 21(7): 9180~9191.
- [2] F. Leo, S. Coen, P. Kockaert, S. P. Gorza, P. Emplit, and M. Haelterman, "Temporal cavity solitons in one-dimensional Kerr media as bits in an all-optical buffer," *Nat. Photonics*, 2010, 4: 471~476.
- [3] 宋方, 徐文成, 申民常, 刘颂豪, 王可, 杨淑雯, 主动锁模飞秒光纤激光器[J], *中国激光*, 2008, 35(3): 347~350.
- [4] 娄采云, 李玉华, 高以智, 自稳定工作 10GH 主动锁模光纤激光器[J], *光电子激光*, 2000, 11(3): 224~226.
- [5] 刘东峰, 陈国夫, 王贤华, 自起振被动锁模 Er^{3+} 光纤环形腔孤子激光器的实验研究[J], *中国科学*, 1999, 29(7): 656~661.
- [6] 王旌, 张洪明, 张鋈, 姚敏玉, 基于饱和吸收镜的被动锁模光纤激光器[J], *中国激光*, 2007, 34(2): 163~165.

第六章 工作总结与展望

6.1 论文的主要研究成果及创新

本论文首先对基于全保偏飞秒锁模光纤激光器的联动双光频梳进行了实验研究，成功搭建了全保偏飞秒光纤光频梳系统，并在单个光频梳频率和相位锁定的基础上，实现了双光频梳频率与相位的联动。此外，针对新型的基于光学微腔的 Kerr 光频梳进行了理论研究和分析。本文中主要完成了以下几个方面的工作：

1. 基于全保偏锁模光纤激光器的飞秒光频梳的研究

采用全保偏的方案搭建了飞秒光纤光频梳系统。通过采用光延迟线，实现了光频梳的重复频率在 49.5MHz~50.5MHz 范围内连续可调。采用反馈控制的方法将 f_r 和 f_{ceo} 分别锁定到微波信号源上，同时为保证系统的长期稳定性，使用原子钟作为微波信号源的外部参考信号。光频梳锁定后， f_r 和 f_{ceo} 记数的标准差分别达到 213 μ Hz 和 2.43mHz(记录时间间隔 1s)， f_r 和 f_{ceo} 的频率稳定度分别为 3×10^{-10} (1s) 和 4×10^{-12} (1s)，测得 f_r 和 f_{ceo} 积分相位噪声分别为 1mrad 和 0.5rad。

2. 全保偏飞秒双光梳联动的研究

针对双光频梳在绝对距离测量中的应用，分别研究了飞秒双光梳 f_r 和 f_{ceo} 的联动。搭建了两套独立的跟踪反馈控制电路，拍频得到两台光频梳 f_r 和 f_{ceo} 之间的差 Δf_r 和 Δf_{ceo} ，分别将 Δf_r 和 Δf_{ceo} 锁定微波参考信号上，以此实现双光梳间的联动。根据理论分析，选用相关系数作为评价双光梳联动特性的参数。当双光梳间实现联动后， f_r 和 f_{ceo} 的相关系数可分别达到 0.99 和 0.98。测量 Δf_r 信号的相位噪声，在频率 0.1Hz~100Hz 范围内，积分相位噪声小于 0.3mrad。双光梳的 f_{ceo} 信号最终积分相位噪声分别为 0.5rad 和 0.7rad。此外，我们将联动的双光梳系统成功地应用于测距实验中，测距精度可达到亚微米量级。

3. 基于光学微腔的 Kerr 光频梳的研究

建立了光场在微腔内演化的模型 LLE，并采用分步傅立叶法求解 LLE，分析微腔中光场的演化过程。在负色散的微腔中，腔内初始光场为高斯脉冲，选取合适的微腔参数与泵浦参数，可在腔内产生稳定的亮孤子，此时在频域上得

到的是频率间隔为 FSR 的梳状光谱。失谐参量 α 和色散系数 β 增加使得亮孤子有更高的峰值功率。在正色散的微腔中，腔内无法存在稳定的亮孤子，初始的高斯形式的光场最终会演化称为直流分布。但在一定条件下可以有稳定的暗孤子存在于腔内，并且随着色散系数 β 的增加，暗孤子的脉宽会增加；而失谐参量 α 的增加会使暗孤子的形状发生变化。

4. 混合泵浦下微腔内光场演化的研究

以 LLE 模型为基础，使用分步傅立叶法求解，研究了连续光与脉冲光混合泵浦的情况下微腔内光场随时间的演化。在正色散的微腔中，采用混合泵浦可以在腔内形成脉冲形式的光场分布，弥补了连续光泵浦在腔内无法存在亮孤子的不足。此外，泵浦脉冲的重复频率越高，腔内的光场越稳定，而泵浦脉冲的振幅过高，会导致腔内的脉冲发生分裂。微腔失谐参量 α 的增加会导致脉冲展宽以及脉冲能量降低。在负色散的微腔中，泵浦脉冲的振幅和重复频率增加，均会引起腔内的脉冲分裂成多个峰值的形式。连续光泵浦功率的提高，导致腔内出现一系列等间距的脉冲，甚至出现混沌的现象。

本论文理论与实验的研究成果，对联动双光纤光频梳技术以及基于光学微腔的 Kerr 光频梳的研究有重要意义。论文的主要创新点如下：

1. 为提高联动双光频梳系统的稳定性以及实用性，光频梳采用了全保偏的光纤结构，填补了国内对全保偏光纤光频梳技术研究的空白，通过采用光延迟线，实现了光频梳重复频率大范围($\sim 1\text{MHz}$)可调；

2. 通过搭建两套独立的跟踪反馈控制电路，实现了基于全保偏光纤锁模激光器的双光频梳系统的联动，减小了双光频梳间的相对抖动，提高了双光频梳系统的稳定性；

3. 对多种情况下双光频梳间的联动特性进行了实验研究，实验结果显示，联动的双光频梳间 f_r 和 f_{ceo} 的相关系数最高可分别达到 0.99 和 0.98；

4. 在 LLE 模型的基础上，对正色散和负色散光学微腔内的光场分布进行了理论研究，分别得到腔内存在稳定的亮孤子、暗孤子、多孤子、多脉冲以及混沌形式的光场分布；

5. 针对在某些参数的微腔中，仅使用连续光泵浦在腔内无法产生亮孤子的情况，提出了采用周期性脉冲与连续光混合泵浦，并理论分析了混合泵浦条件

下，泵浦参数以及微腔参数对腔内光场分布的影响。

6.2 对未来工作的展望

基于光纤锁模激光的飞秒光频梳和基于光学微腔的 Kerr 光频梳在精密测量以及微波光子学等领域有非常广泛的应用。这些应用都是以光频梳的高稳定性为基础的，因此，将来的工作需要围绕提高光频梳的频率稳定性、相位稳定性、工作稳定性、环境适应性等方面开展工作，主要有下面几个方面：

1. 目前的光纤光频梳系统采用的是原子钟作为频率标准，使用稳定的连续激光器取代原子钟作为新的频率参考，可以在光频上对 f_r 和 f_{ceo} 进行反馈控制，可极大地减小 f_r 和 f_{ceo} 信号的相位噪声。此外，对 f_r 和 f_{ceo} 的反馈控制电路进一步优化，降低 f_r 和 f_{ceo} 探测以及控制过程中产生的噪声，提高系统稳定性；

2. 在飞秒光纤光频梳的振荡器中，除了用于稳频的 PZT 外，再加入另外一个变化范围较大的 PZT，稳频时用于补偿腔长的变化，提高稳定锁定时间；

3. 为方便光纤光频梳的使用，需要进一步减小飞秒光纤光频梳的体积、重量，对系统进行优化设计，研制高集成度的工程化光纤光频梳样机；

4. 结合光纤光频梳的稳相技术和超连续谱产生技术，将光纤光频梳的光谱范围扩展到紫外以及中红外范围，实现超宽光谱范围光学频率梳，为光频梳在精密光谱测量、光频梳光谱成像中的应用奠定基础；

5. 对基于光学微腔的 Kerr 光频梳进行实验研究，通过反馈控制的方法并对其梳状的光谱进行锁定，得到完全稳定的 Kerr 光频梳，并将微腔光频梳应用于微波光子雷达、光子微波发生器等领域。

作者简介及在学期间发表的学术论文与研究成果

作者简介:

1986年10月7日出生于安徽省芜湖市。

2005年9月——2009年6月，在西安电子科技大学技术物理学院获得学士学位。

2009年9月——2011年6月，在西安电子科技大学技术物理学院获得硕士学位。

2012年9月——2016年6月，在中国科学院西安光机所攻读博士学位。

工作经历：2011年7月——2012年8月，在中国电子科技集团第26研究所任职助理工程师。

已发表（或正式接收）的学术论文:

1. Xin Xu, Ye Feng, Yuanshan Liu, Xiaohong Hu, Feitao Li, Ting Zhang, Wei Zhang, Zhi Yang, Zhao Cheng, Wei Zhao, and Yishan Wang, "Linkage of dual frequency combs based on all polarization-maintaining femtosecond fiber lasers," IEEE Photonics Technology Letters, 2015, 27: 2421~2424.

2. Xin Xu, Xiaohong Hu, Ye Feng, Yuanshan Liu, Wei Zhang, Zhi Yang, Wei Zhao, and Yishan Wang, "Theoretical analysis of the electromagnetic field inside the anomalous-dispersion microresonator under synthetical pump," Chinese Physics B, 2016, 25(3):034208.

3. 徐昕, 冯野, 刘元山, 吴冠豪, 王屹山, 魏儒义, 赵卫, 全保偏双飞秒光纤光频梳系统的频率联动特性研究, 光子学报, 已接收。

4. 徐昕, 胡晓鸿, 冯野, 刘元山, 王屹山, 魏儒义, 正色散光学微腔中光场演化过程的研究, 光学学报, 已接收。

5. Ye Feng, Xin Xu, Xiaohong Hu, Yuanshan Liu, Yishan Wang, Wei Zhang, Zhi Yang, Lina Duan, Wei Zhao, and Zhao Cheng, "Environmental-adaptability analysis of an all polarization-maintaining fiber-based optical frequency comb," Optics Express, 2015, 23(13):17549~17559.

6. 参加 "China-Korea-Japan Joint Workshop for Ultrafast Photonics Technology 2015" 国际学术会议, 做报告 "Linked system of dual frequency combs based on all polarization-maintaining femtosecond fiber lasers"。

7. 参加“全国第十七次光纤通信暨第十八届集成光学学术会议(OFCIO 2015)”, 做报告“联动双全保偏飞秒光纤光频梳系统的研究”。

申请或已获得的专利:

发明专利:

1. 《激光系统频率同步系统及同步方法》，申请号：201410503285.0，发明人：刘元山，王屹山，冯野，徐昕，胡晓鸿，张伟，杨直，李飞涛，王向林，赵卫。
2. 《激光系统相位信息同步系统及同步方法》，申请号：201410503398.0，发明人：刘元山，王屹山，冯野，徐昕，胡晓鸿，张伟，杨直，李飞涛，王向林，赵卫。
3. 《全保偏主动跟踪型光纤光频梳源》，申请号：201410363793.3，发明人：王屹山，刘元山，赵卫，冯野，徐昕，胡晓鸿，张伟，杨直，李飞涛，王向林。

实用新型专利:

1. 《激光系统频率同步系统》，专利号：ZL201420560436.1，发明人：刘元山，王屹山，冯野，徐昕，胡晓鸿，张伟，杨直，李飞涛，王向林，赵卫。
2. 《激光系统相位信息同步系统》，专利号：ZL201420560548.7，发明人：刘元山，王屹山，冯野，徐昕，胡晓鸿，张伟，杨直，李飞涛，王向林，赵卫。

参加的研究项目及获奖情况:

参加科技部国家重大科学仪器设备开发专项“新型飞秒激光跟踪仪研发”任务“飞秒激光光源及跟踪转台研发”(2011YQ120022)。