



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

硕士学位论文

正色散微腔宽带孤子光频梳的研究

作者姓名: 郭柳君

指导教师: 王播然 研究员

中国科学院西安光学精密机械研究所

学位类别: 工学硕士

学科专业: 光学工程

培养单位: 中国科学院西安光学精密机械研究所

2020年6月

Studies on broadband soliton optical frequency comb in
normal-dispersion microcavity

A thesis submitted to
University of Chinese Academy of Sciences
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Science of Engineering
in Optical Engineering

By

Guo Liujun

Supervisor: Professor Wang Leiran

Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,
Chinese Academy of Sciences

June 2020

中国科学院大学
研究生学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名： 
日期： 2020.5.27

中国科学院大学
学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究成果公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名： 
日期： 2020.5.27

导师签名： 
日期： 2020.5.27

科研道德声明

秉承研究所严谨的学风与优良的科学道德，本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中所引用的内容都已给予了明确的注释和致谢。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了致谢。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

论文作者签名： 郭柳君 日期： 2020.5.27

知识产权声明

本人完全了解中科院西安光学精密机械研究所有关保护知识产权的规定，即：研究生在所攻读学位期间论文工作的知识产权单位系中科院西安光学精密机械研究所。本人保证离所后，发表基于研究生工作的论文或使用本论文工作成果时必须征得产权单位的同意，同意后发表的学术论文署名单位仍然为中科院西安光学精密机械研究所。产权单位有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；产权单位可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。

(保密的论文在解密后应遵守此规定)

论文作者签名： 郭柳君

导师签名： 王怡

日期： 2020.5.27

日期： 2020.5.27

摘要

微腔孤子光学频率梳（简称光频梳）得益于其高集成和高相干特性，在分子光谱测量与超快精密测距等领域具有重要应用价值。为进一步提升微腔孤子光频梳的性能，需对色散进行优化管理以拓宽频谱，并提高泵浦转换效率从而增强梳齿功率。本论文针对微腔中宽带孤子光频梳的产生机理及动力学过程展开了理论与数值研究，分析了正/负色散微腔中拓宽孤子光谱的方法，实现了一种高转换效率的正色散平顶耗散孤子（Platicons），并进一步探索了单个微腔内正交偏振双光梳产生的物理机制。主要内容与创新点如下：

1、以非线性薛定谔方程（NLSE）为基础推导了微腔光频梳 Lugiato-Lefever 模型，并通过分步傅里叶算法（SSFT）对其数值求解，阐述了基于级联四波混频（FWM）过程的微腔光频梳形成机理、动力学特点以及各项物理参量的影响，为拓宽光谱宽度与增强转换效率提供了理论指导与方法。

2、研究了不同色散类型的微腔宽带孤子光频梳产生方法与物理特征。通过对二阶色散进行优化设计，在近零平坦负色散（ $\beta_2 \sim -10^{-26} \text{ s}^2/\text{m}$ 量级） Si_3N_4 微腔中可实现光谱带宽~700 nm 的亮孤子产生；通过对高阶色散进行管控，基于高阶级联相位匹配激励的色散波可进一步将孤子光谱拓宽至一倍频程（1.2~2.4 μm ）。利用泵浦模式偏移法，在正色散微腔中获得了一种新型的平顶耗散孤子脉冲，其频谱宽度能有效展宽，相比传统的负色散亮孤子实现更高的转换效率（提升约 30%）。

3、基于平顶耗散孤子光频梳的独特优势，在单个正色散微腔中利用交叉相位调制（XPM）效应实现了中红外波段正交偏振双光梳。理论与数值研究表明，TE 偏振主梳可通过 XPM 将能量转移至 TM 偏振次梳，TM 次梳的泵浦功率可从 50 mW 降至 0.1 mW，泵浦失谐可从红失谐区域拓宽至蓝失谐区域；而 XPM 和正色散特性共同作用可导致正交偏振双光梳之间具备更均衡的梳齿能量，有助于高集成、低阈值、平坦化双光梳产生，且对基于拍频的精密测量技术如分子光谱探测等应用领域具有现实意义。

关键词：级联四波混频；微腔光频梳；色散波；平顶耗散孤子；正交偏振双梳

Abstract

Microcavity-based broadband soliton optical frequency combs (OFCs), benefitting from characteristics of integrability and high coherence, are advantageous in a variety of applications, such as molecular spectral detection, precise ultrafast ranging, and so on. To further improve the performance of microcavity-based soliton OFCs, it needs to broaden soliton spectrum by dispersion engineering. Meanwhile, it is necessary to strengthen energy intensity of comb lines by increasing conversion efficiency of pump. In this thesis, theoretical and numerical studies are carried out to discuss physical process and dynamical features of broadband soliton OFCs, and analyze approaches to broaden soliton spectra in anomalous- and normal-dispersion microcavities. Also, flat-topped dissipative solitonic pulses (i.e., platicons) with high conversion efficiency are demonstrated in normal-dispersion microcavity. And based on platicon combs, physical processes of orthogonally-polarized dual combs in a single normal-dispersion microcavity are further investigated. The contents and the innovations are as follows.

Firstly, based on nonlinear Schrödinger equation (NLSE), Lugiato-Lefever model of microcavity-based OFCs and its numerical algorithm (i.e., split step Fourier transform, SSFT) are explained in detail. Spectral broadening principle of microcavity-based OFCs is analyzed through cascaded four-wave mixing (FWM). Also, its dynamical features and influences of key physical parameters are discussed, which helps to provide theoretical guidance for broadening soliton spectra as well as enhancing conversion efficiency of pump.

And then, implementation methods and physical characteristics of broadband soliton OFCs in different types of dispersion microcavities are discussed. By optimizing second-order dispersion, soliton spectrum can reach to ~ 700 nm in Si_3N_4 microcavity with flat near-zero anomalous-dispersion profile ($\beta_2 \sim 10^{-26}$ s²/m). Besides, high-order dispersions can cause cascaded phase match, which excites dispersion wave to broaden

spectrum even with octave spanning (1.2~2.4 μm). Moreover, a new type of flat-topped dissipative solitonic pulses (i.e., platicons) is realized in normal-dispersion microcavity by pump mode shift. Platicon comb can be widened effectively. Meanwhile, its conversion efficiency is almost 30% higher than the anomalous-dispersion competitor.

Finally, based on the unique features of platicon combs, mid-infrared orthogonally polarized dual-comb generation via cross-phase modulation (XPM) effect is realized in a single microcavity with normal dispersion. Numerical and physical investigations suggest that, energy from main platicon comb (TE mode) can transfer into secondary comb (TM mode) assisted by XPM effect. Pump power of TM comb can reduce from 50 mW to 0.1 mW, and its detuned region expands from the red- to blue-detuned region. Also, energy intensities between two polarized combs gets more balanced under the combined actions of normal dispersion and XPM effect. These results could help to dual-comb realization with high integration, low threshold, and good flatness, which are meaningful for precise measurement based on beat frequency technology, such as molecular detection.

Key Words: Cascade FWM, Microcavity-based OFC, Dispersion wave, Platicon, Orthogonally polarized dual combs.

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 光频梳产生方式简介.....	1
1.3 微腔光频梳研究现状.....	2
1.4 宽带微腔光频梳应用领域.....	6
1.5 研究目标与结构安排.....	9
第 2 章 微腔光频梳理论分析	11
2.1 引言.....	11
2.2 微腔光频梳产生机理.....	11
2.3 微腔光频梳理论模型.....	12
2.3.1 LL 模型建立	12
2.3.2 LL 数值计算方法 (SSFT 与 4 阶 R-K)	19
2.4 微腔光频梳动力学过程.....	21
2.5 本章小结.....	24
第 3 章 宽带微腔孤子光频梳产生	25
3.1 引言.....	25
3.2 微环谐振腔色散优化.....	25
3.3 负色散微腔中宽带孤子光频梳产生.....	27
3.3.1 二阶色散调控	27
3.3.2 色散波产生与高阶色散调控	29
3.4 正色散微腔中宽带孤子光频梳产生.....	31
3.4.1 平顶耗散孤子脉冲	31
3.4.2 孤子光频梳转化效率	34
3.5 本章小结.....	35
第 4 章 正色散微腔正交偏振双光梳产生	37
4.1 引言.....	37
4.2 正交偏振双光梳理论模型.....	37
4.3 微腔结构参数与优化设计.....	40
4.4 基于 XPM 效应的正交偏振双光梳产生	41

4.4.1 TE 孤子脉冲产生与物理特性	41
4.4.2 TM 孤子脉冲产生与物理特性	41
4.4.3 泵浦功率与失谐对双光梳的影响	44
4.5 本章小结.....	46
第 5 章 总结与展望	49
5.1 主要研究成果.....	49
5.2 未来工作展望.....	50
参考文献.....	51
附 录 符号与缩略词	59
符 号.....	59
缩略词.....	61
致 谢.....	63
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果	65

图表目录

插图索引

图 1.1 首次实现的高 Q 值微谐振腔	3
图 1.2 首次实现的光参量振荡和微腔光频梳	3
图 1.3 微腔透射谱与单孤子图	4
图 1.4 典型的微腔材料与结构	5
图 1.5 基于微腔光频梳的微波光子滤波器	7
图 1.6 基于微腔光频梳的平行数据传输原理图	7
图 1.7 基于微腔光频梳的激光测距系统	8
图 1.8 微腔双梳光谱仪	9
图 2.1 四波混频示意图	12
图 2.2 基于 ADD-THROUGH 结构的微腔光频梳产生示意图	13
图 2.3 SSFT 算法示意图。	19
图 2.4 归一化泵浦功率 G 与腔内光场能量 P 的关系图	23
图 2.5 反常色散微腔光频梳动力学分布	24
图 3.1 Si_3N_4 微环谐振腔的波导横截面	25
图 3.2 基于有限元法的微腔参数曲线	27
图 3.3 二阶色散对亮孤子的影响	28
图 3.4 具有一个色散波的孤子脉冲和其相应的光频梳	30
图 3.5 具有两个色散波的孤子脉冲和其相应的光频梳	30
图 3.6 基于双泵浦方案的光频梳分析图	31
图 3.7 软/硬激励产生 MI 态时的色散区域分布	32
图 3.8 二阶正色散对平顶耗散孤子的影响	34
图 3.9 微腔孤子光频梳转化效率分析	35
图 4.1 基于正色散微腔的正交偏振双光梳产生	38
图 4.2 TE 孤子脉冲物理特性	41
图 4.3 假设 $V_G^{TE} = V_G^{TM}$, TM 孤子脉冲物理特性	42
图 4.4 考虑 GVM 时 ($V_G^{TE} > V_G^{TM}$), TM 孤子脉冲物理特性	44
图 4.5 泵浦能量对 TM 光频梳转化效率的影响	45

图 4.6 典型的正交偏振双光梳46

表格索引

表 4.1 微腔参数及材料特性仿真值.....40

第 1 章 绪论

1.1 研究背景

光学频率梳（简称光频梳）概念于 20 世纪 70 年代由国外研究学者 O. P. McDuff 和 S. E. Harris 提出，是指时域间隔相等的锁模激光脉冲序列可看作频域间隔相等、相位锁定而幅度不同的梳状光谱^[1]。斯坦福大学的 T. W. Haensch 教授和科罗拉大学的 J. L. Hall 教授在超短锁模激光脉冲与精密频率测量方面做出了卓越贡献，充分证明了超短脉冲梳状光谱的频率等间隔特性，并获得 2005 年诺贝尔物理学奖^[2,3]。光频梳技术结合了激光超短脉冲和激光稳频技术，在 21 世纪激光技术和计量科学领域具有里程碑式的意义。

由于频谱等间隔特性，光频梳成为新型光源，在先进时间/频率测量^[4]、超快测距^[5]、高速通信^[6]、天文光谱校准^[7]、分子探测^[8]等基础科学和工业领域展现出巨大的优势和潜力。随着现代制造工艺的不断提高，微腔具有高 Q 值、强光限能力等特点，从而基于微腔结构的光频梳技术引起了国内外研究人员的广泛关注，并不断得到理论与实验证实。相比于传统光频梳技术，微腔孤子光频梳重复频率高，光谱覆盖范围广，具备良好的稳定性和相干性，尤其适用于分子光谱探测、时间/频率标定等精密测量领域。此外，受益于硅基微纳制造工艺 CMOS 可兼容性，微腔光频梳真正有望成为体积小、重量轻的光器件，应用于片上超快光学系统中。

1.2 光频梳产生方式简介

自光频梳概念提出以来已有近半个世纪，随着激光技术和微纳制造工艺的蓬勃发展，光频梳产生方式逐渐多样化，光频梳系统也趋于小型化。目前光频梳产生方式主要分为两大类：一类是基于锁模激光器的传统方法；一类是基于非线性晶体介质的新兴方法。不同的实现方式使光频梳特性各异，能够满足多样的应用要求。

传统方式主要有三种：基于光电调制技术^[9]、基于飞秒锁模固体激光器^[10]和基于光纤锁模激光器^[11]。基于光电调制技术的光频梳系统要求电光器件调制频率

与腔体谐振频率成整数倍关系，因此受限于电光晶体的调制频率，光频梳重复频率一般小于 GHz 量级^[12]。基于飞秒锁模固体激光器的系统主要用于产生可见光波段频梳，谱宽能够达到倍频程，但受限于器件尺寸和腔体长度，重复频率一般小于 10 GHz 量级，单根梳齿功率为 nW 量级^[13]；基于光纤锁模激光器的系统主要用于产生近红外波段光频梳，重复频率为百 MHz 量级，单根梳齿功率为 μW 量级^[14]。和其他两种方式相比，光纤锁模激光器光频梳系统具有较高稳定性和低成本，因此得到广泛应用。目前，商业化最为成功的是基于掺铒光纤锁模激光器的光频梳^[15]。传统方式产生的光频梳重复频率较低，无法满足高精密度测量要求。

21 世纪以来，半导体行业蓬勃发展，微纳工艺水平不断提高，新型材料不断涌现。致力于非线性光学的研究者们发现高能量密度激光聚焦到某些晶体材料中，通过光与介质非线性相互作用能够激发宽带白光光谱产生，因此光谱展宽技术有望在非线性介质中实现。基于非线性介质产生梳状光谱的方式主要有两种：基于非线性波导^[16]和基于微环谐振腔^[17,18]。基于非线性波导的梳状光谱产生方法是将锁模激光器出射的一系列超短脉冲作为泵浦光源耦合进入波导并发生四波混频等非线性作用产生超连续光谱，通过调控泵浦光场能量和色散工程裁剪波导色散，光谱能够达到倍频程。不同于超连续梳状谱的是，基于微腔的光频梳实现方法是将单色连续激光耦合进入高 Q 值微腔，腔内发生级联四波混频并激发光参量振荡（Optical parametric oscillation, OPO），通过非线性与色散、增益与损耗的双平衡实现克尔微腔光频梳的稳定输出。克尔微腔光频梳为未来超大规模光子集成的发展提供了创新思想及关键技术支撑，其主要具有三大特点：一、梳齿功率高，具有良好的信噪比；二、高 Q 值微腔光限能力强，降低了光梳系统功耗；三、单片集成特点有望真正实现芯片级光频梳系统。目前，微腔光频梳技术仍处于探索阶段，面临诸多技术挑战，不断改进技术方案、攻克技术难点，才能产生针对重大应用的实用化微腔光频梳系统。

1.3 微腔光频梳研究现状

自 1969 年 E. A. J. Marcatili 首次提出光学微腔^[19]以来，基于光学微腔的理论与应用探索取得不断进展。2003 年，K. J. Vahala 课题组利用光刻、干法刻蚀和

选择性回流等半导体加工工艺首次研制出 Q 值超过 10^8 的 SiO_2 微盘状谐振腔^[20], 工艺流程如图 1.1 (a), 并成功实现了光纤与微腔的耦合, 观测到微腔透射谱, 光谱如图 1.1 (b)。该课题组继续推进基于微腔非线性的研究工作, 于 2004 年首次实验观察到基于该结构的光学参量振荡^[21], 振荡光谱如图 1.2 (a)。得益于高 Q 值微腔的高场增强效应, 无需高泵浦功率就能够实现连续泵浦激光下的参量过程发生, 为克尔微腔光频梳形成奠定了实验基础。基于这一优势德国 Max-Planck 研究所 P. Del’Haye 等人于 2007 年利用功率为 60 mW、中心波长为 1550 nm 的连续激光泵浦 SiO_2 微盘首次实验实现 520 nm 谱宽的光频梳^[22], 光谱如图 1.2(b)。

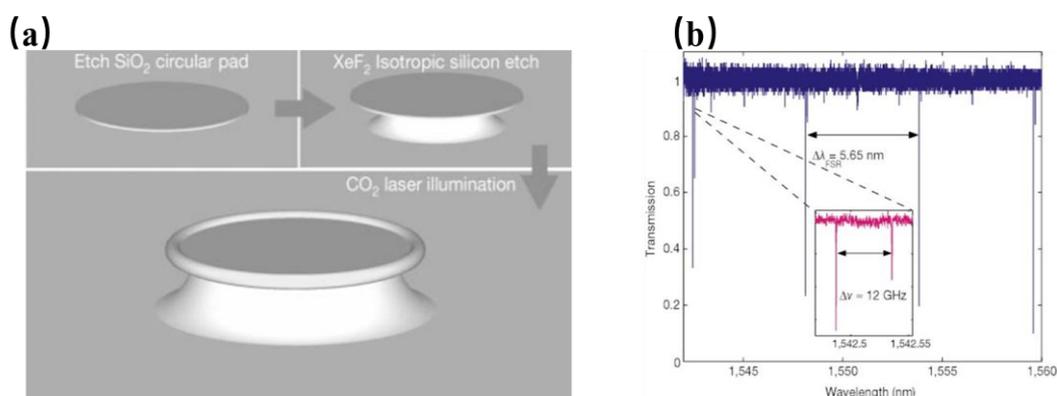


图 1.1 首次实现的高 Q 值微谐振腔^[20]。(a) 高 Q 值微盘腔工艺流程示意图。(b) 微腔透射谱。

Figure 1.1 First realized ultra-high- Q microresonator^[20]. (a) Flow diagram of process used to fabricate ultra-high- Q planar microcavity. (b) Transmission spectrum of a toroidal resonator.

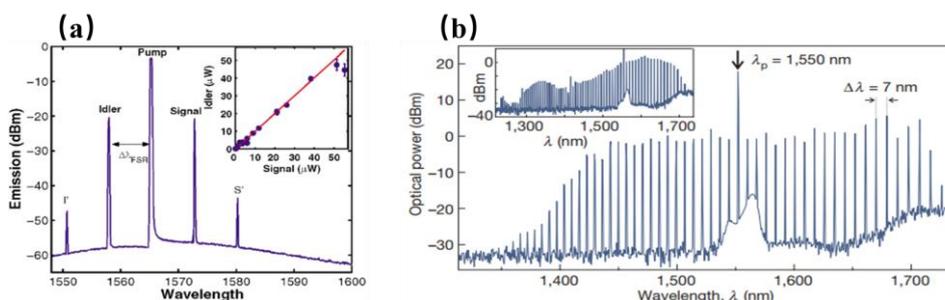


图 1.2 首次实现的光参量振荡和微腔光频梳。(a) 基于微腔的光参量振荡^[21]; (b) 微腔光频梳^[22]。

Figure 1.2 First realized microcavity-based OPO and OFC. (a) microcavity-based OPO^[21]. (b) Microcavity-based OFC^[22].

继 2007 年高 Q 值微腔光频梳被首次实验证实之后, T. Herr 等人又于 2011

年在 MgF_2 和 Si_3N_4 微腔上实验观察到光频梳高噪态^[23]，并证实光学微腔天然的滤波结构和简并/非简并 FWM 效应在微腔光频梳形成过程中发挥着不可替代的作用；2014 年，T. Herr 等人在 MgF_2 微腔上利用泵浦频率扫描法实现多孤子到稳定单孤子的实验转换，腔内能量变化展现出离散的台阶步，如图 1.3 (a)，其中单孤子对应台阶级数为一阶^[24]，其对应光谱如图 1.3 (b)，该操作方法为单孤子调控提供了有效的实验手段。微腔光频梳低噪态到高噪态再到低噪态的转换过程蕴含着丰富的物理机制，孤子光频梳调控过程中仍然存在许多难以解释的物理现象和亟待攻克的技术难题。

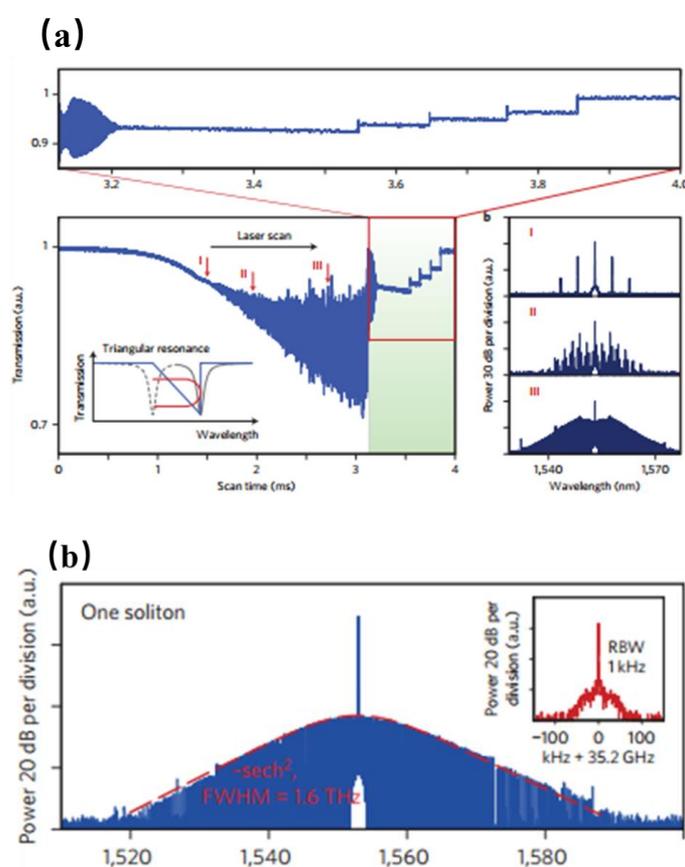


图 1.3 微腔透射谱与单孤子图^[24]。(a) 腔内能量变化；(b) 首次实现的单孤子光频梳。

Figure 1.3 Transmission trace and single soliton^[24]. (a) Intracavity energy transmission trace when scanning a laser over the resonance of high- Q microcavity (b) First realized single soliton OFC.

微腔光频梳得益于其独特优势已成为集成光学与非线性领域的研究热点。早期人们主要热衷于探索微腔光频梳实现的可能性，借助已有的工艺流程挖掘微腔光频梳能够实现的材料平台，同时通过色散、加工、泵浦的优化改善输出的克尔

孤子光频梳的频谱参数，如重复频率、光谱宽度、梳齿平坦度等。目前，微腔结构主要有微柱腔、微盘腔、波导微环、光子晶体结构微腔、微球腔、F-P 微腔，而已成功观测到克尔光频梳的材料平台有 SiO_2 ^[22]、 $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{MgF}_2$ ^[23]、 CaF_2 ^[25]、 AlN ^[26]、高折射率差玻璃^[27]、钻石^[28]、 Si ^[29]、 LiNbO_3 ^[30]、 AlGaAs ^[31]，典型的材料和结构总结如图 1.4。

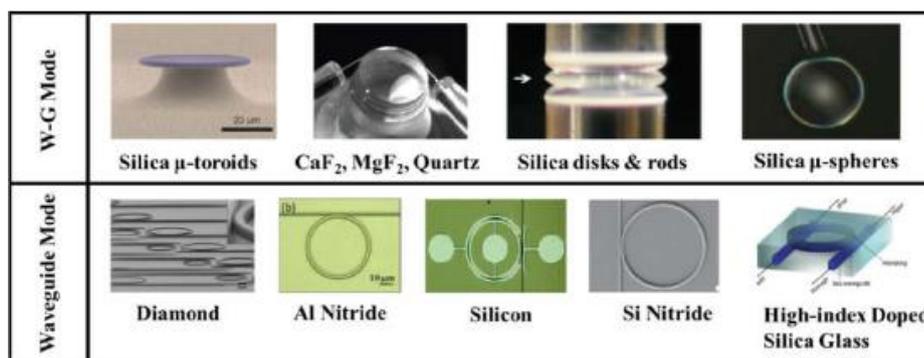


图 1.4 典型的微腔材料与结构^[32]。

Figure 1.4 Typical materials and microcavity structures used to generate OFCs^[32].

微环腔、微盘腔和微球腔由于其较易于实现的工艺方案，其 Q 值通常为 $10^6 \sim 10^8$ ，而微环和微盘结构相比于微球结构更易于固定而广泛应用于实验中^[33]。此外，由于材料透明窗口不同，微腔光频梳从可见光覆盖到中红外波段，重复频率最高达到 10 THz 量级。2011 年 P. Del’Haye 利用 SiO_2 微环腔实验产生倍频程光频梳^[34]，Y. Okawachi 等人在 Si_3N_4 微环上实现低噪态倍频程光频梳^[35]，2014 年 W. Liang 等人利用 MgF_2 晶体谐振腔产生光谱覆盖范围 $0.36 \sim 1.6 \mu\text{m}$ 的多倍频程光频梳^[36]，M. Lipson 课题组在硅环上实现 $2.1 \sim 3.5 \mu\text{m}$ 宽带光频梳，光谱达到中红外波段^[37]。

孤子态光频梳具有良好的相干性和稳定性，其实用性最强，因而实现孤子光频梳产生具有重大意义，其实验调控方法日益增多。目前实验中常用的孤子产生方法是泵浦频率扫描法^[38]和 Power-kicking 法^[39]。前者被激光器的响应时间和微腔材料限制，只适用于扫描过程中具有较长能量台阶的微腔材料；后者虽然能够克服热不稳效应但需要额外的器件，如声光调制器或电光调制器，增加了实验复杂度。2014 年 T. Herr 等人利用泵浦频率扫描法在 MgF_2 晶体微腔上观察到单孤子光频梳^[24]，2017 年 H. Guo 和 M. Pavlov 等人也利用该方法在 Si_3N_4 微环谐振腔中观察到单孤子光频梳^[38]，该方法能够实现对孤子数目的反馈控制，成为实验

调控单孤子的主要手段之一。新的实验方法有慢速热调法^[40]、快速热调法^[41]、相位调制法^[42]、双泵浦辅热法^[43]。2016年，C. Joshi 等人利用快速调热法改变微腔谐振峰，在 Si₃N₄ 微环实现锁模态孤子，而不需要调节泵浦激光波长^[41]；2016年，西安光机所采用双泵的方式实现带宽大于 180 nm、重复频率在 6~46 倍自由光谱范围（FSR）内可调的稳定光频梳^[43]；2018年，西安光机所通过热电冷却器采用慢速热调法实现稳定的孤子晶体产生^[27]。微腔孤子产生技术方案日益成熟，为孤子光频梳在天文光谱探测、微波光子器件、光通信等领域的应用奠定了技术基础。

1.4 宽带微腔光频梳应用领域

目前传统光频梳的产生方式与稳频技术已经较为成熟，但由于其体积大、功耗高、重复频率低、光谱窄等缺点限制了其应用场景，而片上可集成的微腔光频梳恰好克服这些缺点，成为了一种高相干度光源，也成为一种工具用于高精度测量和传感。宽带克尔孤子光频梳成为微腔光频梳技术领域研究热点之一，本小节简要介绍了宽带微腔孤子光频梳的几个应用场景，包括射频与微波器件^[44]、相干光通信^[45]、超快距离测量^[46]和精密光谱仪^[47]。

1、射频与微波器件需要多通道射频时间延迟线，传统上可以通过激光器阵列或者光纤布拉格光纤阵列实现，但这增加了结构复杂度，同时有限的光波长数目也降低了器件性能。而基于克尔微腔光频梳的微波器件，不仅具有天然的多波长光源，也使器件结构紧凑，明显优化了微波器件的性能。如对于微波相控天线阵列，微腔光频梳的多根梳齿线作为光源，能够扩大相控阵辐射角范围，提高扫描角分辨率；如对于微波光子滤波器，如图 1.5，增加的光源数目使滤波品质因子提高，并通过调整频率通道能够实现带通滤波器中心频率可调谐功能。

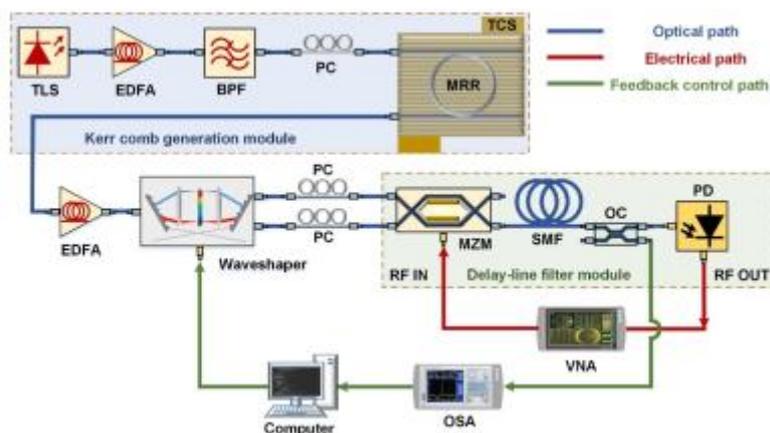


图 1.5 基于微腔光频梳的微波光子滤波器^[44]。

Figure 1.5 Microwave photonics filter based on an integrated optical source^[44].

2、世界范围内日益增长的信息量促使了对光通信网络通道优化使用、信息容量增长以及系统功耗降低的迫切需求。波分复用技术得以产生，而这些技术需要大量等间距的平行激光光源作为光通信的载波信号，再使用先进的码型对其振幅和相位进行相干调制实现信息信号的传输。信息调制与解调过程都要求光载波具有极低的振幅和相位噪声，并且调制带宽不受调制器调制深度影响。克尔微腔孤子光频梳不仅具有确定的频率和相位、高相干度，且其波段覆盖范围极广（包括 C/L/U 波段），分立梳齿线间距相等，能够被单独操控，满足通信网络复用技术的要求。因此克尔微腔光频梳可作为多波长光源应用于相干通信网络中，如图 1.6。克尔微腔孤子光频梳的出现促进了通信网络朝着大容量、高速率和片上集成化信息处理的方向发展。

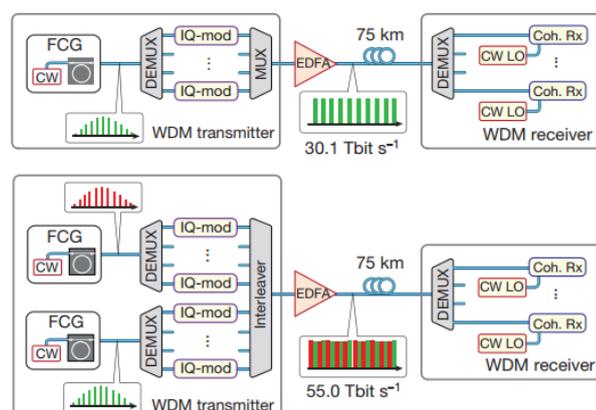


图 1.6 基于微腔光频梳的平行数据传输原理图^[45]。

Figure 1.6 Principle of parallel data transmission based on microcavity OFCs^[45].

3、光频梳也可作为激光测距系统（LIDAR, laser-based light detection and

ranging) 中飞秒脉冲光源, 应用于飞行时间 (TOF, Time of Flight)、干涉测量 (Interferometric) 或双光梳 (Dual combs) 测量方案中。早期 TOF 方案主要基于锁模激光器光频梳实现, 需要解决光频梳重复频率稳定问题; Interferometric 方案中主要利用光频梳干涉仪中两个激光器连续波的重复频率差进行测量; 而双光梳方案则是前两种方案的结合。目前, 基于微腔克尔孤子光频梳的双光梳方案不仅使数据采集速度达到 MHz 量级, 测量精度达到 nm 量级, 雷达模糊距离远远高于光频梳脉冲周期, 微腔的片上可集成的特点也使测距系统具有芯片级尺寸优势, 如图 1.7。克尔微腔双光梳测距的实现促进了测距系统朝着高速测量、片上可集成的方向发展, 同时也促进了工业传感、无人机导航和自动驾驶等工程领域的发展。

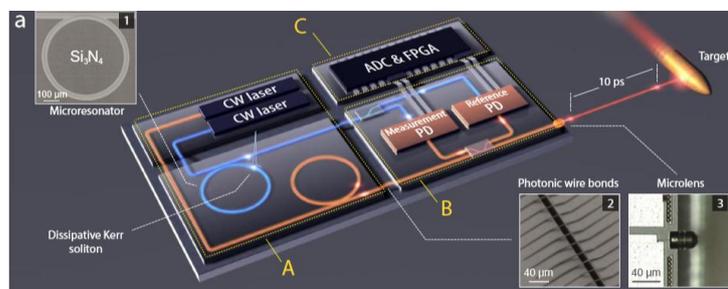
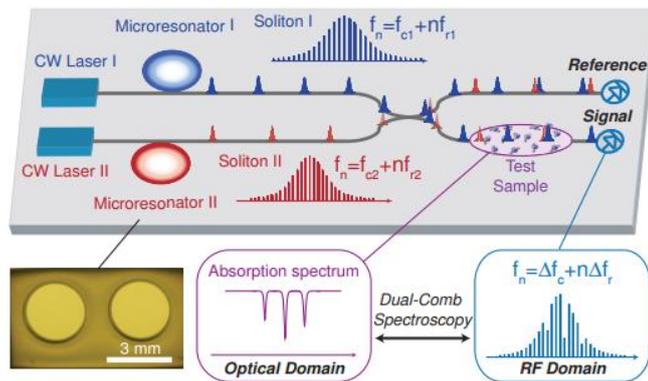


图 1.7 基于微腔光频梳的激光测距系统^[46]。

Figure 1.7 View of a dual-comb chip-scale LIDAR system based on microcavity soliton OFCs^[46].

4、基于微腔的双光梳系统测量原理如图 1.8 所示, 其类似于采样振荡器, 重复频率为 f 的光频梳作为信息信号被重复频率为 $f + \Delta f$ 的光频梳采样。为了避免采样射频频谱重叠, 双光梳带宽 $\Delta\nu$ 应该满足 $\Delta\nu \leq f^2/2\Delta f$, 因此有效采样间隔应该为 $\Delta f/f^2$, 最小的采样时间为 $1/\Delta f$ 。微腔光频梳重复频率远远高于锁模激光器光频梳重复频率, 基于微腔光频梳的双光梳系统有利于提高光谱仪信息获取速度和采样精度。此外, 大量的气体和固体分子在中红外波段范围内具有极强的特征吸收谱, 因此探索中红外波段微腔双光梳的物理机制对于中红外气体分子探测具有重大意义。

图 1.8 微腔双梳光谱仪^[47]。Figure 1.8 Microcavity-based dual-comb spectroscopy^[47].

总之，宽带微腔孤子光频梳表现出巨大的应用价值，研究人员致力于通过不同的实验操控方法或不同的材料平台产生能够满足应用要求的孤子光频梳。COMS 可兼容特点也使未来微腔孤子光频梳有望实现集成化和大规模产业化发展，因此通过理论与数值研究进一步探索其形成机理和调控机制具有重大的科学意义和价值。

1.5 研究目标与结构安排

本论文拟在已有的研究成果上，开展以正色散宽带微腔孤子光频梳为题的研究，着重于解决如何拓宽孤子频谱并实现泵浦能量高效率转化的问题，实现微腔孤子光频梳性能的进一步提高。微腔光频梳动力学研究表明，实现微腔孤子光频梳调控的关键参量包括泵浦功率、泵浦失谐、色散曲线、非线性系数等，而色散曲线主导决定了微腔孤子频谱宽度。因此，本论文以 Si_3N_4 微环谐振腔平台为例，基于微腔光频梳 LL 理论模型和其 SSFT 数值化方法，探索了负色散微腔中色散参量对孤子光频梳频谱宽度、梳齿能量、梳齿平坦度等性能的影响。由于材料特性、加工工艺等限制，通常不易在任意波长处得到负色散，因此研究人员们不仅仅局限于能够直接满足相位匹配条件的负色散微腔孤子光频梳的探索。由于模式耦合点的存在或者泵浦条件的突然改变，正色散微腔中依然稳定存在孤子脉冲，因此本论文基于泵浦模式偏移法讨论了正色散条件下微腔孤子光频梳实现机理以及光谱拓宽方式，并证实其转化效率远远优于同等负色散微腔孤子。在此理论基础之上，引入 XPM 效应，进一步开展了正色散宽带孤子光频梳的应用研究，即

探索基于单个正色散微腔结构同时产生正交偏振双光梳的物理机制。基于微腔结构的双梳光源能够应用于精密距离测量、气体分子探测等领域，极大简化了实验装置结构，为未来双光梳测量系统集成化发展奠定了一定的技术基础。本论文的研究内容与章节安排如下：

第一章介绍了微腔孤子光频梳的研究背景、国内外发展历史与现状，简介了目前光频梳实现的传统与新兴方式，最后列出了几种应用场景以说明宽带微腔孤子光频梳的研究意义与必要性。

第二章通过级联四波混频原理阐述了微腔孤子光频梳的频谱展宽物理机制，基于光纤光学中的 NLSE 详细推导了微腔光频梳 LL 物理模型，并通过 SSFT 和 4 阶 R-K 算法对其数值求解，说明了其典型的动力学形态和孤子调控参量。

第三章以 Si_3N_4 微环谐振腔材料平台为例，介绍了其有效折射率、有效模式面积、色散参量等的计算方法；讨论了负色散微腔中二阶色散参量对微腔孤子光频梳频谱宽度、光谱平坦度、转化效率的影响；阐述了高阶色散不可忽略时，零色散波长处切比雪夫辐射对光谱展宽的作用机理；最后，利用泵浦模式偏移法探索了正色散微腔中新型平顶耗散孤子光频梳的时频域特点。通过泵浦转化效率分析，证实了新型平顶耗散孤子梳齿能量明显优于传统亮孤子。

第四章基于平顶耗散孤子脉冲的产生方法，引入 XPM 效应，建立正色散硅微腔中正交偏振双光梳物理模型；优化设计微腔结构参数，证实中红外波段正色散正交偏振双光梳的产生；探讨 XPM 作用下正交偏振双光梳的光谱特点与物理机理。正交偏振双光梳可以通过偏振分束器直接分离，且正色散平顶孤子脉冲独特优势使得双光梳具备较高的梳齿能量，因此有利于基于拍频技术的精密测量。

第五章为总结与展望，简要总结了全文内容以及硕士期间的主要研究工作，并对后续研究目标提出展望。

第 2 章 微腔光频梳理论分析

2.1 引言

高 Q 值谐振腔工艺平台的出现使得腔内动力学研究得到极大发展，尤其是在回音壁谐振腔和波导模式谐振腔中。一方面由于天然的滤波结构，高 Q 值微腔成为微波光子系统的核心器件，广泛应用于光学滤波器、小型固态滤波器、以及超高速光学调制器等领域；另一方面由于光与物质极强的相互作用，高 Q 值微腔展现出丰富的非线性效应，如参量振荡、拉曼感应频移、孤子分裂、色散波等，这些现象使微腔在锁模激光技术、高精度计量等领域有了更多新应用。

得益于谐振滤波结构和级联四波混频效应，基于高 Q 值微腔的光频梳技术成为微腔非线性领域的重要学科分支。本章将借鉴光纤光学中较为成熟的非线性理论模型与分析方法，阐述微腔光频梳光谱展宽机制，详细推导其 LL 理论模型，并介绍其数值化方法。通过分析微腔光频梳动力学过程阐述孤子调控的关键物理参量与方法。

2.2 微腔光频梳产生机理

高 Q 值微腔小光模体积、高光子密度和长光子寿命能够增强光与介质相互作用，激发腔内大量的非线性效应产生，如参量振荡、克尔效应、拉曼散射、布里渊散射等。克尔效应和介质的三阶极化率 $\chi^{(3)}$ 有关，源于介质对激光激励的瞬态电子响应，存在于多种中心对称晶体材料中，能够用于新频率成分的产生。此外，高 Q 值微腔参量振荡效应不依赖原子或分子的谐振，构成了相位灵敏放大机制，极大降低了参量振荡阈值，因此结合非线性作用，高 Q 值微腔尤其适用于频率转换^[48]。

一方面由于谐振腔边界条件的存在，特征模式 l 以离散常数 $\beta_l = l/R$ 传播，其中 R 是微腔半径，如图 2.1，简并四波混频(degenerate FWM)和非简并四波混频(non-degenerate FWM)自动满足动量守恒条件（式 2.1）；另一方面由于严格控制腔体结构色散与材料色散，邻近特征模式 $l-1, l, l+1 \dots$ 频率差足够小，能够满足能量守恒条件（式 2.2）。

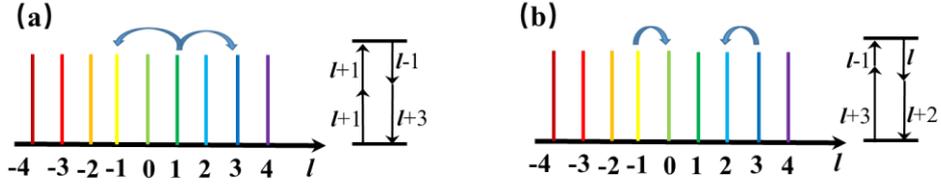


图 2.1 四波混频示意图。(a) 简并四波混频; (b) 非简并四波混频。

Figure 2.1 Schematic diagram of FWM. (a) Degenerate FWM. (b) Non-degenerated FWM.

$$2l/R = (l-1)/R + (l+1)/R$$

$$(l-1)/R + (l+3)/R = l/R + (l+2)/R \quad \dots (2.1)$$

$$2\hbar\omega_l = \hbar\omega_{l-1} + \hbar\omega_{l+1} \quad \dots (2.2)$$

$$\hbar\omega_{l-1} + \hbar\omega_{l+3} = \hbar\omega_l + \hbar\omega_{l+2}$$

因此, 连续泵浦激光耦合进入克尔微腔, 腔内首先通过简并 FWM 产生较邻近模式的频率成分, 新的频率成分进而与泵浦频率成分发生非简并 FWM 以拓宽光谱。由于高 Q 值微腔极强的场增强因子和天然的滤波结构, 新的频率成分获得参量增益并形成参量振荡, 产生一系列等频率间隔的光谱梳齿线, 即克尔微腔光频梳。

2.3 微腔光频梳理论模型

2.3.1 LL 模型建立

克尔微腔展现出丰富的非线性动力学, 目前能够很好地描述其产生光频梳的理论模型主要分为两类, 一类是基于非线性耦合模理论推导的耦合模方程^[49], 能够描述梳齿之间能量演化过程, 但由于其只能在时域求解, 计算时长与求解模式三次方成正比, 不适用于宽光谱光频梳的计算; 另一类是基于 NLSE 推导的 LL 模型^[50,51], 能够借鉴光纤光学中较为成熟的求解与分析方法, 描述光场在微腔内每个时刻的状态因而得到广泛采用。本小节对 LL 模型建立进行详细介绍。

图 2.2 为基于 add-though 结构的微腔光频梳产生示意图, 连续泵浦激光通过 taper 波导耦合进入微环谐振腔进行环形传播, 在非线性和色散作用下形成周期分布的脉冲, 频域上即光频梳。这里, A_m 表示泵浦光场, κ 表示耦合系数。

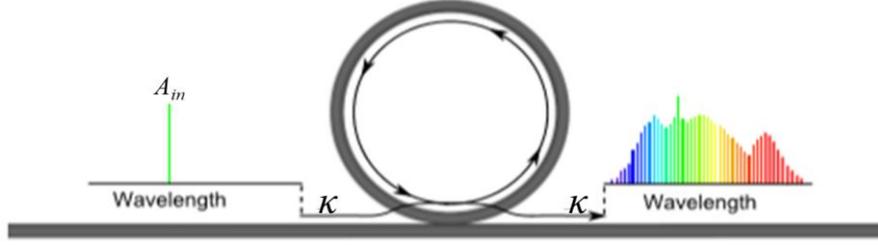


图 2.2 基于 add-through 结构的微腔光频梳产生示意图^[52]。

Figure 2.2 Schematic diagram of add-through microcavity-based OFC generation^[52].

首先, 假设腔内只有一个空间光场模式传播, 光场传播路径视为带有边界条件的直线轨迹, 光场 $A(z, \tau)$ 演化过程可通过 NLSE 描述:

$$\frac{\partial A(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha_0}{2} A(z, \tau) + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} A(z, \tau) + i\gamma |A(z, \tau)|^2 A(z, \tau) \quad \dots (2.3)$$

其中, z 表示光场在腔内的位置信息; τ 为快时间变量, 表示光场的时域信息。因此, 光场 $A(z, \tau)$ 传播到第 m 圈时的演化方程可以写为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^{(m)}(z, \tau)}{\partial z} = & -\frac{\alpha_0}{2} A^{(m)}(z, \tau) + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} A^{(m)}(z, \tau) \quad \dots (2.4) \\ & + i\gamma |A^{(m)}(z, \tau)|^2 A^{(m)}(z, \tau) \end{aligned}$$

通常情况下, 光场 $A(z, \tau)$ 在第 $m+1$ 圈起始位置的振幅等于第 m 圈终止位置的振幅, 环形时长为 $m t_R$, 即

$$A^{(m+1)}(z=0, \tau) = A(t = m t_R, \tau) \quad \dots (2.5)$$

其中, t 定义为慢时间变量, 与位置信息 z 等价, 描述腔内光场演化时长。光场 $A^{(m)}(z, \tau)$ 通过偏微分近似得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^{(m)}(z, \tau)}{\partial z} &= \frac{\partial A^{(m)}(t, \tau)}{\partial t} \\ &= \frac{A^{(m+1)}(z=0, \tau) - A^{(m)}(z=0, \tau)}{t_R} \quad \dots (2.6) \\ &= \frac{A(t = m t_R, \tau) - A[t = (m-1)t_R, \tau]}{t_R}, \quad m = 1, 2, 3 \dots \end{aligned}$$

由于第 m 圈初始光场 $A^{(m)}(0, \tau)$ 在腔内传播一圈时, 经历了很小的色散和非线性作用, 因此将 $A^{(m)}(0, \tau)$ 作为传播一圈的平均光场, 代替 $A^{(m)}(z, \tau)$, 代入方程(2.4) 得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^{(m)}(z, \tau)}{\partial z} = & -\frac{\alpha_0}{2} A^{(m)}(0, \tau) + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} A^{(m)}(0, \tau) \quad \dots (2.7) \\ & + i\gamma |A^{(m)}(0, \tau)|^2 A^{(m)}(0, \tau) \end{aligned}$$

然后，同时对方程 (2.7) 两边定积分得到第 m 圈结束光场 $A^{(m)}(L, \tau)$ 。

左边：

$$\begin{aligned}
 \int_0^L \frac{\partial A^{(m)}(z, \tau)}{\partial z} dL &= \int_0^{t_R} \frac{\partial A(t, \tau)}{\partial t} dt \\
 &= \int_0^{t_R} \frac{A^{(m+1)}(z=0, \tau) - A^{(m)}(z=0, \tau)}{t_R} dt \quad \dots (2.8) \\
 &= A^{(m+1)}(z=0, \tau) - A^{(m)}(z=0, \tau) \\
 &= A^{(m)}(z=L, \tau) - A^{(m)}(z=0, \tau)
 \end{aligned}$$

右边：

$$\begin{aligned}
 &\int_0^L \left[-\frac{\alpha_0}{2} A^{(m)}(0, \tau) + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} A^{(m)}(0, \tau) + i\gamma |A^{(m)}(0, \tau)|^2 A^{(m)}(0, \tau) \right] dL \quad \dots (2.9) \\
 &= \left[-\frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{(i\beta)^k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau)
 \end{aligned}$$

结合式 (2.8-2.9)，方程 (2.7) 变形为：

$$A^{(m)}(z=L, \tau) = \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \quad \dots (2.10)$$

考虑边界条件，即微环谐振腔内在耦合区域有源源不断的泵浦光场进入腔内，第 $m+1$ 圈初始光场等于第 m 圈结束光场与耦合进入的泵浦光场的相干叠加，即

$$A^{(m+1)}(0, \tau) = \sqrt{\kappa} A_m + \sqrt{1-\kappa} A^{(m)}(L, \tau) e^{i\varphi_0} \quad \dots (2.11)$$

其中， φ_0 为腔内光场（谐振频率相对于泵浦）环形一圈累积的线性相移，远远小于 2π ，即

$$\varphi_0 = 2\pi l_r - \delta_0 \ll 2\pi, \delta_0 \rightarrow 0 \quad \dots (2.12)$$

将方程 (2.10) 代入方程 (2.11)，得

$$\begin{aligned}
 A^{(m+1)}(0, \tau) &= \sqrt{\kappa} A_m + \sqrt{1-\kappa} A^{(m)}(L, \tau) e^{-i\delta_0} \\
 &= \sqrt{\kappa} A_m + \sqrt{1-\kappa} e^{-i\delta_0} \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} \right. \quad \dots (2.13) \\
 &\quad \left. + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau)
 \end{aligned}$$

这里，耦合系数 κ 远远小于 1（趋近 0）。因此将 $(1-\kappa)^{1/2}$ 和 $e^{-i\delta_0}$ 取泰勒级数一阶近似，即

$$\sqrt{1-\kappa} \approx 1 - \frac{\kappa}{2}, e^{-i\delta_0} \approx 1 - i\delta_0 \quad (\kappa \ll 1, \delta_0 \ll 1) \quad \dots (2.14)$$

$$\frac{\kappa}{2}\delta_0 \rightarrow 0 \quad \dots (2.15)$$

因此,

$$\sqrt{1-\kappa}e^{-i\delta_0} \approx 1 - \frac{\kappa}{2} - i\delta_0 \quad \dots (2.16)$$

方程 (2.13) 简化为

$$\begin{aligned} A^{(m+1)}(0, \tau) &= \sqrt{\kappa}A_m + \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \\ &\quad + \left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0 \right) \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \\ &= \sqrt{\kappa}A_m + \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \quad (2.17) \\ &\quad + \left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0 \right) \left(1 - \frac{\alpha_0 L}{2} \right) A^{(m)}(0, \tau) + \left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0 \right) \\ &\quad \times \left[iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \end{aligned}$$

对于高 Q 值微腔, 光场环形一圈累积的线性损耗 $\alpha_0 L \ll 1$, 因此方程 (2.17)

简化为

$$\begin{aligned} A^{(m+1)}(0, \tau) &= \sqrt{\kappa}A_m + \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \\ &\quad + \left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0 \right) A^{(m)}(0, \tau) + \left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0 \right) \\ &\quad \times \left[iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \quad \dots (2.18) \end{aligned}$$

色散作用使腔内脉冲时域上表现为展开或者压缩, 通过傅里叶变换处理色散对脉宽的作用, 其中 $\Delta\omega$ 为脉冲频谱宽度, 即

$$\frac{\partial^k}{\partial \tau^k} \approx (i\Delta\omega)^k \quad \dots (2.19)$$

再通过时间带宽积近似, 即

$$\tau_0 \approx \frac{1}{\Delta\omega} \quad \dots (2.20)$$

在时域上定量评估色散作用的大小, 其中 τ_0 为腔内脉冲的脉宽。

由于脉冲传播距离 L 远远小于其色散距离 L_D , 即

$$L \ll L_D = \frac{\tau_0^2}{|\beta_2|} + \frac{\tau_0^3}{|\beta_3|} + \dots + \frac{\tau_0^k}{|\beta_k|} = \sum_{k \geq 2} \frac{\tau_0^k}{\beta_k} \quad \dots (2.21)$$

得出

$$L \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{\tau_0^k} = L \sum_{k \geq 2} \beta_k (\Delta \varpi)^k \ll 1 \rightarrow L \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} \ll 1 \quad \dots (2.22)$$

非线性作用引入的相移与非线性系数 γ 、腔内光场强度有关, 即

$$\phi_{NL} = \gamma L_{\text{eff}} P_0 = \gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \ll 1 \quad \dots (2.23)$$

结合方程 (2.22-2.23), 方程 (2.18) 最后一项为两小量相乘, 即

$$\left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0\right) \left[iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] \rightarrow 0 \quad \dots (2.24)$$

方程 (2.18) 简化为

$$A^{(m+1)}(0, \tau) = \sqrt{\kappa} A_m + \left[1 - \frac{\alpha_0 L}{2} + \left(-\frac{\kappa}{2} - i\delta_0\right) + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \quad \dots (2.25)$$

即

$$A^{(m+1)}(0, \tau) - A^{(m)}(0, \tau) = \sqrt{\kappa} A_m + \left[-\frac{\alpha_0 L}{2} - \frac{\kappa}{2} - i\delta_0 + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \quad \dots (2.26)$$

结合方程:

$$\frac{A^{(m+1)}(0, \tau) - A^{(m)}(0, \tau)}{t_R} = \frac{\partial A^{(m)}(z, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial A^{(m)}(t, \tau)}{\partial t} \quad \dots (2.27)$$

得到:

$$t_R \frac{\partial A^{(m)}(t, \tau)}{\partial t} = \sqrt{\kappa} A_m + \left[-\frac{\alpha_0 L}{2} - \frac{\kappa}{2} - i\delta_0 + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A^{(m)}(0, \tau)|^2 \right] A^{(m)}(0, \tau) \quad \dots (2.28)$$

由平均光场近似:

$$A^{(m)}(0, \tau) = A^{(m)}(t, \tau) \quad \dots (2.29)$$

推导得出具有阻尼驱动的非线性薛定谔方程 (NLSE) 模型, 即 LL 方程。

$$t_R \frac{\partial A(t, \tau)}{\partial t} = \sqrt{\kappa} A_{in} + \left[-\frac{\alpha}{2} - \frac{\kappa}{2} - i\delta_0 + iL \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \frac{(i\partial)^k}{\partial \tau^k} + i\gamma L |A(t, \tau)|^2 \right] A(t, \tau) \quad \dots (2.30)$$

需要说明的几点问题如下：

(1).通常材料损耗系数在腔内光场不同频率成分处有微小的变化，与微腔波导材料、边壁损耗等有关。在克尔微腔光频梳模型建立时，假设材料损耗系数为定值，取为泵浦波长处的值 α_0 。 α 为光场环形一圈累积的线性损耗，则

$$\alpha = \alpha_0 L \quad \dots (2.31)$$

(2).耦合方式分为过耦合、欠耦合和临界耦合，通常情况下采用临界耦合，即

$$\kappa = \alpha \quad \dots (2.32)$$

(3).微腔品质因子 Q 代表腔内光子寿命，与损耗系数、耦合系数有关，即

$$\frac{1}{Q_{total}} = \frac{1}{Q_{intrinsic}} + \frac{1}{Q_{coupling}} \quad \dots (2.33)$$

其中，

$$Q_{intrinsic} = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{2\pi c}{\lambda_0 \alpha} \quad \dots (2.34)$$

$$Q_{coupling} = \frac{\pi L n_{eff}}{\lambda_0 \kappa^2}$$

这里， $Q_{intrinsic}$ 、 $Q_{coupling}$ 、 Q_{total} 分别为本征 Q 、耦合 Q 、微腔总 Q 值。

(4).失谐量 δ_0 为泵浦频率（相对于临近谐振模式）环形一圈累积的相位

$$\delta_0 = (\omega_r - \omega_0) t_R = 2\pi(f_r - f_0) t_R \quad \dots (2.35)$$

其中， t_R 为脉冲环形一圈需要的时间。

(5). β_k 为色散系数，等于传播常数 $\beta(\omega)$ 关于泵浦频率 ω_0 处的泰勒级数展开系数，即

$$\beta(\omega) = \frac{n(\omega)}{c} \omega = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots + \frac{1}{k!} \beta_k(\omega - \omega_0)^k \quad \dots (2.36)$$

其中， $\beta_k = \left(\frac{\partial^k \beta}{\partial \omega^k} \right) \Big|_{\omega = \omega_0}$ ， $n(\omega)$ 为波导折射率。

(6).非线性系数 γ 与材料非线性折射率、有效模式面积有关，即

$$\gamma = \frac{\varpi_0 n_2}{c A_{eff}} \quad \dots (2.37)$$

(7).自由光谱范围 FSR 等于重复频率，表示单位时间内输出的脉冲个数，即

$$FSR = \frac{c}{n_g L} = \frac{1}{t_R} \quad \dots (2.38)$$

(8).当泵浦功率达到参量振荡阈值时，四波混频才能够发生。通过理论计算得到光频梳产生的阈值功率 P_{th} 。

$$P_{th} \approx \frac{\pi n_0 \varpi_0 A_{eff}}{8 \xi n_2 FSR Q_{total}^2} \quad \dots (2.39)$$

其中， $\xi = Q_{total} / Q_{coupling}$ 。

(9).在完全满足相位匹配条件的模式处，微腔光频梳第一级边带 l_{th} 更容易产生。

$$l_{th} = \sqrt{\frac{\kappa}{D_2} \left(\sqrt{\frac{P_{in}}{P_{th}}} - 1 + 1 \right)} \quad \dots (2.40)$$

只有当泵浦功率 P_{in} 超过参量振荡阈值 P_{th} ，且二阶色散参量 $D_2 > 0$ 时，式子 (2.40) 才有意义，意味着通常情况下只有在负色散微腔中并且泵浦功率达到阈值后，微腔光频梳才能够自发产生。

(10).为了使方程 (2.30) 适用于普遍情况，对其作归一化处理，令

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{\alpha}{2} - \frac{\kappa}{2} \\ \delta = \frac{\delta_0}{\alpha} \\ \theta = \frac{2\pi}{t_R} \tau \\ \beta_k = \frac{L}{\alpha} \left(\frac{2\pi}{t_R} \right)^k \frac{\beta_k}{k!} \\ \psi(t, \theta) = \sqrt{\frac{\gamma L}{\alpha}} A(t, \tau) \\ F = \sqrt{\frac{\gamma L \kappa}{\alpha^3}} A_{in} \end{cases} \quad \dots (2.41)$$

也能够得到另一种 LL 方程表达式，即

$$\frac{\partial \psi(t, \theta)}{\partial t} = \left[-(1 + i\delta) + i \sum_{k \geq 2} \beta_k \frac{(i\partial)^k}{\partial \theta^k} + i |\psi(t, \theta)|^2 \right] \psi(t, \theta) + F \quad \dots (2.42)$$

其中, θ 与 τ 等价, 用弧度描述腔内脉冲时域特点。

基于边界条件与非线性薛定谔方程建立的微腔光频梳理论模型 LL 方程, 不仅适用于单模光纤构成的无源环形腔, 也适用于各种结构微谐振腔, 如环形、跑道形、棒腔、微盘等。研究者们也证实了此模型与归一化的耦合模理论模型在一定近似条件下具有一致性。此外, 微腔材料表现出丰富的非线性效应, 根据实验的不同需求有必要增加拉曼、多光子吸收、自由载流子、交叉相位调制等效应对理论模型进行优化和改进。

2.3.2 LL 数值计算方法 (SSFT 与 4 阶 R-K)

LL 方程属于非线性偏微分方程, 通常没有解析解, 为了理解微腔中的非线性动力学过程需要对其数值化求解。LL 模型基于 NLSE 建立, 可以借鉴非线性光纤光学中较为成熟的分析求解方法^[53,54]。已广泛应用于求解超短脉冲在非线性和色散介质中传输问题的一种方法是 SSFT 算法, 本小节对该算法作简单介绍。

一般来说, 沿波导传播方向, 色散和非线性效应是同时作用于传输脉冲的。而分步傅里叶算法的基本思想是, 假设色散和非线性作用是独立的, 光场首先在色散作用下传播 ΔL 段距离, 再在非线性作用下传播 ΔL 段距离, 如此交替进行, 最后输出一个近似结果, 如图 2.3。实践证明该 SSFT 算法是收敛的, 能够得到 LLE 的稳态解。

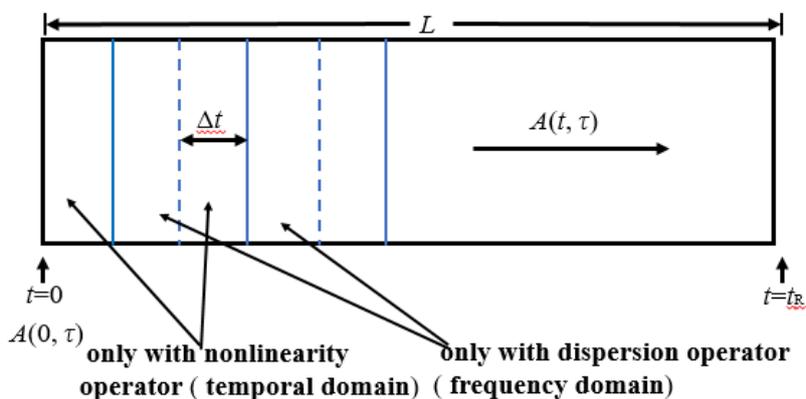


图 2.3 SSFT 算法示意图。

Figure 2.3 Schematic diagram of SSFT routine.

为了便于描述, 只考虑二阶色散, 并基于该基本原理将方程 (2.30) 变形为微分形式, 即

$$\frac{\partial A(t, \tau)}{\partial t} = \left[-\frac{(\frac{\alpha}{2} + \frac{\kappa}{2} + i\delta_0)}{t_R} - i\frac{L}{t_R} \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + i\gamma \frac{L}{t_R} |A(t, \tau)|^2 \right] A(t, \tau) + \frac{\sqrt{\kappa}}{t_R} A_{in} \quad \dots (2.43)$$

其中，令

$$\hat{D} = -\frac{(\alpha + i\delta_0)}{t_R} - i\frac{L}{t_R} \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \quad \dots (2.44)$$

$$\hat{N} = i\gamma \frac{L}{t_R} |A(t, \tau)|^2 \quad \dots (2.45)$$

\hat{D} 和 \hat{N} 分别代表色散算符和非线性算符，因此

$$A(t + \Delta t, \tau) = e^{\Delta t \hat{D}} e^{\Delta t \hat{N}} A(t, \tau) \quad \dots (2.46)$$

在连续 M 个 ΔL 区间上

$$A(t, \tau) = \left(\prod_{m=1}^M e^{\Delta t \hat{D}} e^{\Delta t \hat{N}} \right) A(0, \tau) \quad \dots (2.47)$$

由于

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} A(t, \tau) = (-i\omega)^2 F[A(t, \tau)] \quad \dots (2.48)$$

ω 项正好是傅里叶变换频域量，因此在频域求解色散算符更方便快捷，即

$$e^{\Delta t \hat{D}} A(t, \tau) = \exp \left\{ -\frac{(\alpha + i\delta_0)}{t_R} - i\frac{L}{t_R} \frac{\beta_2}{2} (-i\omega)^2 \right\} \Delta t F[A(t, \tau)] \quad \dots (2.49)$$

相应得到时域表达式：

$$A(t + \Delta t, \tau) = F^{-1} \left\{ \exp \left[-\frac{(\alpha + i\delta_0)}{t_R} - i\frac{L}{t_R} \frac{\beta_2}{2} (-i\omega)^2 \right] A(t, \tau) \Delta t \right\} \quad \dots (2.50)$$

为了改善 SSFT 算法精度，采用不同于色散算符的求解过程代替非线性算符求解过程，即

$$e^{\Delta t \hat{N}} = \exp \left(\int_t^{t+\Delta t} \hat{N} dt \right) \quad \dots (2.51)$$

再采用 4 阶 R-K 算法近似积分求解非线性算符。

假设初始脉冲为高斯脉冲，即

$$A_0(t, \tau) = a_0 + ae^{-\frac{\tau}{t_0}} \quad \dots (2.52)$$

并将泵浦项和初始脉冲的线性叠加作为近似积分过程的光场初始值，即

$$A(t, \tau) = A_0(t, \tau) + \frac{\sqrt{K}}{t_R} A_{in} \Delta t \quad \dots (2.53)$$

进一步得到

$$A(t+\Delta t, \tau) = \int_t^{t+\Delta t} \hat{N} A(t, \tau) dt = A(t, \tau) + \frac{\Delta t}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad \dots (2.54)$$

其中，

$$\begin{aligned} K_1 &= i\gamma \frac{L}{t_R} |A(t, \tau)|^2 A(t, \tau) \\ K_2 &= i\gamma \frac{L}{t_R} \left| \frac{\Delta t}{2} K_1 + A(t, \tau) \right|^2 \left[\frac{\Delta t}{2} K_1 + A(t, \tau) \right] \\ K_3 &= i\gamma \frac{L}{t_R} \left| \frac{\Delta t}{2} K_2 + A(t, \tau) \right|^2 \left[\frac{\Delta t}{2} K_2 + A(t, \tau) \right] \\ K_4 &= i\gamma \frac{L}{t_R} |K_3 + A(t, \tau)|^2 [K_3 + A(t, \tau)] \end{aligned} \quad \dots (2.55)$$

初始时刻 $t=0$ ，将方程 (2.49) 和方程 (2.54-2.55) 代入方程 (2.46)，循环迭代得到方程稳态解。此数值算法相对简捷，大大降低了运算量，但需要适当选择运算步长和合理划分脉冲时域网格以保证最后结果精度。数值求解法最大的优势是能够通过演化时间、泵浦功率、失谐等参量的调控模拟腔内动力学过程，观察微腔光频梳的形态演化规律。

2.4 微腔光频梳动力学过程

LL 模型除了通过数值化求其稳态解，也能根据存在稳态解时腔内动力学特点求出稳态解。当 LL 方程 (方程 2.42) 达到稳态时，腔内能量分布不随时间发生变化，即腔内光场满足

$$\begin{cases} \frac{\partial A(t, \tau)}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 A(t, \tau)}{\partial \theta^2} = 0 \end{cases} \quad \dots (2.56)$$

将式 (2.56) 代入方程 (2.42)，得到

$$\left[-(1+i\delta) + i|\psi(t, \theta)|^2 \right] \psi(t, \theta) + F = 0 \quad \dots (2.57)$$

方程 (2.57) 变形为:

$$|F|^2 = \left[(1+i\delta) - i|\psi(t, \theta)|^2 \right]^2 |\psi(t, \theta)|^2 \quad \dots (2.58)$$

令

$$\begin{aligned} \rho &= |\psi(t, \theta)|^2 = \psi(t, \theta)\psi^*(t, \theta) \\ G &= |F|^2 = FF^* \end{aligned} \quad \dots (2.59)$$

则方程 (2.58) 变形为:

$$\begin{aligned} G &= \left[(1+i\delta) - i|\psi(t, \theta)|^2 \right]^2 |\psi(t, \theta)|^2 \\ &= \left[1+i(\delta-|\psi|^2) \right] \left[1-i(\delta-|\psi|^2) \right] |\psi|^2 \\ &= \rho^3 - 2\delta\rho^2 + (1+\delta^2)\rho \end{aligned} \quad \dots (2.60)$$

方程 (2.60) 描述不同的失谐参量 δ 对应的 $G(\rho)$ 函数, 说明腔内不同的光场分布形态对泵浦能量和失谐有着不同的要求。

由于腔内能量阈值处归一化电场等于 1, 即

$$\rho_{th} = |\psi_{th}(t, \theta)|^2 = 1 \quad \dots (2.61)$$

因此, 方程 (2.60) 为:

$$G_{th} = (\delta - 1)^2 + 1 \quad \dots (2.62)$$

在 $G-\delta$ 空间, 方程 (2.62) 确定的抛物线表示能够产生光频梳的能量阈值, $G > G_{th}$ 表示泵浦功率高于光频梳阈值的区域。

方程 (2.60) 一阶导为:

$$G'(\rho) = \frac{\partial G}{\partial \rho} = 3\rho^2 - 4\delta\rho + (1+\delta^2) = 0 \quad \dots (2.63)$$

方程 (2.63) 判别式为

$$\Delta = (4\delta)^2 - 4 \times 3 \times (1+\delta^2) = 4\delta^2 - 12 \quad \dots (2.64)$$

当 $0 < \delta < \sqrt{3}, \Delta < 0$ 时, 意味着 $G(\rho) > 0$, $G(\rho)$ 随 ρ 呈现连续增加的趋势, 如图 2.4

(a) 所示, 即每一个腔能量对应一个泵浦值; 当 $\delta > \sqrt{3}, \Delta > 0$ 时, 意味着方

程 (2.60) 有两个零点, 即 $\rho_- = \frac{\delta - \sqrt{\delta^2 - 3}}{3}$ 和 $\rho_+ = \frac{\delta + \sqrt{\delta^2 - 3}}{3}$, 且 $G'(\frac{2}{3}\delta) < 0$, 因此 $G(\rho)$ 在失谐区间 $(\sqrt{3}, \frac{\delta - \sqrt{\delta^2 - 3}}{3})$, $(\frac{\delta - \sqrt{\delta^2 - 3}}{3}, \frac{\delta + \sqrt{\delta^2 - 3}}{3})$, $(\frac{\delta + \sqrt{\delta^2 - 3}}{3}, +\infty)$ 呈现先增加后降低再增加的变化趋势, 且 $(\rho_-, G(\rho_-))$ 和 $(\rho_+, G(\rho_+))$ 成为 G 随 ρ 连续变化的拐点, 如图 2.4 (b) 所示; 相应地, 存在 $G \in [G(\rho_-), G(\rho_+)]$ 使得方程 $G(\rho)=0$ 对应有三个稳态解, 物理上意味着, 存在同时对应三个腔能量 $|\Psi|^2$ 的泵浦值 G , 即光学双稳态, $[G(\rho_-), G(\rho_+)]$ 称作为光学双稳态区间, 腔孤子存在于双稳态区域中。

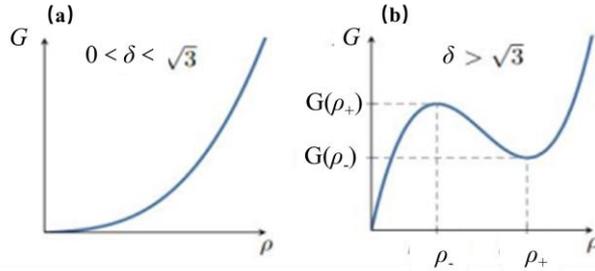


图 2.4 归一化泵浦功率 G 与腔内光场能量 ρ 的关系图^[54]。
(a) $0 < \delta < \sqrt{3}$; (b) $\delta > \sqrt{3}$ 。

Figure 2.4 Relationships between normalized pump power G and energy intensity ρ of light field^[54]. (a) $0 < \delta < \sqrt{3}$. (b) $\delta > \sqrt{3}$.

通过大量的理论与实验研究, 腔内光场演化过程逐渐明了, 微腔光频梳动力学分为四种形态, 即稳定的调制不稳定态 (Stable Modulational Instability, SMI)、不稳定的调制不稳定态 (Unstable Modulational Instability, UMI)、不稳定的腔孤子态 (Unstable Cavity Solitons, UCSs)、稳定的腔孤子态 (Stable Cavity Solitons, SCSs), 分别对应光频梳的四种模式, 即图灵模式、混沌态、呼吸孤子、孤子分子或单孤子。图 2.5 为负色散微腔中光频梳动力学形态分布图, 其中孤子分子和单孤子存在于很小的失谐范围内。光频梳演化过程中, 合理地调控泵浦功率与波长, 各种动力学形态能够实现相互转换, 最终到达孤子区域。2014 年, T. Herr 等人采用泵浦频率扫描法, 实验观察到光频梳先后经历了图灵模式、混沌态、孤子分子区, 最终观测到单孤子态。

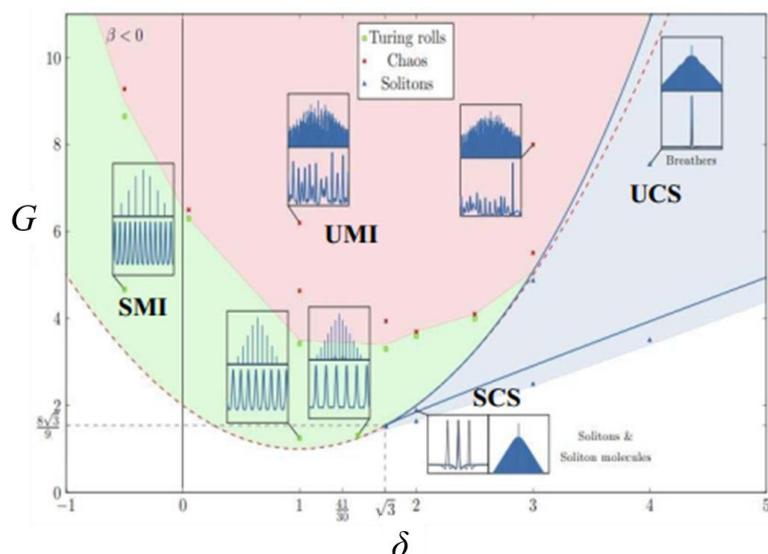


图 2.5 反常色散微腔光频梳动力学分布^[55]。

Figure 2.5 Dynamic distribution of OFC based on anomalous-dispersion microcavity^[55].

2.5 本章小结

自微腔光频梳首次实现以来，其理论与实验研究已得到大量发展。微腔光频梳能够实现得益于非线性材料的四波混频作用与微腔天然的滤波结构，本章结合非线性光纤光学的 NLSE 模型和腔内光场边界条件，详细推导了微腔光频梳 LL 理论模型；再以包含色散和非线性项的基本 LL 方程为例，介绍了其数值求解方法——SSFT 和 4 阶 R-K 算法。

本章第 4 小节基于第 2、3 小节介绍的理论模型和求解算法，介绍了微腔光频梳动力学形态分类，着重说明了孤子光频梳的动力学特点。采用 SSFT 算法数值求解 LL 模型时，通过改变泵浦功率、失谐参量，能够模拟腔内光频梳从低噪态到高噪态再到低噪态的演变过程，为孤子光频梳带宽、重复频率、梳齿功率的调控提供了思路与方法。

第 3 章 宽带微腔孤子光频梳产生

3.1 引言

宽带微腔孤子光频梳由于宽光谱和高相干特性，能够通过 $f-2f$ 、 $2f-3f$ 自参考系统进行频率和相位锁定，尤其适用于天文光谱校准、吸收性光谱探测等领域的拍频测量，且 CMOS 可集成的优势为光频梳系统小型化发展提供了思路与方法，因此拓宽孤子频谱宽度成为微腔光频梳领域不断探索的方向之一。

微腔光频梳动力学研究表明，色散是拓宽微腔光频梳频谱宽度的关键参量之一，且提高梳齿能量和优化梳齿平坦度有利于提高基于微腔光频梳的应用系统性能。本章将选用 Si_3N_4 材料平台，基于第二章介绍的理论模型和数值计算方法，阐述正/负色散微腔中宽带孤子光频梳的实现方法，分析色散参量对孤子光频梳带宽、泵浦转化效率和梳齿平坦度的影响，最后对比分析正/负色散微腔中泵浦能量转换特点，说明其优劣性。

3.2 微环谐振腔色散优化

本小节选定 Si_3N_4 微环谐振腔作为材料平台，如图 3.1，其衬底材料为 SiO_2 ，包层为空气。

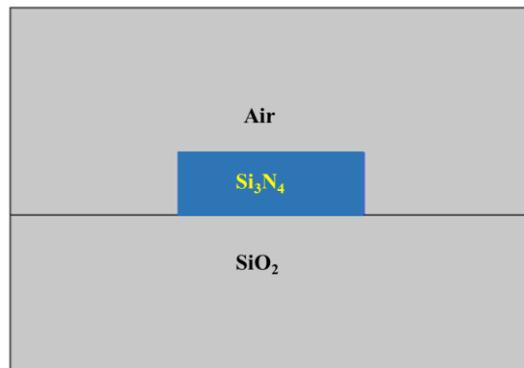


图 3.1 Si_3N_4 微环谐振腔的波导横截面。

Figure 3.1 Waveguide cross section of Si_3N_4 microring resonator.

Si_3N_4 的材料色散由 Sellmeier 方程 (3.1) 决定。

$$n_{\text{Si}_3\text{N}_4}^2 = 1 + \frac{3.0249\lambda^2}{\lambda^2 - 135.3406^2} + \frac{40314\lambda^2}{\lambda^2 - 1239842^2} \quad \dots (3.1)$$

考虑材料色散、结构色散、模式色散等，通过有限元方法对波导结构进行模式分析，计算其基模有效模式面积 A_{eff} 和有效折射率 n_{eff} ，进而通过方程 (3.2) 计算得到群折射率曲线 n_g 。

$$n_g = n_{eff} + \varpi \frac{\partial n_{eff}}{\partial \varpi} \quad \dots (3.2)$$

波导传播常数 $\beta(\omega)$ 与波导有效折射率 n_{eff} 有关，通过公式 (2.36) 计算得到 $\beta(\omega)$ 以及一系列色散系数 β_1 、 β_2 、 β_3 、 β_n 。因此，微腔谐振模式频率 ω_l 也能够通过色散参量描述。

$$\varpi_l = \varpi_0 + D_1 l + \frac{D_2 l^2}{2} + \frac{D_3 l^3}{3!} + \dots + \frac{D_n l^n}{n!} \quad \dots (3.3)$$

色散参量 D_1 、 D_2 、 D_3 ... D_n 由色散系数 β_1 、 β_2 、 β_3 ... β_n 决定，通过式 (3.4) 计算得到，这里指定泵浦模式为 0 模， l 代表相对模式数， D_1 为 FSR 幅度参量， D_2 为二阶色散参量，而 D_3 、 D_4 、...、 D_n 为高阶色散参量。

$$\begin{aligned} D_1 &= 2\pi \cdot FSR, \\ D_2 &= -\frac{c}{n} D_1^2 \beta_2, \\ D_3 &= -\frac{c}{n} D_1^3 \beta_3 + 3 \frac{c^2}{n^2} D_1^3 \beta_2^2 \approx -\frac{c}{n} D_1^3 \beta_3 \end{aligned} \quad \dots (3.4)$$

依次类推得到 D_4 ，...， D_n 。

$$D_4 \approx -\frac{c}{n} D_1^4 \beta_4, \dots, D_n \approx -\frac{c}{n} D_1^n \beta_n \quad \dots (3.5)$$

微腔谐振模式的积分色散 D_{int} 则可表示为

$$D_{int}(l) = \varpi_l - (\varpi_0 + D_1 l) = \frac{D_2 l^2}{2} + \frac{D_3 l^3}{3!} + \dots + \frac{D_n l^n}{n!} \quad \dots (3.6)$$

图 3.2 (a-d) 分别列出了不同芯区面积处计算得到的 n_{eff} 、 n_g 、 D_{int} 、 A_{eff} 。

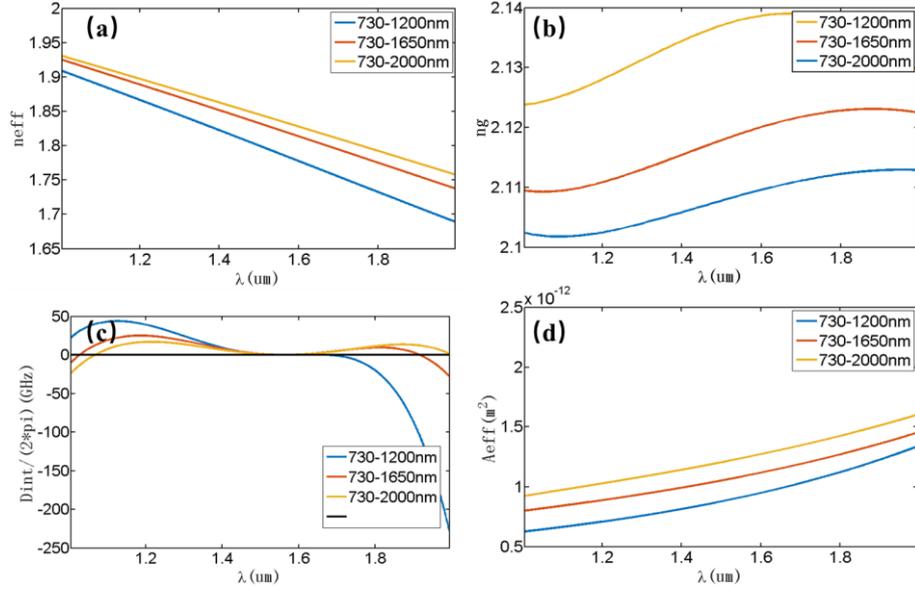


图 3.2 基于有限元法的微腔参数曲线。(a) 有效折射率 n_{eff} ; (b) 群折射率 n_g ; (c) 积分色散 D_{int} ; (d) 基模有效模式面积 A_{eff} 。

Figure 3.2 Profiles of microcavity parameters based on finite element method. (a) Effective refractive index n_{eff} . (b) Group refractive index n_g . (c) Integrated dispersion D_{int} . (d) Effective area A_{eff} of the fundamental mode.

3.3 负色散微腔中宽带孤子光频梳产生

3.3.1 二阶色散调控

光孤子是微腔内色散与非线性平衡下以固定时频域形状传播的光脉冲，而色散是影响孤子脉冲光谱宽度的关键参量之一。当相位条件完全匹配时四波混频能够发生，而在实际实验条件下非线性效应引起的相移远远小于色散相移，因此相位匹配条件主要取决于色散引起的线性相移。当二阶色散远远大于高阶色散时，高阶色散通常忽略不计，微腔孤子解析解可表示为

$$A(\phi) \approx A_{cw} + A_1 \sum_{j=1}^N \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{2(\omega_0 - \omega_p)}{D_2}} (\phi - \phi_j) \right] \quad \dots (3.7)$$

其中， ϕ_j 为第 j 个孤子相对角位置，而主孤子振幅强度 A_1 、背景波强度 A_{cw} 均取决于系统参数。腔内单孤子脉冲 3dB 带宽为

$$\Delta\tau_{3dB} \approx 2 \sqrt{\frac{nD_2}{cD_1^2} \frac{1}{\gamma FP_{in}}} = 2 \sqrt{-\frac{\beta_2}{\gamma FP_{in}}} \quad \dots (3.8)$$

其中 F 为微环精细度，与 Q 值有关。

$$F = \frac{FSR \times Q}{\lambda_0} \quad \dots (3.9)$$

本小节基于 Si_3N_4 微环谐振腔，采用第 2 章介绍的微腔光频梳 LL 模型（方程 (2.30)）和孤子求解方法，分析了二阶负色散系数 β_2 对腔内单孤子时频域形状的影响。如图 3.3，红绿蓝曲线对应的 β_2 分别为 $-70/-150/-700 \text{ ps}^2/\text{km}$ ， β_3 均为 $10^{-4} \text{ ps}^3/\text{km}$ ， β_4 为 $10^{-3} \text{ ps}^4/\text{km}$ ，在其他系统参量一定时，孤子脉冲 3 dB 脉宽随着色散的增大而增大，换言之，色散系数越小，孤子频谱越宽。当 Si_3N_4 微环谐振腔 β_2 为 $-10^{-26} \text{ s}^2/\text{m}$ 量级时，孤子光谱可展宽至约 700 nm。而波分复用系统通常采用 32 通道激光光源，因此定义除去光谱中心的 32 根梳齿最大功率差 (Max power difference, MPD) 作为衡量光谱平坦度的标准；同时，采用泵浦与相邻模式的功率差 (Near power difference, NPD) 衡量孤子的能量转化情况。图 3.3 (c) 绘制出一系列负二阶色散系数下孤子光谱的 MPD 与 NPD 参量，对比分析得到孤子平坦度与能量转化情况呈相反变化趋势。因此，二阶色散系数越小，孤子频谱展得越宽，孤子包络越平坦，但光谱中心与相邻模式的能量差变大，相应的泵浦能量转化效率将会降低。拓宽孤子频谱宽度与实现泵浦能量高效率转化不能同时满足，应根据实际需求折中考虑微腔色散的选择。

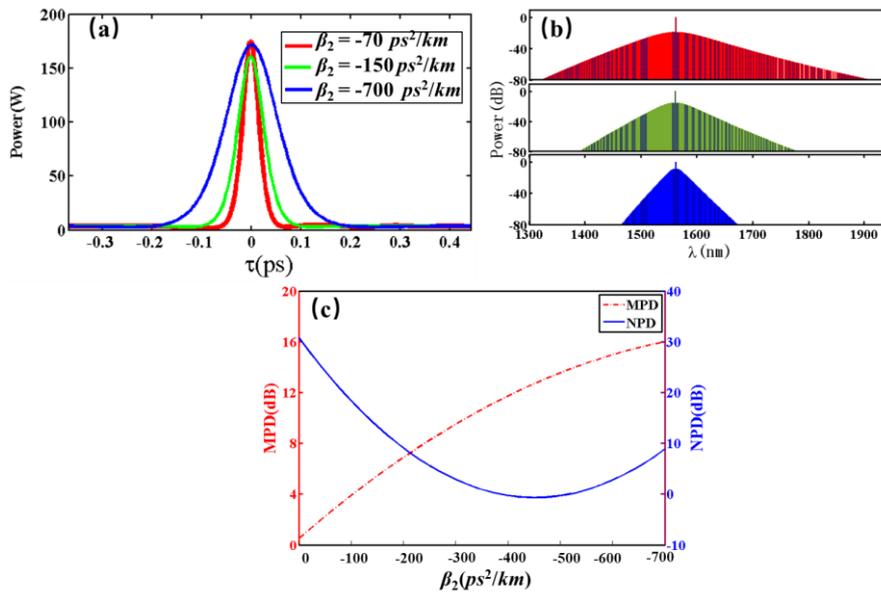


图 3.3 二阶色散对亮孤子的影响。(a) 时域图；(b) 频域图；(c) MPD 和 NPD 曲线。

Figure 3.3 Influences of anomalous second-order dispersion on solitons. (a) Temporal distribution. (b) Spectral distribution. (c) Curves of MPD and NPD.

3.3.2 色散波产生与高阶色散调控

微腔孤子求解过程中，当非线性介质的高阶色散足够大时，高阶色散占主导作用，孤子能够产生切比雪夫辐射（Cherenkov radiation），该物理过程也称为色散波（Dispersion waves, DW）产生。色散波是拓宽激光脉冲光谱宽度的关键物理机制之一，最早被应用于超连续光谱展宽。而在微腔孤子光频梳产生过程中，色散波也能用于宽带孤子光频梳的实现^[56]。满足积分色散 $D_{int}(l_{DW})=0$ 的谐振模式 l_{DW} 处能够实现完全相位匹配，因此通过积分色散计算得到色散波的产生位置。

考虑到三阶色散时，色散波的谐振模式为

$$l_{DW} = -3D_2 / D_3 \quad \dots (3.10)$$

由式 (3.4) 知，色散波频率为

$$\omega_{DW} = \omega_0 - \frac{3\beta_2}{\beta_3} \quad \dots (3.11)$$

此时微腔孤子激励一个色散波。

三、四阶色散足够大时，微腔孤子将在泵浦两边同时产生色散波，其谐振模式为

$$l_{DW} = -\frac{2D_3}{D_4} \pm \sqrt{\left(\frac{2D_3}{D_4}\right)^2 - \frac{12D_2}{D_4}} \quad \dots (3.12)$$

由式 (3.4-3.5) 知，色散波频率为

$$\omega_{DW} = \omega_0 - \frac{2\beta_3}{\beta_4} \mp \sqrt{\frac{(2\beta_3)^2 - 12\beta_2}{\beta_4}} \quad \dots (3.13)$$

图 3.4 描述了根据 LL 方程 (2.30) 计算得到单孤子辐射一个色散波的情形，泵浦波长选用 1562 nm， $\beta_2=-28.9 \text{ ps}^2/\text{km}$ ， $\beta_3=-0.23 \text{ ps}^3/\text{km}$ ， $\beta_4=-1.5\text{e-}3 \text{ ps}^4/\text{km}$ ，根据式 (3.10-3.11) 计算出色散波谐振模式 l_{DW} 约为 272，相应谐振模式频率 ω_{DW} 约为 820.05 THz，谐振波长约为 2297 nm。这里，三阶色散大于四阶色散两个量级，足以激发切比雪夫辐射，从而孤子演化过程中，其群速度发生改变，时域波形形成拖尾振荡，如图 3.4(a)。频域上，孤子泵浦附近仍表现为 sech^2 曲线包络，而色散波的存在使其展宽到约一倍频程 (1.2~2.4 μm)，光谱呈现非对称分布，并在波长 2255 nm 形成局部能量尖峰，这与理论计算结果很好地吻合，如图 3.4(b)。

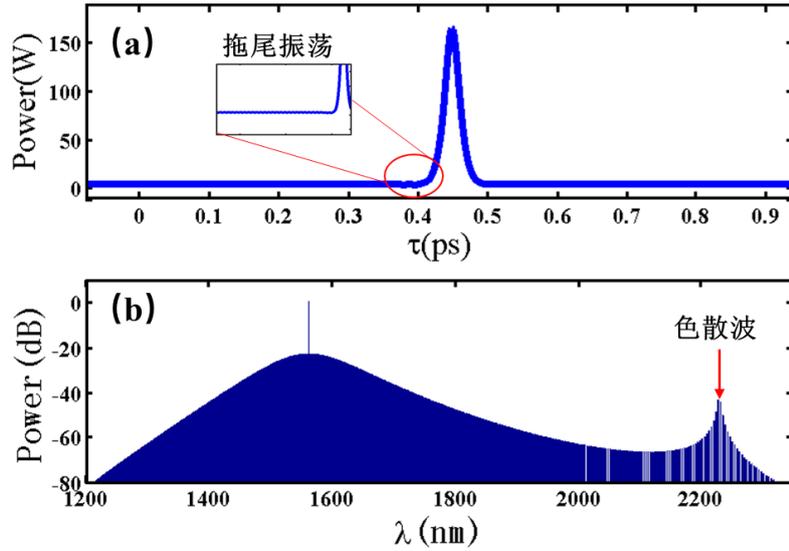


图 3.4 具有一个色散波的 (a) 孤子脉冲和 (b) 其相应的光频梳。

Figure 3.4 (a) Soliton pulse and (b) its spectrum with one dispersion wave.

图 3.5 描述了孤子光频梳具有两个色散波的情形，泵浦波长仍然选用 1562 nm， $\beta_2 = -6.89 \text{ ps}^2/\text{km}$ ， $\beta_3 = -1.1 \text{ e-}4 \text{ ps}^3/\text{km}$ ， $\beta_4 = 1.5 \text{ e-}3 \text{ ps}^4/\text{km}$ ， $\beta_5 = -1.1 \text{ e-}5 \text{ ps}^5/\text{km}$ ，通过式 (3.12-3.13) 计算得到两个色散波谐振模式 l_{DW} 分别约为 +165/-164，相应的谐振模式频率 ω_{DW} 分别约为 972 THz/1440 THz，谐振波长分别约为 1938 nm/1307 nm。如图 3.5 (a)，孤子脉冲前后沿均形成拖尾振荡；频域上，泵浦两翼均形成色散波，其位置分别为 1912 nm/1256 nm，这与理论计算结果也很好地吻合，如图 3.5 (b)。

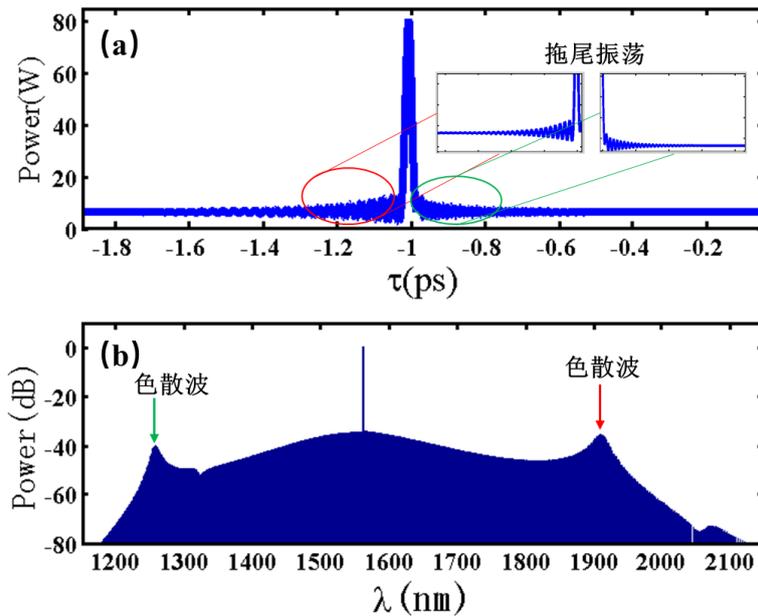


图 3.5 具有两个色散波的 (a) 孤子脉冲和 (b) 其相应的光频梳。

Figure 3.4 (a) Soliton pulse and (b) its spectrum with two dispersion waves.

2012年, M. Erkintalo 等人通过双泵浦方案首次实验证实光纤光频梳中色散波的产生得益于非线性过程中级联相位匹配放大作用^[57]。如图 3.6, 非相位匹配边带 ω_1 维持小振幅振荡, 而相位匹配边带 ω_2 发生振荡放大; ω_{+p} 、 ω_{-p} 双泵浦能量产生传递, 且 ω_{+p} 泵浦能量振荡降低, 频谱上靠近相位匹配边带 ω_2 , ω_{-p} 泵浦能量振荡放大, 频谱上远离相位匹配边带 ω_2 。该机制首次在色散波产生与孤子光谱反冲 (Soliton spectral recoil) 现象之间建立了物理联系, 即级联相位匹配放大作用造成了孤子光谱中心朝着色散波辐射反方向移动, 孤子频谱发生非对称变化。微腔孤子光频梳产生机理类似于光纤光频梳, 该物理机制合理地解释了存在色散波时微腔孤子非对称频谱特点。级联相位匹配条件的实现和切比雪夫辐射对于拓宽微腔孤子频谱具有重要的意义。

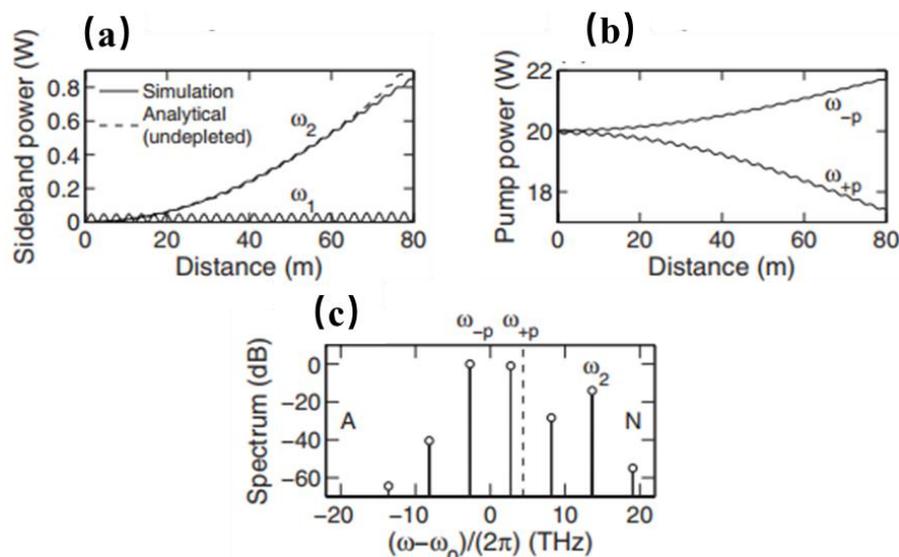


图 3.6 基于双泵浦方案的光频梳分析图^[57]。(a-b) 边带 ω_1 、 ω_2 和双泵 ω_{+p} 、 ω_{-p} 的能量变化特点; (c) 光谱分布情况。

Figure 3.6 Analysis of OFC based on dual-pump scheme^[57]. Power changing characteristics of (a) sidebands (ω_1/ω_2) and (b) dual pumps (ω_{+p}/ω_{-p}). (c) Asymmetric spectral distribution in dual-pump scheme.

3.4 正色散微腔中宽带孤子光频梳产生

3.4.1 平顶耗散孤子脉冲

通过色散工程精确裁剪波导横截面, 设计波导结构, 通常能得到近零微负平坦色散曲线, 但由于加工工艺缺陷等限制, 不容易制作出完全满足色散要求的微

谐振腔。此外，如 Si_3N_4 材料在可见光波段或中红外波段具有极强的材料吸收，无法被波导色散完全补偿，往往表现为正色散。因此，正色散微腔孤子光频梳的研究有利于实现频谱覆盖范围到可见光波段或中红外波段的微腔光频梳。

微腔光频梳起源于泵浦连续光场的 MI 态，连续光场断裂成超短脉冲序列，此后通过色散与非线性作用演化成孤子脉冲或孤子波。2013 年，T. Hansson 等人基于耦合模方程分析了微腔内 MI 态动力学特点^[58]。研究表明，微腔结构引入的失谐增加了光频梳系统维度，孤子甚至能够稳定存在于正色散区域。如图 3.7，负色散区域微腔光频梳可以通过软激励或硬激励产生，即 MI 态可以直接由冷腔得到而不需要初始激励；而正色散光频梳只能通过硬激励产生，其形成过程不同于负色散，一般为非绝热过程，往往需要一定的初始条件激励，比如已经形成边带梳齿，或者泵浦能量/失谐的突然改变。MI 态动力学特点表明实现正色散微腔孤子光频梳的技术难度远远高于负色散微腔光频梳产生。

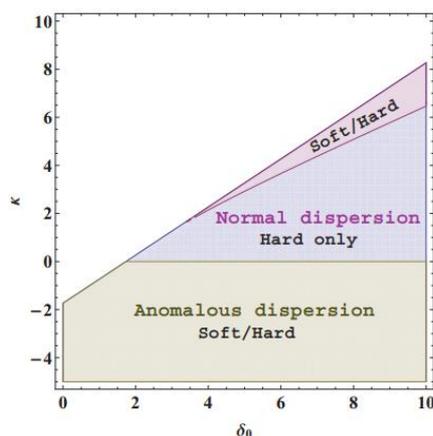


图 3.7 软/硬激励产生 MI 态时的色散区域分布^[58]。

Figure 3.7 Dispersion regions where soft and hard excitations are possible for MI state^[58].

随着正色散微腔孤子研究工作的进一步开展，俄罗斯研究人员 V. E. Labonov 等于 2015 年预测了一种新型耗散孤子脉冲的存在——平顶孤子脉冲 (Platicons)^[59]。正色散微腔结构中，由于模式耦合点的存在^[60]或者高功率激光注入^[64]，泵浦模式谐振频率和对称边带可能构成局部的负色散，支持光频梳产生的软激励，主梳能够轻易产生进而激发更宽的梳齿拓宽光谱形成稳定的孤子态。硬激励到软激励的动力学改变极大降低了光学参量振荡的阈值要求，为产生微腔孤子光频梳提供了新的思路与方法。此外，已成功在正色散微腔中实验产生平顶耗

散孤子光频梳的方法有双色泵浦^[61]和频率调制泵浦^[62]。

本小节假设泵浦模式处存在模式耦合点，即采用泵浦模式偏移法，分析微腔局部色散发生改变时平顶耗散孤子脉冲特点。正如前面内容所述，微腔色散特性可以通过微腔谐振频率表示，当忽略三阶以上的高阶色散时，传统的谐振频率项表达式 (3.3) 修改为

$$\omega_l = \omega_0 - \delta_{0l} \Delta f + D_1 l + \frac{D_2 l^2}{2} \quad (l=0, \delta_{0l}=1; l \neq 0, \delta_{0l}=0) \quad \dots (3.14)$$

这里， δ_{0l} 为 Kronecker 函数， Δf 为泵浦模式特征频率移动量，相应的相位移 $\Delta\varphi$ 被添加到 SSFT 算法的频域步中，进行后续耗散平顶孤子脉冲演化分析。

$$\Delta\varphi = -2\pi\Delta f / FSR \quad \dots (3.15)$$

泵浦模式偏移法等价于修正了微腔色散，因此 LL 方程 (2.30) 的色散项可被修正为

$$iL \frac{\beta_2^{TE}}{2!} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \rightarrow iL \frac{\beta_2^{TE}}{2!} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 + i\Delta\varphi \delta_{0l} \quad \dots (3.16)$$

图 3.8 描述了正色散 Si_3N_4 微环谐振腔中平顶耗散孤子脉冲。泵浦功率 $P_{in}=422 \text{ mW}$ ， $\Delta f=110 \text{ MHz}$ ，平顶耗散孤子的脉宽随着二阶正色散系数 β_2 的减小而减小，相应的孤子频谱随着色散的减小而加宽。当 β_2 为 $15 \times 10^{-26} \text{ s}^2/\text{m}$ 时，孤子光谱可展宽至约 700 nm ，孤子频谱展宽情况达到负色散微腔亮孤子同等水平。在不考虑高阶色散时，正色散微腔中平顶孤子脉冲前后沿都表现出振荡结构，频域两翼出现对称的能量尖峰，这些特点类似于高阶负色散微腔中色散波存在时孤子时频域特点，平顶耗散孤子脉冲光谱被有效展宽。

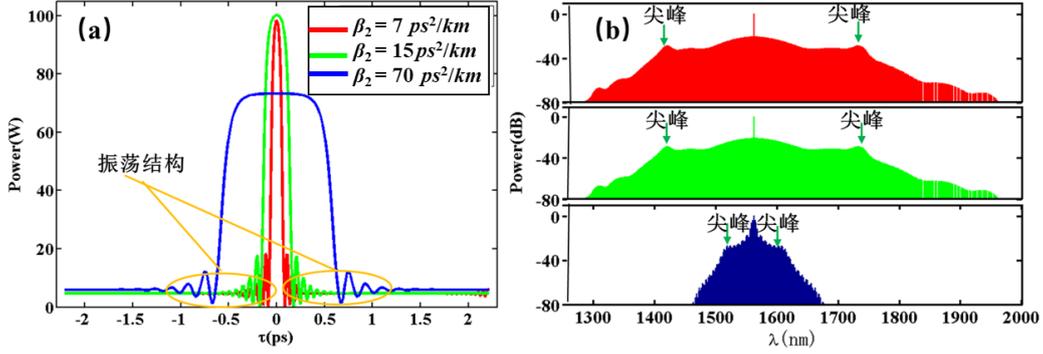


图 3.8 二阶正色散对平顶耗散孤子的影响。(a) 时域图；(b) 频域图。

Figure 3.8 Influences of normal second-order dispersion on platons. (a) Temporal distribution. (b) Spectral distribution.

3.4.2 孤子光频梳转化效率

孤子光频梳由于宽光谱和梳齿等间隔特性，可用作相干光通信、射频光子器件系统的多波长光源，而这些应用通常要求梳齿线具有较高能量以提高系统信噪比，因此对比分析正/负色散微腔中光孤子的能量转化情况十分必要。正/负色散微腔中，孤子脉冲均为具有背景能量的局域结构，当本征损耗足够小时，输入的泵浦能量可视为孤子脉冲的背景能量，而新频率成分能量主要集中于孤子脉冲的局域结构，从而孤子脉冲的占空比能够很好地描述能量转化效率 η ，即

$$\eta = \Delta\tau / t_R \quad \dots (3.17)$$

这里， $\Delta\tau$ 为孤子脉冲局域结构时域宽度， t_R 为脉冲时域周期。从频域上分析，孤子光频梳新频率成分均通过级联 FWM 产生，能量均来自于泵浦，因此可定义孤子光频梳的转化效率 η 为

$$\eta = P_{othercombs} / P_{in} \quad \dots (3.18)$$

其中， $P_{othercombs}$ 为除泵浦外的梳齿能量和， P_{in} 为泵浦功率。

图 3.9 (a-b) 描述了相等色散量微腔中亮孤子和平顶耗散孤子的泵浦能量转化情况，通过式 (3.17) 和 (3.18) 计算得到的时频域转化效率大致相同，而平顶耗散孤子转化效率高于亮孤子约 30%。从时域图分析得到，亮孤子脉冲越窄，光谱越宽，但转化效率降低，因此宽光谱与高转化效率通常不能同时满足。从频域图分析得到，平顶孤子脉冲频谱泵浦模式附近大于 60 dB 的模式数明显多于亮

孤子频谱，因此平顶耗散孤子脉冲的梳齿平坦度优于亮孤子脉冲。2017年，Xue. X 等人研究证实，平顶耗散孤子脉冲可以在占空比保持不变的情况下通过加大脉冲前后沿振荡结构的调制深度或者增加前后沿上升或下降速度，拓宽孤子光谱并实现泵浦能量的较高转化^[63]。因此正色散微腔中平顶耗散孤子脉冲相比于亮孤子脉冲具有独特的优势，其较高的梳齿能量更有利于宽带孤子光频梳在相干通信、射频光子器件、中红外波段气体分子探测等领域的应用。

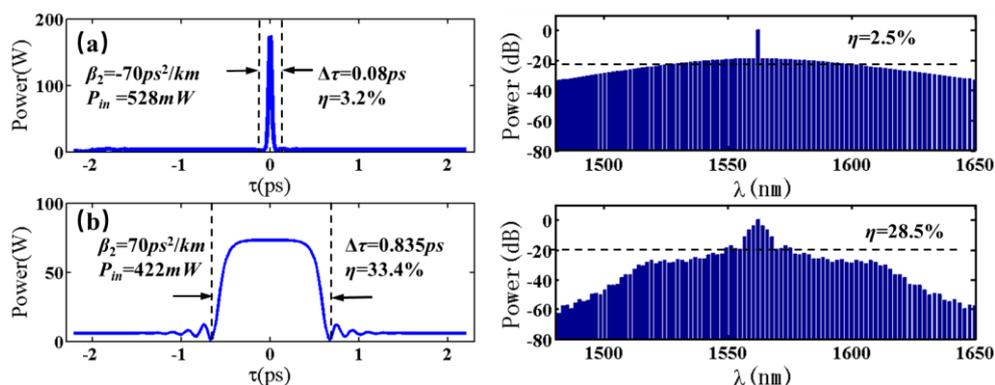


图 3.9 微腔孤子光频梳转化效率分析。(a) 负色散亮孤子；(b) 正色散平顶耗散孤子。

Figure 3.9 Conversion efficiency analysis of microcavity-based OFCs. (a) soliton in anomalous-dispersion microcavity. (b) Platicon in normal-dispersion microcavity.

3.5 本章小结

本章内容着重于介绍宽光谱微腔孤子光频梳的实现，一是通过色散工程精准裁剪波导，设计平坦近零负色散曲线进而得到宽带孤子光频梳；二是利用高阶色散使微腔孤子通过级联相位匹配条件激发切比雪夫辐射，产生色散波以拓宽频谱。数值研究证实，孤子光谱越宽，梳齿包络越平坦，而泵浦能量转化效率越低，梳齿能量越低，这不利于宽带孤子光频梳作为多波长光源的应用。另一方面，由于 Al_3N_4 、 SiO_2 、 Si_3N_4 等材料的吸收特性，不易在任意波长处设计得到微负色散的微腔结构，因此研究人员致力于探索正色散微腔孤子光频梳的产生方法。

由于模式耦合点的存在或泵浦条件的突然改变，正色散微腔中存在一种新型平顶耗散孤子脉冲。本章采用泵浦模式偏移法探索了平顶耗散孤子脉冲的时频域特点。数值结果证实，平顶耗散孤子脉冲前后沿存在时域振荡结构，有利于孤子光谱展宽。此外，通过对比分析亮孤子与平顶耗散孤子脉冲的泵浦转化

效率，证实平顶耗散孤子转化效率高于亮孤子约 30%，这一特点克服了负色散微腔中宽光谱与泵浦能量高效率转化无法同时满足的缺点，在射频光子器件、中红外波段气体分子探测等领域表现出重大应用价值。

第 4 章 正色散微腔正交偏振双光梳产生

4.1 引言

微腔光频梳由于体积小、结构简单、CMOS 可兼容等特点,适用于片上多功能集成应用,且宽带孤子光频梳可作为相干激光光源,利用双光梳系统进行光谱学研究或高精度距离探测。目前,已得到实验证实的微腔双光梳系统主要有两种方案,一是同一芯片上构造两个微腔并通过泵浦调谐方案同时调控产生孤子双光梳^[65],二是微腔中容纳两个相反传播的孤子脉冲^[67],从耦合波导两端口分别探测得到孤子双光梳。第一种方案需要两个高 Q 值微腔、两个可调谐激光器以及其他双倍器件,提高了实验成本,而第二种方案中两个反向传播的孤子容易发生串扰,不易分离探测。因此,研究人员一方面致力于实现更简洁的微腔双光梳方案,另一方面探索具有更优性能的微腔结构。

一种有趣的双光梳方案已被实验证实,即一个高 Q 值微腔中通过 XPM 作用产生正交偏振双光梳^[68]。正交偏振双光梳能够通过偏振分束器分离,且其简单的实验调控方案具有极强的实用性。正如第三章所提到的,相比于负色散,正色散孤子光频梳的转换效率更高,不仅降低了阈值要求,且梳齿获得更高能量。本章将基于平顶耗散孤子脉冲的独特优势,引入 XPM 效应,建立正交偏振双光梳理论模型,分析正交偏振双光梳的产生机理与物理特性,进一步探索正色散微腔孤子光频梳在中红外双光梳系统的应用。

4.2 正交偏振双光梳理论模型

图 4.1 描述了高 Q 值微环谐振腔中通过 XPM 作用产生正交偏振双光梳的两步过程。首先,TE 偏振泵浦耦合进入微腔激发稳定的 TE 平顶孤子脉冲,然后种子注入 TM 泵浦光,通过正交偏振模式之间的 XPM 作用激发 TM 孤子脉冲。为了调查正交偏振双光梳的物理机理,本小节建立了 TE 和 TM 模式相应的 LL 模型(方程(4.1-4.2)),其中包括二阶色散、非线性效应、自陡峭效应、XPM 效应以及硅材料特有的多光子吸收效应、自由载流子效应。

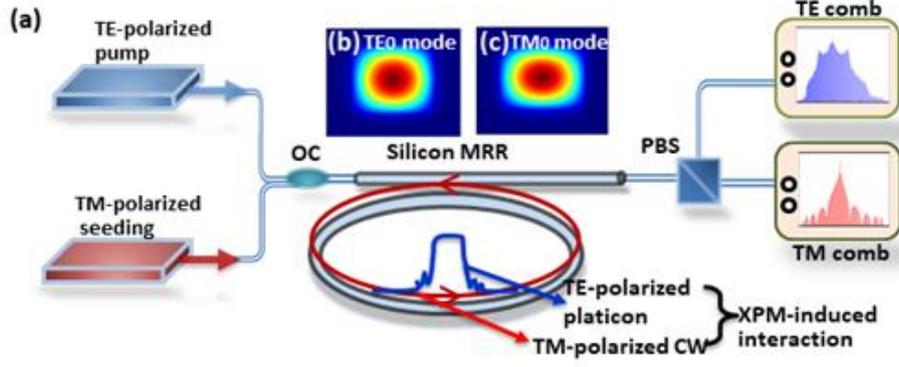


图 4.1 基于正色散微腔的正交偏振双光梳产生^[66]。(a) 产生原理示意图；(b-c) 微腔 TE 和 TM 基模模场。

Figure 4.1 Orthogonally-polarized dual-comb generation based on normal-dispersion microcavity^[66]. (a) Schematic diagram. (b-c) Microcavity mode profiles for the fundamental TE and TM polarizations.

$$\begin{aligned}
 t_R^{TE} \frac{\partial E^{TE}(t, \tau)}{\partial t} = & \left\{ -\frac{\alpha^{TE}}{2} - \frac{\kappa^{TE}}{2} - i\delta_0^{TE} + iL \frac{\beta_2^{TE}}{2!} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 + \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \right. \\
 & \times \left[i\gamma^{TE} L \left(|E^{TE}(t, \tau)|^2 + \frac{2|E^{TM}(t, \tau)|^2}{3} \right) - \beta_{3PA} L \left(\frac{|E^{TE}(t, \tau)|^4}{3(A_{eff}^{TE})^2} + \frac{|E^{TM}(t, \tau)|^4}{3(A_{eff}^{TM})^2} \right) \right] \\
 & \left. - \frac{\sigma L}{2} (1 + i\mu) \langle N_c(t, \tau) \rangle \right\} E^{TE}(t, \tau) + \sqrt{\kappa^{TE}} E_{in}^{TE} \\
 & \dots (4.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_R^{TM} \frac{\partial E^{TM}(t, \tau)}{\partial t} = & \left\{ -\frac{\alpha^{TM}}{2} - \frac{\kappa^{TM}}{2} - i\delta_0^{TM} + iL \frac{\beta_2^{TM}}{2!} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 + \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \right. \\
 & \times \left[i\gamma^{TM} L \left(|E^{TM}(t, \tau)|^2 + \frac{2|E^{TE}(t, \tau)|^2}{3} \right) - \beta_{3PA} L \left(\frac{|E^{TM}(t, \tau)|^4}{3(A_{eff}^{TM})^2} + \frac{|E^{TE}(t, \tau)|^4}{3(A_{eff}^{TE})^2} \right) \right] \\
 & \left. - \frac{\sigma L}{2} (1 + i\mu) \langle N_c(t, \tau) \rangle + L \left(\frac{1}{v_g^{TE}} - \frac{1}{v_g^{TM}} \right) \frac{\partial}{\partial \tau} \right\} E^{TM}(t, \tau) + \sqrt{\kappa^{TM}} E_{in}^{TM} \\
 & \dots (4.2)
 \end{aligned}$$

这里， $E^{TE}(t, \tau)$ 和 $E^{TM}(t, \tau)$ 是两偏振模式对应的腔内光场， E_{in}^{TE} 和 E_{in}^{TM} 是泵浦频率 ω_0 处的输入光场； t 和 τ 定义为慢时间和快时间，而 t_R^{TE} 和 t_R^{TM} 是两偏振光场在腔内环形一圈的时间； α^{TE} 和 α^{TM} 代表光场环形一圈的线性功率损耗， κ^{TE} 和 κ^{TM} 代表泵浦光的耦合系数； δ_0^{TE} 和 δ_0^{TM} 是泵浦和临近谐振模式之间的相位失谐量； β

β_2^{TE} 和 β_2^{TM} 代表两偏振模式的二阶色散系数，而 $\gamma^{TE}=n_2\omega_0/cA_{eff}^{TE}$ 和 $\gamma^{TM}=n_2\omega_0/cA_{eff}^{TM}$ 代表其非线性系数，其中 A_{eff}^{TE} 和 A_{eff}^{TM} 是有效模式面积， n_2 是硅材料非线性折射率系数； L 和 R 分别代表微环腔长和半径； σ 是自由载流子吸收横截面面积， μ 是自由载流子色散参量而 β_{3PA} 是三光子吸收系数。

三光子吸收是大于 2200 nm 波段范围内主要的多光子吸收效应，多光子吸收过程中将会伴随产生自由载流子。随着光场在微腔内环形传播，自由载流子不断累积，其再结合率取决于自由载流子寿命 τ_{eff} ，其密度 $N_c(t, \tau)$ 通过载流子速率方程 (4.3) 描述。

$$\frac{\partial \langle N_c(t, \tau) \rangle}{\partial t} = \frac{\beta_{3PA}}{3\hbar\omega_0} \left(\frac{|E^{TE}(t, \tau)|^6}{(A_{eff}^{TE})^3} + \frac{|E^{TM}(t, \tau)|^6}{(A_{eff}^{TM})^3} \right) - \frac{\langle N_c(t, \tau) \rangle}{\tau_{eff}} \quad \dots (4.3)$$

其中， $\langle N_c(t, \tau) \rangle$ 代表光场环形一周的平均自由载流子密度。

$$\langle N_c(t, \tau) \rangle = \frac{1}{t_R} \int_{-t_R/2}^{t_R/2} N_c(t, \tau) d\tau \quad \dots (4.4)$$

实验调控中，通常采用较低功率泵浦减少载流子产生，或通过 PIN 结构抽运载流子，减弱其对腔内光频梳的不利影响^[69]。本章的正交偏振双光梳模型是在考虑 PIN 结构的前提下建立，且模型只包括了三光子吸收效应和其相应的自由载流子效应，以分析中红外波段正交双光梳的特点。此外，自陡峭效应总是存在于非线性介质中，因此考虑到 LL 模型的完备性，双光梳模型加入了自陡峭效应。尽管孤子脉冲达到 ps 或 fs 量级，而其相应的泵浦和脉冲功率较低，不足以激发明显的自陡峭效应，对孤子脉冲产生的影响极其微弱，通常不被观察到。

事实上，微腔偏振模式对应的群折射率总是不一致的，因此正交偏振模式之间 GVM 效应不可避免。为了简化模型，本章假设 TE 和 TM 偏振模式具有一致的群折射率，而在 TM 偏振方程 (4.2) 中引入 GVM 项 $L(1/v_g^{TE} - 1/v_g^{TM})\partial E^{TM}(t, \tau)/\partial \tau$ 描述 GVM 的物理影响，其中 v_g^{TE} 和 v_g^{TM} 分别代表 TE 和 TM 偏振模式对应的群速度。本章设计的两步泵浦方式类似于光纤激光器中用于研究 XPM 效应的泵浦探测结构^[70]，借助已经建立的 TE 孤子光场对 TM 光场极强的相位调制作用，实现正交偏振双光梳的稳定产生。

4.3 微腔结构参数与优化设计

本小节基于有限元方法设计了正色散硅微环谐振腔，计算得到的 TE 和 TM 偏振基模模场呈现在图 4.1 (b-c)，而微腔结构参数、材料特性参数以及其他的仿真值被总结于表 4.1。值得说明的是，硅材料特性参数 α_0 , κ , β_{3PA} , σ , μ 和 n_2 来自于文献[71-75]， β_2 和 A_{eff} 通过有限元方法计算得到，而 FSR, t_R , n_g , v_g 以及 γ 值都通已有的参数计算得到。

表 4.1 微腔参数及材料特性仿真值

Table 4.1 Simulation values for microresonator parameters and material properties.

	TE mode	TM mode
Waveguide area (nm ²)	3130×4000	
Cladding material	Air	
Substrate material	Silicon oxide	
$R/L(\mu\text{m})$	100/628	
$\lambda_0(\mu\text{m})/\omega_0(\text{THz})$	3/62.78	
$\tau_{eff}(\text{ps})$	10	
$\alpha_0(\text{dB/cm})$	0.07	
κ	0.0083	
$\beta_{3PA}(\text{m}^3/\text{W}^2)$	2×10^{-26}	
$\sigma(\text{m}^2)$	4.08×10^{-21}	
μ	4.5	
$n_2(\text{m}^2/\text{W})$	6×10^{-18}	
n_0	3.42	
ξ	0.892	
Q_{total}	4.947×10^5	4.953×10^5
FSR (GHz)/ t_R (ps)	135.6/7.37	135.8/7.36
n_g	3.5143	3.5186
$v_g(\text{m/s})$	85.31×10^6	85.20×10^6
$\beta_2(\text{ps}^2/\text{km})$	71.77	5.85
$A_{eff}(\mu\text{m}^2)$	6.15	6.07
$\gamma(1/(\text{W} \times \text{m}))$	2.04	2.07

正如第三章所提到的，正色散微腔中难以满足四波混频相位匹配条件，而通过移动泵浦模式特征频率，泵浦和对称边带谐振频率构成了局部负色散关系，能够支持光频梳产生的“软激励”，进而 MI 态发生，逐渐形成主梳，从而通过级联四波混频产生更宽的频梳。本小节采用泵浦模式偏移法（见式 3.14-3.16）对双梳模型进行数值求解。求解过程中，发现 Δf 在 60~110 MHz 范围内都能实现单孤子稳定产生。本章选定 Δf 为 100 MHz，相应的相位移动 $\Delta\phi$ 被添加到 SSFT 算法的频域步中，进行后续的正交偏振双光梳产生分析。值得说明的是，正色散微腔中，TE 偏振平顶耗散孤子光梳通过泵浦模式偏移法得到，而 TM 偏振光梳通过

XPM 相位调制放大机制产生，不必要再使用泵浦模式偏移法。

4.4 基于 XPM 效应的正交偏振双光梳产生

4.4.1 TE 孤子脉冲产生与物理特性

为了实现双光梳运行，TM 泵浦光必须在 TE 孤子稳定产生以后注入。50 mW 的 TE 泵浦光和 0.1 mW 的 TM 泵浦光先后应用于 LLE 数值模拟中。如图 4.2 (a-b)，TE 孤子脉冲在 TM 种子泵浦注入前后，脉冲宽度、光谱形状以及能量强度几乎没有变化，图 4.2 (c) 也描述了 TM 种子泵浦光的加入对稳定的 TE 孤子脉冲演化几乎没有影响。TE 孤子稳定传播时，其脉冲峰值功率约 35 mW。相比于 0.1 mW 的 TM 连续泵浦光，TE 孤子脉冲能量高了 4 个量级，因此 TE 孤子脉冲对 TM 模式的 XPM 效应远远强于 TM 模式对 TE 孤子脉冲的影响。XPM 效应引起的 MI 放大增益和微腔本身具有的场增强效应促进了稳定的 TM 脉冲形成。

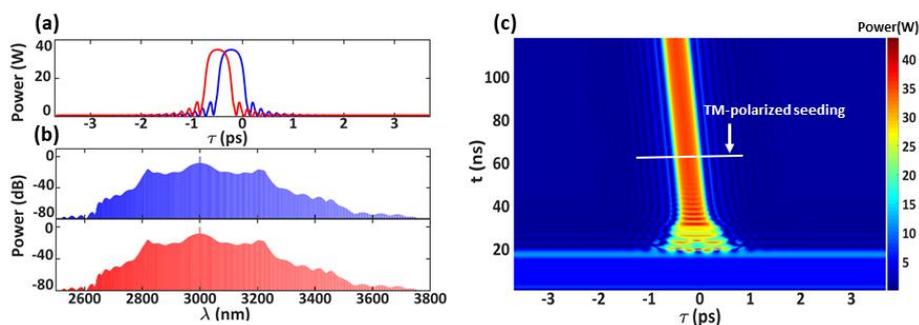


图 4.2 TE 孤子脉冲物理特性^[66]。TM 种子泵浦光注入前（蓝）后（红），TE 孤子脉冲（a）时域、（b）频域特性以及（c）腔内时域演化图，白色实线表示 TM 种子注入时间为 60 ns。

Figure 4.2 Characteristics of TE platicon^[66]. (a) Temporal and (b) spectral characteristics for the TE pulse before (blue) and after (red) TM seeding. (c) Temporal evolution for the TE mode marked with the TM seeding time point (about 60 ns).

4.4.2 TM 孤子脉冲产生与物理特性

为了简化分析，本小节首先假设 TE 和 TM 偏振模式具有相同的群速度折射率，即忽略方程 (4.2) 的 GVM 项。图 4.3 (a) 描述了不同失谐值下 TM 偏振孤

子脉冲时域（左列）和频域（右列）分布。在 $\delta_0^{TM} = -0.012$ 和 $\delta_0^{TM} = 0$ 处，TM 孤子脉冲呈现平坦的下凹形状，而在 $\delta_0^{TM} = 0.032$ 处，TM 孤子脉冲呈现平顶形状。频域上，TM 孤子光谱展宽约 1000 nm，呈现对称分布。为了调查其中的物理机制，计算了一系列 TM 泵浦失谐量下 TM 孤子脉冲产生情况。图 4.3 (b-c) 描述了 TM 孤子脉冲在空间和平面的时域分布，随着 TM 泵浦从蓝边到红边的扫描，TM 孤子脉冲呈现出由平底到平顶的规则变化。

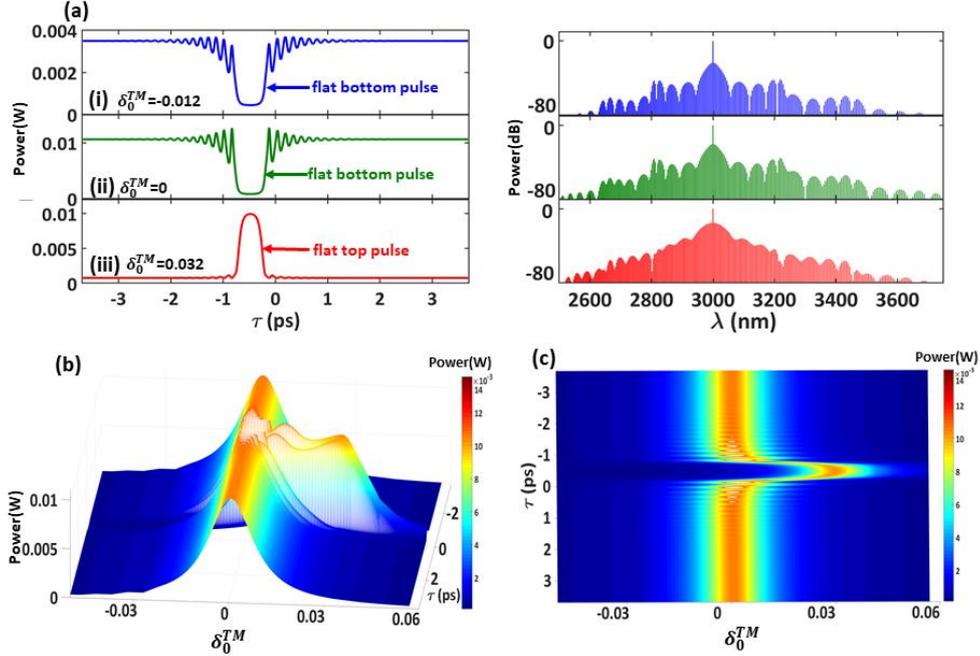


图 4.3 假设 $v_g^{TE} = v_g^{TM}$ ，TM 孤子脉冲物理特性^[66]。(a) 稳定的 TM 孤子脉冲时域（左）、频域（右）分布；(b) TM 孤子脉冲关于 δ_0^{TM} 的时域演化 (c) 及其俯视图。

Figure 4.3 Characteristics of TM solitary pulse under the assumption of $v_g^{TE} = v_g^{TM}$ ^[66]. (a) Stable TM solitary pulses (left column) and corresponding mode-locking spectra (right column). (b) Temporal evolution for the TM pulse and (c) its top view versus δ_0^{TM} .

如图 4.3 (b-c)，XPM 作用机制下，TM 孤子脉冲存在于一个大的失谐范围，包括蓝失谐和红失谐区域。TM 泵浦调谐过程中，随着泵浦靠近和远离微腔谐振峰，耦合进入微腔的能量逐渐升高再逐渐减低，导致孤子脉冲背景强度的改变。当高功率的 TE 孤子脉冲和 TM 弱连续光靠得足够近时，XPM 引起的模式耦合触发微腔系统运行在 MI 态，TM 弱连续波获得增益并振荡形成超短脉冲序列^[76]。XPM 引起的 MI 放大机制促进了 TM 孤子脉冲甚至形成在蓝失谐区域，但为了保持腔内色散与非线性的平衡，TM 孤子脉冲以连续背景波下能量下陷的形式存在^[77,78]。而在红失谐区域，XPM 引起的 MI 放大机制相当于增强了 TM 模式的

非线性作用，而不改变 TM 孤子脉冲存在形态，TM 孤子脉冲仍然以平顶的形状稳定传播 (Platicon)。总之，XPM 作用扩大 TM 孤子脉冲存在的失谐范围至蓝失谐区域。此外，由图 4.3 (b-c) 可以看出，脉冲能量较高区域 (黄色区域) 主要分布于近零失谐处，因此后续分析 TM 孤子脉冲在存在区域内如何达到泵浦最优转化对正交偏振双光梳的研究十分必要。

正交偏振模式群折射率不同，其引起的 GVM 效应不可避免。为进一步探索 TM 偏振光梳的物理特性，在数值计算中加入 GVM 项。如图 4.4，GVM 效应引起的脉冲走离和 XPM 引起的频率啁啾共同造成了 TM 孤子脉冲时域和频域不对称分布特点^[79]。时域上， δ_0^{TM} 从蓝失谐增加到红失谐过程中，TM 孤子脉冲展现出不规则的 dip 到 strike 的变化；频域上，随着 δ_0^{TM} 的增加，TM 孤子脉冲光谱中心从蓝边向红边移动。1988 年，P. L. Baldeck 证实了光纤激光泵浦探测结构中，XPM 效应能够引起激光脉冲的频移^[80]。本小节通过大量仿真证实，微腔结构中 XPM 引起的 TM 孤子脉冲光谱中心偏移方向取决于 GVM 的相对大小，而其光谱中心偏移量取决于失谐量的绝对值大小。考虑 GVM 效应时，TM 孤子脉冲展现出和图 4.3 相似的规律，TM 孤子脉冲依然在蓝失谐区域和红失谐区域分别展现出能量下陷和上凸的时域特点，并随着 TM 泵浦从蓝边到红边的移动，TM 孤子脉冲能量逐渐改变。然而，GVM 降低了 XPM 引起的模式耦合效率，因此相比于图 4.3，TM 孤子脉冲能量略微降低，如图 4.3 (b) 和图 4.4 (b) 的能量 bar 所示，最大值从 14 mW 降低到 10 mW。总之，GVM 不会禁止 XPM 引起 TM 孤子脉冲产生，TM 孤子脉冲仍然存在于扩大的失谐范围内，包括红蓝失谐区域。

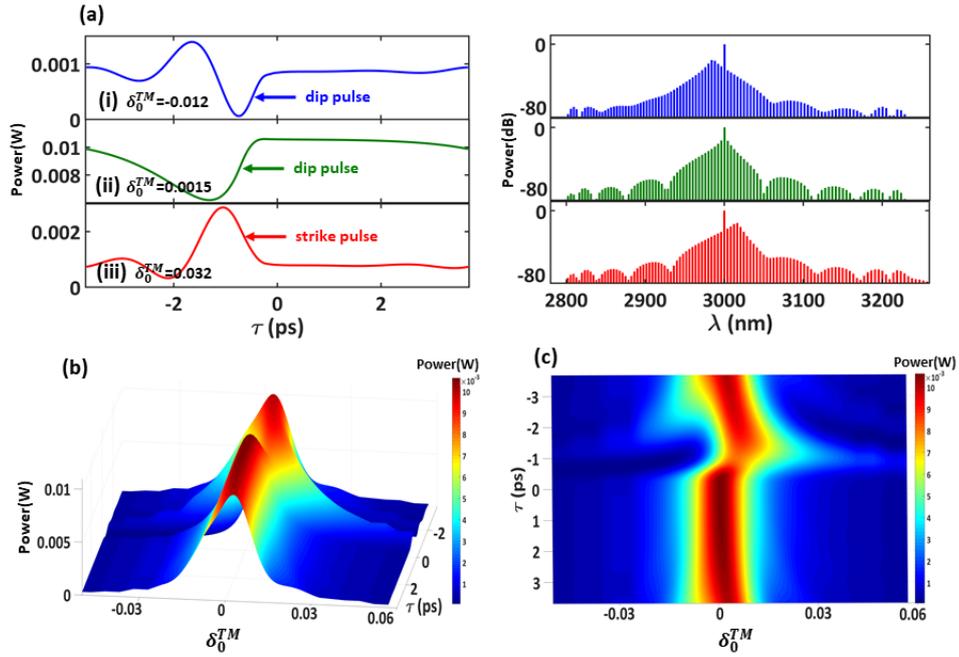


图 4.4 考虑 GVM 时 ($v_g^{TE} > v_g^{TM}$), TM 孤子脉冲物理特性^[66]。(a) 非对称的 TM 孤子脉冲时域 (左)、频域 (右) 分布; (b) TM 孤子脉冲关于 δ_0^{TM} 的时域分布及 (c) 俯视图。

Figure 4.4 Characteristics of TM solitary pulse if considering the GVM ($v_g^{TE} > v_g^{TM}$)^[66]. (a) Asymmetric temporal (left column) and spectral (right column) characteristics of TM solitary pulses. (b) Global TM temporal profile and (c) its top view versus δ_0^{TM} .

4.4.3 泵浦功率与失谐对双光梳的影响

为了进一步调查正交偏振模式之间能量交换机制, 本小节改变 TE 和 TM 泵浦能量条件, 分析了 TM 孤子的转化效率。这里我们定义 TM 孤子脉冲的转化效率 η 为 TM 光频梳中除泵浦之外的梳齿能量和与 TM 泵浦能量之比。固定 TM (TE) 偏振泵浦为 0.1 mW (50 mW), 逐渐增加 TE (TM) 泵浦功率, 计算出不同失谐处 TM 孤子脉冲的转换效率, 并整理数据绘制于图 4.5 (a-b)。物理上, $\eta > 1$ 意味着 TM 孤子脉冲获得了高于 TM 泵浦的梳齿能量, 也就是说, XPM 效应已经发生。而在 $\eta < 1$ 区域, 由于 TM 泵浦离微腔谐振峰较远, XPM 效应没有发生。

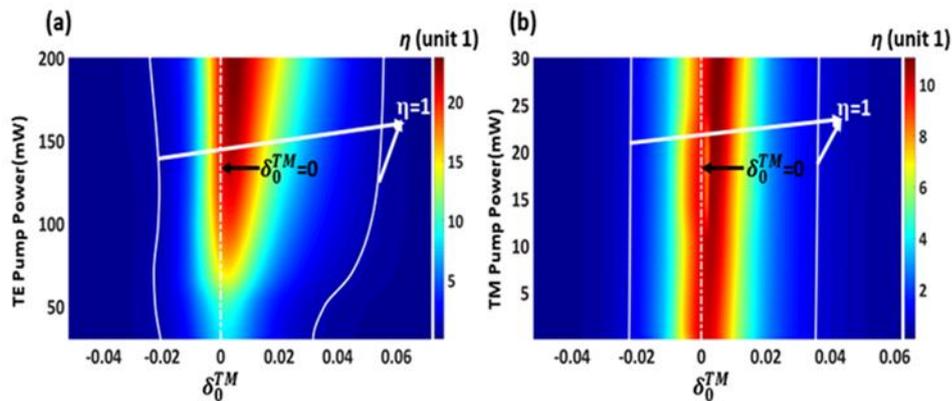


图 4.5 泵浦能量对 TM 光频梳转化效率的影响^[66]。(a) 当 $P_{in}^{TE}=30\sim 200$ mW, $P_{in}^{TM}=0.1$ mW 时, TM 孤子光频梳的转换效率; (b) $P_{in}^{TM}=0.1\sim 30$ mW, $P_{in}^{TE}=50$ mW 时, TM 孤子光频梳的转换效率。 $\eta=1$ 用白实线标记, 表示 XPM 效应发生的临界值。

Figure 4.5 Influences of pump power on intracavity conversion efficiency of TM OFC^[66]. (a) Intracavity conversion efficiency η of TM comb when $P_{in}^{TE}=30\sim 200$ mW, $P_{in}^{TM}=0.1$ mW. (b) Calculated η when $P_{in}^{TM}=0.1\sim 30$ mW, $P_{in}^{TE}=50$ mW. The cases for $\eta=1$ (marked with solid white lines) denote that the XPM effect has critically happened.

图 4.5 (a-b) 白实线 ($\eta=1$) 内为不同泵浦能量条件下, TM 孤子脉冲能够稳定存在的失谐范围。如图 4.5 (a), 当种子泵浦 (TM) 功率一定时, $\eta>1$ 的失谐区域随着主泵浦 (TE) 功率的升高而增大; 而如图 4.5 (b), 当主泵浦 (TE) 固定在 50 mW 时, $\eta>1$ 的失谐区域随着种子泵浦的升高而几乎不变。对比分析得出, XPM 作用机制下, TE 主泵功率决定了次梳能够存在的失谐范围。主泵能量较高时, 即使种子泵浦远离微腔谐振时, 腔内将有足够多的能量激发 XPM 发生, 因此主泵能量越高, 次梳存在的失谐范围越宽。

其次, 当 TM 种子泵浦固定在某一失谐时, TM 孤子光频梳转化效率 η 随着 TE 主泵功率的升高而逐渐升高, 而随着 TM 种子泵浦功率的升高几乎不变。也就是说, 子梳功率与种子泵浦功率呈线性关系, 合理增大种子泵浦功率能有效提高次梳梳齿能量。此外, 当失谐量相等时, 红失谐处次梳转换效率高于蓝失谐处, 且红失谐区域内存在临界失谐点, 次梳在临界点处具有最高的转化效率, 即相比于其他失谐点次梳将会获得最高梳齿能量。如图 4.5 (b), TE 泵浦为 50 mW 时, TM 孤子光频梳在 δ_0^{TM} 为 0.018 附近获得高于本身泵浦约 13 倍的能量。同时, 当 TM 泵浦功率为 30 mW 时, 典型的正交偏振孤子脉冲峰值功率分别为 35 W 和 2 W, 能量比为 17:1, 如图 4.6 (a-b)。相比于负色散微腔孤子, 正色散微腔正交偏

振双光梳的梳齿能量差明显降低，一是得益于正色散微腔，孤子光频梳获得较高的能量转化，二是由于蓝红失谐区域不同的物理作用机制，XPM 引起的次梳将会在红失谐区域与主梳发生能量耦合。

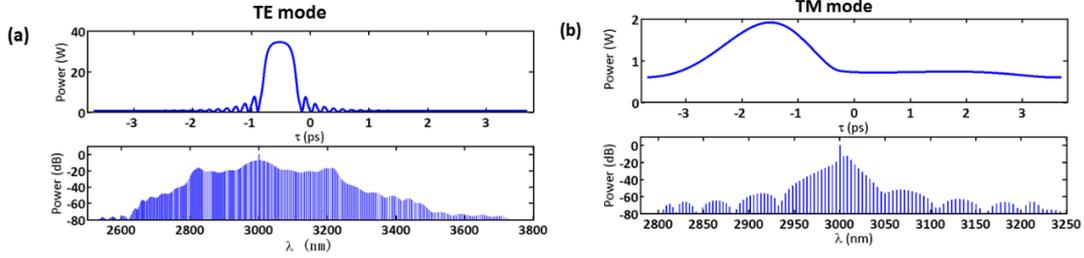


图 4.6 典型的正交偏振双光梳^[66]。当 $P_{in}^{TE}=50$ mW, $P_{in}^{TM}=30$ mW, $\delta_0^{TM}=0.018$ 时, (a) TE 和 (b) TM 偏振模式时频域分布。

Figure 4.6 Typical orthogonally-polarized dual combs. Pulses and spectra for (a) TE and (b) TM modes when $P_{in}^{TE}=50$ mW, $P_{in}^{TM}=30$ mW, and $\delta_0^{TM}=0.018$.

综上所述，可以从三方面减小正交偏振双光梳梳齿能量差：（1）适当提高种子泵浦功率以增加次梳梳齿能量；（2）将种子泵浦锁定在红失谐区域，并尽量靠近临界失谐处，以提高次梳能量转化；（3）适当降低主泵功率以降低主梳梳齿能量。正色散微腔正交偏振双光梳系统梳齿能量的有效平衡，能够提高双光梳系统信噪比，有利于其在测距、光谱仪等领域的拍频测量，极大地提高了双光梳系统的实用性。

4.5 本章小结

基于第三章正色散宽带孤子光频梳的实现方法，本章内容扩展到正色散宽带微腔孤子光频梳的应用研究。本章首先引入 XPM 效应，基于泵浦探测结构，提出了“一腔容两梳”的正交偏振双光梳产生方案；通过有限元方法设计了支持正交偏振模式的正色散硅波导微环结构，建立了正交偏振双光梳物理模型。然后，采用泵浦模式偏移法、SSFT 以及 4 阶 R-K 算法对正交偏振双光梳模型求解。最后，探索了 XPM 作用机制下正交偏振双光梳的时频域特点，讨论了泵浦能量与失谐对双光梳的影响。

泵浦探测结构中，TE 主泵和 TM 种子泵浦的先后注入降低了实验操控难度，且正交偏振模式之间的 XPM 效应有助于 TM 次梳的产生。XPM 作用不仅降低

了 TM 种子泵浦功率需求,也使 TM 子梳存在的失谐范围从红失谐区域扩大到蓝失谐区域。数值研究证实,正交偏振模式之间的 GVM 降低了 XPM 的耦合效率,引起 TM 子梳时频域不对称分布,然而不会禁止 TM 子梳的产生。进一步调查不同泵浦能量下的 TM 子梳转化效率发现,合理提高主泵功率、降低种子泵浦功率以及将种子泵浦锁定在红失谐区域能够减小正交偏振双光梳的梳齿能量差。这些研究成果为正交偏振双光梳的实现和性能优化提供了思路,为微腔宽带孤子光频梳在距离测量、气体探测等领域的应用奠定了基础。

第5章 总结与展望

自光频梳技术提出以来已有近半个世纪，随着微纳工艺的不断提高，光频梳技术已逐渐向片上集成化方向发展，并在相干光通信、分子光谱探测、精密测距等领域展现出巨大的应用价值^[81-83]。为满足应用需要，有必要拓宽微腔孤子的频谱宽度并实现泵浦高效率转化以进一步提高光频梳系统性能。

5.1 主要研究成果

本论文针对宽带孤子光频梳的产生机理与动力学过程展开了理论与数值研究，讨论了不同色散类型微腔中拓宽孤子频谱宽度的方法；证实了正色散微腔中存在高转化效率平顶耗散孤子，并进一步探索了正交偏振双光梳的物理机制。主要内容与成果总结如下：

1. 通过级联 FWM 原理阐明了微腔光频梳频谱展宽的物理机制，再结合非线性光纤光学的 NLSE 模型和腔内光场边界条件详细推导了其 LL 理论模型；通过 SSFT 和 4 阶 R-K 算法对 LL 模型进行数值求解，说明了微腔光频梳动力学过程与单孤子调控方法。

2. 选用 Si₃N₄ 材料平台分析了正/负色散微腔中拓宽孤子频谱宽度的方法。通过色散工程设计近零平坦色散曲线 ($\beta_2 \sim -10^{-26}$ s²/m 量级) 能够得到约 700 nm 宽的孤子光谱；而高阶色散足够大时，孤子脉冲通过级联相位匹配条件激发切比雪夫辐射，产生色散波，能将光谱拓宽至一倍频程 (1.2 ~ 2.4 μm)。正色散微腔中存在一种新型平顶耗散孤子脉冲，其频域特点类似于孤子色散波，能有效拓宽孤子频谱，且其泵浦转化效率高于同等绝对值负色散微腔孤子光频梳约 30%。这一独特优势克服了负色散微腔中宽光谱与高梳齿能量不能同时满足的缺点，因此正色散微腔宽带孤子光频梳在双梳测距、双梳光谱探测等应用领域具有独特优势。

3. 采用泵浦-探测结构中的两步泵浦方式，在正色散硅微腔中建立了含有 XPM 效应的正交偏振双光梳模型，并基于泵浦模式偏移法实现了正色散正交偏振双光梳的产生。受益于 TE 主梳对 TM 子梳极强的 XPM 作用，TM 种子泵浦

功率可低至 0.1 mW, TM 子梳存在的失谐范围也从红失谐区域扩大到蓝失谐区域。通过分析 GVM 效应表明, GVM 效应将会引起 TM 子梳时频域不对称分布, 但不会禁止 TM 子梳的稳定产生。在微腔正色散特性和 XPM 效应的共同作用下, 正交偏振双光梳的梳齿能量差被大幅度降低, 其典型的峰值能量比能够降到 17:1, 这些结果尤其有利于正交偏振双光梳在精密测距、分子光谱仪等领域的拍频测量。

5.2 未来工作展望

本论文针对不同色散类型下如何拓宽微腔孤子谱宽展开了理论与数值研究, 并进一步探索了单个正色散微腔内正交偏振双光梳的物理机制。目前, 宽带微腔孤子光频梳的实验开展和工程应用仍然面临诸多技术挑战。

1、随着高非线性介质的发展, 微腔光频梳展现出一些新型非线性效应, 如拉曼感应频移、受激布里散射、XPM 效应引起的腔共振等, 因此有必要进一步完善理论模型, 说明微腔光频梳实验中未被解释的动力学过程。

2、实现宽波长范围内相位匹配条件要求精确控制微腔色散, 然而由于材料特性、微纳工艺等限制, 往往不能够得到完全满足色散要求的微腔结构^[84]。未来需要优化加工工艺流程, 降低波导损耗, 研制出能够满足特定色散要求的高 Q 值微腔结构。

3、宽带微腔孤子光频梳通过 $f-2f$ 、 $2f-3f$ 等自参考系统能够实现频率和相位的锁定, 而目前搭建装置简单、功耗低、稳定度高的实验平台, 进行稳频实验也是一项亟待完成的内容^[85]。

总之, 得益于微纳加工工艺的快速发展, 微腔光频梳产生平台日益多样化, 微腔孤子实验调控方案也趋于成熟。微腔光频梳技术已逐步向低阈值功率、宽光谱范围、CMOS 可集成等方向发展, 将为未来精密光谱计量、高速光通信、军事探测等诸多应用领域带来突破性的进展。

参考文献

- [1] Mcduff OP, Harris SE. Nonlinear theory of the internally loss-modulated laser[J]. IEEE J. Quantum Electron, 1967, 3: 101-111.
- [2] Hall JL. Nobel lecture: defining and measuring optical frequencies[J]. Review of Modern Physics, 2006, 78: 1279-1295.
- [3] Haensch TW. Nobel lecture: passion for precision[J]. Review of Modern Physics, 2006, 78: 1297-1309.
- [4] Giorgetta FR, et al. Optical two-way time and frequency transfer over free space[J]. Nature Photonics, 2013, 7: 434-438.
- [5] Udem T, Holzwarth R, Haensch TW. Optical frequency metrology[J]. Nature, 2002, 416: 233-237.
- [6] Marin-Palomo P, et al. Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications[J]. Nature, 2017, 546: 274-279.
- [7] Murphy, MT, et al, High-precision wavelength calibration of astronomical spectrographs with laser frequency combs[J]. Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 2007, 380: 839-847.
- [8] Alden, CB, et al, Methane leak detection and sizing over long distance using dual frequency comb laser spectroscopy and a bootstrap invention technique[J]. Atoms. Meas. Tech. Discuss, 2007, 1-34.
- [9] Metcalf AJ, Quinlan F, Fortier TM, et al. Broadly tunable, low timing jitter, high repetition rate optoelectronic comb generator[J]. Electronics Letters, 2015, 51: 1596–1598.
- [10] Jones DJ, Diddams SA, Ranka JK, et al. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis[J]. Science, 2000, 288.
- [11] Peng J, Liu T, Shu R. Self-referenced Er-fiber laser comb with 300 MHz comb spacing[C]. IEEE International Frequency Control Symposium, 2009.
- [12] Carlson DR, Hickstein DD, Zhang W, et al. Ultrafast electro-optic light with subcycle control[J]. Science, 2018, 361: 1358-1363.

-
- [13] Bartels A, Heinecke D, and Diddams SA. 10-GHz self-referenced optical frequency comb[J]. Science, 2009, 326: 681-687.
- [14] Ma Y, Hirota I, Xu B, et al. low-noise 750 MHz spaced ytterbium fiber frequency combs[J]. Optics Letters, 2018, 43: 4136-4139.
- [15] Fortier T, and Baumann E. 20 year of developments in optical frequency comb technology and application[J]. Communications Physics, 2019, 2: 153.
- [16] Birks TA, Wadsworth WJ, Russell PSJ. Supercontinuum generation in tapered fiber[J]. Optics Letters, 2000, 25: 1415-1417.
- [17] Kippenberg TJ, Gaeta AL, Lipson M, et al. Dissipative kerr solitons in optical microresonators [J]. Science, 2018, 361: 567.
- [18] Gaeta AL, Lipson M, and Kippenberg TJ. Photonic-chip-based frequency combs[J]. Nature Photonics, 2019, 13: 158-169.
- [19] Marcatili EAJ. Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics[J]. the Bell System Technical Journal, 1969, 2071-2088.
- [20] Armani DK, Kippenberg TJ, Spillane, et al. Ultra-high- Q toroid microcavity on a chip[J]. Nature, 2003, 421: 925-928.
- [21] Kippenberg TJ, Spillane SM, and Vahala KJ. Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultra-high- Q toroid microcavity[J]. Physical Review Letters, 2004, 93: 083904.
- [22] Del'Haye P, Schliesser A, Arcizet O, et al. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator[J]. Nature, 2007, 450: 1214-1217.
- [23] Herr T, Hartinger K, Riemensberger J, et al. Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators[J]. Nature Photonics, 2012, 127: 480-487.
- [24] Herr T, Brasch V, Jost JD, et al. Temporal solitons in optical microresonators[J]. Nature Photonics, 2014, 8: 145-152.
- [25] Grudin IS, Yu N, Maleki L. Generation of optical frequency combs with a CaF₂ resonator[J]. Optics Letters, 2009, 34: 878-880.
- [26] Jung H, Stoll R, Guo X, et al. Green, red, and IR frequency comb line generation from single IR pump in AlN microring resonator[J]. Optica, 2014, 1: 396-374.

-
- [27] Wang W, Lu Z, Zhang W, et al. Robust soliton crystals in a thermally controlled microresonator[J]. *Optics Letters*, 2018, 43: 2002-2005.
- [28] Hansson BJM, Bulu I, Venkataraman V, et al. Diamond nonlinear photonics[J], *Nature Photonics*, 2014, 8: 369-374.
- [29] Griffith AG., Lau RKW, Cardenas J, et al. Silicon-chip mid-infrared frequency comb generation[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 1-5.
- [30] Gong Z, Liu X, Xu Y, et al. Soliton microcomb generation at 2 μm in z-cut lithium niobate microring resonators[J]. *Optics Letters*, 2019, 42: 3182-3185.
- [31] Pu M, Ottaviano L, Semenova E, et al. Efficient frequency comb generation in AlGaAs-on-insulator[J]. *Optica*, 2016, 3: 823-826.
- [32] 王伟强. 基于微环谐振腔的克尔光频梳研究[D]. 北京. 中国科学院大学(西安光学精密机械研究所), 2018.
- [33] Broaddus DH, Foster MA, Agha IH, et al. Silicon-waveguide-coupled high- Q chalcogenide microspheres[J]. *Optics Express*, 2009, 17: 5998-6003.
- [34] Del'Haye P, Herr T, Gavartin E, et al. Octave spanning tunable frequency comb from a microresonator[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107: 063901.
- [35] Okawachi Y, Saha K, Levy JS, et al. Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip[J]. *Optics Letters*, 2011, 36: 3398-3400.
- [36] Liang W, Savchenkov AA, Xie ZD, et al. Miniature multioctave light source based on a monolithic microcavity[J]. *Optica*, 2015, 2: 40-47.
- [37] Wang C, Herr T, Del'Haye P, et al. Mid-infrared optical frequency combs at 2.5 μm based on crystalline microresonators[J]. *Nature Communications*, 2013, 2335.
- [38] Guo H, Karpov M, Lucas E, et al. Universal dynamics and deterministic switching of dissipative Kerr solitons in optical microresonators[J]. *Nature Physics*, 2017, 13: 94-102.
- [39] Yi X, Yang Q, Yang K, et al. Active capture and stabilization of temporal solitons in microresonators[J]. *Optics Letters*, 2016, 41: 2037-2040.
- [40] Wang W, Lu Z, Zhang W, et al. Robust soliton crystals in a thermally controlled microresonator[J]. *Optics Letters*, 2018, 43: 2002-2005.
- [41] Joshi C, Jang JK, Luke K, et al. Thermally controlled comb generation and soliton modelocking

- in microresonators[J]. *Optics Letters*, 2016, 41: 2565-2568.
- [42] Daniel CC, Jordan RS, Miro E, et al. Kerr-microresonator solitons from a chirped background[J]. *Optica*, 2018, 5: 1304-1310.
- [43] Wang W, Chu S, Little BE, et al. Dual-pump Kerr micro-cavity optical frequency comb with varying FSR spacing[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 28501.
- [44] Xu X, Wu J, Nguyen TG, et al. Advanced RF and microwave functions based on an integrated optical frequency comb source[J]. *Optics Express*, 2018, 26: 2569-2583.
- [45] Marin-Palomo P, Kemall JN, Karpov M, et al. Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications[J]. *Nature*, 2017, 546: 274-281.
- [46] Trocha P, Karpov M, Ganin D, et al. Ultrafast optical ranging using microresonator soliton frequency combs[J]. *Science*, 2018, 359: 887–891.
- [47] Suh MG, Yang Q, Yang K, et al. Microresonator soliton dual-comb spectroscopy[J]. *Science*, 2016, 354: 600-603.
- [48] Chembo YK. Kerr optical frequency combs: theory, applications and perspectives[J]. *Nanophotonics*, 2016, 5: 214-230.
- [49] Chembo YK, Yu N. Modal expansion approach to optical frequency-comb generation with monolithic whispering-gallery-mode resonators[J]. *Physical Review A*, 2010, 82: 33801.
- [50] Lugiato L A, Lefever R. Spatial dissipative structures in passive optical systems[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58: 2209–2211.
- [51] Barashenkov IV, Smirnov YS. Existence and stability chart for the ac-driven, damped nonlinear Schrödinger solitons[J]. *Physical Review E*, 1996, 5707–5725.
- [52] Coen S, Randle HG, Sylvestre, et al. The model of octave-spanning Kerr frequency combs using a generalized mean-field Lugiato–Lefever model[J]. *Optics Letters*, 2013, 38: 37-39.
- [53] Agrawal GP., *Nonlinear Fiber Optics* 4th edn. (Academic, New York, 2007).
- [54] Heath MT., *Scientific Computing, an Introductory Survey*, 2nd edn. (McGraw-Hill Companies, Inc. 2002).
- [55] Gordey C, Balakireva IV, Coillet A, et al. Stability analysis of the spatiotemporal Lugiato-Lefever model for Kerr optical frequency combs in the anomalous and normal dispersion regimes[J].

-
- Physical Review A, 2014, 89: 063814.
- [56] Brasch V, Geiselmann, Herr T, et al. Photonics chip-based optical frequency comb using soliton Cherenkov radiation[J]. Science, 2015, 10: 1126.
- [57] Erkintalo M, Xu Y, Murdoch SG, et al. Cascaded phase matching and nonlinear symmetry breaking in fiber frequency combs[J]. Physical Review Letters, 2012, 109: 223904.
- [58] Hansson T, Modotto D, and Wabnitz S. Dynamics of the modulational instability in microresonator frequency combs[J]. Physical Review A, 2013, 88: 023819.
- [59] Lobanov VE, Lihachev G, Kippenberg TJ, et al. Frequency combs and platons in optical microresonators with normal GVD[J]. Optics Express, 2015, 23: 7713-7724.
- [60] Xue X, Xuan Y, Wang P, et al. Normal-dispersion microcombs enabled by controllable mode interactions[J]. Laser Photonics Review, 2015, 9: L23-L28.
- [61] Hansson T and Wabnitz S. Bichromatically pumped microresonator frequency combs[J]. Physical Review A, 2014, 90: 013811.
- [62] Lobanov V E, Lihachev G, and Gorodetsky ML. Generation of platons and frequency combs in optical microresonators with normal GVD by modulated pump[J]. Europhysics Letters, 2015, 112: 54008.
- [63] Xue X, Wang P, Xuan Y, et al. Microresonator Kerr frequency combs with high conversion efficiency[J]. Laser Photonics Review, 2017, 1600276.
- [64] Liang W., Savchenkov AA., Ilchenko VS, et al. Generation of a coherent near-infrared Kerr frequency comb in a monolithic microresonator with normal GVD[J]. Optics Letters, 2014, 39: 2920-2923.
- [65] Pavlov NG, Lihachev G, Koptyaev S, et al. Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators[J]. Optics Letters, 2017, 42: 514-517.
- [66] Guo L, Wang L, Sun Q, et al. Mid-infrared dual-comb generation via the cross-phase modulation effect in a normal-dispersion microcavity[J]. Applied Optics, 2020, 59: 2101-2107.
- [67] Joshi C, Klenner A, Okawachi Y, et al. Counter-rotating cavity solitons in a silicon nitride microresonator[J]. Optics Letters, 2018, 43: 547-550.
- [68] Bao C., Liao P, Kordts A, et al. Orthogonally polarized frequency comb generation from a Kerr

- comb via cross-phase modulation[J]. *Optics Letters*, 2019, 44: 1472-1475.
- [69] Liu M., Wang L, Sun Q, et al. Influences of multiphoton absorption and free carrier effects on frequency-comb generation in normal dispersion silicon microresonators[J]. *Photonics Research*, 2018, 6: 238-242.
- [70] Gouveia-Neto AS, Faldon ME, Sombra ASB, et al. Subpicosecond-pulse generation through cross-phase modulation-induced modulational instability in optical fibers[J]. *Optics Letters*, 1988, 13: 901-903.
- [71] Miller SA, Yu M, Ji X, et al. Low-loss silicon platform for broadband mid-infrared photonics[J]. *Optica*, 2017, 4: 707-712.
- [72] Lau RW, Lamont MRE, Okawachi Y, et al. Effects of multiphoton absorption on parametric comb generation in silicon microresonators[J]. *Optics Letters*, 2015, 42: 2778-2781.
- [73] Pearl S, Rotenberg N, and van Driel HM. Three photon absorption in silicon for 2300-3300 nm[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93: 131102.
- [74] Claps R, Raghunathan V, Dimitropoulos D, et al. Influence of nonlinear absorption on Raman amplification in silicon waveguides[J]. *Optics Express*, 2004, 12: 2774–2780.
- [75] Soref R and Bennett B. Electro optical effects in silicon[J]. *IEEE J. Quantum Electronics*, 1987, 23: 123–129.
- [76] Agrawal GP. Modulation instability induced by cross-phase modulation[J]. *Physical Review A*, 1987, 59: 880-883.
- [77] Hasegawa A and Tappert F. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion[J]. *Applied Physics Letters*, 1973, 23: 171-172.
- [78] Trillo S, Wabnitz S, Wright EM, et al. Optical solitary waves induced by cross-phase modulation[J]. *Optics Letters*, 1988, 13: 871-873.
- [79] Agrawal GP, Baldeck PL, and Alfano RR. Temporal and spectral effects of cross-phase modulation on copropagating ultrashort pulses in optical fibers[J]. *Physical Review A*, 40: 5063-5072.
- [80] Baldeck PL, Alfano RR, and Agrawal GP. Induced-frequency shift of copropagating ultrafast optical pulses[J]. *Applied Physics Letters*, 1988, 52: 1939-1941.

- [81] Corcoran B, Tan M, Xu X, et al. Optical data transmission at 44Tb/s and 10 bits/s/Hz over the C-band with standard fiber and a single micro-comb source[J]. 2020, arXiv:2003.11893
- [82] Wang J, Lu Z, Wang W, et al. Long distance measurement using single soliton microcomb[J]. 2020, ArXiv:2002.10565.
- [83] Lin T, Dutt A, Joshi C, et al. Broadband ultrahigh-resolution chip-scale scanning soliton dual-comb spectroscopy[J]. 2020, Arxiv:2001.00869.
- [84] Shu F, Zhang P, Qian Y, et al. A mechanically tuned Kerr comb in a dispersion-engineered silica microbubble resonator[J]. Science China: Physics, Mechanics and Astronomy, 2020, 63: 254211.
- [85] Shen D, Ding L, Zhang Q, et al. High-performance frequency stabilization of ultraviolet diode lasers by using dichroic atomic vapor spectroscopy and transfer cavity[J]. 2020, arXiv:2004.03897.

附录 符号与缩略词

符号	
$\chi^{(3)}$	介质三阶极化率
l	微腔特征模式
l_{th}	微腔光频梳第一级边带特征模式
R	微环谐振腔半径
L	微环谐振腔周长
ω_l	微腔特征模式 l 的角频率
A_{in}	泵浦光场
κ	耦合系数
Q_{total}	微腔总品质因子
$Q_{intrinsic}$	微腔本征 Q 值
$Q_{coupling}$	微腔耦合 Q 值
ξ	微腔耦合参量
$A(t, \tau)$	微腔传播光场
M	光场 $A(t, \tau)$ 在微腔内的环形圈数
t	光场 $A(t, \tau)$ 在微腔内的演化时间
Δt	时间步长
ΔL	微腔光场传播的距离步长
τ	光场 $A(t, \tau)$ 的时域信息
θ	弧度描述光场 $A(t, \tau)$ 在腔内的时域信息，与 τ 等价
α_0	材料损耗系数
α	光场传播一圈累积的线性损耗
β_k	k 阶色散系数
γ	波导的非线性系数
t_R	光场 $A(z, \tau)$ 在微腔内传播一圈的时间
δ_0	泵浦失谐量
$\Delta\omega$	腔内脉冲频谱宽度

φ_0	腔内光场环形一圈累积的相移
A_{eff}	模式有效面积
n_2	波导材料非线性系数
n_0	波导材料泵浦波长处折射率
ω_0	泵浦角频率
η	微腔光频梳转化效率
n_g	波导群折射率
n_{eff}	波导有效折射率
c	真空中的光速
\hbar	普朗克常数
P_{in}	泵浦功率
$P_{othercombs}$	除泵浦外的梳齿能量和
P_{th}	微腔光频梳阈值功率
G	归一化的泵浦光场强度 F^2
ρ	归一化的腔内光场强度 $ \Psi(t, \theta) ^2$
δ	归一化的泵浦失谐量
$\Psi(t, \tau)$	归一化微腔光场
λ	波长
ω	角频率
$\Delta\tau_{3dB}$	单孤子 3dB 脉宽
A_{CW}	单孤子背景波振幅强度
D_n	波导 n 阶色散参量
D_{int}	波导积分色散
l_{DW}	微腔孤子色散波谐振模式
λ_{DW}	微腔孤子色散波谐振波长
ω_{DW}	微腔孤子色散波谐振角频率
Δf	泵浦模式偏移频率
$\Delta\varphi$	泵浦模式偏移相应的相位移动
δ_{0l}	Kronecker 函数

\hat{D}	色散算符
\hat{N}	非线性算符
$\Delta\tau$	微腔孤子脉冲局域结构宽度
τ_{eff}	自由载流子寿命
$Nc(t, \tau)$	自由载流子密度
σ	自由载流子吸收横截面面积
μ	自由载流子色散参量
β_{3PA}	三光子吸收系数
v_g	群速度
F	微环谐振腔精细度
缩略词	
NLSE	非线性薛定谔方程
SSFT	分步傅里叶变换
R-K	龙格-库塔算法
FWM	四波混频
XPM	交叉相位调制
FSR	自由光谱范围
MI	调制不稳定性
LLE	Lugiato-Lefever 方程
OPO	光学参量振荡
OFC	光学频率梳
TOF	飞行时间测量
LIDAR	激光测距系统
SMI	稳定的调制不稳定性态
UMI	不稳定的调制不稳定性态
UCS	不稳定的腔孤子
SCS	稳定的腔孤子
MPD	除去光谱中心的 32 根梳齿的最大功率差

NPD	泵浦与邻近模式的功率差
DW	色散波
TE	横电模
TM	横磁模
3PA	三光子吸收
GVM	群速度失配
OC	光学耦合器
PBS	偏振分束器

致 谢

求学西安，已有七年光阴，回首往昔，风雨兼程，承载了不懈的奋斗与无悔的青春。毕业之际，论文完结之时，感慨万千；缘聚于此，答谢者众，铭感五内，寥寥数语致以最诚挚的谢意。

致谢我的导师王播然研究员。感谢您工作繁忙之余帮助我完成硕士开题、中期以及终期考核等一系列流程；感谢您对我硕士课题的悉心指导，大到科研的基本思路与方法，小到学术语言的组织与撰写，都给予了我诸多启发；尤其感谢您在我小论文撰写期间给予的帮助，创新点的挖掘、逻辑思路的整理、逐字逐句的修改，到最后文章的定稿投递、修订与接收，花费您太多时间与精力，学生铭感于怀。

致谢课题组张文富研究员，感谢您充分尊重学生的意见，为我们提供完善的科研平台，营造自由的学习氛围；致谢课题组王伟强老师，感谢您对我课题研究中所遇问题的耐心解答，您的乐观潇洒的生活态度深深感染了我；致谢课题组孙启兵老师和王国玺老师，感谢在硕士学习中您们给予的帮助。很幸运加入这个“大家庭”，无论学习上还是生活上都让我有太多成长。

致谢课题组同门师兄们，感谢柳牧龙对我科研上的指导，感谢李思奇、谢鹏、卢志舟、李星仪、吴伟、张其浩解答科研中的疑惑，感谢章羚璇、葛志强、杜书剑、李中字在我求职时的帮助，感谢王信宇给予的陪伴与正能量；致谢课题组2017级入学的同学们和5-522亲爱的室友们，感谢你们同我分享成长中的快乐与忧愁。很幸运能够认识你们，以后或天涯各处，但愿友谊常在，各自安好。

致谢我的父母，感谢你们给予我温暖有爱的家庭，尊重我的决定，支持我的选择。致谢西安所有的亲人，感谢你们给予的帮助与关怀。

郭柳君

2020年05月14日

作者简介及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

作者简介:

1995年04月04日出生于四川省南充市。

2013年08月——2017年07月，在西安理工大学机械与精密仪器工程学院获得学士学位。

2017年09月——2020年07月，在中国科学院大学西安光学精密机械研究所攻读硕士学位。

获奖情况:

西安光机所研究生学业奖学金

西安光机所研究生等级奖学金

中国科学院大学三好学生

已发表（或正式接受）的学术论文:

Guo L, Wang L, Sun Q, et al. Mid-infrared dual-comb generation via the cross-phase modulation effect in a normal-dispersion microcavity[J]. Applied Optics, 2020, 59: 2101-2107.