

密级: \_\_\_\_\_



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

# 博士学位论文

面向空间引力波探测的激光差分干涉相位计研究

作者姓名: 刘河山

指导教师: 靳刚 研究员

中国科学院力学研究所

学位类别: 工学博士

学科专业: 一般力学与力学基础

培养单位: 中国科学力学研究所

2015年5月

**The Research on Phasemeter of Heterodyne Laser**  
**Interferometry for the Space Gravitational Wave Detection**

**By**

**He-Shan Liu**

**A Dissertation Submitted to**  
**University of Chinese Academy of Sciences**  
**In partial fulfillment of the requirement**  
**For the degree of**  
**Doctor of Engineering**

**Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences**

**May, 2015**

## 摘要

作为空间引力波探测的代表，欧洲航天局(ESA)提出的 LISA(Laser Interferometer Space Antenna)计划，摆脱了地面引力波探测工作臂受限和地面振动噪声，将目标频段移至 0.1 mHz- 1Hz，以期实现对广义相对论引力波预言的实验验证。LISA 通过激光差分干涉技术，将航天器间由引力波引起的星间距变化转换为差分干涉信号的相位变化，测距精度达到  $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，对应相位测量精度  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。由于 LISA 差分干涉信号的频率变化范围较大，且信号中多频率成份需要同时测量，故 DPLL (Digital Phase-Locked Loop)型的相位计在众多测相方案中成为最佳选择，欧美等发达国家竞相开展此项技术研究。作为外差激光干涉系统测量的关键技术器件，相位计一直处于严格的技术封锁和相关产品禁运。

为发展我国空间引力波探测计划，相位计的研发成为不可回避的技术壁垒。在较少公开的硬软件技术资料的条件下，本文几乎从零起步探索高精度相位计的研制。主要解决的科学和技术问题如下：1) 如何实现相位计的有效方法学系统？包括硬软件的设计和实现。2) 认识影响相位计测量精度的关键因素和问题，探索解决方案。3) 如何实现现阶段空间干涉地面模拟系统的相位测量需求？4) 为满足 LISA 的相位计指标要求，需解决哪些问题？如何实现 LISA 的高精度相位计？根据所面临的问题，本文主要完成的工作如下：

实现了相位计从 DPLL 测相方法学到实际物理器件的突破。相位计在结构上可分为硬件和软件两个部分，硬件上主要由模拟数字转换模块(ADC)、处理器模块和通信模块组成。待测信号经 ADC 前端模拟电路调制后进入 ADC 转换成数字信号，在处理器内完成相位解析算法软件的实现，最终通过通信模块进行相位信息的传输。本文以 DPLL 相位测量原理为基础，选择在数字信号处理中具有并行运算能力的 FPGA(Field Programmable Gate Array)为实现相位计的处理器载体，采用相应 Verilog HDL (Hardware Description Language)编程语言进行 DPLL 算法的代码编写，完成了相位计系统的搭建。

在理论推导和实验分析的基础之上，对影响相位计测量精度的各种噪声分别进行了系统讨论，并考虑相应的抑制方法。在相位计和信号源采用高稳时钟同步

的条件下，待测信号为 1 MHz 时，相位计在 0.02 Hz - 1 Hz 频段内噪声小于  $2\pi \mu rad/\sqrt{Hz}$ ；在 3 mHz - 0.02 mHz 频段噪声略大于 LISA 的测量要求，主要由温度漂移噪声产生，可以通过提高温度的稳定性及引入 Pilot Tone 信号消除；在 0.1 mHz - 3 mHz 频段也主要由温度漂移噪声产生，但对比 LISA 灵敏度曲线，目前并不需要关注。

本文激光干涉地面模拟系统采用 Mach-Zehnder 式干涉仪，通过干涉臂等臂长的设计，形成了三路干涉信号。为实现地面模拟系统的多通道测量需求，将相位计进行了四通道的扩展，且扩展后的灵敏度达到之前相位计的设计指标。最终测量显示干涉系统呈现的背景噪声约为  $0.1 nm/\sqrt{Hz}$ ，四通道相位计能够满足现阶段地面模拟系统的测量使用要求。

LISA 系统对相位计的要求是在载波频率 2 MHz - 25 MHz 的波动范围内，实时跟踪待测信号且相位计噪声在频率 0.1 mHz - 1 Hz 内小于  $2\pi \mu rad/\sqrt{Hz}$ 。通过对 LISA 干涉信号特点的分析，提出还需要在相位波动信息的频率读出、时钟噪声的消除、初始时刻信号的捕获及测量带宽的扩展等四个方面进一步优化相位计的设计，并给出了相应 DPLL 回路设计方案和相位计系统的架构设计方案。

**关键词：**空间引力波探测，空间激光差分干涉技术，空间干涉地面模拟系统，数字锁相环，相位计

# The Research on Phasemeter of Heterodyne Laser Interferometry for the Space Gravitational Wave Detection

Heshan Liu (General and Fundamental Mechanics)

Directed by Prof. Gang Jin

## Abstract

The LISA (laser interferometer space antenna) is a project proposed by ESA to operate the first dedicated gravitational wave detector in space. Moving the detector to space eliminates the low-frequency seismic and gravity gradient noise and opens up the rich region of the gravitational wave spectrum between 0.1 mHz - 1 Hz. The information of the gravitational waves will be disguised as phase changes embed in the LISA's interferometric beat notes. Within the LISA's most sensitive frequency band from 0.1 mHz to 1 Hz, the phasemeter used for the LISA mission is required to be able to extract the phase from input signal with additional phase noise no greater than  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Various types of phase measurement techniques have been considered for LISA mission. While the most suitable phasemeter architecture, which can provide the required accuracy, is based on a so called digital phase-locked loop (DPLL). Inspired by the LISA missions, some phasemeter prototypes of phase readout precision  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  have been reported in the Europe and America. However, for the key technology of LISA, the phasemeter is in technology blockage and related product embargo.

Try to understand the problems that limit the performance of phasemeter and build the phasemeter for Chinese space gravitational wave detection mission, the main solved problems in the thesis as follows. 1) How to realize the effective methodology system of phasemeter? 2) What the main limited problems for the sensitivity of phasemeter, and trying to explore the solved scheme. 3) How to realize the phase measurement precision for the ground simulated system of space interferometer. 4) What the problems to be solved for meeting phasemeter parameters of the LISA? How to realize the high precision phasemeter of LISA? According to the faced problems, the main works in the thesis as below.

The phasemeter is realized from DPLL algorithm to physical device. Phasemeter can split into two parts (hardware and software) in the structure. The hardware of phasemeter is composed by analog to digital converter (ADC), processor and communication board. After passing the analog frontend, the measured analog signal is translated into digital signal in the ADC. The phase information will be transferred, when the phase analytical algorithm is completed in the processor. The phasemeter in the thesis is implemented on a commercial Field Programmable Gate Array (FPGA) platform, and the program is compiled by the Verilog hardware description language (Verilog HDL).

Under the theoretical and experimental analysis, we comprehensively analyze the noise sources, which can decrease the precision of phasemeter, and also present the methods to deal with. When using the high-precision clock to synchronize the signal generator and the phasemeter, the accuracy curve reach the level of  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  in the frequency of 0.02 Hz- 1 Hz. The noise is larger than LISA sensitivity in the frequency of 3 mHz - 0.02 mHz, and the main reason is thermal drift, which can be removed by the method of improving the stability of temperature and introducing pilot tone signal. When comparing with the LISA sensitivity curve, the noise which is also mainly influenced by the thermal drift in the frequency of 0.1 mHz - 3 mHz do not need to currently concern.

Ground laser interferometer simulated system in the thesis adopt the style of Mach-Zehnder interferometer. There has three interferometric signal by mean of equal arm design. For meeting the demand of multi-channels measured needs in ground laser interferometer simulated system, the channel of phasemeter is expanded to four, and the sensitivity of the multi-channels phasemeter achieves the parameters of former phasemeter. The background noise of the ground laser interferometer simulated system is about  $0.1 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ . It means that the multi-channels phasemeter fully satisfies the measurement requirements of current simulated interferometer system.

Due to the orbital drifting, the frequencies of the beat notes will range from 2 MHz to 25 MHz. Within the LISA's most sensitive frequency band from 0.1 mHz to 1

Hz, the phasemeter used for the LISA mission is required to be able to extract the phase from input signal with additional phase noise no greater than  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Lastly, though the analysis of LISA's interferometry system, the design of phasemeter should be optimized in the aspects of phase fluctuation information readout in the frequency way, space clock noise removal, initial signal catch and the extension of measurement bandwidth of phasemeter. Moreover, the optimized design scheme of DPLL and the architecture design scheme of LISA's phasemeter system will be proposed.

**KEY WORDS:** LISA space gravitational wave detection, Space heterodyne laser interferometry, ground simulated system of space interferometer, DPLL, phasemeter

## 目 录

摘 要.....	I
<b>Abstract.....</b>	III
目 录.....	VII
第一章 绪论.....	1
1.1 引力波测量的发展现状.....	1
1.2 空间激光差分干涉测量技术.....	3
1.2.1 干涉测量原理和方法 .....	3
1.2.2 LISA 测量系统 .....	4
1.3 相位测量技术.....	6
1.3.1 经典相位测量技术 .....	7
1.3.2 DPLL 测相技术的提出 .....	12
1.4 本文的科学和技术问题及主要研究内容.....	14
第二章 基于 DPLL 的相位计设计、初试和分析.....	15
2.1 基于 DPLL 的相位计设计.....	15
2.1.1 硬件部分 .....	15
2.1.2 软件部分 .....	16
2.2 初试与数据分析.....	19
2.2.1 相位差线性测试 .....	19
2.2.2 频率线性测试 .....	24
2.3 本章小结.....	27
第三章 信号源和相位计噪声的分析.....	29
3.1 噪声概述.....	29
3.2 相位计噪声.....	31
3.2.1 DPLL 回路噪声 .....	32
3.2.2 ADC 量化噪声 .....	36
3.2.3 时钟噪声 .....	36
3.3 信号源噪声.....	39

3.3.1 频率抖动噪声 .....	39
3.3.2 频率改变引起信噪比的变化 .....	42
3.3.3 幅值改变引起信噪比的变化 .....	44
3.4 耦合噪声 .....	45
3.4.1 频率波动耦合噪声 .....	46
3.4.2 幅值波动耦合噪声 .....	49
3.4.3 温度波动耦合噪声 .....	52
3.5 噪声频谱曲线测定与分析 .....	54
3.6 本章小结 .....	55
<b>第四章 相位计在位移测量和器件标定中的应用 .....</b>	<b>57</b>
4.1 面向空间干涉地面模拟系统的四通道相位计搭建及测试 .....	57
4.1.1 四通道相位计的搭建 .....	57
4.1.2 噪声曲线测定及分析 .....	58
4.2 激光干涉地面模拟测距系统中的应用 .....	60
4.2.1 激光干涉地面模拟系统的建立 .....	60
4.2.2 数据读出与分析 .....	63
4.3 器件标定中的应用 .....	65
4.4 本章小结 .....	67
<b>第五章 LISA 相位计需要进一步考虑的问题及设计方案 .....</b>	<b>69</b>
5.1 LISA 相位计需要进一步考虑的问题概述 .....	69
5.2 相位波动信息的频率读出 .....	70
5.3 时钟噪声的消除 .....	71
5.4 初始时刻信号的捕获 .....	74
5.5 测量信号带宽的扩展 .....	75
5.6 相位计系统优化设计方案 .....	76
5.6.1 DPLL 回路优化设计方案 .....	76
5.6.2 相位计系统架构设计方案 .....	77
5.7 本章小结 .....	79
<b>第六章 总结及展望 .....</b>	<b>81</b>

## 目 录

---

参考文献.....	85
附录 A：相位计代码顶层设计文件.....	97
附录 B：滤波器参数.....	99
附录 C：缩写词.....	101
在学期间发表的学术论文与研究成果.....	103
致 谢.....	107

# 第一章 绪论

## 1.1 引力波测量的发展现状

“2014 年 3 月 17 日，美国哈佛-史密松天体物理中心(Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics)宣布，架设在南极的宇宙微波背景辐射探测器 BICEP2 捕捉到了宇宙暴涨时期遗留下来的最重要的遗迹：宇宙原初引力波。这是爱因斯坦提出相对论以来，被认为是人类第一次捕捉到引力波存在的直接证据。从而首次在引力强场中检验了爱因斯坦的引力理论。另一方面，本次探测到的引力波是宇宙婴儿时期产生的，从而在观测上首次发现宇宙暴涨的直接证据，为极早期宇宙学的研究掀开了新的篇章”<sup>[1]</sup>。但在经过科学家们近一年的数据核实后证实，这次的“发现”是个失误，发现的 B 模式偏振并不是由原初引力波引起的，而是银河系星际尘埃的干扰<sup>[2]</sup>。虽然整个过程似乎是一个的错误，但这一“划时代的科学发现”，再次点燃科学家们对于引力波探测的热情。

爱因斯坦于 1915 发表了广义相对论，并预言了引力波的存在。在广义相对论中，引力波是指时空扰动以波的形式往外传播，从而引起周围平直时空发生弯曲。而在牛顿的传统时空观念中，并不存在引力波<sup>[3]</sup>。

2015 年将迎来广义相对论发表 100 周年，为了纪念这一伟大的发现，《科学》杂志在 2015 年 3 月 6 日发表了一期专刊《广义相对论》。在这 100 年里，广义相对论逐渐成为现代物理学理论的支柱之一，并且经受住了很多严格的实验检验<sup>[4-8]</sup>。但作为广义相对论最重要的预言，直接探测引力波引起的时空扰动效应，到目前为止还没有令人信服的实验报道<sup>[9]</sup>。

上个世纪 60 年代，Joseph Weber 基于引力波会引起金属圆柱发生谐振的原理，第一次尝试直接探测引力波<sup>[10]</sup>。1968 年，Weber 宣称他的探测器得到了可靠的结果，立刻引起轰动<sup>[11, 12]</sup>。但后来的重复实验证明棒状探测器的噪声远远大于引力波带来的响应。此后科学家先后尝试建造了类似的铝质圆柱形探测器，甚至采取了更复杂的减震、低温、真空等噪声抑制手段，但是都没有得到令人信服的证据<sup>[13, 14]</sup>。

自上世纪 80 年代起，基于引力波会引起长基线激光干涉仪两个工作臂臂长

产生不同的变化，从而导致干涉条纹改变的认识，人们开始尝试通过 Michelson 激光干涉仪来直接探测引力波<sup>[15-18]</sup>。目前，很多国家都建立了地面引力波探测干涉仪，主要代表包括美国的 LIGO<sup>[19-21]</sup> (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory)、法国意大利合作的 VIRGO<sup>[22]</sup>、英德合作的 GEO600<sup>[23-25]</sup>以及日本的 TAMA300<sup>[26, 27]</sup>等。并且成立了涵盖全球 50 多个研究机构和小组的国际 LIGO 科学联盟 LSC(International LIGO Scientific Collaboration)，共同分析 LIGO 和 VIRGO 的科学数据<sup>[28]</sup>。但由于灵敏度的限制，尚未从所收集的科学数据中发现引力波信号。进一步发展更灵敏的引力波探测器，包括日本的 LCGT<sup>[29-31]</sup>、澳大利亚的 AIGO<sup>[32]</sup>、印度的 IndIGO<sup>[33]</sup>以及欧洲的 ET<sup>[34-36]</sup>(Einstein Telescope)。目前 LIGO 和 VIRGO 探测器均处于升级改造状态，以进一步提高 10 Hz - 4 kHz 频段的灵敏度，将有效提高引力波的探测几率，并覆盖更多的引力波源<sup>[37-40]</sup>。预计 Advanced-LIGO 建成投入使用之后，将会实现直接探测引力波引起的时空扭曲现象零的突破<sup>[39, 41, 42]</sup>。

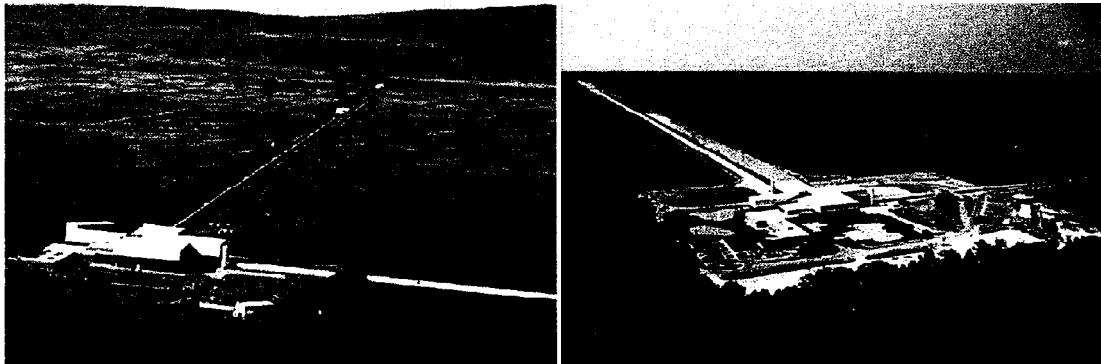


图 1.1 激光引力波观测站(LIGO)鸟瞰图，左为位于 Hanford 观测站，右为位于 Livingston 的观测站<sup>[21]</sup>。

近年来，随着黑洞天文学的飞速发展，人们逐步意识到在 0.1 mHz - 1 Hz 频段拥有大量的引力波波源，主要来自  $10^2\text{-}10^6$  太阳质量的双黑洞并合<sup>[18, 43-46]</sup>。由于受地表震动和引力梯度噪声的影响以及干涉臂长的限制，地面引力波探测的频段无法覆盖天体事件所产生的引力波中低频范围，因此需要发展空间百万公里量级的长基线激光干涉引力波探测系统<sup>[16-18, 45, 46]</sup>。上世纪九十年代以来，美国 NASA 和欧洲 ESA 合作的 LISA 计划是最早开始发展的空间激光干涉引力波探测项目，也是目前国际上最有希望实现的空间引力波探测计划<sup>[18, 46, 47]</sup>。由于 NASA

的退出，欧洲提出了缩减预算的 eLISA (evolved-LISA)/NGO(New Gravitational wave Observatory)项目<sup>[48, 49]</sup>。日本提出的 DECIGO<sup>[50, 51]</sup>(DECi-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory)，美国的 BBO<sup>[52, 53]</sup> (Big Bang Observer)，都是覆盖不同引力波频段，以揭示不同天文学现象的类 LISA 探测计划。我国在空间引力波探测领域起步较晚，2008 年，由中国科学院多个研究所及院外科研单位共同成立了科学院空间引力波探测工作组。经过两期中国科学院空间先导项目的研究，形成我国自主的空间引力波探测方案<sup>[46, 54]</sup>。

## 1.2 空间激光差分干涉测量技术

不同于 LIGO 等地面激光干涉引力波探测项目，由于航天器间的相对运动，LISA 空间引力波探测计划采用星间激光差分干涉的方法学<sup>[18, 45, 47, 55]</sup>。

### 1.2.1 干涉测量原理和方法

空间激光差分干涉原理<sup>[46]</sup>，如图 1.2 所示。卫星 1 和卫星 2 分别载有独立的激光光源，光源信息可简单的用式 1.1-1.2 表示，

$$L_1 = E_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad (1.1)$$

$$L_2 = E_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (1.2)$$

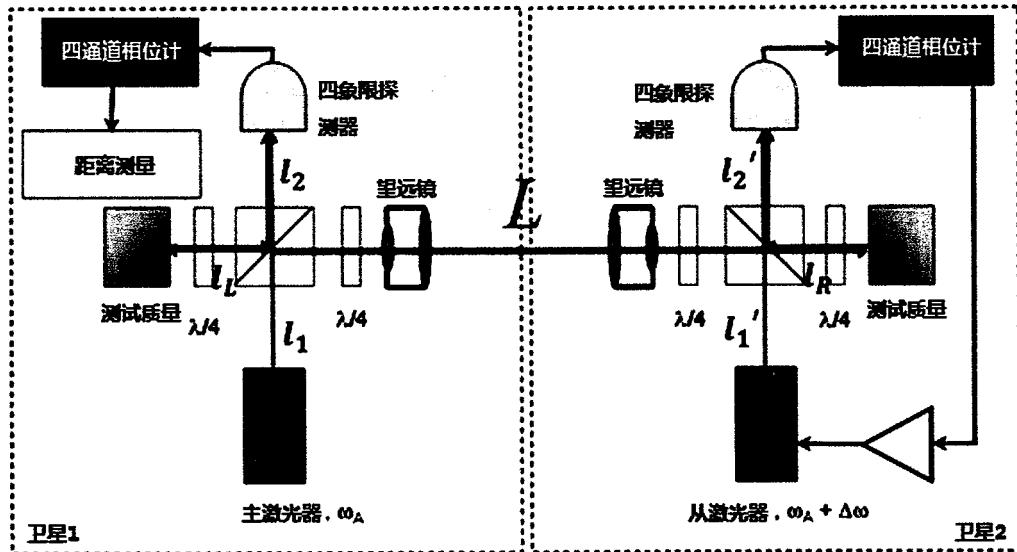


图 1.2 空间双星激光差分干涉原理图<sup>[46]</sup>

卫星 2 接收来自卫星 1 中光源发出的激光，并与本地激光发生干涉，经光电探测器整型滤波后，干涉信号如式 1.3 所示，

$$P_{D2} = \frac{E_1 E_2}{2} \cos\left((\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{2\pi}{\lambda}(l_1 + L + 2l_R - l'_1)\right) \quad (1.3)$$

从式 1.3 干涉信号中，可以读出本地激光和接收激光的相位差，通过反馈控制系统控制卫星 2 上的激光，将本地激光和接收激光进行差频相位锁定。那么本地激光将会携带接收激光的相位信息，可以表达为式 1.4，

$$L_2 = E_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(l_1 + L + 2l_R - l'_1)) \quad (1.4)$$

然后，将锁定后的激光 2 向卫星 1 发射。经卫星 1 的测试质量反射后与本地激光发生干涉，经光电探测器整型滤波后，干涉信号如式 1.5 所示，

$$P_{D1} = \frac{E_1 E_2}{2} \cos\left((\omega_1 - \omega_2)t + \frac{2\pi}{\lambda}(2L + 2l_R + 2l_L)\right) \quad (1.5)$$

可见，卫星 1 的干涉信号中，包含了两卫星间测试质量的距离变化信息。通过测量卫星 1 中干涉信号的相位变化  $\delta\phi$ ，就可以反演由引力波所引起的测试质量间的距离变化  $\delta L$ 。 $\delta\phi$  和  $\delta L$  的关系可用式 1.6 表示，

$$\delta\phi = 4\pi \frac{\delta L}{\lambda} \quad (1.6)$$

此外，由于卫星间的相对运动，激光从一个航天器传播到另一个航天器时，会产生多普勒频移。在探测到的距离变化信息中会有很大一部分是来自于此，这是空间引力波探测和地面引力波探测最大的不同之一。正是由于多普勒频移的存在，空间激光差分干涉系统必须采用外差干涉法，而不能使用零差干涉。

### 1.2.2 LISA 测量系统

激光干涉空间天线(LISA)是由美国国家航空航天局(NASA)和欧洲空间局(ESA)合作提出的引力波探测计划，也是目前设计最为成熟的空间引力波探测项目。LISA 利用激光差分干涉技术将卫星间的相对距离变化转换为干涉信号的相位变化。不同于地面引力波探测，LISA 主要关注的焦点为频段在 0.1 mHz - 1 Hz 内的天文学现象<sup>[47, 56-58]</sup>。

为更好地响应引力波的偏振特性，LISA 设计由三个相同的航天器组成，飞行编队是一个边长为五百万公里的等边三角形。为了尽可能减少地球引力造成的

影响, LISA 将采用与地球相同的日心轨道, 并且 LISA 与太阳的连线, 和地球与太阳的连线之间的夹角为  $20^\circ$  [18, 47, 56]。LISA 轨道及航天器编队设计的整体效果<sup>[18]</sup>, 如图 1.3 所示。

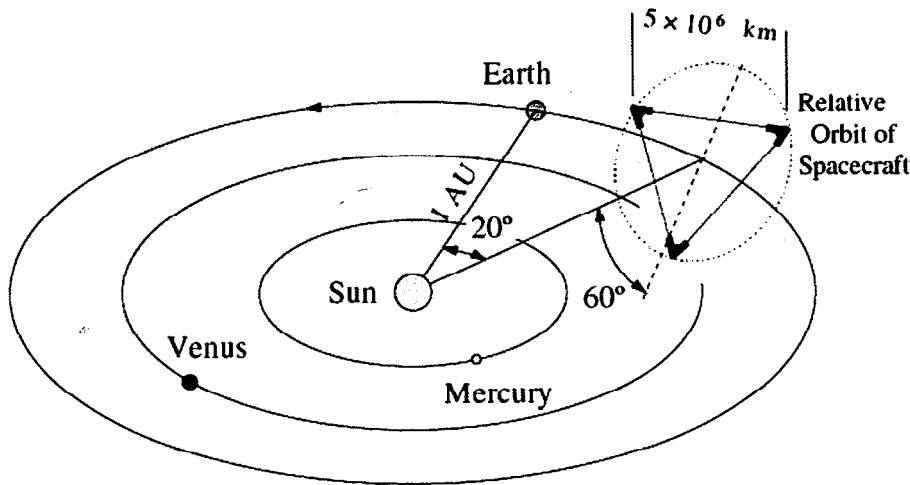


图 1.3 LISA 轨道及航天器编队示意图<sup>[18]</sup>

较于地面引力波探测计划, LISA 将会面临着更大的技术难点<sup>[18, 59-61]</sup>。首先, 空间中存在着如太阳辐射、太阳风及宇宙射线等各种非保守力的影响, 会对测试质量产生扰动, 使测试质量间的距离产生变化, 混淆了引力波引起的测试质量间的距离变化, 以致无法读出引力波信号<sup>[46, 62, 63]</sup>。因此, 怎样消除非保守力的影响是空间引力波探测计划最为关键性的技术问题之一。LISA 航天器拟采用无拖曳航天技术, 此技术将会在 LISA Pathfinder 计划中首先得到验证<sup>[64-68]</sup>。

其次, 在 LISA 系统中, 激光从卫星一发出, 经过五百万公里的传播后到达卫星二, 只有很少一部分能被接收得到。目前 LISA 考虑使用的空间激光器功率大约为  $1.2 \text{ W}$ , 根据相关激光传播公式, 卫星二接收到的功率约为皮瓦( $\text{pW}$ )量级。如果将这部分光直接反射回卫星一, 则卫星一所能接受到的光强是极其微弱的, 几乎不能用来做任何测量。因此, 不同于地面引力波激光干涉仪的工作方式, LISA 必须采用弱光锁相放大技术<sup>[62, 63, 69]</sup>。

最后, 由 LISA 轨道的设计可知, 对于  $1064 \text{ nm}$  的激光器, 航天器间多普勒效应引起的干涉信号频率变化在  $2 - 25 \text{ MHz}$  之间。这导致, 测量得到的距离变化信息多数是由航天器的多普勒频移引起的。怎么样设计轨道使轨道游离信息不

会落在引力波的频段内,将会又是 LISA 计划关键技术问题之一<sup>[62, 63, 70, 71]</sup>。另外,从空间引力波探测计划的设计来看, LISA 干涉系统将会是臂长相差百万公里量级的不等臂长干涉仪,为了减少由这种设计而引入的一系列噪声,例如激光频率抖动噪声,系统设计的复杂度将会大大增加<sup>[62, 63, 72-74]</sup>。

由于美国航空航天局的退出,欧洲空间局缺少资金而提出缩减版的 eLISA (NGO)计划。该计划由一个 LISA 卫星和两个功能消减的子星组成等边三角形。测距干涉仪数目由三个减为一个,臂长缩减为一百万公里,这使得测量频率段移至 5 mHz - 5 Hz。在测量精度与 LISA 一致的前提下, NGO 仍可探测到有意义的引力波波源<sup>[46, 48, 75]</sup>。目前,欧洲也正在寻求包括我国在内的可能合作国家,从而使 eLISA 计划得到顺利的实施<sup>[76, 77]</sup>。

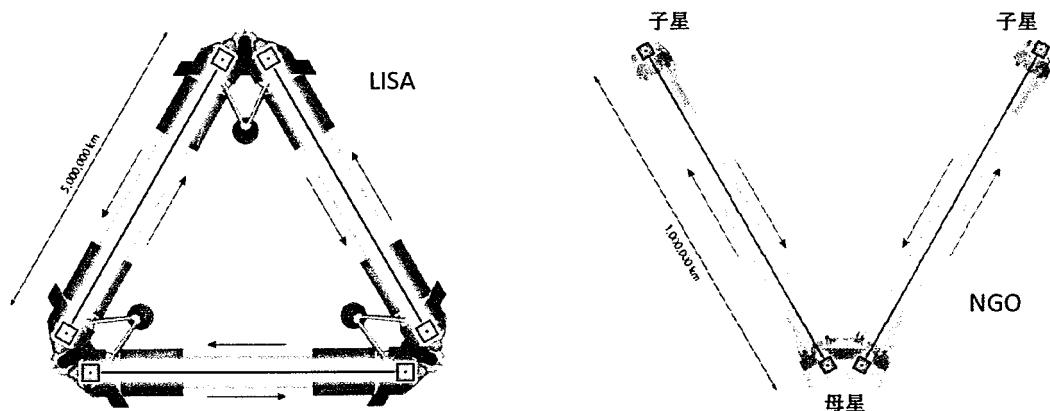


图 1.4 LISA (左) 及 eLISA/NGO (右) 卫星编队构型图<sup>[46]</sup>

### 1.3 相位测量技术

激光差分干涉测量技术是将测试质量间的距离变化信息转化为干涉信号的相位变化。因此,实现相位的高精度测量是激光差分干涉技术的首要问题。LISA 对相位测量的要求是在频段 0.1 mHz - 1 Hz 内, 测量精度达到  $2\pi \mu rad/\sqrt{Hz}$ 。

相位测量技术的研究由来已久,早期的诸如阻抗法、和/差法、三电压法、比对法和平衡法等。虽然实现方法简单,但精度较低。随着数字集成电路制造技术的发展,特别是微处理器(MCU)、DSP 及 FPGA 的兴起,基于专门处理芯片的相位测量技术得到快速的发展。而随着虚拟仪器的发展和计算机运行速度的不断提高,基于虚拟仪器技术的相位计也随之兴起,其实现方法简单,在测量相位精

度上可以替代甚至超越了模拟电路测相，只是在测量带宽上受到采集速率的限制，一般只能达到几百 kHz<sup>[78, 79]</sup>。

欧美等发达国家，由 LISA 等相关计划的推进，在基于空间激光差分干涉的相位测量技术方面，研究了近三十年，发展较为成熟。LISA 相位计正在从实验室模型向工程化模型的转换阶段<sup>[80-87]</sup>。作为外差激光干涉系统测量的关键技术器件，一直处于严格的技术封锁和相关产品禁运。在商业的相位计市场上，虽然产品种类很多，但无论在测量带宽、测试通道及测量精度上都远远无法满足 LISA 计划的需求<sup>[79]</sup>。近年来，我国也有发展类 LISA 空间引力波探测的相关计划，各关键技术包括测相技术的研究目前处于起步阶段<sup>[46, 79, 88-92]</sup>。

空间激光差分干涉技术，对相位测量提出了不同以往的应用需求。除测量的高精度要求外，首先，由于航天器间的多普勒效应，导致干涉信号的频率变化范围较大，要求相位计要具有大范围的频率跟随能力。其次，由于空间干涉系统设计的特殊需求，相位计要具有同时测量信号中多个频率分量的能力<sup>[82, 93]</sup>。

### 1.3.1 经典相位测量技术

#### A. 过零鉴相法

过零鉴相法是较为简单也是最广泛应用的一种相位测量技术。该方法利用基准时钟，测量信号通过零相位点的时间变化，来记录待测信号的频率变化。直流漂移是影响测相精度的主要因素。在 LISA 干涉系统的相位测量算法筛选初期，该方法被选作备选方案之一而被很多研究小组广泛使用<sup>[81, 94]</sup>。但其不能同时测量混合信号中的多个频率成份，是被排除的主要原因<sup>[93]</sup>。

#### B. 相关函数法

相关函数法是利用两同频正弦信号的互相关函数零时刻值与其相位差的余弦值成正比的原理获得相位差<sup>[78, 79]</sup>。由于信号噪声通常与载波信号的相关性很小，因此该方法有良好的噪声抑制能力。假设有两个同频信号，都含有一定的噪声，分别用式 1.7-1.8 表示：

$$S_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + N_1(t) \quad (1.7)$$

$$S_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) + N_2(t) \quad (1.8)$$

其中,  $A_1$ 、 $A_2$  分别为信号  $S_1(t)$ 、 $S_2(t)$  的幅值。 $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  和  $N_1(t)$ 、 $N_2(t)$  分别为各自信号的初始相位和掺杂的噪声。以上两个信号的互相关函数表示为式 1.9,

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T [A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + N_1(t)] \cdot [A_2 \sin(\omega(t + \tau) + \varphi_2) + N_2(t + \tau)] d\tau \quad (1.9)$$

当  $\tau = 0$  时, 上式 1.9 可简化为式 1.10,

$$R_{12}(0) = \frac{1}{T} \int_0^T [A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + N_1(t)] \cdot [A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) + N_2(t)] d\tau \quad (1.10)$$

由于信号与噪声不相关, 噪声与噪声不相关, 所示式 1.10 积分后可得,

$$R_{12}(0) = \frac{A_1 A_2}{2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1.11)$$

同时, 两个信号的幅值可以通过信号各自的自相关运算得到, 分别表示为,

$$A_1 = \sqrt{2R_{11}(0)} \quad (1.12)$$

$$A_2 = \sqrt{2R_{22}(0)} \quad (1.13)$$

因此, 信号间的相位差可表示为式 1.14,

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \arccos\left(\frac{R_{12}(0)}{\sqrt{R_1(0)}\sqrt{R_2(0)}}\right) \quad (1.14)$$

数字化离散后, 对两组信号进行采样, 并计算信号自相关和互相关函数即可得到信号间的相位差。从原理上来看, 相关函数法具有很强的噪声抑制能力。但计算信号相关函数时, 需保证在整周期内积分, 因此需要对信号进行整周期采样, 且采样频率须为信号频率的整数倍。所以, 相关函数法比较适合已知频率且频率保持不变的信号。在激光差分干涉地面系统的应用中, 有研究小组使用该方法作为相位测量的手段。但因其没有频率跟随能力, 并不适合空间干涉系统的应用<sup>[91]</sup>。

### C. FFT 谱分析法

FFT 谱分析法, 使用快速傅里叶变换对信号进行频谱分析, 从而得到信号相关参数<sup>[78, 79]</sup>。假设输入信号为  $y(t)$ , 其频率为  $f_0$ , 若在时间  $T$  内对信号按  $\Delta t = T/N$  采样, 得到一系列的序列  $y(n)$ 。对信号进行离散傅里叶变换, 如式 1.15 所示,

$$\begin{aligned}
 Y(k) &= DFT[y(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \cdot \exp(-j \frac{2\pi}{N} n) \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \cdot [\cos(\frac{2\pi k}{N} n) - j \sin(\frac{2\pi k}{N} n)] \\
 &= \text{Re}[Y(k)] + j \text{Im}[Y(k)]
 \end{aligned} \quad \text{其中: } k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (1.15)$$

同时使用峰值检测算法，进行峰值检测，记录峰值谱线的位置。假设， $Y(k)$  最大谱线对应的  $K$  记为  $m$ ，一般认为信号的基频等于  $m \cdot \Delta f$ ，其中  $\Delta f = 1/T$  为 DFT 的频率分辨率。那么，信号的初始相位如式 1.16 所示：

$$\tan(\varphi_m) = \frac{\text{Im}[Y(m)]}{\text{Re}[Y(m)]} \quad (1.16)$$

通过傅里叶变换可以提取出基波的相关参数，同时谐波的存在并不影响基波的分析。所以这种方法对于谐波的抑制很好，而对于噪声干扰，只有噪声的频率接近基波的频率分量时才会对测量产生一定的影响。因此，这种方法也有很好的噪声抑制能力。

但是谱分析方法的缺陷也是显而易见的，由于硬件运算资源的限制，采样的频谱泄露是不可避免的。因此，要提高测量相位的精度，提高频率的分辨率是唯一的方法。当采样频率一定时，只能通过增加采样时间以增加数据长度  $N$  来提高频谱分辨率，但运算量也相应的增加<sup>[78, 79]</sup>。所以，谱分析法不适合空间激光差分干涉相位测量的应用，仅可用在对信号进行频率的初值估计时使用。

#### D. 最小二乘法

最小二乘原理适用于具有函数关系变量之间的数据处理<sup>[78, 79]</sup>。假设含有变量  $x$  和  $y$  的一组数据  $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, m$ ，则选择适当的系数， $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n (n < m)$  后，使，

$$S = \sum_{i=1}^m \frac{1}{m} [P(x_i) - y_i]^2 \quad (1.17)$$

达到最小的多项式。其中，

$$P(x) = \sum_{j=0}^n a_j x^j = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n \quad (1.18)$$

且称为 $(x_i, y_i)$ 的最小二乘拟合多项式，满足残差平方和为最小。上述过程称为最小二项式原理。应用于测相，则假设有两个正弦信号 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 以采样频率为 $f_s$ 进行采样，得到M个采样点。信号分别表示为，

$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (1.19)$$

$$x_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \quad (1.20)$$

展开信号的表达式如式1.21-1.22所示，

$$x_1(t) = C_0 \sin(\omega t) + C_1 \cos(\omega t) \quad (1.21)$$

$$x_2(t) = D_0 \sin(\omega t) + D_1 \cos(\omega t) \quad (1.22)$$

其中， $C_0 = A_1 \cos(\varphi_1)$ ， $C_1 = A_1 \sin(\varphi_1)$ ， $D_0 = A_2 \cos(\varphi_2)$ ， $D_1 = A_2 \sin(\varphi_2)$ 。因此，信号的相位可表示为式1.23-1.24，

$$\varphi_1 = \arctan \frac{C_1}{C_0} + [1 - \text{sgn}(C_0)] \frac{\pi}{2} \quad (1.23)$$

$$\varphi_2 = \arctan \frac{D_1}{D_0} + [1 - \text{sgn}(D_0)] \frac{\pi}{2} \quad (1.24)$$

从上式可知，只要求出 $C_0$ ， $C_1$ ， $D_0$ ， $D_1$ 的值，就可以求出相应的相位值。

在此应用最小二乘法对 $C_0$ ， $C_1$ ， $D_0$ ， $D_1$ 进行估计。

假设信号频率为 $f$ ，采样频率为 $f_s$ ，K为采样周期数。选取一定量的采样数据（取决于K的值），则 $M = \text{INT}(\frac{Kf_s}{f}) = \text{INT}(KN)$ ，此处INT表示取整，N为每周期的采样点数。采样时间间隔为 $\Delta = \frac{1}{f_s}$ ，对连续的正弦信号按一定的时间间隔 $\Delta$ 进行采样，计算出各采样点值 $X_1(t_0), X_1(t_1), \dots, X_1(t_{M-1})$ ，可得到 $X_1(t)$ 的测量残差为，

$$x_i = C_0 \sin(\omega t_i) + C_1 \cos(\omega t_i) - X_1(t_i) \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (1.25)$$

其残差平方和为，

$$[x_i^2] = x_0^2 + x_1^2 + \dots + x_{M-1}^2 = \sum_{r=0}^{M-1} [C_0 \sin(\omega t_r) + C_1 \cos(\omega t_r) - X_1(t_r)]^2 \quad (1.26)$$

其中,  $t_r$  表示第  $r$  个采样点。根据最小二乘原理, 由极小值存在的必要条件,

求残差平方和  $[x_i^2]$  及  $[x_2^2]$  的极小值, 上式分别求对  $C_j, D_j (j = 0, 1)$  参数的偏导数,

并令其为零, 则有,

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial C_j} \left| \sum_{r=0}^{M-1} [C_0 \sin(\omega t_r) + C_1 \cos(\omega t_r) - X_1(t_r)]^2 \right| = 0 \\ \frac{\partial}{\partial D_j} \left| \sum_{r=0}^{M-1} [D_0 \sin(\omega t_r) + D_1 \cos(\omega t_r) - X_2(t_r)]^2 \right| = 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

上式 1.27 化简可得,

$$\begin{cases} \sum_{r=0}^{M-1} \sin(\omega t_r) [C_0 \sin(\omega t_r) + C_1 \cos(\omega t_r) - X_1(t_r)] = 0 \\ \sum_{r=0}^{M-1} \cos(\omega t_r) [C_0 \sin(\omega t_r) + C_1 \cos(\omega t_r) - X_1(t_r)] = 0 \\ \sum_{r=0}^{M-1} \sin(\omega t_r) [D_0 \sin(\omega t_r) + D_1 \cos(\omega t_r) - X_2(t_r)] = 0 \\ \sum_{r=0}^{M-1} \cos(\omega t_r) [D_0 \sin(\omega t_r) + D_1 \cos(\omega t_r) - X_2(t_r)] = 0 \end{cases} \quad (1.28)$$

方程组的解, 即为最小二乘估计值。上式 1.28 写成矩阵形式如下式 1.29,

$$\begin{cases} A^T A C = A^T b \\ A^T A D = A^T g \end{cases} \quad (1.29)$$

$$\text{其中, } A^T = \begin{vmatrix} \sin(\omega t_0) & \sin(\omega t_1) & \dots & \sin(\omega t_{M-1}) \\ \cos(\omega t_0) & \cos(\omega t_1) & \dots & \cos(\omega t_{M-1}) \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} C_0 \\ C_1 \end{vmatrix}, \quad D = \begin{vmatrix} D_0 \\ D_1 \end{vmatrix},$$

$$b = \begin{vmatrix} x_1(t_0) \\ x_1(t_1) \\ \vdots \\ x_1(t_{M-1}) \end{vmatrix}, \quad g = \begin{vmatrix} x_2(t_0) \\ x_2(t_1) \\ \vdots \\ x_2(t_{M-1}) \end{vmatrix}.$$

因此,

$$C = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (1.30)$$

$$D = (A^T A)^{-1} A^T g \quad (1.31)$$

将  $C, D$  的值带入式 1.23-1.24，即可求出两正弦信号的相位。但这种方法的缺点也是显而易见的，在构建矩阵  $A^T$  时，需要知道信号的频率，或者计算出信号的频率。因此，最小二乘法也比较适合于频率已知或者变化很小的情况，不适合空间激光差分干涉的信号测量。

### 1.3.2 DPLL 测相技术的提出

前面已经指出，空间激光差分干涉信号具有两个显著特点<sup>[82, 93]</sup>：(1) 由于卫星间的相对运动，导致信号的频率发生较大的改变，LISA 干涉信号的频率变化范围为 2 MHz - 25 MHz。相关函数法、谱分析法和最小二乘法均是因为不能跟随信号频率的变化而不适用于 LISA 系统。(2) 由于其它关键技术方法的需求，导致干涉信号中含有多个频率的分量需要同时进行相位测量。过零检相法就是因为这个原因最终没被采纳。

由于空间干涉系统的特殊性，经过对不同测相算法的分析与筛选，基于数字锁相环(DPLL)的相位测量技术最终被提出<sup>[82, 93]</sup>。DPLL 相位测量技术，是在 I/Q 相位解调原理的基础之上，引入频率反馈回路形成锁相环，最终通过记录内部数控振荡器频率的变化而进行相位测量<sup>[80, 85, 95]</sup>。该方法能够满足空间激光干涉系统的特殊要求，而被确定应用于 LISA 测量系统<sup>[96]</sup>。

DPLL 测相技术，原理如图 1.5 所示。

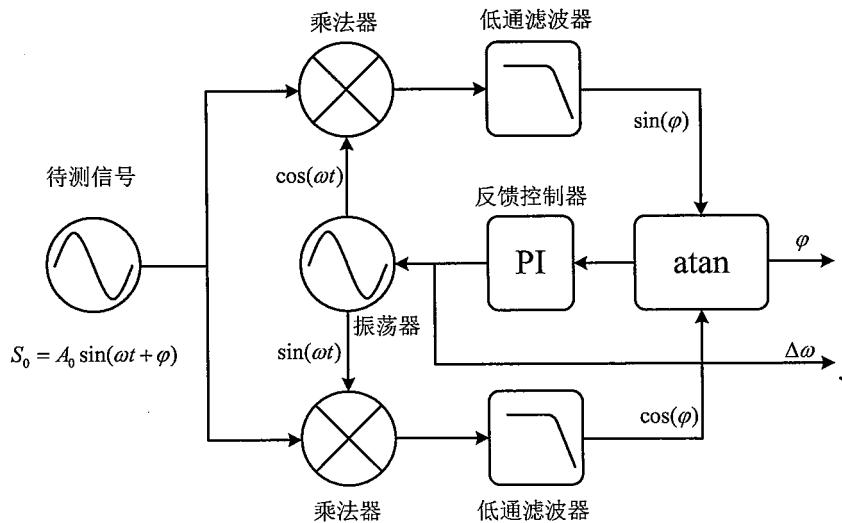


图 1.5 基于 DPLL 相位测量算法的原理图

假设待测信号的表达式如式 1.32,

$$S_0 = A_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.32)$$

首先对信号频率进行预估, 或者通过频率测量装置测出初始时刻的频率值。

根据该频率值生成内部的基准正交信号, 如式 1.33。

$$\begin{aligned} R_{\cos} &= \cos(\omega t) \\ R_{\sin} &= \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (1.33)$$

内部基准正交信号分别与测量信号进行混频, 即乘法运算, 过程如式 1.34,

$$\begin{aligned} S_0 \times R_{\cos} &= A_0 \sin(\omega t + \varphi) \cos(\omega t) \\ &= \frac{A_0}{2} (\sin(\varphi) + \sin(2\omega t + \varphi)) \\ S_0 \times R_{\sin} &= A_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega t) \\ &= \frac{A_0}{2} (\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)) \end{aligned} \quad (1.34)$$

然后, 通过滤波器将式 1.34 中倍频部分滤除, 可得式 1.35,

$$\begin{aligned} P &= \frac{A_0}{2} \sin(\varphi) \\ Q &= \frac{A_0}{2} \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (1.35)$$

最终, 将式 1.35 进行反正切运算即可得到相位值, 如式 1.36,

$$\varphi = \arctan(P/Q) \quad (1.36)$$

如果待测信号和内部 NCO (Numerically Controlled Oscillator)间的频率存在  $\Delta\omega$  的差异, 那么最终测量得到的相位为  $\Delta\omega t + \varphi$ 。通过计算相位的变化率, 可得到两者频率的差值  $\Delta\omega$ 。后通过反馈控制回路, 反馈给内部 NCO, 最终达到二者相位锁定的目的。如果待测信号的频率发生波动, 通过记录  $\Delta\omega$  的变化, 得到待测信号的频率变化, 最终通过积分计算得到待测信号的相位波动信息。

通过以上的分析可知, DPLL 测相技术是通过记录锁相环中 NCO 的频率变化, 计算待测信号的频率 (相位) 变化, 具有频率跟随能力。同时, 通过对 NCO 初始时刻赋与不同的初始值及选择合适的滤波器, DPLL 回路就可以记录信号中不同频率成份的相位变化。

#### 1.4 本文的科学和技术问题及主要研究内容

欧美等发达国家，由于 LISA 等相关空间引力波探测计划的推动，相位测量技术得到较为成熟的发展。作为外差激光干涉系统测量的关键技术器件，相位计一直处于严格的技术封锁和相关产品禁运。

为了我国未来空间引力波探测计划的发展，相位计的研发成为不可回避的技术发展壁垒。本文以 DPLL 相位测量原理为基础，在较少硬软技术资料的条件下，几乎从零起步探索高精度相位计的研制。主要解决的科学和技术问题如下：1) 如何实现相位计的有效方法学系统？包括硬软件的设计和实现。2) 认识影响相位计测量精度的关键因素和问题，探索解决方案。3) 如何实现现阶段空间干涉地面模拟系统的相位测量需求？4) 为满足 LISA 的相位计指标要求，需解决哪些问题？如何实现 LISA 的高精度相位计？

根据所面临的主要问题，本文的主要研究内容及章节安排如下：

- (1) 第二章讨论如何实现相位计从 DPLL 测相方法学到物理器件的突破。以 DPLL 相位测量原理为基础，选择 FPGA 为实现相位计软件的载体。以 Verilog HDL 硬件描述语言完成相位测量算法的编写，以期实现相位计模型的搭建。
- (2) 第三章系统分析限制相位测量精度的噪声源及相应抑制方法。对影响相位计测量精度的各种噪声进行系统讨论，并考虑相应抑制方案。在各噪声源清晰的情况下，对相位计进行测量和标定，指出现阶段的主要噪声源和解决方案。
- (3) 第四章讨论相位计在空间干涉地面模拟系统的应用。将搭建的相位计应用于空间激光差分干涉地面模拟系统的测量。分析相位计能否满足实际测量的需求，并讨论限制干涉系统精度的主要因素和抑噪方案。
- (4) 第五章讨论未来满足 LISA 要求的相位计设计。通过分析 LISA 干涉信号的特点，进一步指出相位计还需考虑的问题。最终将尝试给出面向 LISA 相位测量系统的参考设计方案。
- (5) 第六章对本文研究工作进行总结，及对未来相位计研究方向的展望。

## 第二章 基于 DPLL 的相位计设计、初试和分析

如何实现相位计从 DPLL 测相方法学到实际测量系统，以充分发挥 DPLL 测量算法的优势，是本章主要讨论的内容。FPGA 以其硬件的架构，具有并行处理的能力，特别适用于大规模的高速数字信号处理。本章以 FPGA 为硬件载体，以 Verilog HDL 硬件描述语言进行测量算法的软件编写，以期完成相位计模型的搭建。最终对相位计模型进行功能性的初试与分析。

### 2.1 基于 DPLL 的相位计设计

相位计在结构上，可分为硬件和软件两个部分。本节将分别介绍各部分的组成和实施方案，特别是软件算法实现的过程。

#### 2.1.1 硬件部分

相位计硬件上主要由模拟数字转换模块、FPGA 处理器模块和通信模块组成。均采购于 Terasic 公司，型号分别为：DCC 高速模拟数字转换子板<sup>[97]</sup>，TR4-530 高阶开发平台<sup>[98]</sup>，HSMC 通信子卡<sup>[99]</sup>。待测信号经 ADC 前端模拟电路调制后进入模拟数字子板转换成数字信号，在 FPGA 内完成 DPLL 算法软件的实现，最终通过通信模块进行相位信息的传输。系统驱动时钟可由外部引入，组装后的相位计模型实物，如图 2.1 所示。

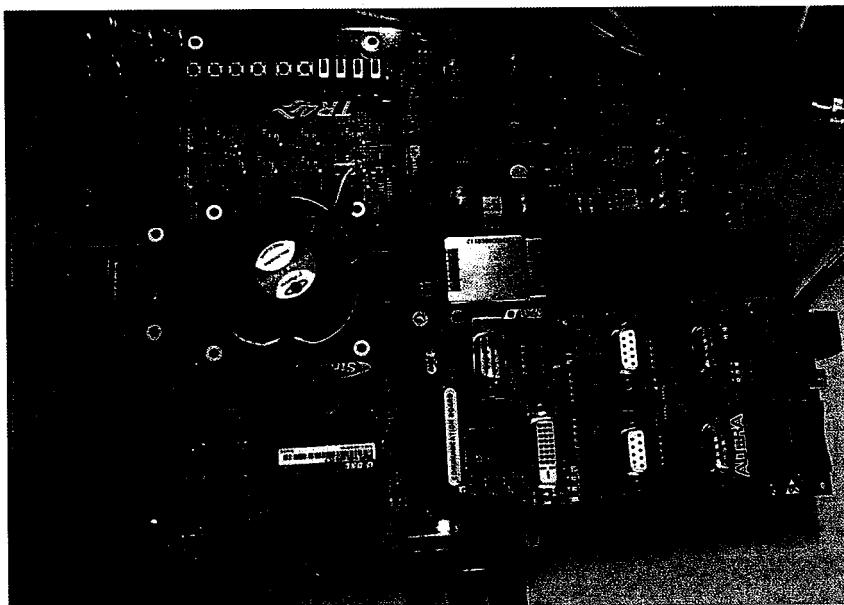


图 2.1 相位计模型实物图

图 2.1 左侧部分为 FPGA 处理器模块，板载 FPGA 为 Altera 公司的 StratixIV 系列芯片（型号：Stratix IV GX EP4SGX530）。芯片含有 530 万门 LEs (Logic Elements) 单元，并含有丰富的存储模块和乘法器模块，给相位计模型的设计提供足够的硬件资源。ADC(Analog to Digital converter)转换模块含有两路 ADC 转换器，型号为 AD9254<sup>[100]</sup>。转换器位数为 14 bits，采样速率可高达 150 MHz。通信模块含有丰富的接口，本文采用 RS232 串口作为通信标准，波特率设为 115200。相位计驱动时钟由外部引入，时钟定制于西安宏泰时频技术有限公司<sup>[101]</sup>（以下简称超稳时钟），频率为 10 MHz，在 1 s - 10000 s 内相对稳定性为  $10^{-12}$ ，频率相对准确度为  $5 \times 10^{-11}$ 。

### 2.1.2 软件部分

相位计软件部分是 DPLL 算法的编程实现，其核心单元为数控振荡器。DPLL 相位测量算法的本质是实现待测信号和数控振荡器的相位锁定，同时记录数控振荡器的频率变化。如图 2.2 是基于 DPLL 相位计软件部分的原理框图。DPLL 的数学模型和传递函数，在 Gardner 的著作 "Phaselock Techniques"<sup>[102]</sup> 和文献<sup>[103]</sup> 中，有详细的分析和讨论，本文不做展开。

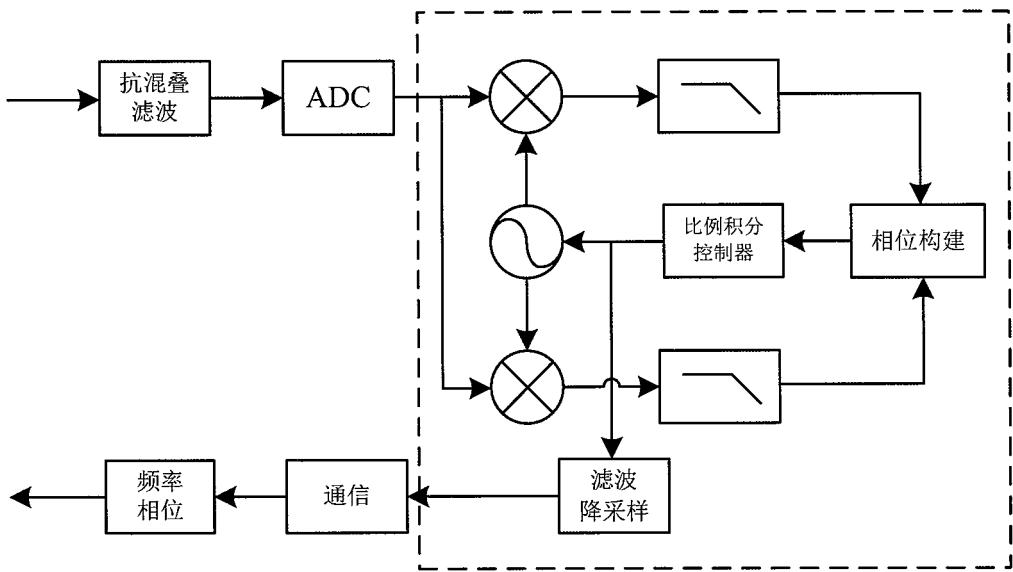


图 2.2 基于 DPLL 相位计软件部分的原理框图

通过图 2.2 可以看出，DPLL 相位测量算法的实现过程如下：待测信号经抗

混叠滤波后通过 ADC 转换为数字信号，后与 NCO 生成的信号混频并滤除倍频部分，得到相位误差信号（待测信号和 NCO 的相位误差）。相位误差经 PI (Proportion Integration) 控制器分析得到频率差值，反馈控制 NCO 的频率，最终实现相位锁定。锁定后相位误差信号为零或保持不变。通过提取锁定后 NCO 频率的变化信息，得到待测信号频率变化信息，积分后得到相位变化信息。

具体实现方面，代码由 Verilog HDL 语言在 Quartus II 11.1 编译环境下完成编写。Verilog HDL 代码部分实现架构如图 2.3 所示，顶层设计文件详见附录 A。

10 MHz 外部驱动时钟，在 FPGA 内部由锁相环 IP (Intellectual Property) core 倍频至 100 MHz 和 40 MHz，分配至各功能模块，除滤波器由 40 MHz 驱动外，其余模块均由 100 MHz 时钟驱动。

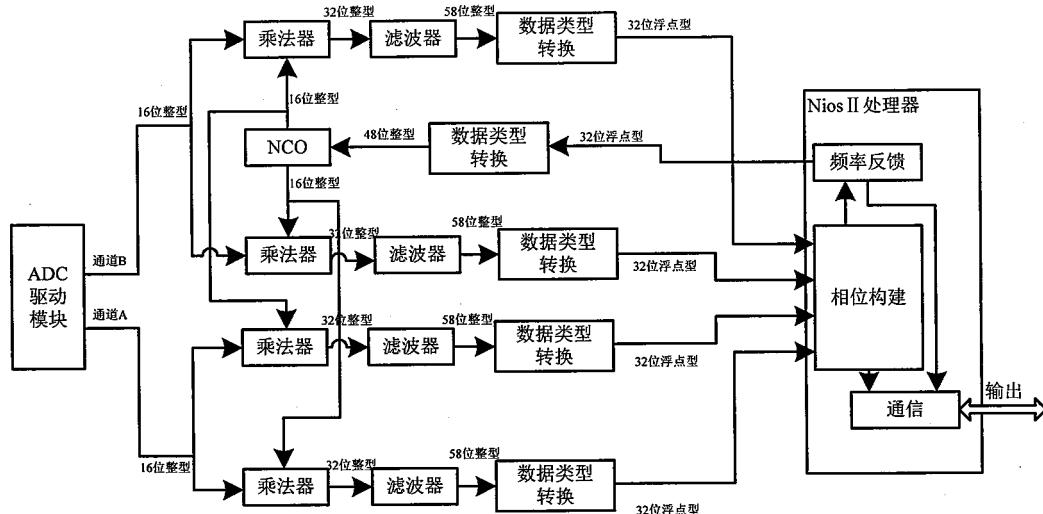


图 2.3 相位计 Verilog HDL 代码实现架构图

通过图 2.3 可知，首先将 ADC 模块驱动，获取转换后的数字信号，位数为 14 位，结尾补零成为 16 位整型。信号在乘法器和 NCO 信号混频，输出保持为 32 位。NCO 主要指标为：频率调制 48 位，幅值 16 位，基准频率 100 MHz，因此频率分辨率为  $\frac{100MHz}{2^{48}} = 3.553 \times 10^{-7} Hz$ 。混频后信号进入滤波器，将混频信号中倍频成份衰减。滤波器同时决定相位计待测信号的带宽，类型为 IIR 切比雪夫二型，采样频率 40 MHz，截止频率 1.2 MHz，设计在 Matlab Filter Design HDL Coder 中完成，详细参数见附录 B。根据采样定理，使用过采样技术，设定采样

速率为信号频率的 4 倍，因此相位计待测信号需限定在 0.6 MHz - 5 MHz 内。滤波器后，数据类型由 32 位整型增加到 58 位整型。为简化反馈回路和相位构建部分的代码复杂度，在 FPGA 内部生成串行架构的 Nios II 处理器。处理器代码由 C 语言在 NIOS II EDS 11.1 中编写，实现架构如图 2.4 所示。进入 Nios II 前，需将数据类型由 58 位整型转换为 32 位浮点型。最终处理器反馈的频率误差信号，再由 32 位浮点型转换为 48 位整型传递给本地振荡器，形成完整锁相环回路。为精确计算通道 A 和 B 间的相位差，两个 DPLL 回路共用 NCO 和反馈回路。NCO 在相位差比较过程中仅作中间桥梁的作用。因 FPGA 的硬件架构，以上各个部分均同步并行运算。

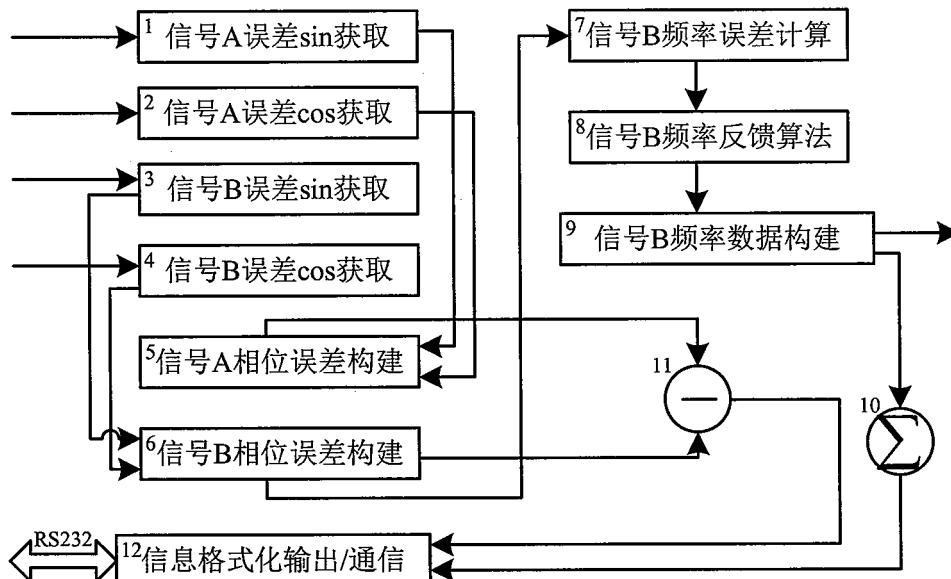


图 2.4 Nios II 处理器部分 C 语言代码实现架构图

通过图 2.4 可知，因 Nios II 处理器为串行架构，算法按图中序号运行。处理器依次获得信号 A 和信号 B 的相位误差信号，构建各通道相位误差。以通道 B 相位误差为反馈回路控制的误差源，构建频率误差，输出经数据类型转换后传递给图 2.3 中 NCO 模块。同时，完成通道间相位差的计算及频率误差累加运算，格式化输出。另外，处理器还需响应外界控制信号的相应信息，完成通信。

经过以上步骤，完成相位计硬件和软件代码的构建，模型搭建完毕。但该模型是否可靠，能否完成相位频率测量的功能，需进行初步的测试和分析。

## 2.2 初试与数据分析

相位计需测量信号间的相位差，及单一信号的相位（频率）波动。因此，对相位计模型的测试，分为相位差测量和频率测量两个方面。从图 2.3 中可以得知，在测量相位差时，由于通道间共用反馈回路及数控振荡器，数控振荡器在相位对比中只起到中间桥梁的作用，从而减少了对于频率反馈精度的较高要求。对于单一信号的相位测量，此时绝对的相位已经失去意义，相位波动（频率波动）是测量关心的主要问题。相位计根据锁相环的反馈，精确计算出待测信号（实际为相位差测量中的基准信号）的频率波动，通过积分得到信号的相位波动。

在本章以下的测量中，待测信号由信号发生器（型号：Agilent 33522A）产生，峰峰值如无特别说明均为 490 mVpp（最大输入峰峰值约为 500 mVpp<sup>[97]</sup>）。为减小因时钟基准不同而引起的误差，测量时信号发生器和相位计由外部同一时钟同步驱动。相位计测试系统实物，如图 2.5 所示。



图 2.5 相位计测试系统实物图

### 2.2.1 相位差线性测试

相位差线性测试是评估相位计在测量相位差时的准确度和线性度，分为静态测试和动态测试。静态测试时信号间的相位差固定；动态测试时待测信号和参考

信号的频率间存在微小差异，相位差呈现线性变化的趋势。因相位计模型带宽的限制，静态测试频率设定为 1 MHz、2 MHz 和 4 MHz。信号发生器通道 1 和 2 分别通入相位计的两个通道，通道间频率相同相位差固定。为减小测试环境对相位结果的影响，每点测量时间 10 s。静态测试结果如图 2.6-2.8 所示。动态测试时频率同样为 1 MHz、2 MHz 和 4 MHz。通道间频率微小差值为 0.01 Hz、0.02 Hz、0.04 Hz 和 0.08 Hz。为保证不同频差下，相位变化范围相同，测量时间为 100s、50s、25s 和 12.5s。测试结果如图 2.9 - 2.11 所示。

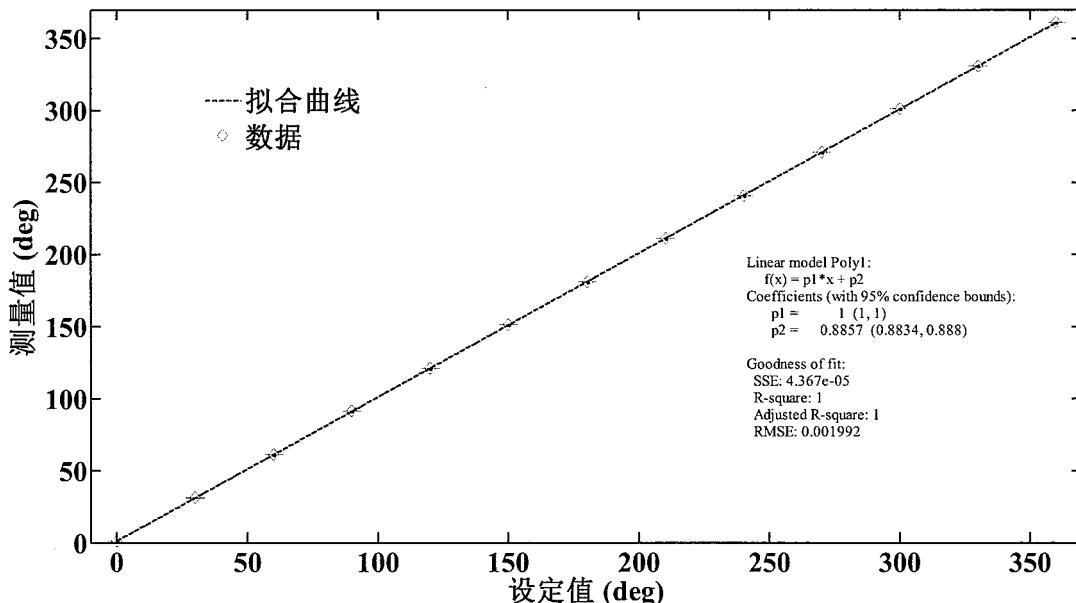


图 2.6 相位差线性静态测试，输入信号为 1 MHz。

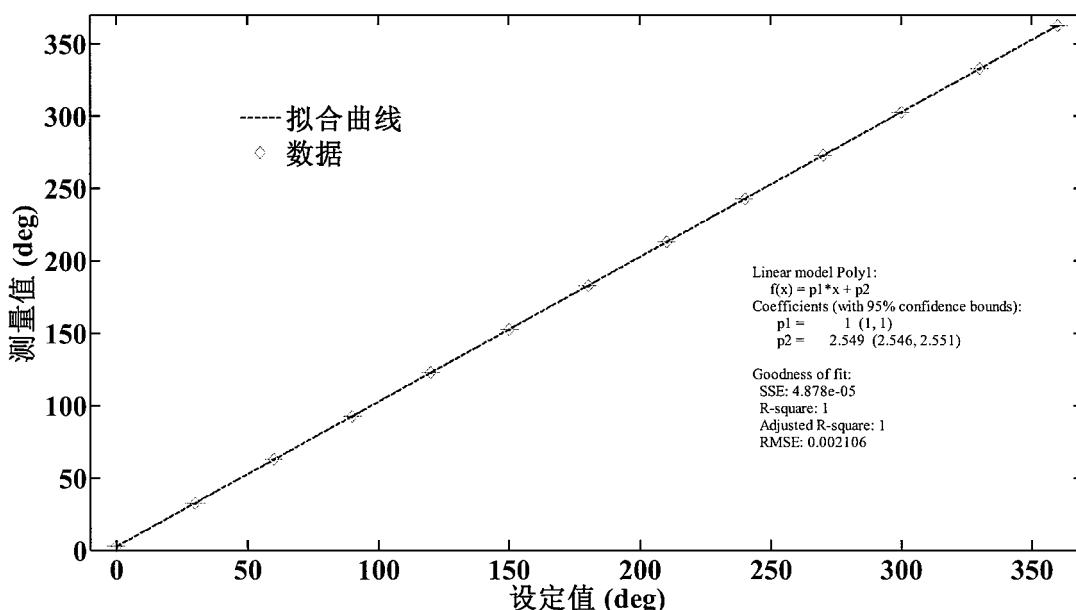


图 2.7 相位差线性静态测试，输入信号为 2 MHz。

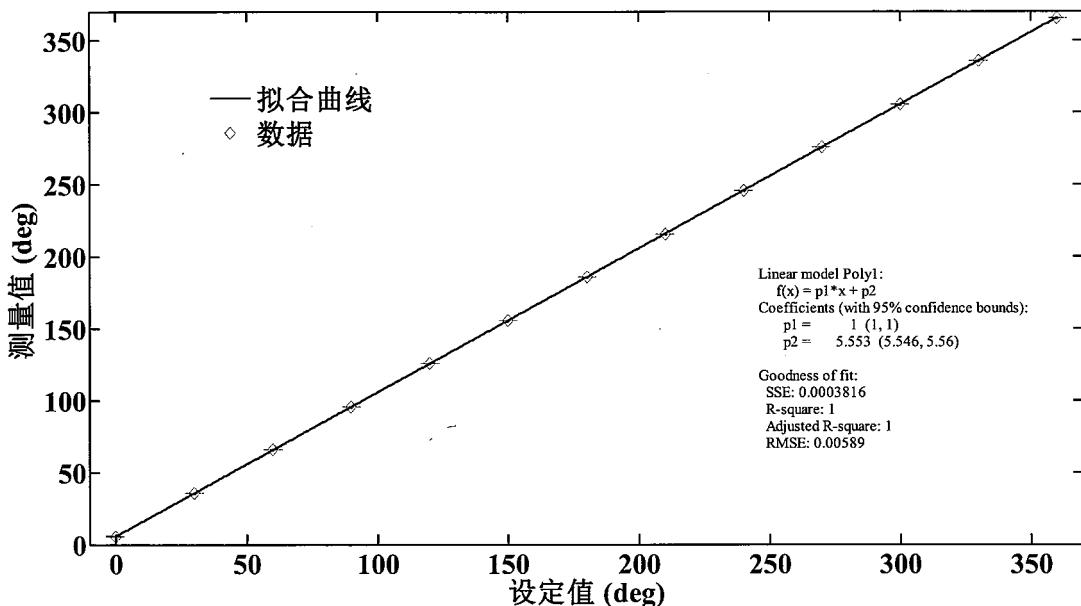


图 2.8 相位差线性静态测试，输入信号为 4 MHz。

从图 2.6-2.8 中可以看出，不同频率下，测量值和设定值均具有良好的线性响应和准确度；拟合曲线相关性  $R^2$  在误差范围内（四位有效数字）均约等于 1，斜率也均为 1。但也可看出拟合曲线并不经过相位零点。说明相位计测试系统存在一定的系统误差。误差可能来自信号源设定值偏置和相位计的系统测量误差。理论上，将同一路信号经功分头分成两路，分别通入相位计的两个通道，信号间相位差为 0 deg。此时，相位测量值可作为相位计系统误差。两种情况下，零点测量结果的对比，如表 2.1 所示。表中单、双通道代表相位计的两路待测信号分别由信号发生器单、双通道产生。

表 2.1 相位差静态测试零点漂移量（单位：deg）

	1 MHz	2 MHz	4 MHz
双通道	0.8857	2.547	5.553
单通道	0.045409	0.103723	0.206408

造成零点漂移的原因，可能来自两个方面：一是信号发生器的设置误差；二是相位计相位测量的系统偏差。通过表 2.1 中数据的对比，如果将单通道测量结果作为相位计的系统偏差。可见，信号发生器的设置误差是静态测量零点漂移的主要因素。同时表 2.1 说明相位计系统误差与待测信号的频率相关。影响相位计相位测量零点漂移的因素，将在 3.4.1 节中讨论。

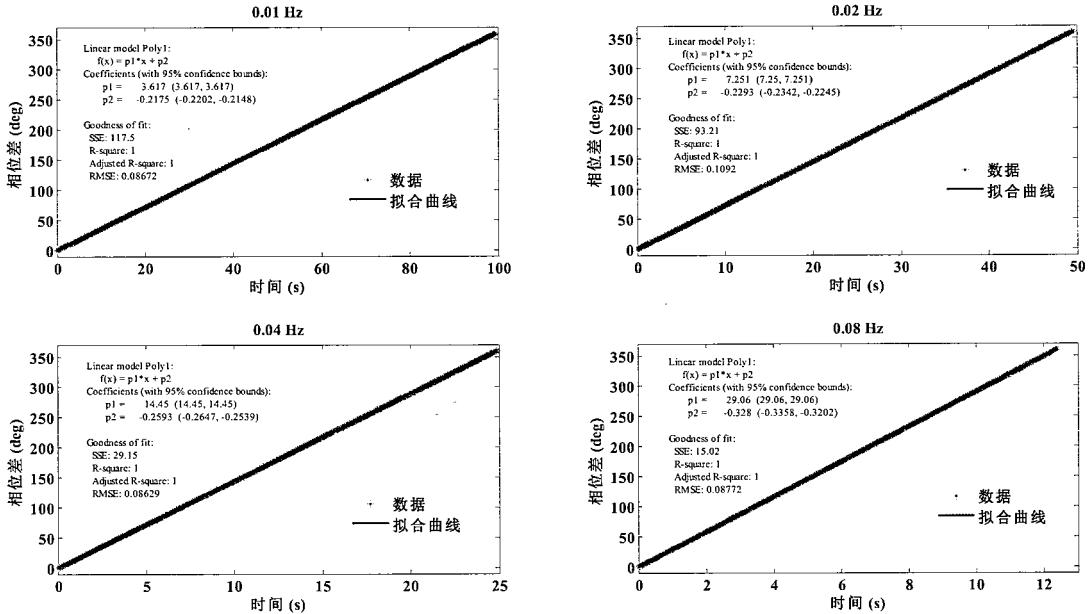


图 2.9 相位差线性动态测试，输入信号为 1 MHz。

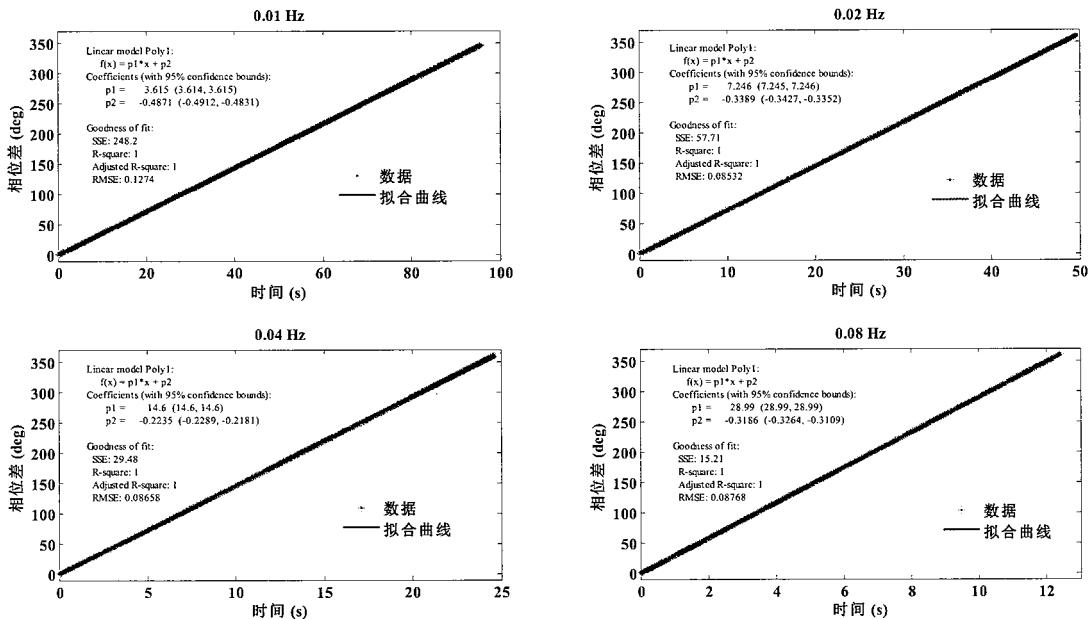


图 2.10 相位差线性动态测试，输入信号为 2 MHz。

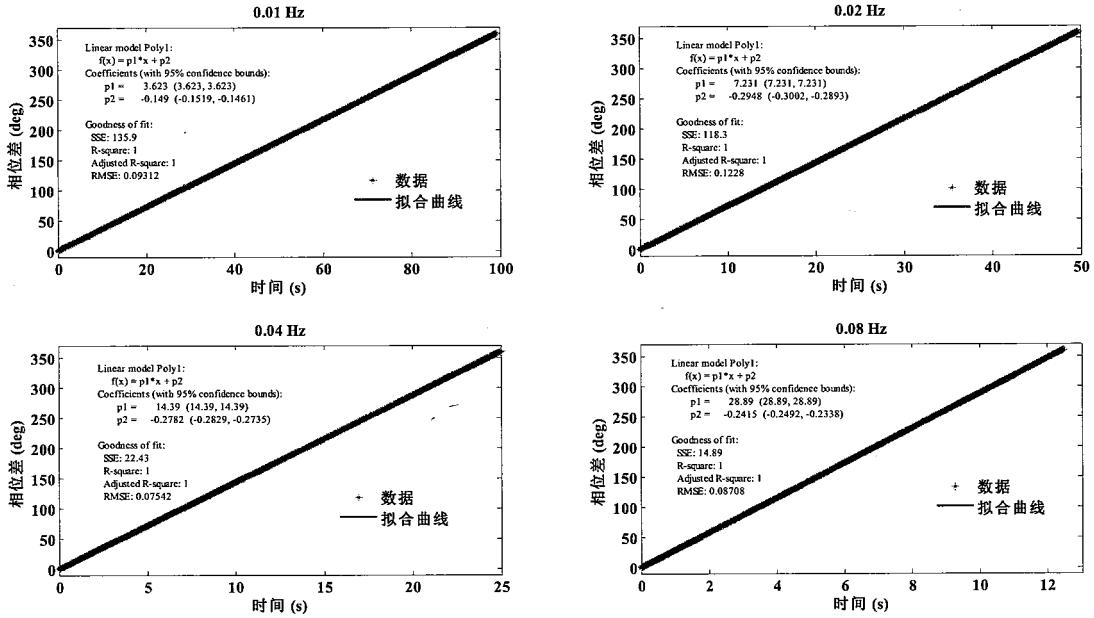


图 2.11 相位差线性动态测试，输入信号为 4 MHz。

从图 2.9-2.11 中可以看出，动态测试时，相位差变化趋势能正确反映实际信号间频率的微小差值。设定值和测量值具有良好的线性响应和准确度，拟合曲线相关性  $R^2$  在误差范围内（四位有效数字）均约为 1。不同待测信号频率下，拟合曲线斜率转换为频率差值，如表 2.2 所示。

表 2.2 相位差动态测试拟合曲线斜率结果汇总（单位：Hz）

	1 MHz	2 MHz	4 MHz
0.01 Hz	0.01005	0.01004	0.01006
0.02 Hz	0.02014	0.02013	0.02009
0.04 Hz	0.04014	0.04056	0.003997
0.08 Hz	0.08072	0.08053	0.08025

从表 2.2 中可以看出，不同频率的待测信号下，通道间频率的微小差异在测量的结果中均正确反映。但也存在一定误差，且绝对值略有不同。测量误差主要来自三个方面：一是信号发生器设定值和真实值的差异；二是时间计时并不精确；三是相位计测量误差。从图 2.9-2.11 中还可以看出，各条拟合曲线同样不经过相位零点，且大小略有差异。各条拟合曲线截距值，如表 2.3 所示。

表 2.3 相位差动态测试拟合曲线截距汇总（单位: deg）

	1 MHz	2 MHz	4 MHz
0.01 Hz	-0.2175	-0.4871	-0.149
0.02 Hz	-0.2293	-0.3389	-0.2948
0.04 Hz	-0.2593	-0.2235	-0.2782
0.08 Hz	-0.328	-0.3186	-0.2415

动态测试情况下，拟合曲线的截距和测量并没有直接关系，仅和初始时刻的相位值有关。从表 2.3 中也可以看出，除均为负数外，截距并无明显规律。既然截距和初始时刻的相位值有关，那么首先需要说明图 2.9-2.11 中数据的截取方式。实际测量时取得几个周期的数值，但分析仅截取其中一个周期。相位值数据第一个点的时刻为测量时间除以数据量，那么零点就为前一周期的最后一个点，为负数。这就是表 2.3 中数据均为负数的主要原因。

综上所述，在相位差线性测试中，无论是静态测试还是动态测试，相位计都具有良好的线性响应和准确度。因此，信号或噪声所表现出的相位，在测量的结果中会准确的呈现出来。

### 2.2.2 频率线性测试

频率线性测试是评估相位计在测量信号频率时的线性响应和准确度。测量模式同样分为静态测试和动态测试。静态测试时信号的频率固定；动态测试时待测信号的频率设定不同斜率的线性变化。静态测试时频率范围设为 1 MHz - 4 MHz，步长 0.2 MHz。为减小测量环境对频率结果的影响，每点测量时间选为 10 s。结果如图 2.12 所示。动态测试时，由于测量时间和变化斜率的限制，测量分段进行。频率初始值为 1 MHz、2 MHz 和 4 MHz；变化斜率为 0.001 Hz/s、0.01 Hz/s、0.1 Hz/s 和 1 Hz/s；测量时间均为 180 s。结果如图 2.13 - 2.15 所示。

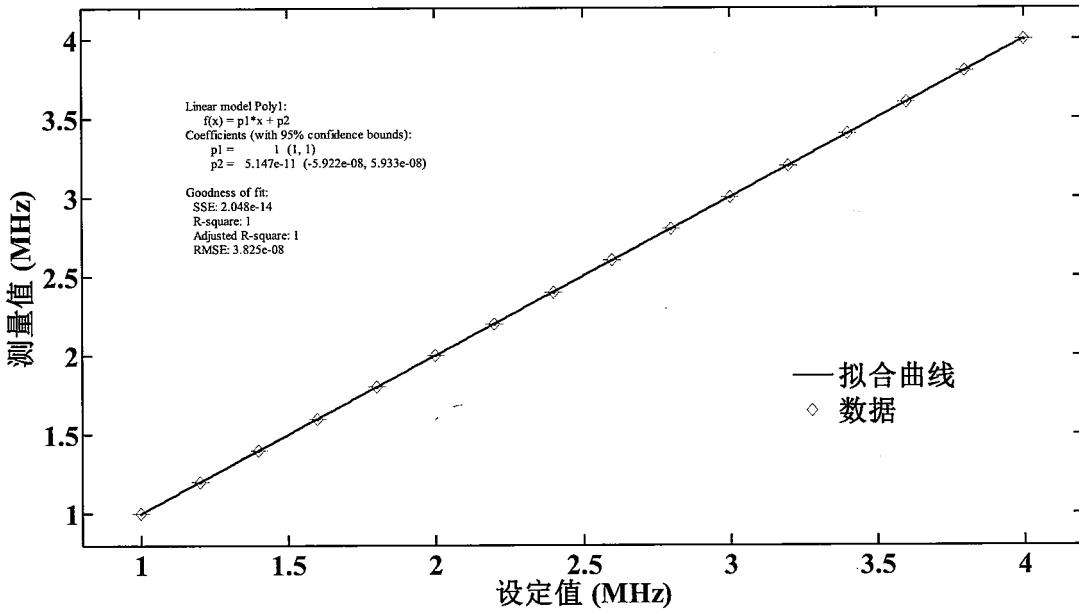


图 2.12 频率线性静态测试

从图 2.12 中可以看出：频率的设定值和测量值具有良好的线性响应和准确度；拟合曲线相关性  $R^2$  在误差范围内（四位有效数字）约等于 1，斜率为 1。同时，也可看出拟合曲线在误差范围内经过频率零点，表明相位计在静态情况下频率测量具有较高的精度。

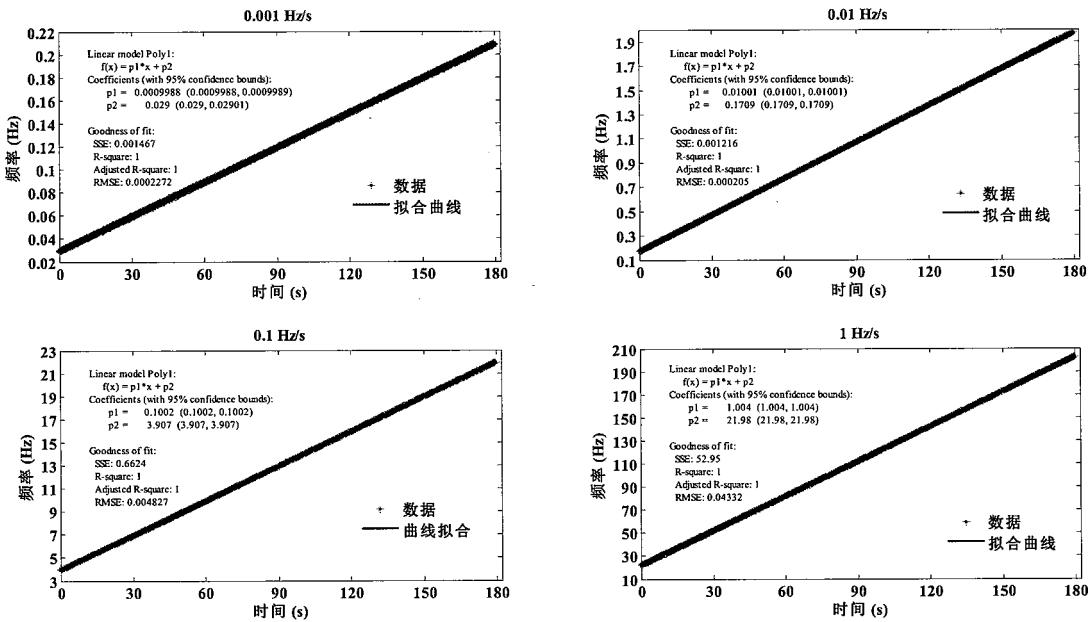


图 2.13 频率线性动态测试，输入信号初始频率为 1 MHz。

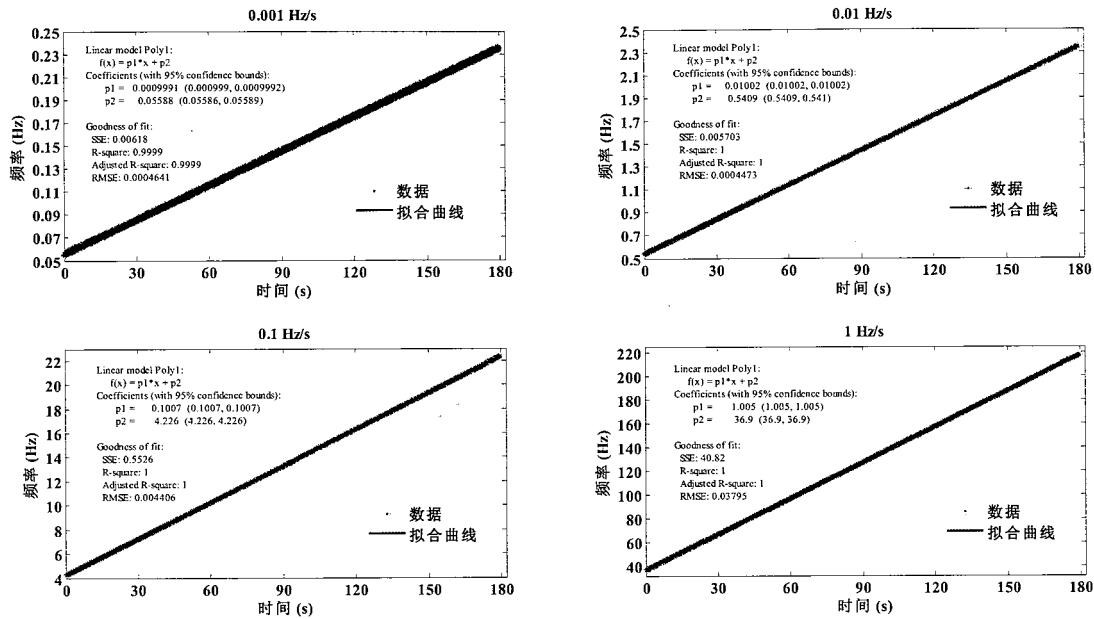


图 2.14 频率线性动态测试，输入信号初始频率为 2 MHz。

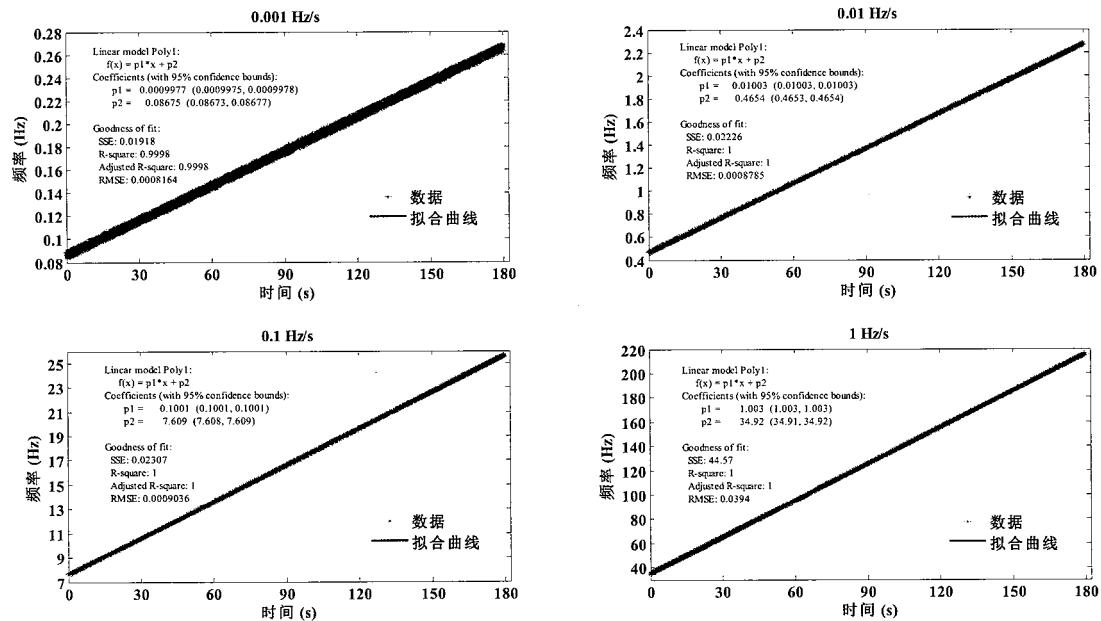


图 2.15 频率线性动态测试，输入信号初始频率为 4 MHz。

从图 2.13-2.15 中可以看出：频率拟合曲线的相关性  $R^2$ ，除 4MHz 频率变化率 0.001 Hz/s 的情况下为 0.9998 外，其余在误差范围内（四位有效数字）均约为 1；不同初试频率下，设定的频率变化率在测量结果中均有正确反映。实验结果表明：不同初试频率下，频率变化率的设定值和测量值具有良好的线性响应和准确度。各条拟合曲线并不经过频率零点，这是由计时零点不在频率零点造成的。不同初始频率下，拟合曲线斜率的信息，如表 2.4 所示。

表 2.4 频率动态测试拟合曲线斜率结果汇总（单位：Hz/s）

	1 MHz	2 MHz	4 MHz
0.001 Hz/s	0.001	0.001	0.001
0.01 Hz/s	0.01001	0.01002	0.01003
0.1 Hz/s	0.1002	0.1007	0.1001
1 Hz/s	1.004	1.005	1.003

从表 2.4 中可以看出：测量频率变化信息能正确反映实际的频率变化，但和实际设定值存在微小的误差，是由测量误差和设定值误差引起的；测量随着频率变化率的增大，误差成增大趋势，且与待测信号的频率无关；测量误差和测量信号频率并没有显著的关系。

综上所述，相位计在频率测量时有着良好的线性度和准确度。说明对于信号或噪声所表现出的频率波动，在测量的结果中也会准确的呈现出来。

### 2.3 本章小结

如何实现相位计从 DPLL 测相方法学到实际测量器件的突破，是本章讨论的主要内容。本章以商业 FPGA 开发平台为硬件载体，以 Verilog HDL 语言和 C 语言进行软件编码，首先完成了相位计的模型搭建。然后，利用信号发生器分别对搭建的相位计模型进行相位差和频率的初步测试和标定。测试的结果表明，相位计在相位差及频率测量中都具有良好的线性响应和准确度。但测试结果也同时说明测量具有一定的误差和噪声。对于噪声来源的分析，是提高测量系统精度的重要手段，将是第三章主要讨论的内容。



### 第三章 信号源和相位计噪声的分析

初步测试显示相位计具有良好的准确度和线性度，但也存在一定的噪声。分析和讨论影响相位测量精度的主要因素和相应抑制方法，是本章主要讨论的内容。首先通过分析相位计测量信号相位的整个过程，讨论可能的噪声源。然后，对每种特定噪声进行单独分析和测试，提出相应抑制方法。最终，在认清各项噪声的情况下，对相位计模型的灵敏度进行测量和标定，分析现阶段主要的噪声来源，提出相应优化方案。

#### 3.1 噪声概述

理想情况下，待测信号可以表达为<sup>[104]</sup>，

$$S_0 = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.1)$$

其中， $A$ 为幅值， $\omega$ 为频率， $\varphi_0$ 为初始相位。但无论信号由激光干涉还是信号发生器产生，理想的信号源是不存在的。信号发生器驱动晶振的频率抖动或干涉臂的臂长游离等原因，产生信号频率的抖动。对于电子系统，电子热噪声决定了系统的测量极限。若考虑以上两种噪声，式 3.1 修正为，

$$S_0 = A \sin(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0) + \delta_A \quad (3.2)$$

其中， $\delta\Phi$ 为信号的频率抖动噪声； $\delta_A$ 表示热噪声，表现出白噪声特性。在待测信号经过 AD 转换器进入 FPGA 之前，会有如下噪声引入：(1) ADC 前端模拟电路会引入和频率相关的相位延迟；(2) 模拟电路受环境温度的影响而发生热胀冷缩，引起传输时间的改变，从而引起相位改变；(3) AD 转换器将模拟信号转换为数字信号，引入量化噪声；(4) 采样时钟的抖动引入时钟噪声。假设模拟电路引入的其余噪声，例如电磁干扰、热噪声等，极小且表现为白噪声。经过以上过程，式 3.2 再次修正为，

$$S_0 = A \sin(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q + \varphi(T, \omega)) + \delta_A^* \quad (3.3)$$

其中， $\delta_A^*$ 为表现出白噪声性质的噪声总和， $\delta_\varphi$ 为时钟噪声， $\sigma_q$ 为 AD 转换器的量化噪声， $\varphi(T)$ 为温度波动引入的相位噪声， $\varphi(\omega)$ 为模拟前端的相位响应。

待测信号转换为数字信号后，进入 DPLL 算法的实现部分。FPGA 内软件算法引入的量化噪声较小，在此讨论过程中忽略。假设，DPLL 回路初始时刻生成与待测信号有一定频率偏置  $\Delta\omega$  的基准正交信号，如式 3.4 所示，

$$\begin{aligned} R_{\cos} &= \cos(\omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) \\ R_{\sin} &= \sin(\omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.4)$$

基准正交信号和待测信号分别进行混频，即式 3.3 和 3.4 分别进行乘法运算，如式 3.5 所示，

$$\begin{aligned} S_0 \times R_{\cos} &= (A \sin(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q + \varphi(T, \omega)) + \delta_A^*) \times \cos(\omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) \\ &= A/2 (\sin(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q + \varphi(T, \omega) \\ &\quad + \omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) + \sin(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q \\ &\quad + \varphi(T, \omega) - \omega t - \Delta\omega t - \varphi_1)) + \delta_A^* \times \cos(\omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) \\ S_0 \times R_{\sin} &= (A \sin(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q + \varphi(T, \omega)) + \delta_A^*) \times \sin(\omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) \\ &= A/2 (-\cos(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q + \varphi(T, \omega) \\ &\quad + \omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \delta\Phi + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q \\ &\quad + \varphi(T, \omega) - \omega t - \Delta\omega t - \varphi_1)) + \delta_A^* \times \sin(\omega t + \Delta\omega t + \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.5)$$

混频信号经回路低通滤波器，将式 3.5 中的高频部分滤除，滤除后的信号如式 3.6，

$$\begin{aligned} P &= A/2 \sin(\delta\Phi - \Delta\omega t + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q - \varphi_1 + \varphi(T, \omega)) + \sigma_A \\ Q &= A/2 \cos(\delta\Phi - \Delta\omega t + \varphi_0 + \delta_\varphi + \sigma_q - \varphi_1 + \varphi(T, \omega)) + \sigma_A \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中， $\sigma_A$  为修正后的白噪声总和。式 3.6 经相位解析，即反正切运算后，计算得到的相位误差信号  $\phi_e$  如式 3.7 所示，

$$\begin{aligned} \phi_e &= \arctan(P/Q) \\ &= (\varphi_0 - \varphi_1) + \delta\Phi - \Delta\omega t + \delta_\varphi + \varphi(T, \omega) + \sigma_q + \sigma_\varphi \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中， $\sigma_\varphi$  为其余噪声的总和。

反馈回路根据相位误差信号调整  $\Delta\omega$ ，而最终达到误差信号趋于零点或常值。在反馈过程中，回路引入的频率噪声为  $\delta\omega$ 。对频率  $\Delta\omega$  进行积分，可得相位信息  $\phi$  为，

$$\phi = \Delta\omega t = (\varphi_0 - \varphi_1) + \delta\Phi + \delta_\varphi + \varphi(T, \omega) + \sigma_q + \sigma_\varphi + \delta\omega t - \phi_e \quad (3.8)$$

当锁相环回路处于锁定状态时, 相位误差信号  $\phi_e$  趋于定值, 相对于其余噪声可忽略不计, 可用于评价锁相环的工作状态。

计算通道 A 和通道 B 的相位差时, 由图 2.3 可知, 两通道共用 NCO 和反馈控制回路, 且 B 通道的相位误差信号引入反馈回路。当反馈回路处于锁定状态时, NCO 信息中就含有通道 B 的相位信息。因此, 通道 A 的相位误差信号, 就是通道 A 和 B 间的相位差。相同噪声的差值, 为共模噪声抑制的问题, 差值的大小和两通道间引入相同噪声的时间差有关。

以上的分析中, 没有考虑因待测信号幅值和频率变化所带来的影响。实际信号频率和幅值的波动往往伴随着信号信噪比的改变。因此, 在最终得到的相位信息中, 引入的噪声主要包括: 信号的频率抖动噪声  $\delta\Phi$ , 反馈回路噪声  $\delta\omega t$ , 时钟噪声  $\delta_\varphi$ , 温度耦合噪声  $\varphi(T)$ , 电路的相位响应  $\varphi(\omega)$ , 量化噪声  $\sigma_q$ , 幅值、频率变化引起的信噪比变化, 幅值、频率耦合噪声, 及其余表现出白噪声的总和  $\sigma_\varphi$ 。

综上所述, 根据噪声的来源, 为讨论的方便, 本文将噪声分为三个大类: (1) 相位计噪声, 包括反馈回路噪声、ADC 量化噪声和时钟噪声, 本章的 3.2 节中将会做详细的分析; (2) 信号源噪声, 包括频率抖动噪声、幅值引起的信噪比变化和频率引起的信噪比变化, 本章的 3.3 节中将会做详细的分析; (3) 由于环境参数(温度)或信号参数(频率、幅值)的变化而耦合到相位测量中的噪声, 即耦合噪声, 包括温度耦合噪声、频率耦合噪声、幅值耦合噪声等, 本章的 3.4 节中将会做详细的分析。

在本文以后的噪声分析中, 如无特别说明, 频谱分析均使用幅度谱密度, 平滑处理采用德国 Albert Einstein Institute 开发的 LTPDA(LISA Technology Package Data Analysis)工具箱<sup>[105, 106]</sup>。

### 3.2 相位计噪声

相位计噪声在广义上包括任何由相位计系统引入的噪声, 是除信号源外所有噪声的总和。这里所描述的相位计噪声是狭义的, 仅由相位计系统本身引起的,

是不依赖于信号和环境的改变而独立存在和引入的。即不考虑信号和环境的改变而单独由相位计系统引入的噪声。相位计噪声是首先需要考虑的问题，决定了系统测量的极限灵敏度。由三个部分组成：DPLL 回路噪声，时钟噪声和量化噪声。

### 3.2.1 DPLL 回路噪声

DPLL 回路噪声是相位计系统中由软件代码引起的。DPLL 回路，在功能上分为数控振荡器、鉴相器和反馈控制器三个部分。鉴相器测量待测信号和数控振荡器间的相位差，在测试鉴相器时已经将数控振荡器的噪声引入，在此统称为相位解析噪声。反馈控制器消除待测信号和数控振荡器间的频率差，达到频率锁定的目的。在此过程中引入的噪声统称为反馈控制器噪声。

#### A. 相位解析噪声的测量与分析

测量相位解析噪声时，反馈控制器处于不工作的状态。信号由内部另一数控振荡器产生，一路分成两路通入相位计两个通道。信号间通过一个时钟延迟产生固定的相位差(1 MHz 时为 3.6 deg)。待测信号和基准信号间存在微小的频率差，测量的结果中扣除频率差引起的线性变化相位后，剩余即为相位解析噪声。频率差选为 0.002 Hz，测试频率为 1 MHz。测量结果如图 3.1 - 3.2 所示。

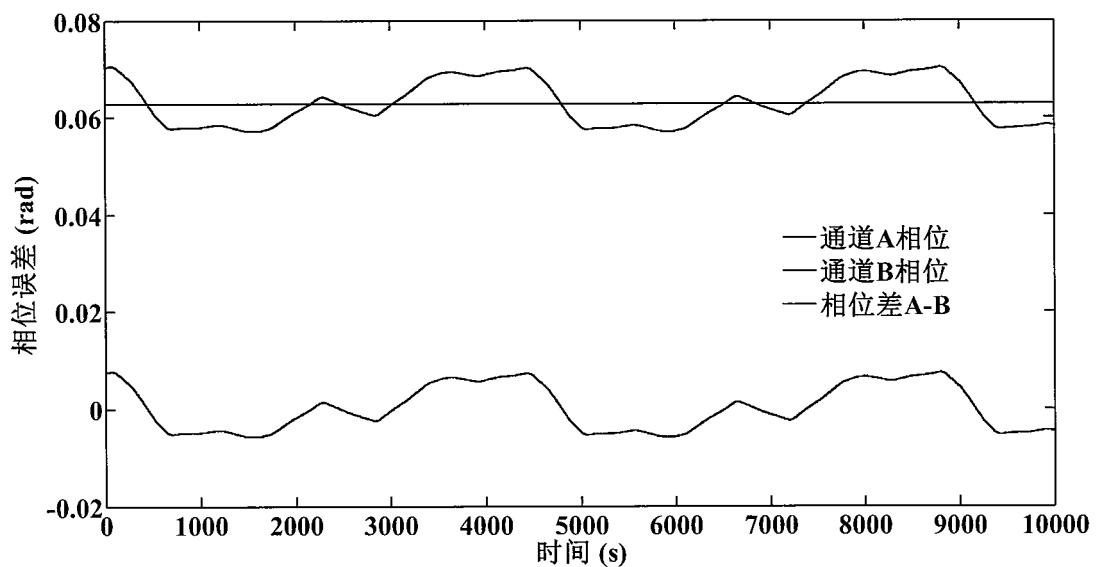


图 3.1 相位解析噪声测试，1 MHz，A 和 B 通道的结果均已扣除频率差引起相位的线性变化部分。

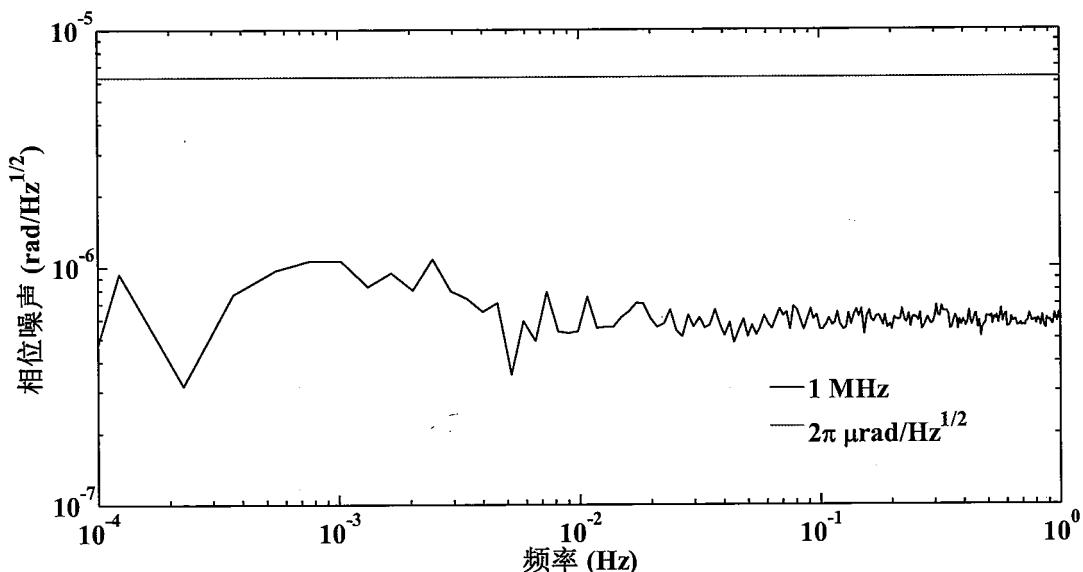


图 3.2 相位差噪声频谱

从图 3.1 中可以看出，通道 A 或 B 的相位误差发生规律性波动，说明相位在每一点的解析精度是不同的。这一方面是由反正切运算的误差产生，另一方面由数据在不同功能模块数据类型间传递的截断误差产生。闭合反馈回路后，可消除频率差值，进而消除误差。从图 3.2 中可以看出，相位计内部引入的相位解析噪声较低，远小于  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，满足设计要求。通过共模噪声抑制，相位差表现出较低的噪声，说明相位计具有良好的相位解析共模噪声抑制能力。主要原因是通道间共用反馈回路，使得 NCO 在相位差对比中仅起到中间桥梁的作用。这是目前相位计模型的优势之一，也是采用这种架构设计的主要目的。

通过图 2.4 可知，相位解析在串行架构的 Nios II 处理器中进行。这必然导致通道间相位信息的获取会有一定的时间差。假设，频率差为  $\Delta\omega$ ，前后时间差为  $\Delta t$ ，那么处理器先后得到信息如式 3.9 所示，

$$\begin{aligned} P_{\sin a} &= \sin(\Delta\omega(t-\Delta t) + \phi_{a0}) \\ Q_{\cos a} &= \cos(\Delta\omega t + \phi_{a0}) \\ P_{\sin b} &= \sin(\Delta\omega(t+\Delta t) + \phi_{b0}) \\ Q_{\cos b} &= \cos(\Delta\omega(t+2\Delta t) + \phi_{b0}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

当  $\Delta\omega \times \Delta t$  为小量时，得到的相位信息，如 3.10 所示。

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi_a &= \arctan\left(\frac{P_{\sin a}}{Q_{\cos a}}\right) \\
&= \arctan\left(\frac{\sin(\Delta\omega(t-\Delta t) + \phi_{a0})}{\cos(\Delta\omega t + \phi_{a0})}\right) \\
&= \arctan(\tan(\Delta\omega t + \phi_{a0}) \times \cos(\Delta\omega \times \Delta t) - \sin(\Delta\omega \times \Delta t)) \\
&\approx \Delta\omega \times t + \phi_{a0} \\
\Delta\varphi_b &= \arctan\left(\frac{P_{\sin b}}{Q_{\cos b}}\right) \\
&= \arctan\left(\frac{\sin(\Delta\omega(t+\Delta t) + \phi_{b0})}{\cos(\Delta\omega(t+2\Delta t) + \phi_{b0})}\right) \\
&= \arctan(\tan(\Delta\omega(t+2\Delta t) + \phi_{b0}) \times \cos(\Delta\omega \times \Delta t) - \sin(\Delta\omega \times \Delta t)) \\
&\approx \Delta\omega(t+2\Delta t) + \phi_{b0}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

式 3.10 中两项相减, 得到通道间相位差, 如式 3.11,

$$\Delta\varphi_a - \Delta\varphi_b = (\phi_{a0} - \phi_{b0}) - 2\Delta\omega \times \Delta t \tag{3.11}$$

通过式 3.11 可知, 在最终相位差信息中, 会引入因通道间相位误差信号获取时间不同而引入的误差, 大小与频率差和时间差成比例关系。当  $\Delta t$  不变时, 相位误差会随着频率差的增大而减小。因此, 固定相位差  $\phi_{a0} - \phi_{b0}$ , 调整频率差  $\Delta\omega$ , 可以绘制出  $\Delta\varphi_a - \Delta\varphi_b$  和  $\Delta\omega$  的一次函数曲线。通过拟合曲线的斜率就可计算出  $\Delta t$  的大小。测试频率选为 1 MHz, 频率差范围为 -2 Hz - 2 Hz, 步长选为 0.2 Hz。固定的相位差由内部寄存器延迟一个时钟产生, 保持为 3.6 deg, 其余条件与图 3.1 的测试相同。测量结果如图 3.3 所示。

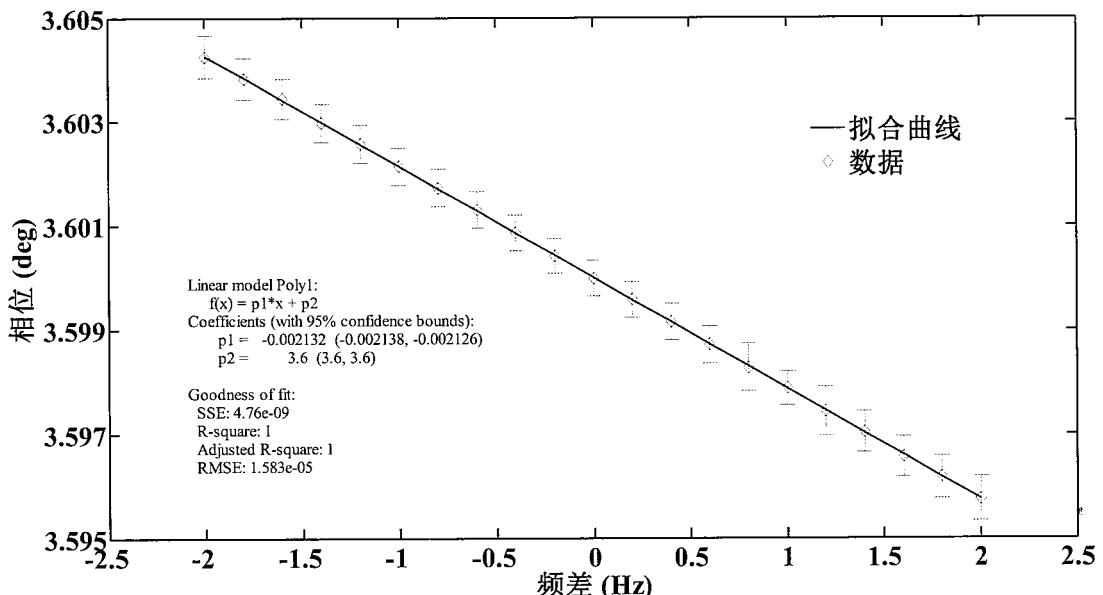


图 3.3 频差相移曲线测量

从图 3.3 中可以看出, 频差和相移在-2 Hz 到 2 Hz 范围内呈现良好的线性响应。将拟合曲线斜率带入式 3.11, 计算出,

$$\Delta t \approx 3 \mu\text{s}$$

可见, 延迟的时间是极其微小的。因此, 当回路引入反馈控制器, 使锁相环处于锁定状态时, 由于频率的差值远小于 0.1 Hz, 相位偏置完全可以忽略不计。

### B. 反馈控制器噪声的测量与分析

控制器反馈的频率值, 为基准信号和待测信号频率差的测量值。当待测信号的频率已知且保持不变时, 就可以分析反馈控制器引入的噪声大小。待测信号由内部另一数控振荡器产生, 一路分成两路通入相位计两个通道, 通道间通过一个时钟延迟产生固定的相位差 (1 MHz 时为 3.6 deg)。测量频率选为 1 MHz。初始频率差值设定为 2 Hz。测量结果如图 3.4 所示。

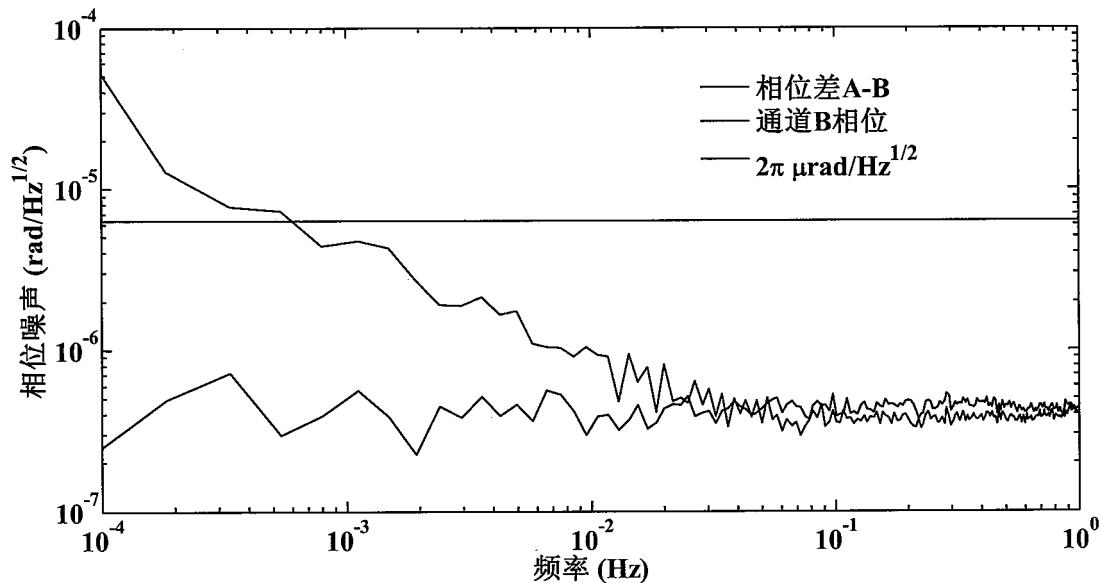


图 3.4 反馈控制器噪声测试, 1 MHz。

通道 B 相位由反馈频率的积分获得, 实际反映通道 B 信号由频率波动引起的相位波动。从图 3.4 中可以看出, 随着频谱频率的降低, 通道 B 噪声呈现增加的趋势, 这是由频率测量的微小误差积分引起的。对比图 3.2 可知, 相位差频谱并没有发生明显变化, 远小于  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ , 说明反馈控制器引入的相位噪声较小, 达到设计要求。

### 3.2.2 ADC 量化噪声

量化噪声  $\sigma_q$  是信号由模拟量向数字量转化的过程中引入的。噪声大小由 AD 转换器的位数  $N$  和采样频率  $f_s$  决定，且表现出白噪声的性质。以幅度谱密度作为量纲时，量化噪声计算公式，如式 3.12<sup>[82, 103]</sup>，

$$\sigma_q = \frac{\sqrt{3}}{2^N \sqrt{6f_s}} \quad (3.12)$$

本文的相位计模型采用 14 位 ADC，采样频率为 100 MHz。量化噪声大小约为  $4.32 \times 10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，远低于  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，在实际的噪声分析中可以忽略。

### 3.2.3 时钟噪声

时钟噪声，即时钟采样抖动噪声，由 ADC 采样时，驱动时钟的频率抖动而引入的<sup>[107]</sup>。如图 3.5，时钟噪声的说明示意图。

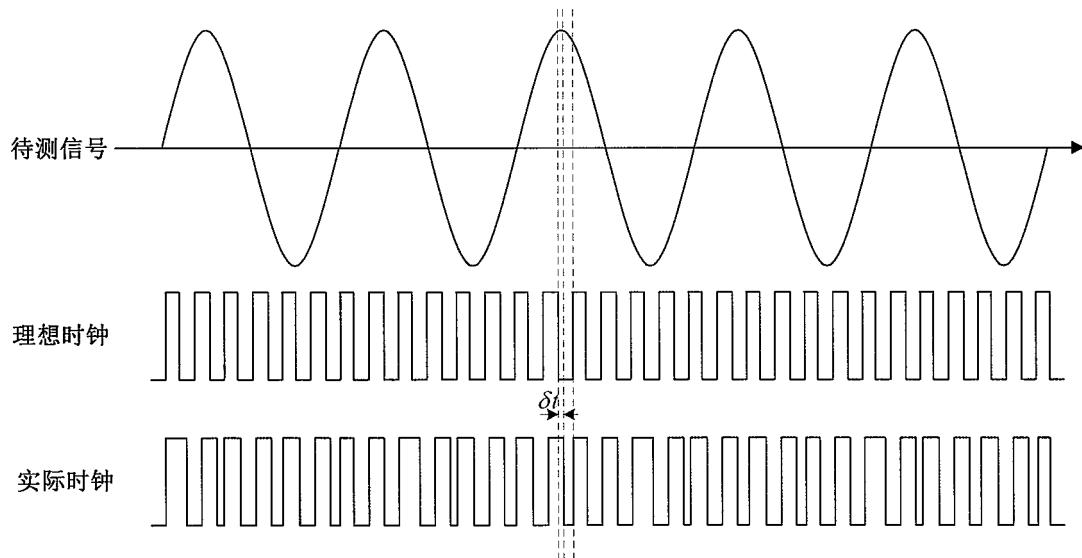


图 3.5 时钟噪声的说明示意图

时钟抖动引起的相位噪声计算公式，如式 3.13<sup>[62, 108]</sup>，

$$\delta_\phi = 2\pi \times \delta t \times f_c \quad (3.13)$$

其中， $\delta t$  为计时误差， $f_c$  为待测信号的频率。LISA 系统最大载波信号的频率为 25 MHz。对于 1064 nm 激光器，要实现 1 pm 的测量精度，计时误差的要求为，

$$\begin{aligned}\delta t &\leq \frac{1\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}}{1064\text{nm}} \times \frac{1}{25\text{MHz}} \\ &\approx 4 \times 10^{-14} \text{s}\end{aligned}$$

当时钟采样频率为 100 MHz 时，时钟的相位稳定性要求为，

$$\begin{aligned}&\frac{1\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}}{1064\text{nm}} \times \frac{100\text{MHz}}{25\text{MHz}} \times 2\pi \\ &\approx 25 \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}\end{aligned}$$

但是，目前还没有满足空间应用要求的高稳时钟。因此，时钟噪声将直接进入相位计单通道的相位信息。通过共模噪声抑制，相位差中时钟噪声的大小则由通道间时钟相对计时误差决定。

假设，待测信号的相位如式 3.14，

$$\begin{aligned}\phi_a &= \omega_a t + \varphi_{a0} \\ \phi_b &= \omega_b t + \varphi_{b0}\end{aligned}\tag{3.14}$$

引入计时误差  $\delta t$ ，式 3.14 修正为，

$$\begin{aligned}\phi_a &= \omega_a(t + \delta t_a) + \varphi_{a0} \\ \phi_b &= \omega_b(t + \delta t_b) + \varphi_{b0}\end{aligned}\tag{3.15}$$

一般情况下，两个待测信号的频率相同，即  $\omega_a = \omega_b = \omega$ 。此时，信号间相位差如式 3.16 所示，

$$\phi_a - \phi_b = \omega(\delta t_a - \delta t_b) + \varphi_{a0} - \varphi_{b0}\tag{3.16}$$

假设，同一相位计系统使用相同时钟同步。但时钟到达每一 ADC 的时间及 ADC 响应时间略有差异。因此，式 3.16 修正为，

$$\begin{aligned}\phi_a - \phi_b &= \omega \times (\delta t(t_a) - \delta t(t_b)) + (\varphi_{a0} - \varphi_{b0}) \\ &\approx \omega \times \delta t'_{t=t_a} \times (t_a - t_b) + (\varphi_{a0} - \varphi_{b0}) \\ &= \omega \times \delta t'_{t=t_a} \times \Delta t + (\varphi_{a0} - \varphi_{b0})\end{aligned}\tag{3.17}$$

其中， $\delta t$  为时钟的抖动， $\delta t'_{t=t_a}$  为抖动在  $t = t_a$  点的一阶导数， $\Delta t$  为两通道间 ADC 采样的时间差。可见，减小时钟噪声可以通过减小时间差  $\Delta t$  和时钟抖动  $\delta t$  两种途径。

本文中，由两通道间 ADC 采样的不同步引入的时间差小于  $10^{-8} \text{s}$ 。但 3.2.1

节分析可知，两通道间相位获取时间同样存在差值，约为 $6\mu\text{s}$ 。因此，相位计模型的 $\Delta t \approx 6\mu\text{s}$ 。在噪声的频谱上，时钟抖动的导数等于抖动乘以频谱的频率 $\omega_s$ 。通过共模抑制后，通道间相位差时钟噪声频谱的大小，应至少抑制 $6 \times 10^{-6} \omega_s$ 量级。

可以通过对比实验的方法，验证以上的分析是否成立。待测信号由外部信号发生器(Agilent 33522A)产生，固定待测信号的频率为 1 MHz，幅值为 740 mV，且待测信号使用超稳时钟驱动。两路信号由信号发生器一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值约为 490 mVpp。相位计分别用另一信号发生器(Rigol DG1022，以下简称普通时钟)驱动和超稳时钟驱动。测量结果如图 3.6 - 3.7 所示。

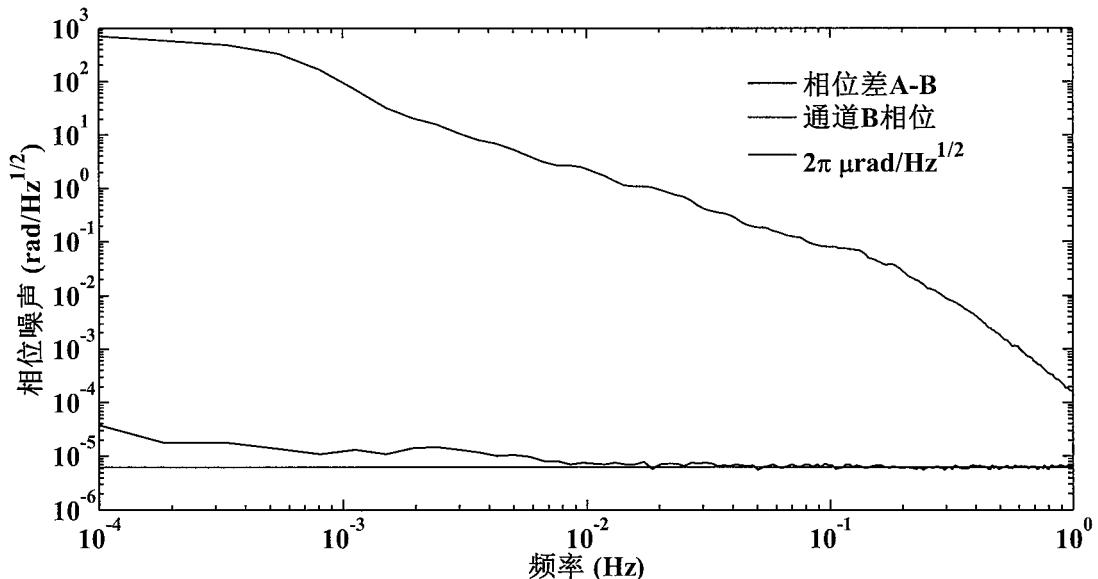


图 3.6 时钟噪声测试，相位计普通时钟驱动，信号发生器超稳时钟驱动。

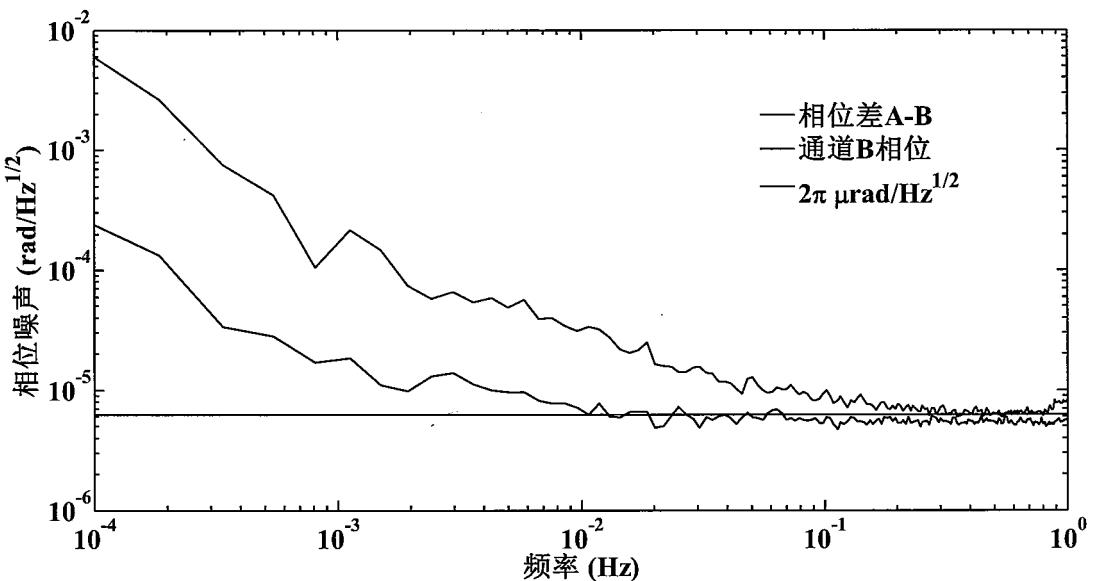


图 3.7 时钟噪声测试，相位计和信号发生器均使用超稳时钟驱动同步。

从图 3.6 可以看出，当相位计由普通时钟驱动时，通道 B 相位具有较大的噪声。通过共模噪声抑制，通道间的相位差呈现较低的水平。在噪声频谱 0.1 mHz 处，抑制水平约为 7 个量级，充分说明相位计模型具有良好的共模噪声抑制能力。

从图 3.7 可以看出，当相位计由超稳时钟驱动时，通道 B 相位噪声将大大的减小。对比图 3.6，说明图 3.6 通道 B 噪声主要由时钟噪声贡献。无论相位计由普通时钟还是超高稳时钟驱动，相位差的相位噪声没有明显变化，说明经共模抑制后相位计的主要噪声不是时钟噪声。

### 3.3 信号源噪声

相位计无法区分信号源中噪声和信号的不同，而是将二者的信息均在测量结果中展现，供后续的处理与分析。当信号源的背景噪声完全将目标信号淹没时，显然无法进行信号提取。因此，信号源需要具有较高的信噪比。提高激光差分干涉系统的信噪比，是 LISA 测量系统的关键之一。但对差分干涉系统噪声的讨论，超出了本章讨论的范畴。本章测量信号由信号发生器(Agilent 33522A)产生。信号源噪声主要包括频率抖动噪声、频率引起的信噪比变化及幅值引起的信噪比变化。频率抖动噪声是信号发生器驱动时钟的抖动产生，而频率的变化为调制产生。

#### 3.3.1 频率抖动噪声

LISA 空间激光差分干涉系统中，激光频率抖动是主要的噪声源之一，现阶段

段无法通过提高激光频率的稳定性而消除。激光频率抖动引起的相位误差  $\delta\phi$ ，由干涉臂臂长差和激光频率抖动共同作用产生，计算公式如式 3.18<sup>[46, 62]</sup>，

$$\delta\phi = 4\pi \frac{\delta\mu \times \Delta L}{c} \quad (3.18)$$

其中， $\Delta L$  为干涉臂臂长差， $\delta\mu$  为激光频率的抖动， $c$  为光速。可见，干涉仪两臂长差越小，频率抖动引起的相位误差就越小。由 LISA 的轨道设计可知，轨道游离引起的臂长差  $\Delta L \approx 10^5 \text{ km}$ ，且没办法改变。只有通过提高激光光源的频率稳定性到  $10^{-6} \text{ Hz}^{1/2}$ ，才能满足空间应用的要求。LISA 计划拟通过三个步骤来提高激光频率的稳定性<sup>[46, 62, 72-74]</sup>。

当待测信号由信号发生器产生时，信号频率抖动由信号发生器中 DAC 驱动时钟的抖动产生。此时，对频率抖动噪声的讨论可类比于 3.2.3 节时钟噪声。

固定待测信号的频率为 1 MHz，幅值为 740 mV，且相位计使用超稳时钟驱动。两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，此时由于分压实际进入相位计的峰峰值约为 490 mVpp。改变信号发生器的驱动时钟，用另一信号发生器(Rigol DG1022)代替，测量结果如图 3.8 所示。

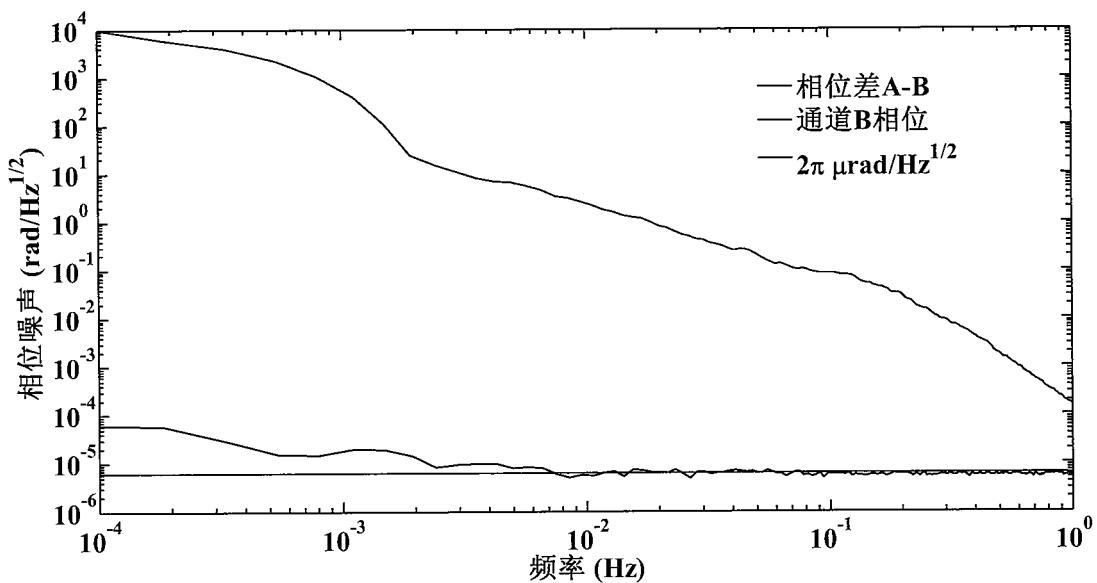


图 3.8 频率抖动噪声的测量，相位计高稳时钟驱动，信号发生器普通时钟驱动。

对比图 3.8 和 3.7 可以看出，当信号发生器由普通时钟驱动时，通道 B 相位会引入很大的频率抖动噪声。通过共模噪声抑制，通道间的相位差亦呈现较低的

水平，说明相位计模型具有良好的噪声抑制能力。

将图 3.8 和 3.6 对比可知，两图呈现的结果十分相似，说明当待测信号由信号发生器产生时，信号发生器引入的频率抖动噪声和相位计的时钟噪声有类似之处。这是因为两种噪声均是由相应驱动时钟的频率抖动产生，噪声源头相同，仅耦合方式不同。

因此，在式 3.15 时钟噪声中，加入频率抖动项，式 3.15 修正为，

$$\begin{aligned}\phi_a &= \omega_a(t + \delta t_a - \delta_j t_a) + \varphi_{a0} \\ \phi_b &= \omega_b(t + \delta t_b - \delta_j t_b) + \varphi_{b0}\end{aligned}\quad (3.19)$$

其中， $\delta_j t_a$  和  $\delta_j t_b$  分别为信号发生器两通道驱动时钟的计时误差。那么，当信号发生器和相位计使用相同的时钟同步时，式 3.19 修正为，

$$\begin{aligned}\phi_a &= \omega_a(t + \delta \dot{t}_{t=t_a} \times \Delta t_a) + \varphi_{a0} \\ \phi_b &= \omega_b(t + \delta \dot{t}_{t=t_b} \times \Delta t_b) + \varphi_{b0}\end{aligned}\quad (3.20)$$

其中， $\Delta t_a$  和  $\Delta t_b$  分别为时钟在不同通道，经过两种途径（时钟-DAC-ADC，时钟-ADC）的时间差， $\delta \dot{t}_t$  为抖动在时间  $t$  点的一阶导数。

本文中， $\Delta t_a$  和  $\Delta t_b$  均小于  $10^{-8}s$ ，噪声的频谱上，时钟抖动的导数等于抖动乘以频谱的频率  $\omega_s$ 。因此，对于单通道相位测量，通过时钟同步，时钟噪声和频率抖动噪声叠加后的频谱大小，应至少抑制  $10^{-8}\omega_s$  量级。理想情况下，即  $\Delta t_a$  和  $\Delta t_b$  为零，可完全消除。而对通道间的相位差测量，式 3.20 的意义并不是很大。通过共模抑制，相位差中频率抖动噪声或时钟噪声并不是主要的噪声源。

为进一步的实验验证，将相位计和信号发生器均使用普通时钟（由信号发生器 Rigol DG1022 产生）同步。固定待测信号的频率为 1 MHz，峰值为 740 mV。两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值为 490 mVpp 左右。测量结果如图 3.9 所示。

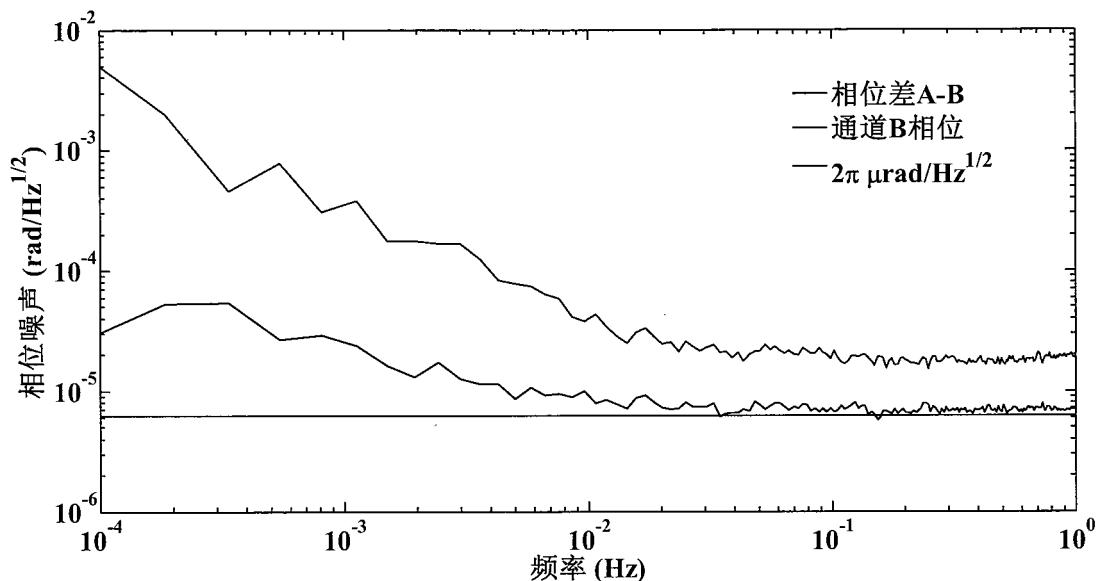


图 3.9 频率抖动噪声的测量，相位计和信号发生器使用普通时钟驱动同步。

对比图 3.9 和 3.8 可以看出，当信号发生器和相位计使用相同时钟同步时，通道 B 相位噪声将会大大减小，说明时钟噪声和频率抖动噪声将会彼此抑制消除，与之前的讨论与分析相符。但同时对比图 3.7 知，当使用超稳时钟同步时，相位噪声整体水平将会减小。因为超稳时钟的稳定性和准确度均要高于普通时钟。在今后的讨论中，为最大限度减小时钟噪声和频率抖动噪声的影响，信号发生器和相位计均使用超稳时钟同步。

### 3.3.2 频率改变引起信噪比的变化

一般情况下，随着信号频率的改变，器件呈现不同的频率响应和噪声水平。相同的噪声，频率改变时相位噪声同样发生改变。因此，信号的频率改变往往伴随着信号信噪比的变化。

实验对比待测信号在不同频率下相位噪声的大小。测试信号选为 1MHz、2MHz 和 4MHz，幅值为 740 mV，且相位计和信号发生器使用超稳时钟同步。两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值约为 490 mVpp。测量结果如图 3.10 - 3.12 所示。

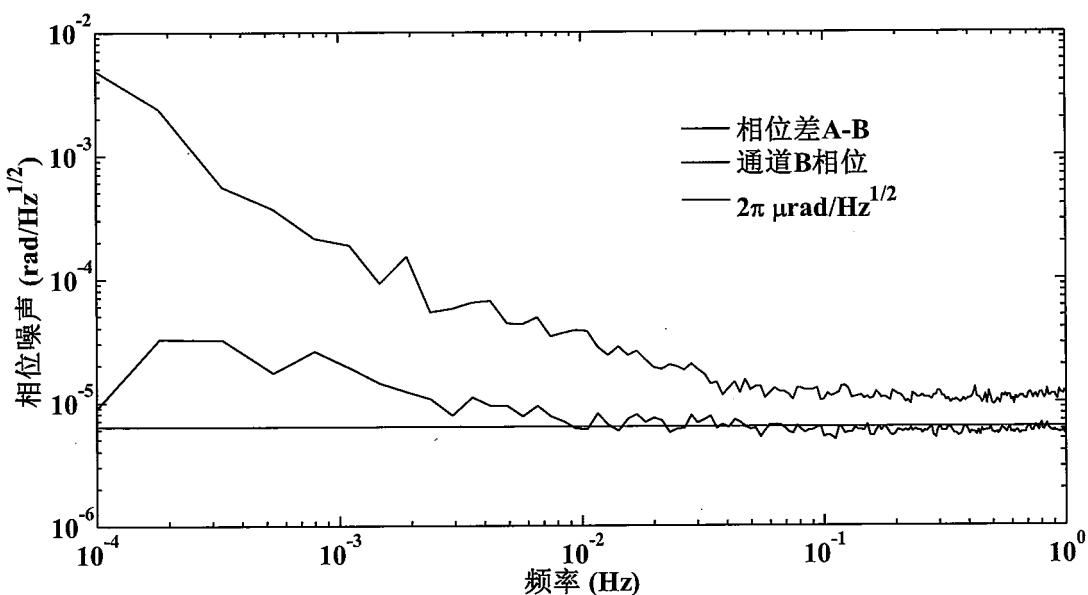


图 3.10 不同频率下相位噪声测试，频率为 1 MHz。

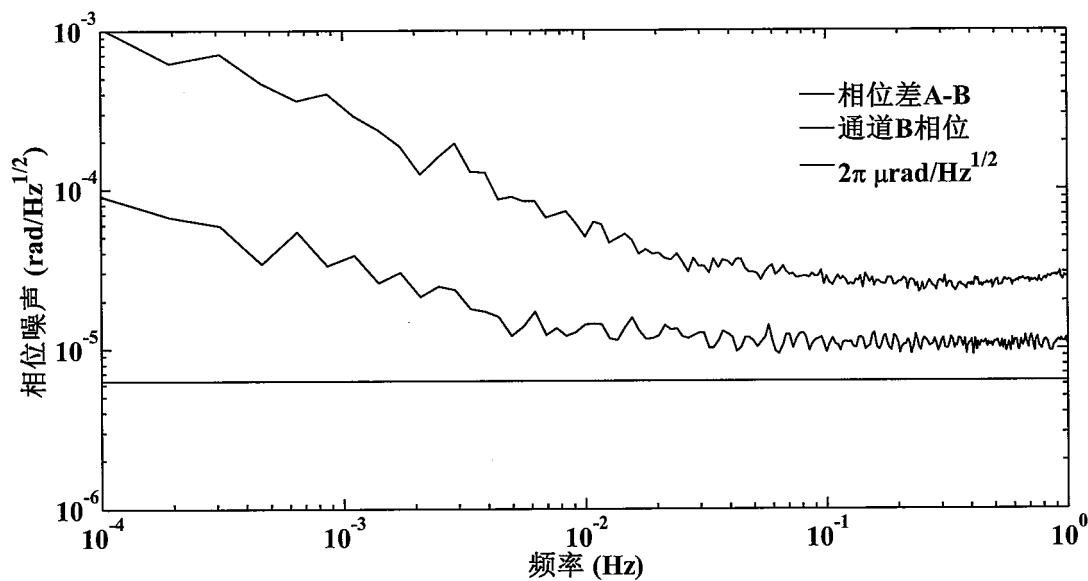


图 3.11 不同频率下相位噪声测试，频率为 2 MHz。

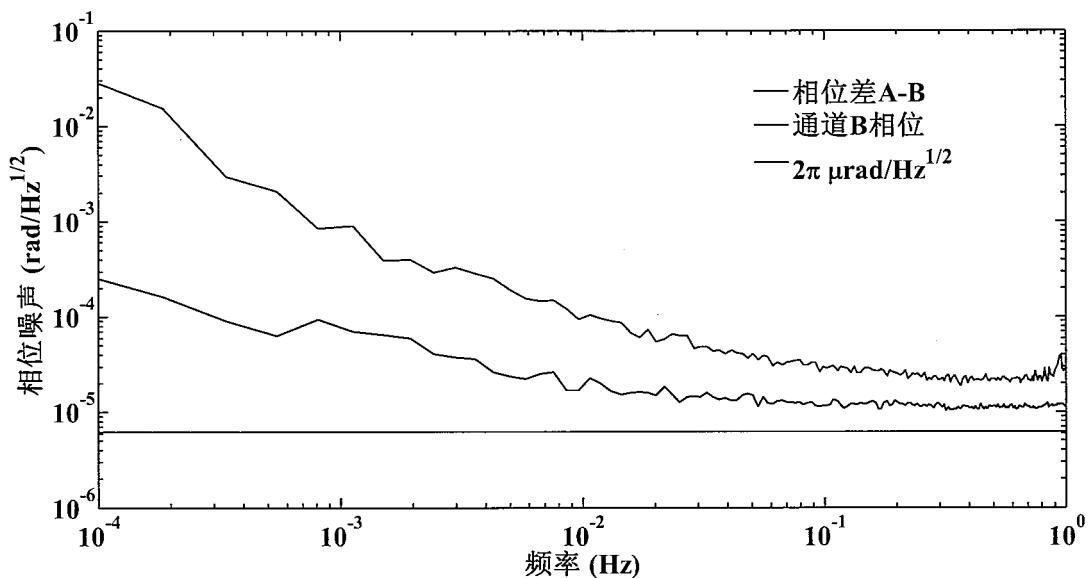


图 3.12 不同频率下相位噪声测试，频率为 4 MHz。

从图 3.10 - 3.12 中可以看出，随着待测信号的频率由 1 MHz 增长到 4 MHz，相位噪声会呈现不同程度的增加。表明随着信号频率的增大，信号信噪比在减小。

本节中，信号频率在测量的过程中保持不变。那么，如果频率在测量中发生改变，会发生什么现象呢？这将是频率耦合噪声的问题，会在 3.4 节中讨论。

### 3.3.3 幅值改变引起信噪比的变化

当测试信号的幅值发生改变时，信号信噪比同样会发生变化。信噪比的改变将影响相位测量的噪声水平。

实验对比测试信号在相同频率，不同幅值下相位噪声的变化。测试信号固定为 1MHz，幅值为 400 mV 和 600 mV，且相位计和信号发生器使用超稳时钟同步。两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值约为 267 mVpp 和 400 mVpp。测量结果如图 3.13 - 3.14 所示。

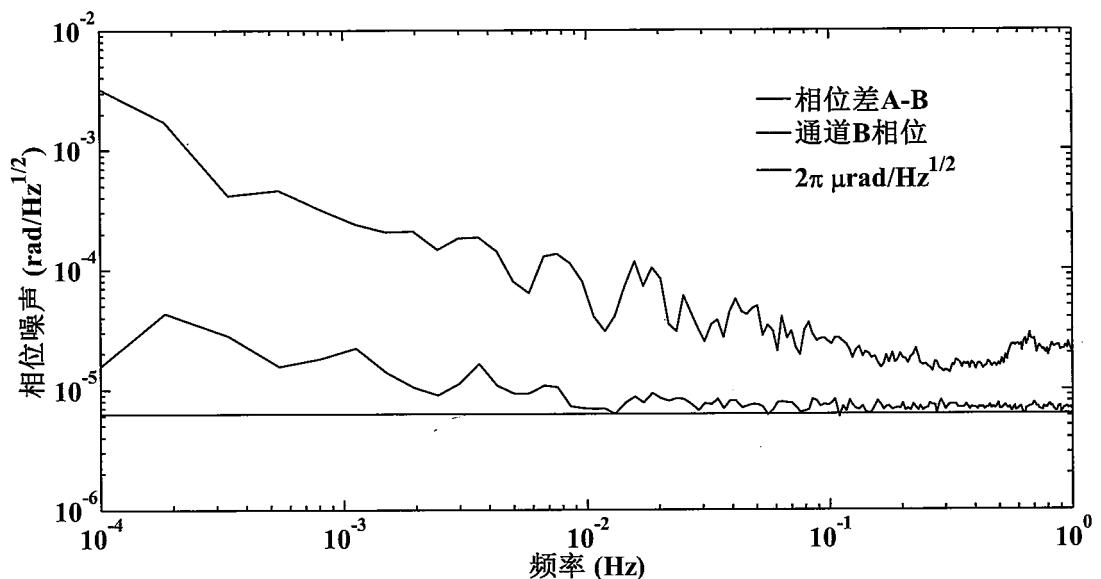


图 3.13 不同幅值下相位噪声测试, 1 MHz, 峰峰值为 400 mVpp。

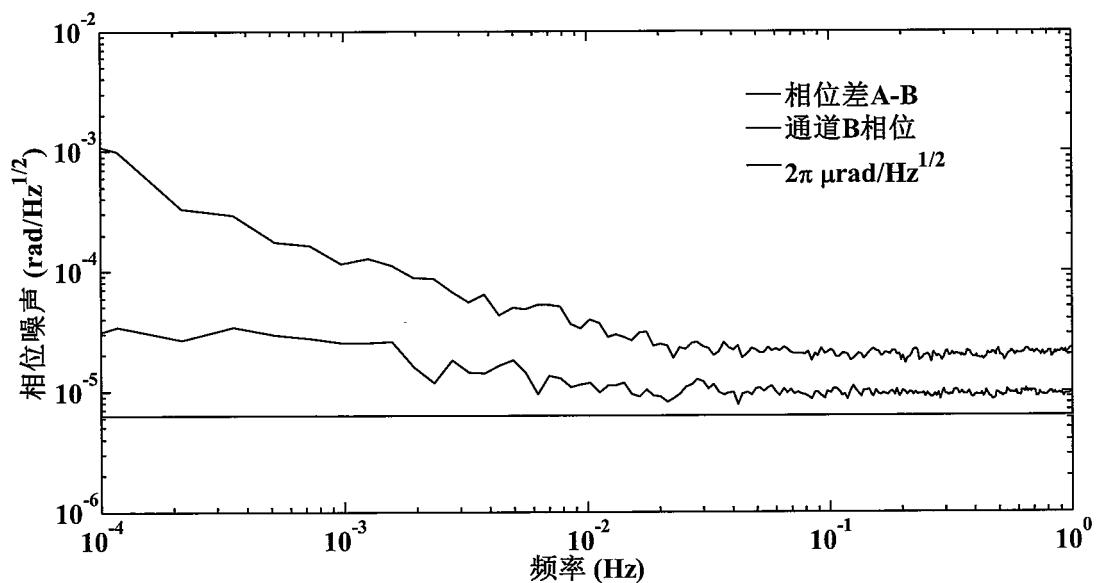


图 3.14 不同幅值下相位噪声测试, 1 MHz, 峰峰值为 267mVpp。

对比图 3.10、3.13 和 3.14 可以看出, 随着待测信号幅值的减小, 噪声不同程度的增加, 信噪比不同程度的减小。

同理, 本节信号幅值在测量中保持不变。那么, 如果幅值发生改变, 会产生什么现象呢? 这是幅值耦合噪声的问题, 将会在 3.4 节中讨论。

### 3.4 耦合噪声

耦合噪声是待测信号参数(主要为频率、幅值)或环境参数(主要为温度)

的改变而耦合进入的噪声。通过 3.3 节的讨论可知，待测信号频率和幅值的改变会引起信号信噪比的变化。本节将会进一步讨论，在测量的过程中，频率、幅值发生改变时对测量的影响，即频率波动耦合噪声和幅值波动耦合噪声。同时，将讨论温度的波动对测量的影响，即温度耦合噪声。

### 3.4.1 频率波动耦合噪声

实际测量中，待测信号频率的波动，会耦合进入新的噪声。噪声的耦合一方面引起测量结果的偏置（平均值改变），另一方面引起整体噪声（标准差）的改变。本节就这两个方面展开讨论。

测试信号频率区间选为 1 MHz - 4 MHz，幅值为 740 mV，且相位计和信号发生器使用超稳时钟同步。两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值约为 490 mVpp。为减小环境的影响，每个点测量时间均为 10 s。测量结果如图 3.15 所示。

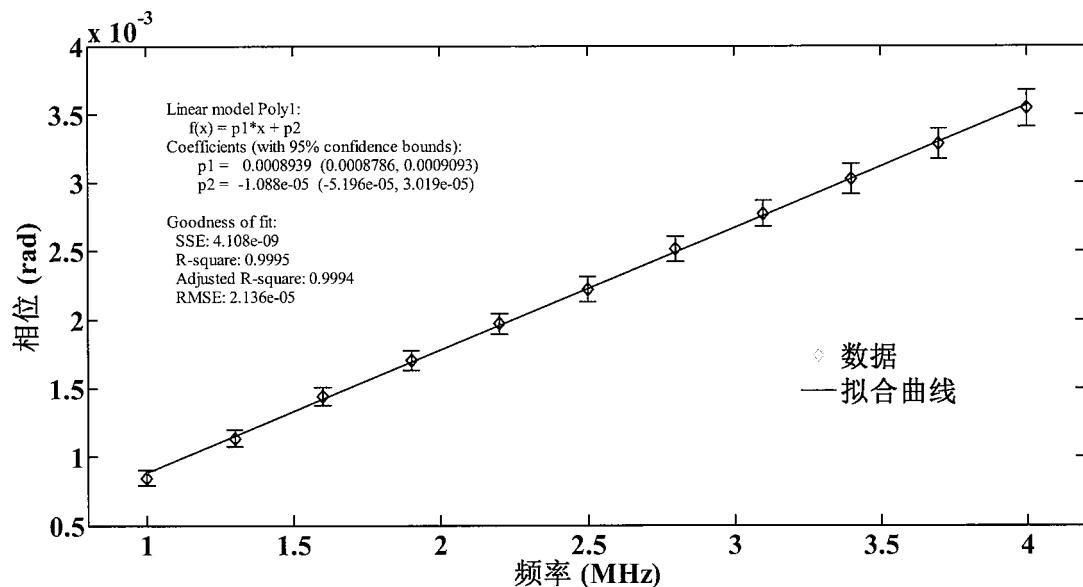


图 3.15 相位差随频率变化曲线

从图 3.15 中可以看出，在 1 MHz - 4 MHz 的范围内，随着频率的增加，相位差呈现线性增长的趋势。因此，随着频率的波动，耦合出新的相位噪声项。相位偏置，即 2.2 节中讨论的系统测量误差，是通道间 ADC 模拟前端对相同频率信号的相位响应不同引起，且在一定的频率范围内随着频率线性变化。通过测量补偿和提高通道间模拟前端的对称性是减小偏置的有效手段。同时，从图 3.15

中也可以看出，随着测量频率的增大，测量样本的标准偏差在发生变化。标准偏差是衡量样本值离散程度的量，也可间接说明测量值的噪声水平。

那么，标准偏差会随着频率发生怎样的变化呢？这里测量条件与之前相同，每个点测量 5 次。测量的标准偏差随频率变化曲线如图 3.16 所示。

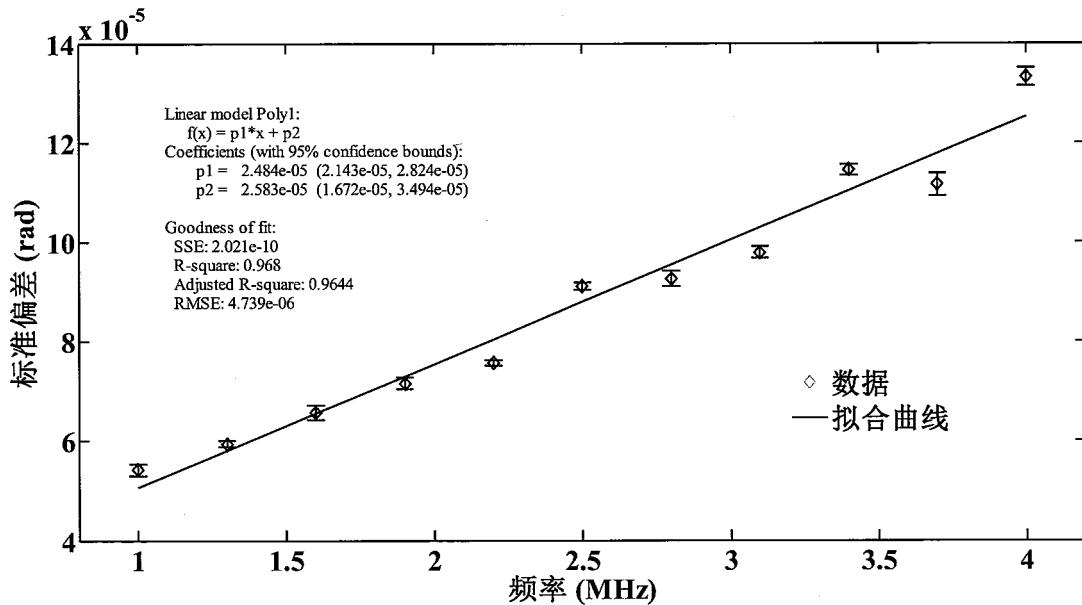


图 3.16 标准偏差随频率变化曲线

从图 3.16 中可以看出，在 1 MHz - 4 MHz 的范围内，随着频率的增加，噪声呈现一定的线性增加趋势。在低频段(1 MHz - 2 MHz)表现较为明显，但在高频段并非严格的线性增大。

标准偏差表示样本中数据的离散程度，在一定程度上可以表示样本噪声的大小。但标准偏差和幅度谱密度之间有什么样的关系呢？

对相位测量样本  $x_i$  做傅里叶变换展开，如式 3.21，

$$x_i = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=0}^n (a_k \cos \frac{2\pi k i}{N} + b_k \sin \frac{2\pi k i}{N}) \quad (3.21)$$

$$\text{其中, } a_0 = \frac{2}{N \Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \Delta t = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i$$

$$a_k = \frac{2}{N \Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cos \frac{2\pi k i}{N} \Delta t = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cos \frac{2\pi k i}{N}$$

$$b_k = \frac{2}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \sin \frac{2\pi k i}{N} \Delta t = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \sin \frac{2\pi k i}{N}$$

假设信号在测量的时间内表现出白噪声性质。因此，式 3.21 可以简化为，

$$x_i = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left( a_k \cos \frac{2\pi k i}{N} + b_k \sin \frac{2\pi k i}{N} \right) = \frac{a_0}{2} + I \sum_{k=1}^n \sin \left( \frac{2\pi k i}{N} + \phi_k \right) \quad (3.22)$$

其中， $I = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ ， $\phi_k = \arcsin \left( \frac{a_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \right) = \arccos \left( \frac{b_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \right)$ 。

同时，样本的标准偏差如式 3.23 所示，

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( I \sum_{k=1}^n \sin \left( \frac{2\pi k i}{N} + \phi_k \right) \right)^2} \\ &= I \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^n \sin \left( \frac{2\pi k i}{N} + \phi_k \right) \right)^2} \end{aligned} \quad (3.23)$$

幅度谱密度和傅里叶展开的关系可以表示为<sup>[105]</sup>，

$$P_{ASD} = I \times \sqrt{\frac{T}{2}} = I \times \sqrt{\frac{N}{2f_s}} \quad (3.24)$$

将式 3.24 带入式 3.23 可得，

$$\begin{aligned} \sigma &= I \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^n \sin \left( \frac{2\pi k i}{N} + \phi_k \right) \right)^2} \\ &= P_{ASD} \times \sqrt{\frac{2f_s}{N}} \times \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^n \sin \left( \frac{2\pi k i}{N} + \phi_k \right) \right)^2} \\ &= P_{ASD} \times \sqrt{\frac{2f_s}{N}} \times \sigma_I \end{aligned} \quad (3.25)$$

其中， $f_s$  为采样频率， $N$  为样本个数， $T$  为采样时间， $\sigma_I$  为频谱幅度等于 1 的白噪声的样本标准偏差，设为常量。因此，幅度谱密度和标准偏差的关系为，

$$P_{ASD} = \frac{1}{\sigma_I} \times \sqrt{\frac{T}{2}} \times \sigma \quad (3.26)$$

通过式 3.26 可知，当采样时间固定，幅度谱密度和标准偏差呈现线性关系。通过给定初始值，可以得到标准偏差和幅度谱密度的函数关系。再带入图 3.16 中的拟合曲线，得出幅度谱密度和频率的函数关系式，可用于相位计模型背景噪

声的估计。

综上所述，相位差的偏置和背景噪声均随着频率发生线性变化。当测量过程中待测信号频率发生波动时，背景噪声幅度谱密度将呈现最低信噪比时的值，而且产生因相位偏置而引起的噪声峰（平均值漂移产生）。通过测量补偿和提高通道间模拟前端的对称性是消除噪声峰的有效方法。

### 3.4.2 幅值波动耦合噪声

幅值的波动不同于功率波动，功率是能量的概念范畴。理论上，待测信号任何幅值、频率和相位改变都会影响功率的大小<sup>[109-111]</sup>。而信号幅值的波动，直观表现为待测信号幅值大小的波动。广义上，幅值的改变可以由任何影响幅值的因素产生，比如信噪比的改变。信噪比的改变可以由频率、幅值和相位的改变产生。本章讨论的幅值改变，是狭义上仅由信号幅值波动而引起的变化。

首先，从理论上分析幅值的改变对测量的影响。假设，待测信号如式 3.27，

$$S_0 = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.27)$$

引入一定的幅值变化，式 3.27 可以修正为，

$$S_0 = A(1 + B \sin(\omega_A t)) \times \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.28)$$

其中， $B \sin(\omega_A t)$  为幅值改变的函数表达式。进入相位计后，测量信号与内部基准信号  $R$  混频，过程如式 3.29，

$$\begin{aligned} S_0 \times R_{\cos} &= A(1 + B \sin(\omega_A t)) \times \sin(\omega t + \varphi_0) \times \cos(\omega t + \varphi_1) \\ S_0 \times R_{\sin} &= A(1 + B \sin(\omega_A t)) \times \sin(\omega t + \varphi_0) \times \sin(\omega t + \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.29)$$

经低通滤波器滤波后，剩余信号如式 3.30，

$$\begin{aligned} P &= \frac{A}{2}(1 + B \sin(\omega_A t)) \times \sin(\varphi_0 - \varphi_1) \\ Q &= \frac{A}{2}(1 + B \sin(\omega_A t)) \times \cos(\varphi_0 - \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.30)$$

最后经反正切运算，相位信息如式 3.30，

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan(P/Q) \\ &= \varphi_0 - \varphi_1 \end{aligned} \quad (3.31)$$

通过以上的分析可知，信号幅值的改变在原理上并不会引起待测相位信息的

变化。即使由于处理器的串行架构，导致误差  $P$  和  $Q$  先后获得。由于时间差  $\Delta t \approx 3\mu s$ ，且关心的幅值波动频率在  $0.1\text{ mHz} - 1\text{ Hz}$  范围内，导致  $\omega_A \times \Delta t$  项较小，对测量结果的影响可以忽略不计。以上理论的分析，没有考虑幅值改变引起的信噪比变化。信噪比的改变会引起背景噪声的改变，从而影响测量结果。下面将从实验方面分析幅值的改变对测量的影响。

测试信号频率为  $1\text{ MHz}$ ，幅值范围  $50\text{ mV} - 750\text{ mV}$ ，且相位计和信号发生器使用超稳时钟同步。相位计两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值约为幅值的  $2/3$ 。为减小环境噪声的影响，测量时间为  $10\text{ s}$ 。测量结果如图 3.17 所示。

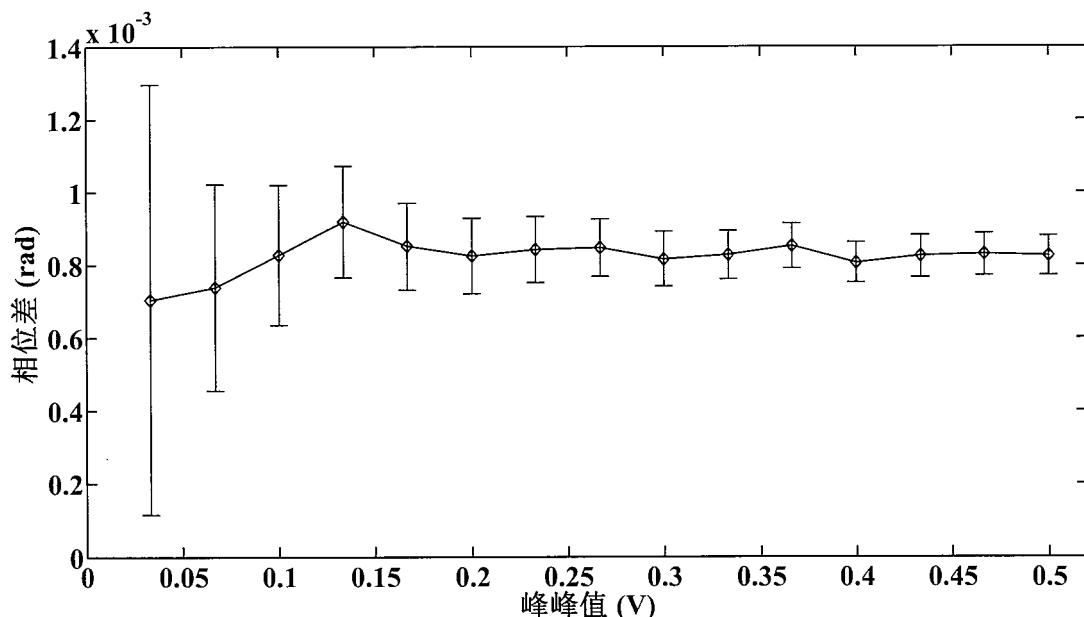


图 3.17 相位差随峰峰值变化曲线

从图 3.17 中可以看出，相位差会随着幅值的改变产生不同程度的波动，且在不同的幅值点，变化趋势不同。相对于相位差平均值的变化，误差棒（标准偏差）的变化则更为明显。

标准偏差的测量，条件和之前相同，每点测量 5 次。标准偏差随峰峰值变化曲线如图 3.18 所示。

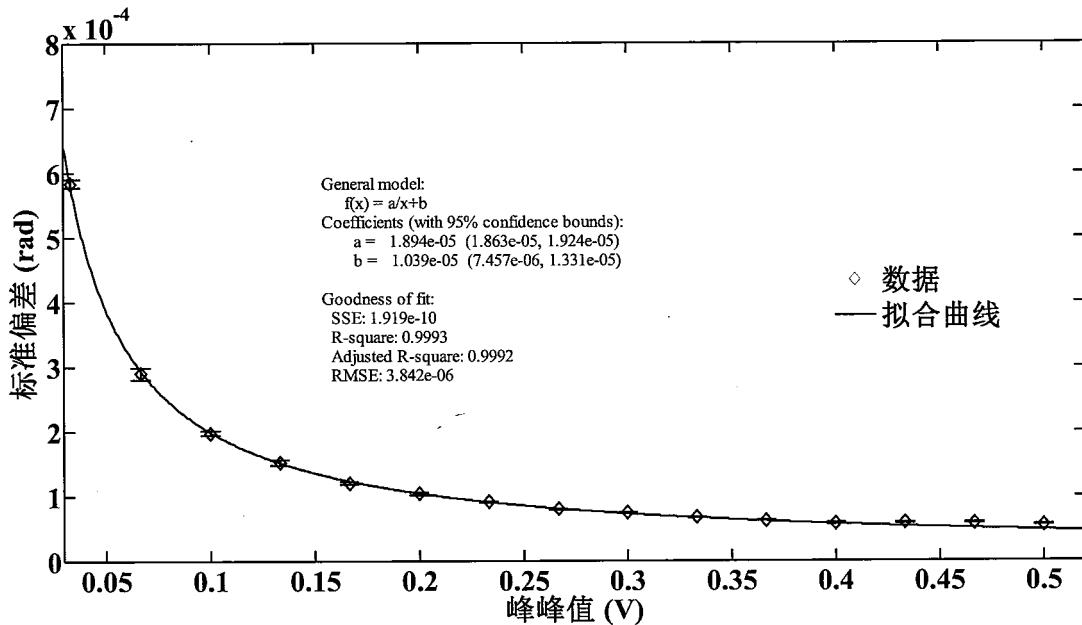


图 3.18 标准偏差随峰峰值变化曲线

从图 3.18 中可以看出，标准偏差随着峰峰值的变化有着很强的规律性。呈现倒数函数关系，即随着峰峰值的增大，标准偏差快速减小。但随着峰峰值进一步的增大(0.4 V - 0.5 V)，测量点逐渐偏离拟合曲线趋于线性变化。

通过以上的分析可知，在不同的测量点，幅值改变引起的变化是不同的。在较低的幅值时(0 - 0.2 V)，平均值和标准偏差的变化都较为剧烈。在较高的幅值点测量时(0.2 - 0.5 V)，变化趋于缓和。

为进一步的说明幅值变化对相位测量的影响，测量中引入幅值波动。测试信号频率为 1 MHz，相位计和信号发生器使用超稳时钟同步。峰峰值 0.4 Vpp，相对变化率 0.5%，波动频率 0.01 Hz。相位计两路信号由信号发生器(Agilent 33522A)一路分为两路产生，由于分压实际进入相位计的峰峰值约为 267 mVpp。测量结果如图 3.19 所示。

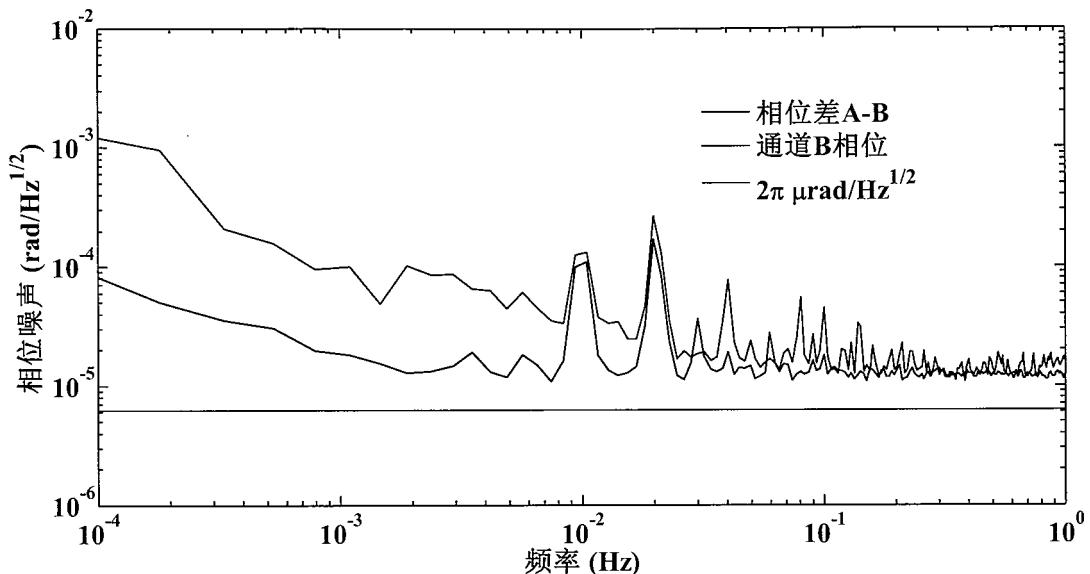


图 3.19 幅值波动对相位测量的影响测试。信号峰峰值为 0.4 Vpp, 相对变化率 0.5%, 波动频率 0.01 Hz。

从图 3.19 中可以看出, 相位噪声频谱在 0.01 Hz 及其倍频处会出现噪声峰。通过对比图 3.17 可知, 噪声峰是幅值变化引起相位差平均值改变引入的。对比图 3.13 可知, 背景噪声整体增长明显, 是由于打开信号发生器 AM (Amplitude Modulation) 调制功能对信号幅值调制时, 增大背景噪声, 减小信号信噪比。

综上所述, 测量过程中, 幅值的改变对测量有着极大的影响。且影响是没法补偿和消除的。因此, 需对信号幅值的改变量做出严格限制, 使幅值改变引起的相位噪声小于灵敏度曲线。

### 3.4.3 温度波动耦合噪声

温度的改变一方面影响电子热运动, 另一方面引起传输线的热胀冷缩。一般情况下, 实际测量中电子热噪声的改变可以忽略。传输线的热胀冷缩成为温度噪声的主要表现形式。电场在传输线中形成的速率为光速, 即 30 万公里每秒。那么, 对于 1 MHz 信号, 波长为 300 米。铜芯传输线, 在 20°C-100°C 内, 线性热膨胀系数约为  $17.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ 。假设, 传输线为 1 m, 环境温度波动小于 1°C, 此时相位波动将小于  $3.67 \times 10^{-7} \text{ rad}$ 。但实际情况则较为复杂, 温度分布不均匀, 且不同点波动方向也不相同。导致温度噪声在低频段(0.1 mHz - 1 mHz)成为相位噪

声主要表现形式<sup>[104, 112]</sup>。本文由于温度测量设备和温控设备的条件限制，仅对温度噪声做定性的测量。

测量信号由信号发生器产生，且使用超稳时钟与相位计同步，信号频率 1 MHz，通道 1 分成两路分别通入相位计 A 和 B 两个通道，幅值设为 740mV，由于分压作用峰峰值约为 490 mVpp。在不同的温度条件下分别进行测量，结果如图 3.20 所示。由于温度噪声在相位差结果中更能表现出来，此处只展示相位差测量结果。

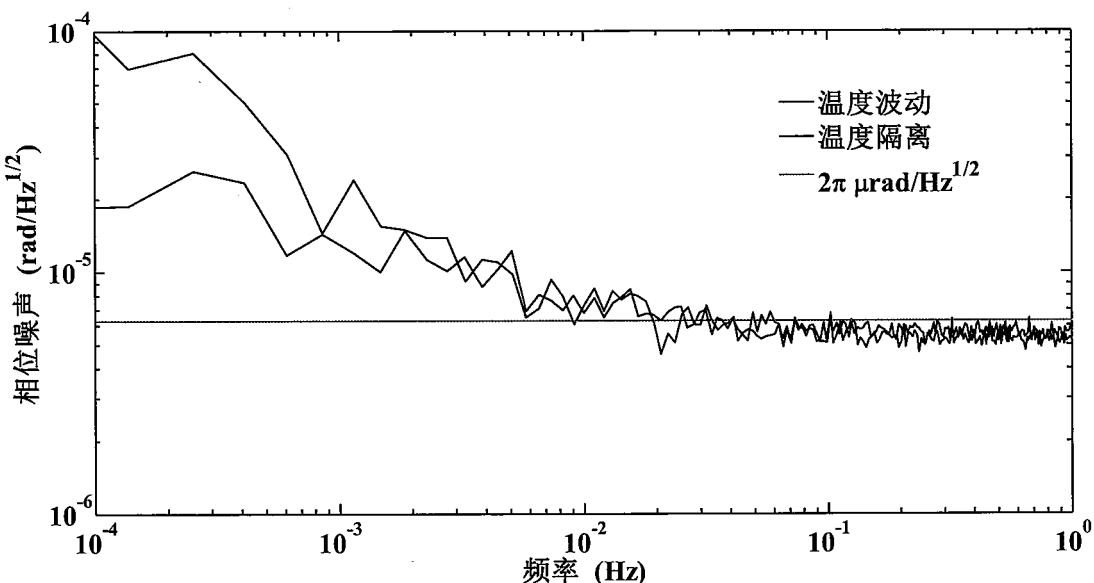


图 3.20 温度噪声定性说明，图中温度波动控制指密闭的自然室温条件下，打开风机和空调使温度发生变化，温度变化约 4℃；温度隔离指关闭风机和空调并将相位计简单隔离，温度变化不大于 0.2℃（温度测量使用 FLUKE 54-II B，单点测量）。

从图 3.20 中可以看出，温度的波动对相位差有明显的影响，尤其是在低频率段内(0.1 mHz - 1 mHz)。控制模拟前端电路周围的温度改变、消减温度的扰动源，是减小温度噪声的主要手段。目前，相位计系统主要通过散热风扇对 FPGA 降温，这增加了系统的温度扰动。未来在相位测量系统的设计中，主要发热源，例如 FPGA、DSP 等，均需与模拟前端做隔热处理。同时，系统需引入主动温控系统，减小系统环境温度的波动。

温度噪声的大小和载波信号的频率有关。差分干涉信号的频率范围为 2 MHz - 25 MHz，波长在百米到十米量级，此时温度噪声相对较小。加上一定的温度控

制手段，相位计的温度噪声会得到有效控制。在激光差分干涉系统中，激光波长为 1064 nm，光学平台热胀冷缩将会以相位噪声的形式很容易表现出来，成为干涉系统在低频率段(0.1 mHz - 1 mHz)的主要噪声源<sup>[62, 113, 114]</sup>。另外，温度噪声在时钟噪声的传递表现也较为明显，此时为将时钟噪声放大，使用 EOM 将时钟噪声调制到边频激光中，调制频率 GHz 量级。温度波动引起 EOM 和传输线的相位噪声成为时钟噪声传递中的主要噪声来源<sup>[115-117]</sup>。

### 3.5 噪声频谱曲线测定与分析

以上对各种噪声分别进行了讨论与分析，但实际测量结果中很可能是多种噪声的复合。通过对比 LISA 灵敏度曲线，讨论噪声曲线各频段噪声的可能来源，确定相位计进一步提高灵敏度的方向，是需要进一步讨论的主要问题<sup>[104]</sup>。

要回答以上的问题，首先需要对相位计的典型噪声曲线进行测量。测量信号由信号发生器(Agilent 33522A)产生，并与相位计使用超高稳时钟同步。频率选 1 MHz，信号幅值 740 mV，由于分压作用实际峰峰值约为 490 mVpp，测试信号由信号发生器通道 1 分成两路，分别通入相位计的两个通道。测试结果如图 3.21 所示。

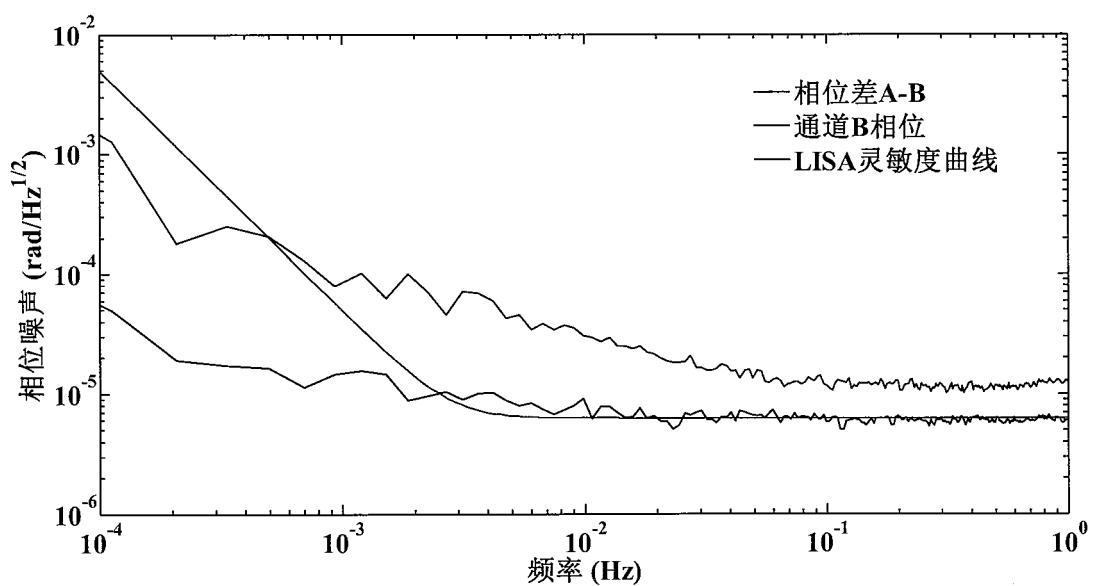


图 3.21 相位计在待测信号为 1MHz 信号时的典型噪声曲线

从图 3.21 中可以看出，相位差在频段 0.02 Hz - 1 Hz 满足 LISA 的需求，但有待进一步的降低。这部分噪声主要来自信号源的电子噪声，提高信号源的信噪

比可以显著减小噪声。但同时，也反映出相位计的抗噪声干扰能力并不是很强。这是由滤波器的参数造成的，滤波器在采样频率为 40 MHz 时，截止频率为 1.2 MHz，阻带衰减 120 dB，而相位计的输出速率目前为 180 Hz。由于没有引入抗混叠滤波器，因此在 90 Hz - 1.2 MHz 范围内的噪声，将混叠到噪声曲线的频段内，从而引起噪声曲线背景噪声的提升。特别是随着待测信号的频率增大，信噪比进一步降低时，更需要考虑这个问题。降低滤波器的截止频率、提高阻带衰减值和提高输出速率是降低背景噪声，提高相位计抗噪声干扰能力的有效方法。

图 3.21 中，频段 3 mHz - 0.02 mHz 内，则主要由温度漂移噪声产生。未来，在进一步降低背景噪声的前提下，通过引入 Pilot Tone 信号，可以降低这一部分噪声<sup>[118, 119]</sup>。关于 Pilot Tone，将在 5.3 节中讨论。噪声在频段 0.1 mHz - 3 mHz 内，也主要由温度漂移噪声产生，但对比 LISA 灵敏度曲线，目前并不需要关注。

### 3.6 本章小结

通过本章的分析，对影响相位计测量精度的噪声源有了系统的认识。本章为讨论方便，按其来源将噪声分为三个大类：(1) 相位计噪声，包括反馈回路噪声、ADC 量化噪声和时钟噪声；(2) 信号源噪声，包括频率抖动噪声、幅值引起的信噪比变化和频率引起的信噪比变化；(3) 耦合噪声，包括温度耦合噪声、频率耦合噪声、幅值耦合噪声。

相位计内部 DPLL 的噪声和 ADC 量化噪声均远小于  $2\pi \times 10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，可以忽略不计。时钟噪声通过超高稳时钟的同步和双通道共模噪声抑制的方法显著抑制。信号源的频率抖动噪声在本章可以使用和时钟噪声类似的抑制方式。信号源频率和幅值改变引起的噪声（包括频率、幅值耦合噪声），通过提高信号源的信噪比（幅值相关噪声、频率引起的信噪比变化），提高模拟前端电路的对称性和数据补偿（频率引起的平均值偏置）等方式消除。温度噪声可以通过引入主动控温和发热器件隔离的方式减弱。

在测量信号为 1MHz 的情况下，相位计模型在频段 0.02 Hz - 1 Hz 满足 LISA 系统的要求。此频段主要噪声为待测信号的背景噪声，且随着待测信号频率的增加，则快速增长。增加信号源的信噪比是降低背景噪声最有效的手段。同时，通

过引入抗混叠滤波器，提高阻带衰减值和增加输出速率以增强相位计抗噪声干扰能力，也可减小背景噪声。在频段 3 mHz - 0.02 mHz 内，相位计模型噪声曲线则明显高于 LISA 的灵敏度曲线，主要由温度噪声产生。未来，通过引入 Pilot Tone 可以消减这一部分噪声。噪声曲线在频段 0.1 mHz - 3 mHz 内，也主要由温度噪声产生，但对比 LISA 灵敏度曲线，目前并不需要关注。

综上所述，目前的相位计模型能够部分满足 LISA 系统的测量需求。虽然还有进一步提升的空间，但干涉测量的精度是由系统整体的精度水平决定的，包括相位计和激光干涉平台。因此，未来相位计的发展将分为两个方面：第一，将目前的相位计模型应用于空间干涉地面模拟系统，分析相位计是否能够满足实际测量的需求，并在实际中发现问题解决问题，这一部分将在第四章展开。第二，继续讨论面向未来 LISA 测量的相位计研制。讨论在目前模型的基础之上，还需要解决哪些问题。以期为未来相位计的发展提供技术积累与设计参考。这一部分将在第五章中展开。

## 第四章 相位计在位移测量和器件标定中的应用

相位计作为干涉系统的数据读出装置，能否满足实际激光干涉系统的测量需求，是评价相位计的关键指标。将相位计模型进行通道扩展后，应用于目前空间激光差分干涉地面模拟系统的位移测量，并讨论干涉系统的噪声组成。未来筛选相关相位敏感器件是否满足干涉系统需求，对器件进行测量和标定是提高系统精度的主要工作之一。本章将以干涉系统中的光电探测器为例，通过搭建检测光路，尝试对探测器进行标定测量，说明相位计在器件标定中的应用。

### 4.1 面向空间干涉地面模拟系统的四通道相位计搭建及测试

实际的激光干涉系统一般都含有多路干涉仪，此时相位计需具有同时处理多路信息的能力。为满足目前空间干涉地面模拟系统的测量需求，在之前相位计模型的基础之上，需将通道数扩展到四路。

#### 4.1.1 四通道相位计的搭建

四通道相位计是在前面相位计模型的基础之上，仅将通道数扩展至四路，DPLL 回路框架并没有改变<sup>[120]</sup>。四通道相位计结构框图如图 4.1 所示。

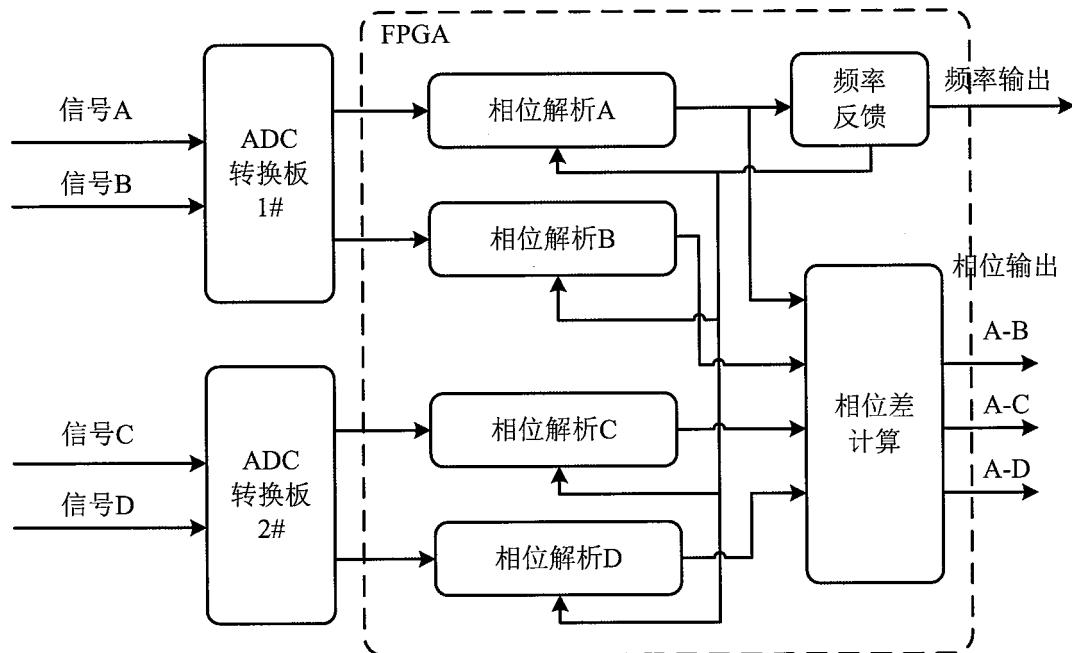


图 4.1 四通道相位计结构框图

采用 Terasic 公司的 DE3-340 作为相位计硬件载体<sup>[121]</sup>，驱动时钟为普通晶振，

其余硬件与之前相同。软件上，四通道相位计作为第二章叙述相位计的累加，通道 A 和 B、通道 C 和 D 分别共用两个数控振荡器，数控振荡器间共用反馈回路信息使频率保持相同且同步变化。由于地面测量信号的频率在测量过程中是固定不变的，根据 3.1 节的结论，可固定数控振荡器和待测信号的频率差值而关闭反馈回路。四通道相位计实物如图 4.2 所示。

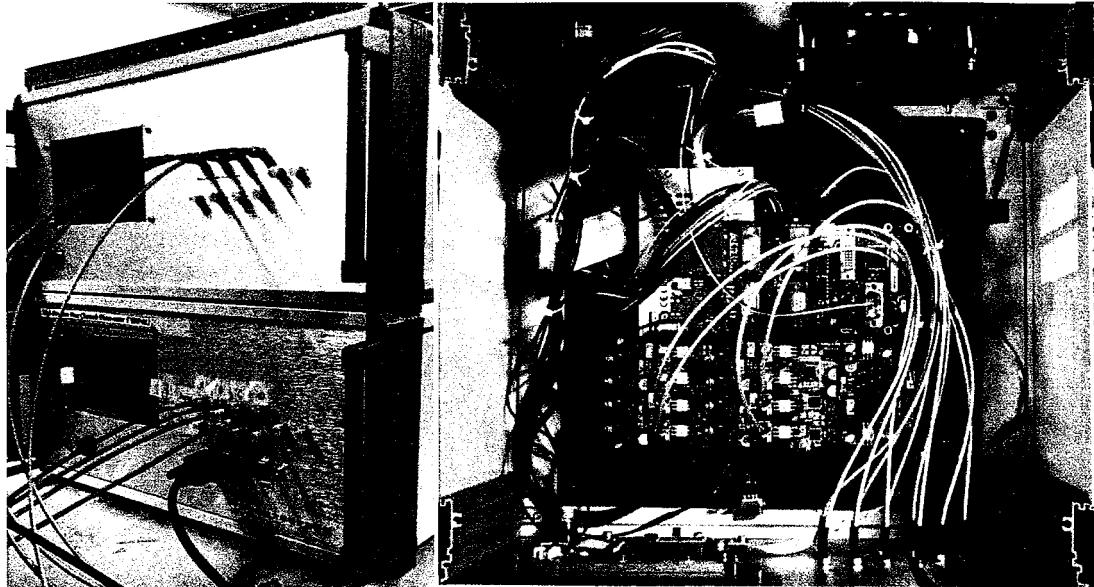


图 4.2 四通道相位计实物图，左图为整体实物图，右图为内部实物图。

图 4.2 中，左图为四通道相位计的实物外观（两台），外壳为 185mm×400mm×350mm 铝合金机箱。模拟信号输入为 SMA (SubMiniature version A) 接口，通信采用 RS232 串口，波特率 115200。右图为相位计内部实物。右图中间核心部分为 DE3-340 开发平台，相关接口通过连接线与相位计面板相连，机箱使用 12 cm 风扇散热。

#### 4.1.2 噪声曲线测定及分析

在将四通道相位计用于实际干涉系统的测量之前，首先需要对相位计的噪声曲线进行测量和分析。测量使用信号发生器(Agilent 33522A)，信号频率为 1 MHz，幅值为 1.24 V，一路分为 4 路，由于分压峰峰值实际约为 490 mVpp。相位计使用普通晶体振荡器驱动，且不与信号发生器同步。相位计初始频率和待测信号差值为+2Hz。根据 3.2 节时钟噪声的分析结果可知：使用普通时钟时，单通道会引入很大的时钟噪声，但相位差由于共模噪声抑制，仍处于较低的水平。因此，测

量结果仅展示相位差信息，如图 4.3 所示。

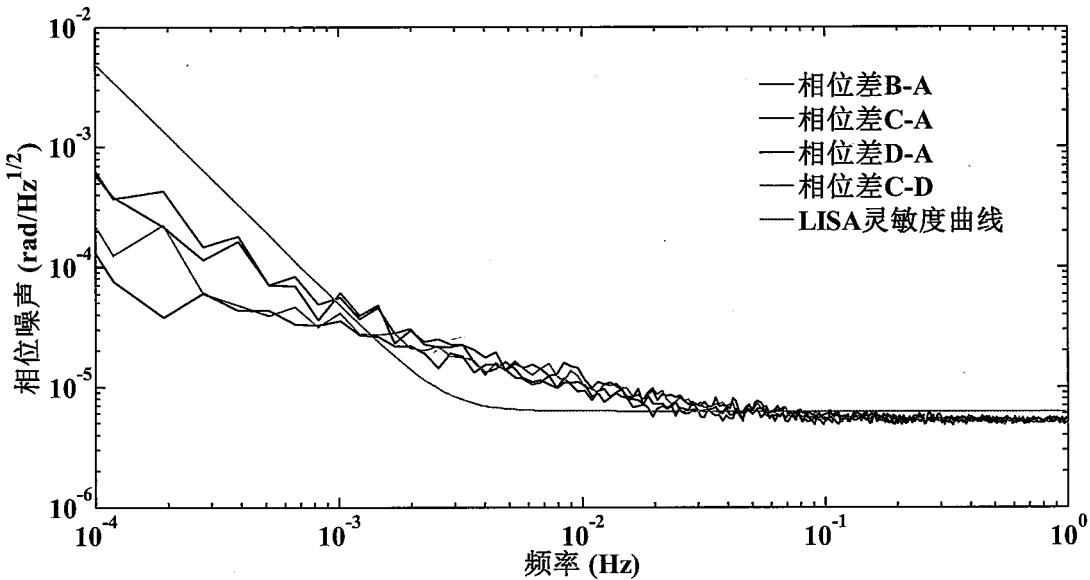


图 4.3 四通道相位计噪声测试曲线

从图 4.3 中可以看出，四条曲线在噪声频段 0.1 Hz - 1 Hz 内，整体水平均小于  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。且相较于图 3.21，噪声水平略有降低，这是由于随着测量信号幅值的增加，虽然分压不变，但信噪比却在增加。但随着噪声频率段的进一步降低，噪声明显的增加，显然主要由温度波动产生。相位计系统相较于第二章模型增加了风扇散热，加剧了温度的波动和分布的复杂度。同时，由于硬件条件的限制，A 和 B、C 和 D 通道分别在两块 ADC 转换板上，这导致不同板上的温度差异较大，表现在 A-C 和 A-D 在较低的频率上噪声明显的大于 A-B 和 C-D。

相位计引入串行架构的处理器模块，随着通道数的增加，非相邻通道间的时间差越来越大，导致共模噪声抑制的能力减弱。根据 3.2.1 节的分析可知，A 和 D 通道的时间差约为  $18\mu\text{s}$ ，通过共模抑制后，噪声频谱的大小，应至少抑制  $1.8 \times 10^{-5} \omega_s$  量级 ( $\omega_s$  为噪声频率)。A 和 B、C 和 D 通道是两个 NCO，虽然 NCO 间频率相同。但 NCO 间由于 FPGA 映射的原因会导致两者间存在微小固定的时间差，不同频率下时间差表现出的固定相位差不同。虽然频率在测量过程中并未发生变化，但驱动时钟的抖动会导致信号频率的微小抖动。实际测量 1 MHz 下相位差小于 0.5 deg，即时间差小于 2 ns。对测量的影响目前可以忽略不计。四通道相位计其余共性噪声的分析可参见第三章。

## 4.2 激光干涉地面模拟测距系统中的应用

### 4.2.1 激光干涉地面模拟系统的建立

激光干涉地面模拟系统采用 Mach-Zehnder 式干涉仪，围绕降低系统中的振动噪声、热漂移噪声及电磁干扰噪声，系统采用隔离地基+隔振光学平台+真空系统的设计方案<sup>[122]</sup>。在净化间内建立一个面积约为  $3.3 \times 2.7 \text{ m}^2$  的独立地基，其隔振频率约为 7.8 Hz。然后在地基上搭建一个气囊式隔振光学平台，其隔振频率为 1 Hz。最后在光学平台上建立一个容积为  $60 \times 60 \times 60 \text{ cm}^3$  的真空系统，极限真空为  $8 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ ，工作真空为  $3 \times 10^{-4} \text{ Pa}$ 。此实验平台能较好地降低周围环境给干涉系统带来的振动噪声、热漂移噪声及电磁干扰噪声。地面干涉系统结构如图 4.4 所示，实物如图 4.5 所示。

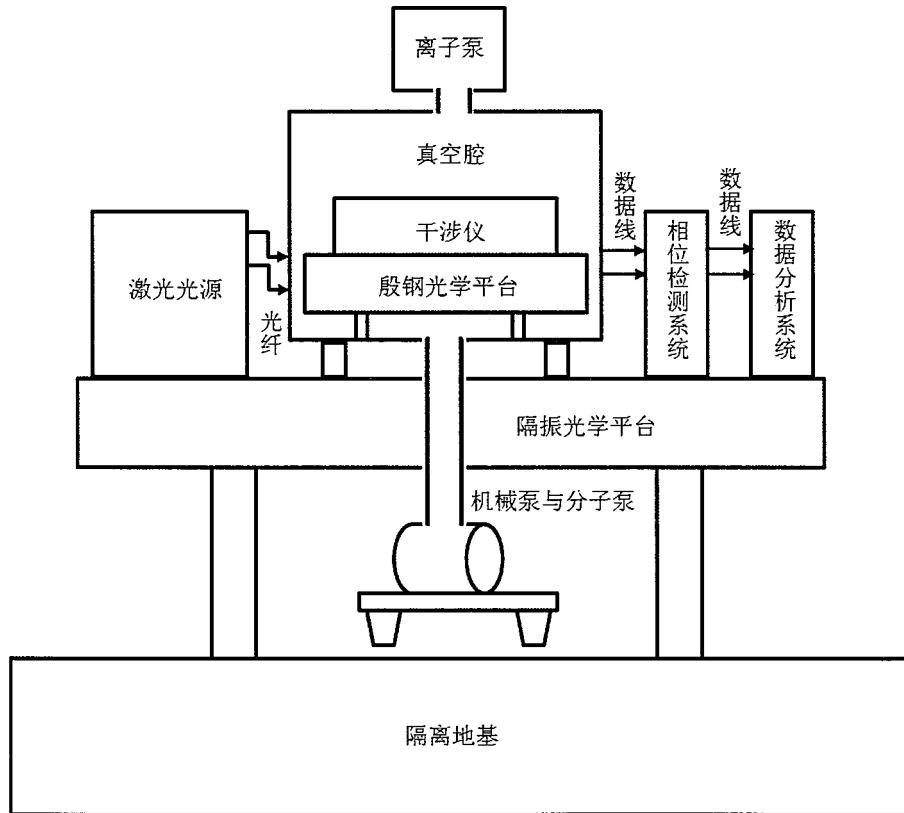


图 4.4 地面干涉模拟系统结构框图

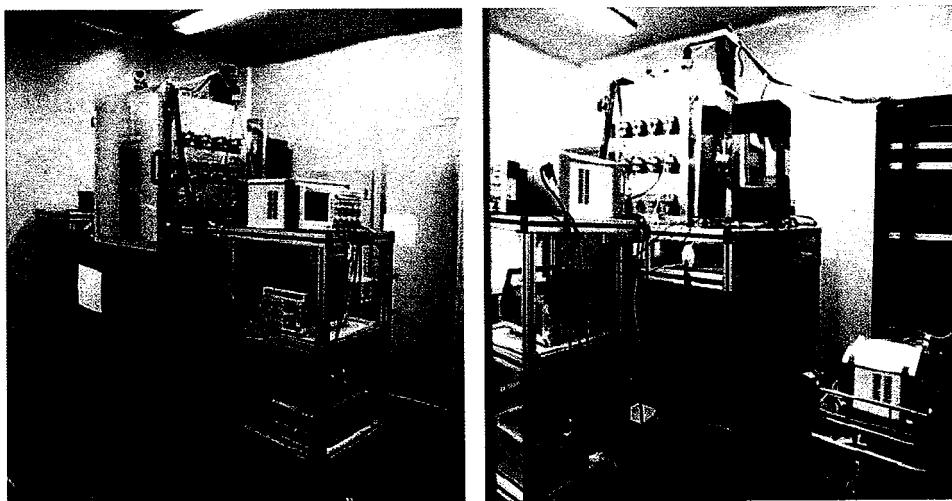


图 4.5 地面干涉模拟系统实物图，左为正面，右为后面。

干涉系统由激光光源调制光路、干涉仪、四通道相位计及数据分析系统等子系统组成，并且集成了激光锁相、激光指向等关键技术单元的模拟系统。激光光源调制光路位于隔振光学平台上（材料为不锈钢）。用铝合金及有机玻璃板组成的隔流罩对空气流动进行隔离，以降低由空气对流引起的热漂移。调制光路设计如图 4.6 所示，实物如图 4.7 所示。激光器采用波长为 1064 nm 的固体激光器，频率稳定性为 1 MHz/3h，功率稳定性为 0.5%/3h。从激光器发出的激光经半反半透镜分成两束，后通过声光调制器(AOM)进行频率调制，AOM 中心频率为 70 MHz，调频范围为 2 MHz，频率分辨率为 1 KHz，频率相对稳定性为  $10^{-7}$ 。调频后的两束激光被经楔形片补偿布拉格衍射角，然后用 4 个 1: 9 的分光镜对激光进行分光，并形成 2 路干涉仪。电光调制器对激光的相位进行调制，用来模拟激光锁相控制系统。

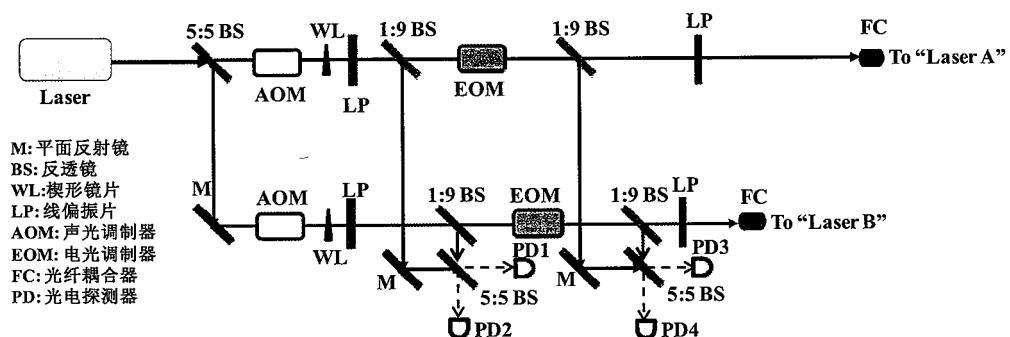


图 4.6 激光光源调制光路图

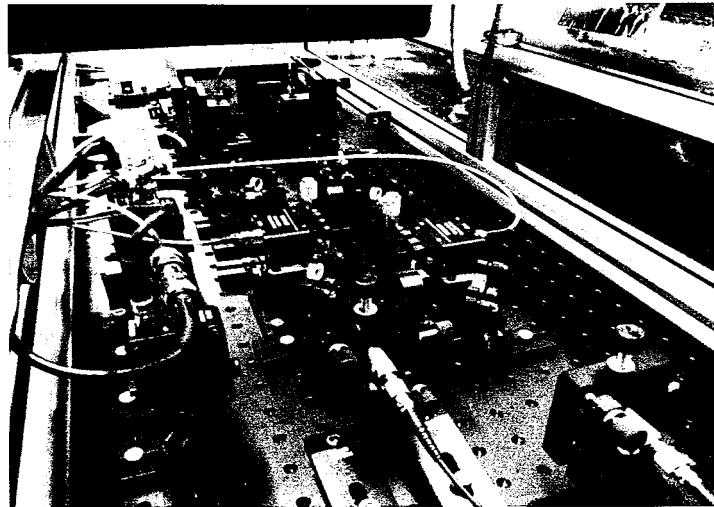


图 4.7 激光光源调制光路实物图

真空腔内干涉仪由 1 路参考干涉仪、2 路测量干涉仪及殷钢光学平台组成，干涉仪光路设计如图 4.8 所示。三路干涉仪的干涉臂臂长差均小于 5 mm，可有效降低激光频率不稳定性带来的测量误差。室温下，殷钢光学平台热膨胀系数不高于  $10^{-8}/^{\circ}\text{C}$ ，相对于铝合金光学平台来讲，此光学平台可有效降低系统的热噪声。实物如图 4.9 所示。

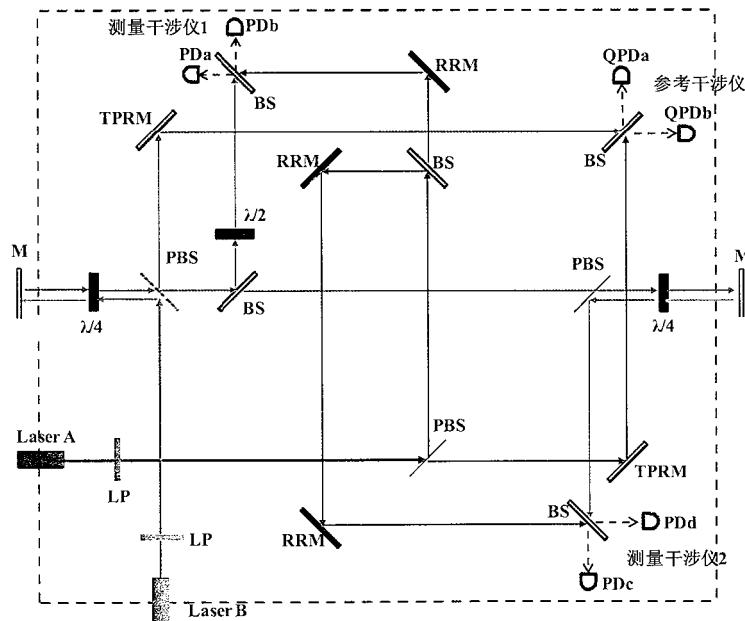


图4.8 干涉仪光路图。右上角为参考干涉仪，左上角和右下角形成的干涉仪分别为测量干涉仪1、2。BS: 50/50分光镜；M: 平面反射镜（均粘贴于精密平移台上）；TPRM: 可倾斜的平面反射镜；RRM: 直角反射镜；PBS: 偏振分光镜；PD: 光电探测器；QPD: 四象限探测器。

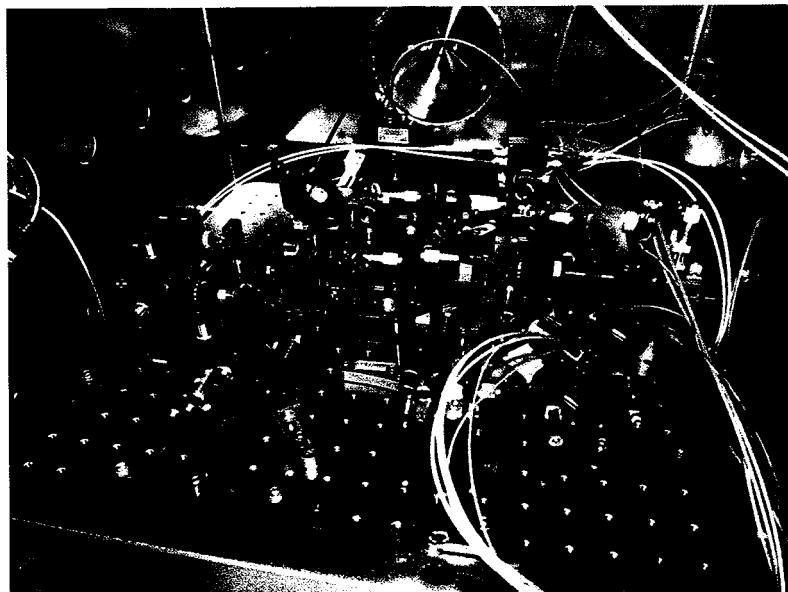


图 4.9 干涉仪实物图

参考干涉仪，为测量提供参考信号，可消除干涉仪间共模噪声的影响。参考干涉仪中两个平面反射镜粘贴在精密偏转台上，用来模拟空间激光间的指向抖动，并和四象限探测器组成激光指向模拟控制系统。左上角为第一测量干涉仪，测量的是光学平台左边平面镜（模拟未来航天器中的测试质量）与光学平台的运动信息。右下角是第二测量干涉仪，反映的是光学平台上两平面镜之间（模拟未来航天器中的两个测试质量）的运动信息。

#### 4.2.2 数据读出与分析

激光干涉仪是高精度的位移测量系统，对测量环境有很高的要求，特别是环境的温度和振动。测量时要求周围 1 公里内无大型机械振动，及周围 10 米内无人走动。通过风机和空调将室温稳定在 22℃，关闭循环风机。同时打开机器，并且预热稳定 5 小时以上。差分频率设定为 1 MHz。

首先测量系统的背景噪声，测量方法和测量相位计噪声曲线类似。选取测量干涉仪 2 的信号，并将同一路信号分为两路，分别通入相位计通道 A 和 B。同时，参考干涉仪信号通入相位计通道 C。测量结果如图 4.10 所示。

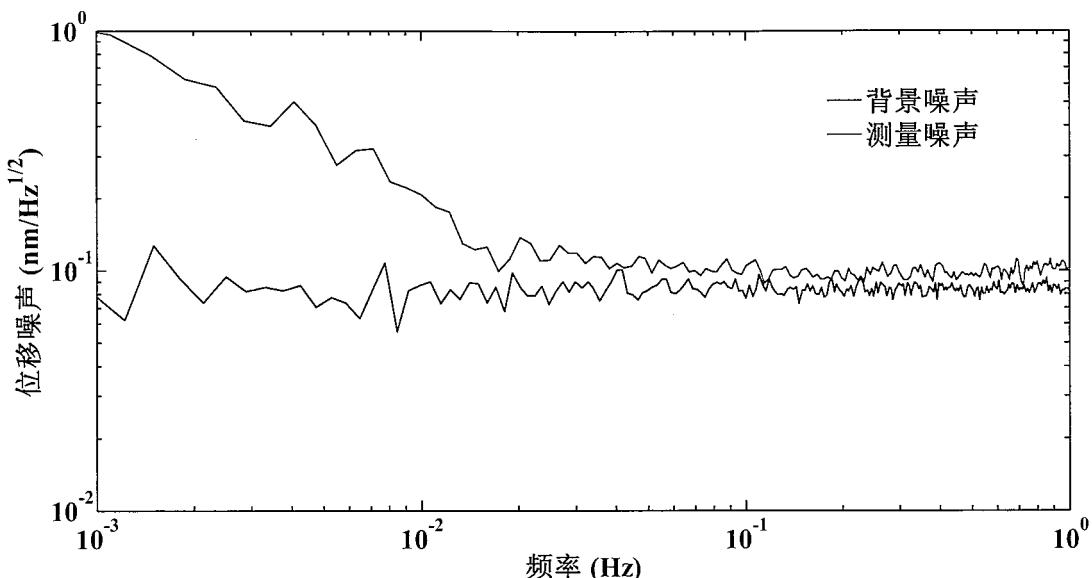


图 4.10 激光干涉仪地面模拟系统静态测试，背景噪声为相位计通道 A-B，测量噪声为 A-C。

从图 4.10 中可以看出，系统的背景噪声约为  $0.1 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，处于较高的水平，说明干涉模拟系统整体的电子噪声较大。背景噪声主要由整体决定，系统中的每一个电子器件都有可能是噪声的主要来源，特别是光电探测器等模拟器件。测量噪声在高频段(0.03 Hz - 1 Hz)噪声略高于背景噪声，是由于不同干涉仪信号幅值不同，导致背景噪声水平略有不同。随着噪声频率段的进一步降低，测量噪声迅速增大，是由温度漂移引起的。虽然整个系统测量时处在较小的温度波动（小于 1 °C）范围内，但整体的温度波动仍处于较高水平。且温度只进行了单点测量，对温度的分布并不清楚。光学平台虽然采用了殷钢材料，但光学支架采用铝合金，其热膨胀系数约为  $10^{-5}/\text{°C}$ 。因此系统呈现较大的温度漂移噪声。

未来对干涉系统的优化，首先需要筛选系统中的相位敏感器件，特别是光电探测器等模拟器件。需保证由器件贡献的噪声低于目标需求。当背景噪声降低，温度漂移噪声就成为地面模拟系统的主要噪声，控制系统温度波动，使用 ZERODUR 材料进行一体化设计是未来降低热漂移的主要技术手段<sup>[64, 68]</sup>。

为进一步测试系统的测距精度，测量中使干涉系统左边的精密平移台发生一定函数关系的运动。分析测量结果能否精确反映精密平移台的设定值。设定精密平移台运动幅值 100 pm，频率 0.1 Hz。如果测量的结果中在 0.1 Hz 处，出现 200 pm 的峰值，则说明系统能够响应 100 pm 的动态测试。参考干涉仪和测量干涉仪

2 信号分别通入相位计通道 A 和 B。为直接反映平移台运动相关参数，结果采用幅值谱分析，测量时间为 1000s。结果如图 4.11 所示。

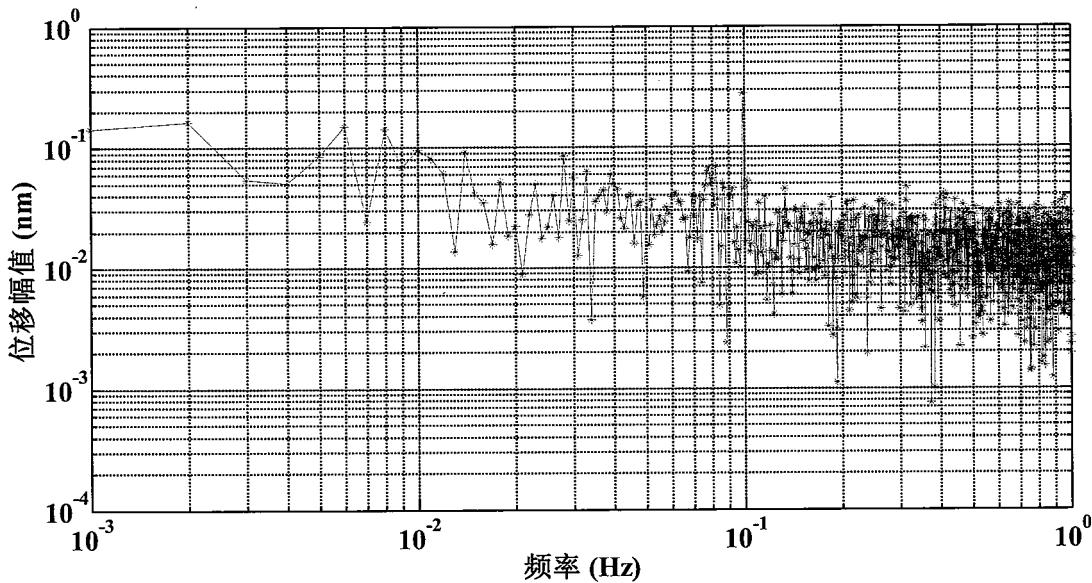


图 4.11 激光干涉仪地面模拟系统动态测试

从图 4.11 中可以看出，测量结果在 0.1 Hz 处出现尖峰，大小约为 280 pm。这说明系统能够正确响应动态测试的结果。但也可以看出精密平移台实际运动的幅值约为 140 pm，略大于设定的 100 pm，这是由于精密平移台的误差产生。

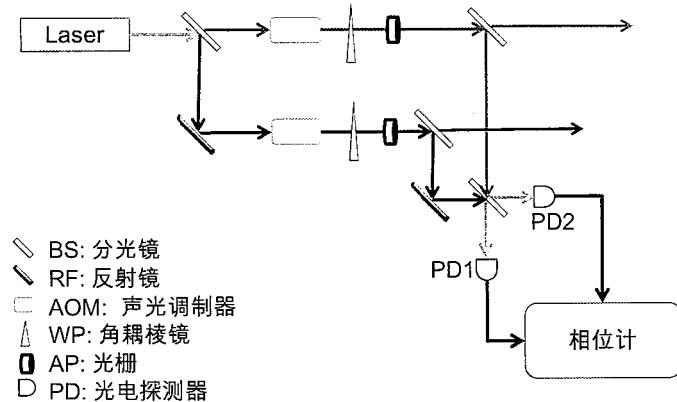
综上所述，相位计能够满足现阶段激光干涉地面模拟系统的应用需求。目前干涉系统具有较大的背景噪声，提高干涉系统的灵敏度是未来发展高精度激光干涉测量系统的重点工作之一。

### 4.3 器件标定中的应用

由于 LISA 干涉系统对位移测量的高精度要求，因此系统中的每一个器件都有可能成为噪声的主要贡献者。评价和测量由器件引起的相位噪声，进而选择满足系统要求的器件是提高干涉系统精度的主要工作之一。怎么样设计精密的实验排除其余器件的影响，是在此过程中的重点和难点。

光电探测器是将光学信号转换为电学信号的器件，是相位计测量信号的直接来源，也是整个干涉系统的重要器件之一。本节设计了一套尝试对探测器标定和测量的实验方法<sup>[120]</sup>。光电探测器标定光路如图 4.12 所示。可以看出，这一部分是图 4.6 光学系统锁相部分。激光器经分光镜分为两束，一路直接进入 AOM 调

频，另一路经反射镜改变传播方向后进入另一 AOM。两 AOM 调制频率的差值即为最终差分信号的频率值，设定为 1 MHz。AOM 后的激光经楔形镜片补偿布拉格衍射角后通过光栅。进而分别经过 1:9 分光镜，最终形成一路干涉仪。



从图 4.12 中可以看出，光电探测器分别探测分光镜两边的干涉信号。两路干涉信号是相同激光干涉而成，因此相位波动规律相同，可用来对比标定不同探测器。为减小相位计不同通道的影响，背景噪声由 PD1 一路分两路通入相位计通道 A 和 B。测量完成后，PD1 信号和 PD2 信号分别通入相位计通道 A 和 B 进行测量。结果如图 4.13 所示。在此过程中，通过调节偏振片，实际进入相位计信号的峰峰值均在 100 mV 左右。

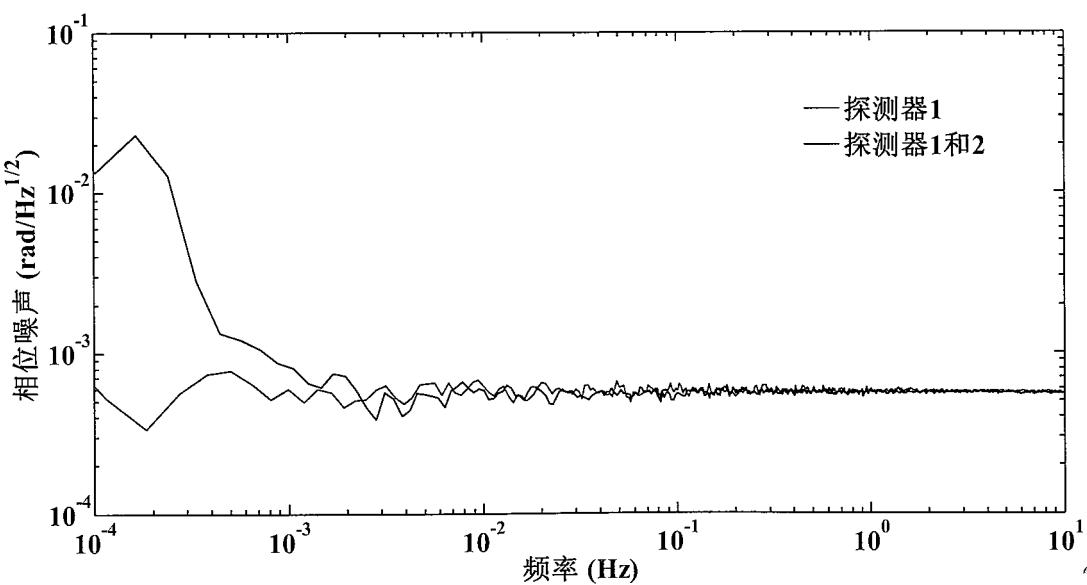


图 4.13 光电探测器标定测试结果图

从图 4.13 中可以看出，背景噪声在频段 0.1 mHz - 1 Hz 范围内，呈现平坦分

布，大小约为  $0.7 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。对比图 4.10，背景噪声略有增大，是因为 1:9 分光镜导致这一部分光强较弱，信噪比较低。探测器 1 和 2 间的响应在频段 2 mHz - 1 Hz 内和背景噪声分布较为一致。但当频段进一步缩减至 0.1 mHz 时，曲线逐渐增大至  $10 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。导致这种结果的原因主要由以下几个方面：(1) 更大的温度漂移。图 4.13 中的两条曲线是在不同的时间段内测量，因此温度的分布并不相同。但两者都是在相似的环境条件下进行的，不可能导致图中所呈现的结果。(2) 探测器间的响应不相同。探测器在应用到干涉系统以前，并未进行任何的标定与测试，因此探测器间在频段 0.1 mHz - 2 mHz 内响应可能有较大的差异。(3) 激光光束的抖动。由于温度或环境的振动，导致干涉光束发生抖动。有可能导致探测器间不同的波前畸变(wave-front misalignment)，即指向抖动噪声不同 [123, 124]。

通过以上的分析可知，造成不同探测器间噪声增大的因素有很多。如果要对探测器进行精确标定，需要将非探测器的因素消除。最大的干扰来自激光的抖动，消除抖动的方法是减小温度的波动及环境振动的扰动。

#### 4.4 本章小结

根据空间干涉地面模拟系统的测量要求，本章首先在相位计模型基础之上，完成多通道的扩充，搭建四通道相位计。测试结果表明四通道相位计各项指标能够达到设计目标，能够应用于干涉系统的测量。

其次，将四通道相位计应用于实际的干涉系统测量。测量结果显示，四通道相位计模型能够满足现阶段干涉地面模拟系统的使用要求。干涉系统呈现的背景噪声约为  $0.1 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。噪声在高频段(0.03 Hz - 1 Hz)主要来自系统整体的电子噪声，系统中的每个器件，特别是模拟器件都可能是噪声的主要来源。筛选出满足系统需求的器件是减小背景噪声的主要手段。噪声在低频率段 0.1 mHz - 0.03 Hz 内主要是温度漂移引起的。控制系统温度波动，使用 ZERODUR 进行光学平台一体化设计是未来降低温度漂移噪声的主要技术手段。

筛选出噪声更低的器件是未来降低干涉系统背景噪声的主要手段。本文以干涉系统中光电探测器为例尝试说明如何设计合理实验进行仪器的标定与测量。测

量结果显示，探测器 1 和 2 间的响应在频段 2 mHz -1 Hz 内和背景噪声分布较为一致。当频段降低至 0.1 mHz 时，噪声曲线逐渐增大至  $10 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。原因是由于包括探测器间响应不一致等多种因素构成的。如果要对探测器进行更高精度的标定，需将其余噪声压制。最大的干扰来自激光光束的抖动，消除抖动的方法是减小温度的波动及环境振动的扰动。

综上所述，目前的相位计模型能够满足现阶段空间干涉地面模拟系统的测量使用要求。系统的主要噪声来自激光干涉系统。提高光学系统的灵敏度是未来减小干涉系统噪声的主要工作方向。

## 第五章 LISA 相位计需要进一步考虑的问题及设计方案

满足 LISA 系统的相位测量需求，是相位计设计的最终目标。通过第三章的分析，提出了提高相位计测量精度的方法。但除此之外，还需要进一步考虑哪些问题，进而提供相应的设计方案是本章主要讨论的内容。本章首先根据 LISA 干涉系统的特点，分析相位计可能会遇到的问题及其解决方法。最终提出 DPLL 回路优化方案和面向 LISA 应用的相位计系统参考设计方案。

### 5.1 LISA 相位计需要进一步考虑的问题概述

LISA 激光干涉测量系统中，需要精密相位读出的主要有：测试质量(TEST MASS)相对于干涉平台的运动，两航天器之间的测试质量运动(科学信号的读出)，激光指向控制系统等。

测试质量相对于光学平台的运动和地面干涉模拟系统的测量类似，目前相位计的架构可以满足测量要求。激光指向控制系统是利用四象限探测器(角度敏感器)测量两干涉激光光束间的微小角度差，然后反馈消除。由于探测器间信号的相位差值较小，现阶段的相位计架构也能满足测量使用要求。

航天器测试质量间相对运动的测量，因飞行编队的航天器间相对运动的不同，导致测量干涉臂间的信号频率相差在 MHz 量级。如果采用目前的相位差直接读取方式，对相位输出速率的要求极高，显然不是最佳的选择。因此需分别测量两干涉臂的频率变化，再通过积分计算出相位波动的大小，即采用频率读出方式。

由第三章的讨论可知，信号间相位差的时钟噪声由通道间时钟的相对计时误差产生。在地面模拟信号的测量中，通过时钟同步和共模抑制可以达到较低的水平。但 LISA 系统中，不同航天器采用的时钟基准并不相同，即使时钟同步，但由于飞行编队航天器间的距离不能保持等边三角形，臂长差值在 10 万公里量级，并不能直接通过共模抑制的方法消除。现阶段拟采用三个步骤消除时钟噪声：  
Pilot Tone 的引入，时钟噪声的传递，TDI(time-delay interferometry)数据类型的构造<sup>[125-128]</sup>。其中针对后面两者的讨论超出了本文范畴，在以后的章节中重点讨论 Pilot Tone 的引入。

由于 LISA 航天器间的相对运动导致待测信号的频率变化范围较大(2 MHz -

25 MHz)。没法通过预先初始化内部 NCO 模块而与待测信号锁定。因此，测量的初始时刻需要对信号进行捕获，即频率估计。估计的方法是对信号采样，作快速傅里叶变换和峰值查找运算。DPLL 回路中低通滤波器决定着相位计的测量带宽。合理设计滤波器的种类与参数，使之能在滤波性能和消耗硬件资源两个方面达到平衡。

通过以上的分析可知，在现有相位计的基础之上，除精度的提升外，还需要考虑四个方面的问题：相位波动信息的频率读出，时钟噪声的消除，初始时刻信号的捕获，及测量带宽的扩展。

## 5.2 相位波动信息的频率读出

LISA 科学信号的反演采用频率读出的方式<sup>[103]</sup>，后对频率数据在时间上积分即可得到相位。具体过程如式 5.1，

$$\phi(t) = \varphi_0 + 2\pi \int_0^t f(t) dt \quad (5.1)$$

式 5.1 所示为待测信号相位的绝对变化。而实际测量中，只需得到频率变化引起的相位变化即可。式 5.1 修正为，

$$\Delta\phi(t) = 2\pi \int_0^t \delta f(t) dt \quad (5.2)$$

那么，通道间的相位差如式 5.3 所示，

$$\Delta\phi_a(t) - \Delta\phi_b(t) = 2\pi \int_0^t (\delta f_a(t) - \delta f_b(t)) dt \quad (5.3)$$

采用频率读出方式，需要对第二章中相位计的架构，做出微小的调整：两个通道独立引入反馈回路和基准数控振荡器，即通道间彼此独立。同时为验证 3.5 节的观点之一：通过提高滤波器阻带衰减可以提升相位计抗噪声干扰能力。将 IIR 滤波器的阻带衰减率增大至 140 dB，其余设置不发生改变。此时，每一通道输出的信息为频率变化，数据后处理（积分）由计算机完成。

为对比两种架构的相位计表现，此处测量方式和 3.5 节完全相同。测量信号由信号发生器(Agilent 33522A)产生，并与相位计用超稳时钟同步。频率 1 MHz，信号幅值 740 mV，由于分压作用实际峰峰值约为 490 mVpp。测试信号由信号发

生器通道 1 分成两路，分别通入相位计的两个通道。测试结果如图 5.1 所示。

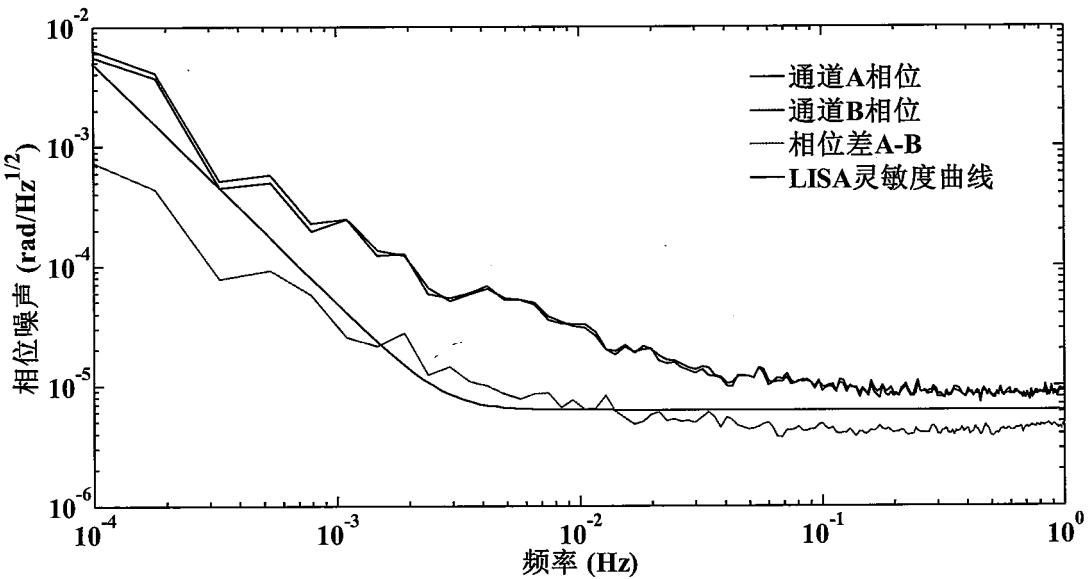


图 5.1 新架构相位计在 1MHz 信号下的测试图

从图 5.1 中可以看出，新架构相位计测量结果和图 3.21 较为类似。在测量信号为 1 MHz 的情况下，在频段 0.02 Hz - 1 Hz 内能够满足 LISA 的需求。在此频率段的主要噪声为待测信号的背景噪声，随着频率的增加，则快速增长。通过引入抗混叠滤波器，提高阻带衰减值和增加输出速率是降低背景噪声，提高相位计抗噪声干扰能力的有效方法。对比图 3.21 可以得知，此频段的噪声略有降低，这是因为阻带衰减率由 120 dB 提高到 140 dB。在频段 2 mHz - 0.02 mHz 内，噪声则明显高于 LISA 的灵敏度曲线，主要由温度波动产生。通过引入 Pilot Tone 可以消减这一部分噪声。噪声在频段 0.1 mHz - 3 mHz 内，也主要由温度噪声产生，但对比 LISA 灵敏度曲线，目前并不需要关注。

通过以上的分析可知，新架构相位计也表现出和之前相位计的类似测量结果。同时，在第三章中讨论的所有噪声及解决方案对新架构的相位计均有效。

### 5.3 时钟噪声的消除

时钟噪声和激光频率抖动噪声是 LISA 系统中的两大噪声源，均是现阶段无法通过提升硬件水平而消除的。对于二者的消除增加了 LISA 系统设计的复杂度<sup>[129]</sup>。时钟噪声的消除分为三个步骤<sup>[125, 127, 128, 130-132]</sup>：Pilot Tone 的引入，时钟噪声的传递，TDI 数据类型的构造。本文仅重点讨论消除的第一步，Pilot Tone 的

引入，过程如图 5.2 所示。

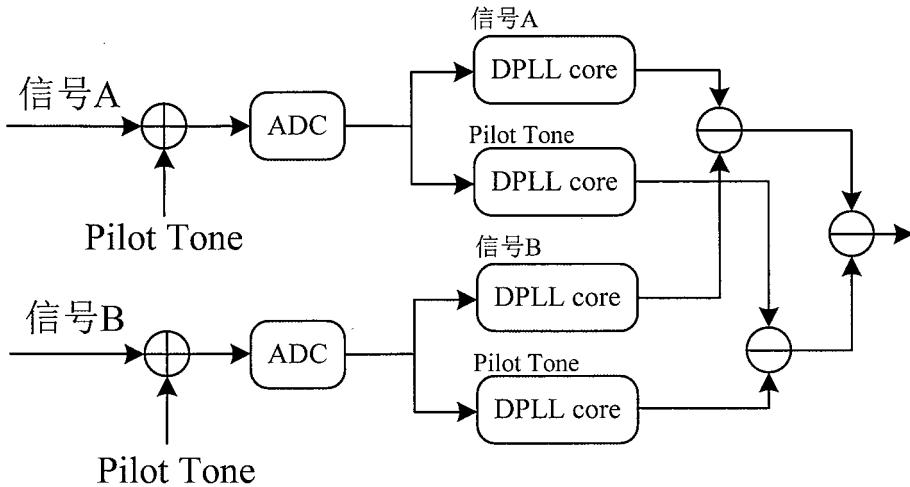


图 5.2 Pilot Tone 消除时钟噪声说明

在 3.2.3 节的讨论中，时钟噪声如式 5.4 所示，

$$\delta\phi = 2\pi \times f_h \times \tau \quad (5.4)$$

其中， $f_h$  为测量信号的载波频率， $\tau$  为时钟的采样计时误差。

那么，信号 A 和 B 的相位，如式 5.5-5.6，

$$\phi_{h_a} = 2\pi \times f_{h_a} \times (t + \tau_a) + \varphi_a \quad (5.5)$$

$$\phi_{h_b} = 2\pi \times f_{h_b} \times (t + \tau_b) + \varphi_b \quad (5.6)$$

因此，信号间的相位差如式 5.7，

$$\phi_{h_a} - \phi_{h_b} = 2\pi \times f_{h_a} \times (t + \tau_a) - 2\pi \times f_{h_b} \times (t + \tau_b) + (\varphi_a - \varphi_b) \quad (5.7)$$

一般情况下， $f_{h_a} = f_{h_b} = f_h$ ，即两待测信号的频率相同。那么，式 5.7 可简

化为，

$$\phi_{h_a} - \phi_{h_b} = 2\pi \times f_h \times (\tau_a - \tau_b) + (\varphi_a - \varphi_b) \quad (5.8)$$

此时，如果通道 A 和 B 均引入相同的 Pilot Tone，即待测信号和 Pilot Tone 信号混合进入相位计，后分别经各自 DPLL 回路测量相位。同理，Pilot Tone 信号间的相位差，如式 5.9 所示，

$$\phi_{p_a} - \phi_{p_b} = 2\pi \times f_p \times (\tau_a - \tau_b) \quad (5.9)$$

因此,

$$(\tau_a - \tau_b) = \frac{(\phi_{p_a} - \phi_{p_b})}{2\pi \times f_p} \quad (5.10)$$

那么,

$$\phi_{h_a} - \phi_{h_b} = \frac{f_h}{f_p} \times (\phi_{p_a} - \phi_{p_b}) + (\varphi_a - \varphi_b) \quad (5.11)$$

待测相位差修正为,

$$\varphi_a - \varphi_b = (\phi_{h_a} - \phi_{h_b}) - \frac{f_h}{f_p} \times (\phi_{p_a} - \phi_{p_b}) \quad (5.12)$$

通过以上的分析可以得知, 通过引入 Pilot Tone, 分别测量待测信号和 Pilot Tone 的相位差, 可以消除因通道间 ADC 相对采样计时误差而产生的噪声, 理论上可以彻底将时钟噪声消除。Pilot Tone 引入的本质是不同频率的信号在通过相同的 ADC 时, 采样抖动产生的相位噪声和频率成正比。同时可以看出, ADC 前端模拟电路因温度漂移产生的噪声, 也可通过 Pilot Tone 信号的引入消除, 从而可以压制图 3.21 和 5.1 中高出 LISA 灵敏度曲线的部分<sup>[103, 118, 119]</sup>。

在 LISA 干涉系统中, 由于航天器间的多普勒效应, 待测信号的频率波动很大且待测信号间频率并不相等。就无法简单的通过上述方式将时钟噪声消除, 首先需要将每一通道的待测信号和调制信号相减, 可类比 5.12。

得到的相位为,

$$\varphi(t) = \phi_h \left( t + \frac{\Delta L}{c} \right) - \frac{f_h}{f_p} \phi_p(t) \quad (5.13)$$

其中,  $\Delta L$  为航天器间的距离,  $c$  为光速。干涉臂的巨大臂长差, 导致航天器  $t$  时刻得到的是延迟后的信号, 信号中主要的噪声为激光频率抖动噪声和 Pilot Tone 信号的频率抖动噪声。Pilot Tone 的频率抖动由相应驱动时钟的抖动产生。LISA 系统中, 不同航天器采用的时钟基准并不相同, 即使时钟同步, 但由于飞行编队航天器间的距离并不能保持等边三角形, 臂长差值在 10 万公里量级。因此, 不能简单的通过构造 TDI 数据同时消除激光频率抖动噪声和 Pilot Tone 信号的频率抖动噪声, 这就需要额外的测量信息。LISA 采用的方法是将 Pilot Tone 信号通过

边频激光在航天器间传递，与本地边频激光干涉，测量航天器间 Pilot Tone 信号的相位差，即得到不同航天器间时钟噪声的相位差。结合载波信号的信息构造合适 TDI 数据消除噪声<sup>[108, 126, 130]</sup>。

TDI 数据的构造，核心是对上述数据进行精确的时间延迟，且延迟时间随着卫星的相对运动而发生变化。因此需要对卫星间的绝对距离进行测量，要求绝对距离的测量精度需达到 1 m。LISA 拟采用直接序列扩频(Direct Sequence Spread Spectrum)的方法学<sup>[108]</sup>。

通过以上的讨论可知，LISA 系统时钟噪声的消除是一个相当复杂的技术过程，时钟的消除在某种程度上加大了干涉系统设计的复杂程度。未来如果随着技术的发展，时钟达到 LISA 的需求，将会大大减小系统设计的复杂度。

#### 5.4 初始时刻信号的捕获

在相位测量系统中，有多达四种信号需要检测和捕获，分别是：载波干涉信号，Pilot Tone，及用于 Pilot Tone 时钟传递的两个激光边频信号<sup>[108]</sup>。且之前的测量，都是在已知待测信号频率的前提下，对 NCO 频率提前赋值。但当面对完全未知的信号，就首先需测量出初始时刻待测信号的频率，进而对相位计 NCO 的频率进行初始化。频率测量的方法是对信号作快速傅里叶变换(Fast Fourier Transformation, FFT)和峰值检测算法。从而得到待测信号中不同成份的频率初值，分别赋予通道内的不同 DPLL 回路进行跟踪和测量。

对信号频率预估时，频率的分辨率  $\Delta f$  如式 5.14 所示，

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} \quad (5.14)$$

其中， $f_s$  为采样频率， $N$  为 FFT 运算的点数。

目前，相位计采样频率为 100 MHz，如果要达到 10 Hz 的频率分辨率，需进行 1 千万个点的 FFT 运算。显然没有任何 FPGA 资源能够进行如此大规模的运算。假设，相位计的反馈速率提升到 10 KHz，FFT 采样频率降至 60 MHz，那么 FFT 运算降低到 6000 个点。进一步提高相位计的反馈速率，那么将进一步降低 FFT 计算点数。但 DPLL 回路的抗噪声干扰能力将降低，显然二者是一对矛盾的因素。未来设计相位计的初始信号捕获模块时，结合 FPGA 资源情况，尽量进行

点数较多的 FFT 运算，以最大限度提高相位计抗噪声干扰能力。

### 5.5 测量信号带宽的扩展

LISA 相位计处理的载波信号频率范围是 2 - 25 MHz。相位计带宽主要由回路低通滤波器决定。而现阶段相位计在不改变内部低通滤波器参数的前提下，以 4 倍的采样计算，待测信号频率需限定在 1 MHz - 5 MHz。增加相位计带宽可以通过改变低通滤波器的参数实现。但仅增加滤波器采样频率，其它参数不变，将大大增加滤波器的阶数，从而增大 FPGA 的硬件资源消耗。

对于相位计混频后的信号，差频部分是需要过采样重建的，然而倍频部分只需将其滤除即可。Nyquist 采样定律表明，当待测信号的频率大于采样频率的 1/2，而小于采样频率时，将处于欠采样状态。采样后的信号频率将会改变为采样频率和待测信号频率之差。如果保证欠采样后的信号频率依然处于滤波器的阻带内，依然可以消除。这就为提高相位计的带宽提供了一定的理论依据。

通过以上的分析，在不改变目前滤波器参数的前提下，可以将待测信号的频率提升至 19 MHz。测量信号由信号发生器(Agilent 33522A)通道 1 分成两路产生，与相位计使用超稳时钟同步。频率 19 MHz，信号幅值 740 mV，由于分压作用实际峰峰值约为 490 mVpp。测试结果如图 5.3 所示。

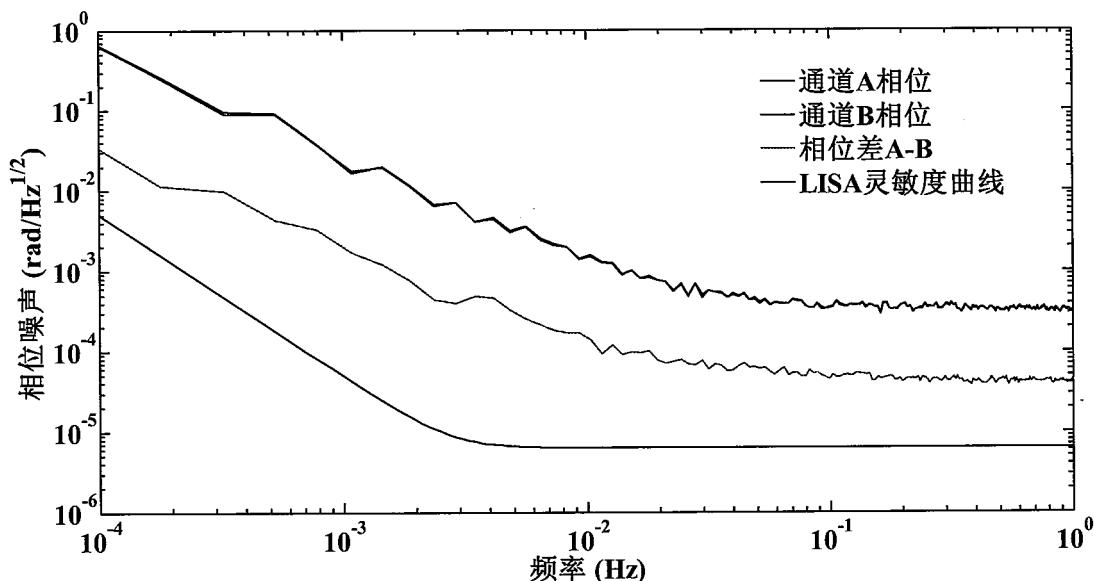


图 5.3 新架构相位计在待测信号为 19 MHz 时的测试结果

从图 5.3 中可以看出，新架构相位计在信号频率为 19 MHz 时，有较大的噪

声。噪声的主要来源是信号随着频率增加至 19 MHz 时，导致信噪比处于较低的水平。通过第三章的讨论可知，当信号频率较高时，需尽量提升相位计的抗噪声干扰能力。降低滤波器的截止频率、提高阻带衰减值和提高输出速率是降低背景噪声，提高相位计抗噪声干扰能力的有效方法。这需要进一步的优化 DPLL 反馈回路的架构，将在下一节中讨论。

## 5.6 相位计系统优化设计方案

在 5.2-5.5 节的讨论中，分别对 LISA 相位计需要进一步考虑的问题进行了系统的分析。优化 DPLL 回路以提高相位计的抗噪声干扰能力是下一步提高相位计测量精度的主要工作之一。同时，在未来 LISA 系统中，每个航天器包含多达 20 路信号，需要相位计同时处理。如何合理的设计相位计系统，成为相位计硬件设计的关键性问题。

### 5.6.1 DPLL 回路优化设计方案

目前的 DPLL 回路，暴露出了抗噪声干扰能力弱的问题，主要是较高频噪声混叠。由于低通滤波器的截止频率为 1.2 MHz，而相位输出速率为 180 Hz。在频率段 90 Hz - 1.2 MHz 之间的噪声，将会混叠至测量频段内，导致背景噪声增加。增加相位计抗噪能力的方式有三种：减小滤波器截止频率、增大滤波器阻带衰减率和增加输出速率。

减小滤波器截止频率或增加相位输出速率，使滤波器的截止频率和相位输出速率覆盖所有频段，达到抗混叠的目的。但之前的相位计架构，相位信息的输出速率受到数据传输速率的限制。假设相位输出速率固定为 200 Hz，在滤波器采样速率为 60 MHz 的情况下，截止频率需为 100 Hz。但截止频率也限制了反馈速率最高为 100 Hz，从而导致初始时刻信号捕获模块对频率估计的高精度要求。

显然是不可能实现的。那么，如何解决这样的矛盾呢？如图 5.4 所示，DPLL 回路优化方案。优化方案将反馈回路由处理器内部解放出来，虽然增加了反馈回路编程的复杂程度，但解决了以上几点问题。如果滤波器采样频率为 60 MHz，截止频率设定为 100 KHz。此时，仅需要做 1024 点的 FFT 运算即可达到要求。此时，反馈回路速率需为 200 KHz，在 FPGA 由 100 MHz 时钟驱动的条件下，是

完全可能实现的。同步输出反馈频率值及相位误差值，通过各自抗混叠滤波器将速率由 200 KHz 降至 100 Hz，并将信息传送给处理器格式化通信输出。

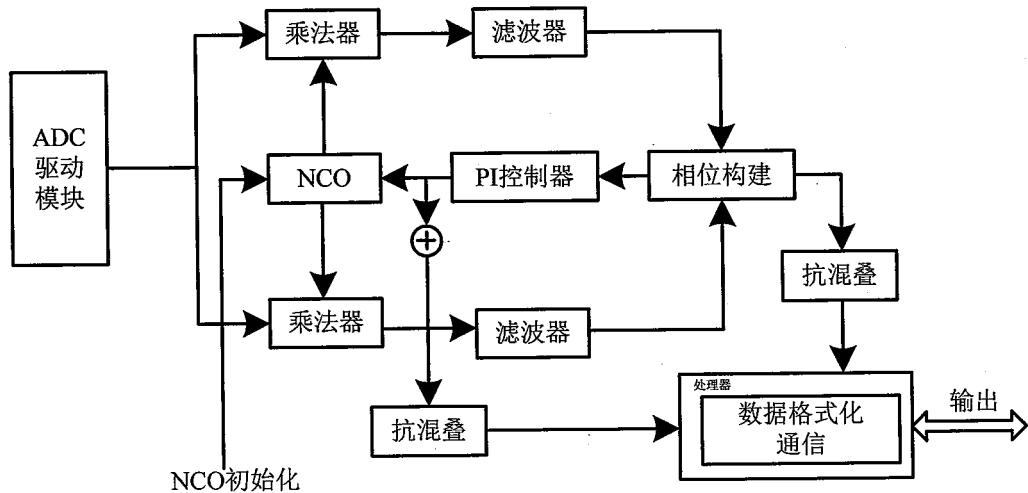


图 5.4 DPLL 回路优化设计方案框图

增大滤波器阻带衰减率，使在阻带内的信号衰减至最小值，从而最大限度的消减这一部分的影响。通过之前的实验，可以看出，当阻带衰减率从 120 dB 增加到 140 dB 时，可以一定限度的减小噪声。

综上所述，DPLL 回路的优化方案中，滤波器的设计是关键问题。IIR 滤波器是不错的选择，但随着阶数的增大，稳定性却成为问题。有报道显示，CIC (Cascade Integrator Comb) 滤波器是较佳的选择<sup>[103]</sup>。CIC 滤波器结构简单高效，不需要乘法运算，尤其适合对高速数据流进行低通滤波运算，因此在 FPGA 内得到广泛的应用。未来，将就这两种滤波器进行深入的研究，找到最佳的解决方案。

### 5.6.2 相位计系统架构设计方案

在 LISA 测量系统中，单个航天器有多达 20 个的信号需要同时进行相位测量。因此，相位测量系统需要重点考虑数据流的控制问题。如图 5.5 所示，相位计系统硬件组成架构框图<sup>[83, 108]</sup>。图中标注出各功能模块间的数据流走向，为未来的相位计设计提供一定的参考。

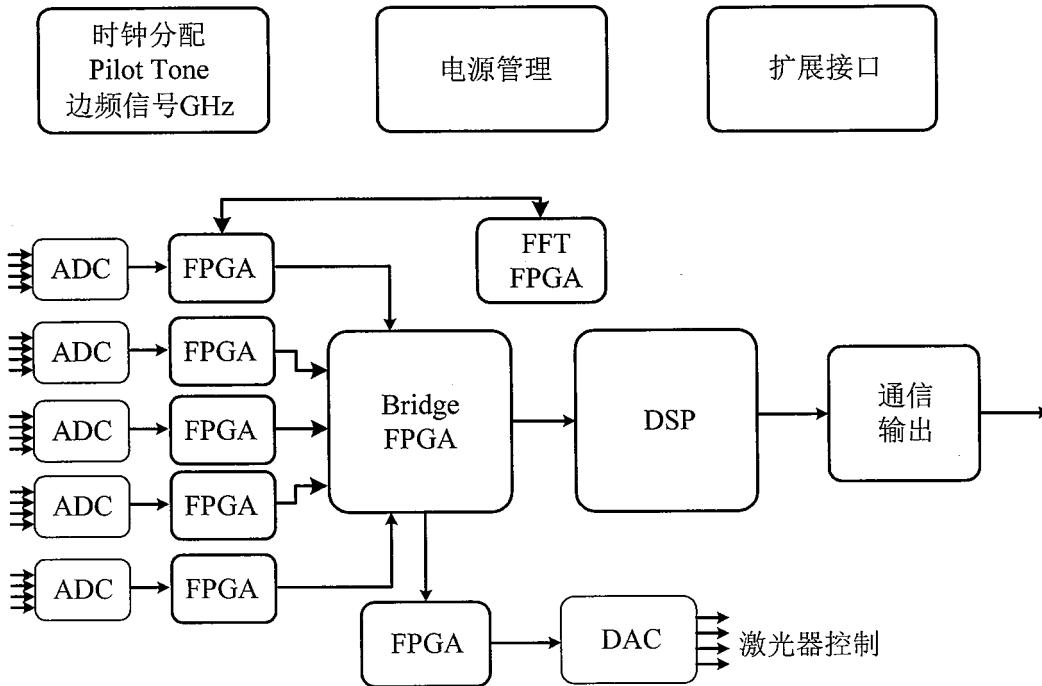


图 5.5 相位计系统硬件组成架构框图

从图 5.5 中可以看出,相位计系统主要包括 ADC-FPGA 相位测量模块、Bridge FPGA 数据流控制模块、FFT FPGA 信号初值捕获模块、FPGA-DAC 激光器控制模块、DSP 数据打包通信模块和时钟分配模块等。

ADC-FPGA 相位测量模块, 是进行信号相位测量的模块, 每个模块至少包含 4 路通道, 主要与指向控制中角度敏感器的通道数量有关, 目前为四象限探测器。每个通道包括最多 4 个 DPLL 回路, 分别对载波信号、Pilot Tone 和两个边频信号进行相位测量。因此, 模块中一片 FPGA 芯片最多含有 16 个 DPLL 回路, 对单片 FPGA 的硬件资源数量提出了很高的要求。目前使用的 Altera Stratix 系列芯片是个很好的解决方案。但 Altera 的产品目录中, 并不包含航空级别的芯片, 导致未来代码移植是个很大的问题。Xilinx 公司的产品是个合理的选择, 尤其是 Virtex 5 芯片可应用于航空航天领域。Microsemi (Actel)公司的 FPGA 产品因其安全性, 特别适合军事和航空航天领域, 但芯片的硬件资源较低。如果未来 Microsemi 推出硬件资源足够丰富产品, 那么就成为最佳的选择。单片 ADC 芯片要求至少包含 4 路, 大于 100 MHz 采样要求, 位数不少于 14bits, 差分输入的低噪声产品。ADI 和 TI 公司均有不同的芯片满足使用要求, 未来可分别进行使用和测试。ADC 前端模拟电路和传输线是温度漂移噪声的主要耦合途径。模拟

电路是对待测信号调制和滤波，除对称性设计的要求外，电路至少满足 200MHz 以上的带宽要求。抗混叠滤波截止频率视 Pilot Tone 的频率及引入方式而定。

Bridge FPGA 数据流控制模块，是整个相位计的数据流控制中枢。主要作用是对各相位测量模块输出的数据及各功能模块进行时序控制。

FFT FPGA 信号初值捕获模块，完成对信号初始频率的估计。拟采用 1024 点 FFT 运算，采样频率为 100MHz，此时频率分辨率约为 100KHz。

FPGA-DAC 激光器控制模块，主要完成对激光器等的调制，例如激光器稳频、激光通信的 EOM 编码、绝对距离测量的编码等。将相位调制信息通过 DAC 传递给电压敏感器件。

FPGA 虽然广泛应用于大规模的数字信号处理，但并不适用于数据的打包通信。DSP 因其处理器的架构，在数据格式化输出与通信方面具有很强的优势。因此，在相位计的末端加入 DSP 模块作为终端通信的媒介。

时钟分配模块，主要完成整个相位计系统的时钟分配与同步，特别是 ADC 采样时钟的同步。Pilot Tone 信号作为时钟噪声消除的载体，亦由时钟分配模块产生，并同步分配给相位计的各个通道。激光调制边频信号是将时钟倍频至 GHz 量级，通过 EOM 调制到载波激光的边频中产生的。

综上所述，分别对相位计系统的主要组成部分作出整体的分析和功能说明，为今后的相位计设计提供一定的参考。相位测量系统作为整个激光干涉系统的信号测量装置，需要对光学系统的信息进行测量和整合。具体的设计细节，还需要配合实际的光学系统进行。

## 5.7 本章小结

本章，首先讨论在现有相位计模型基础之上，为满足 LISA 空间实验的要求，还需要进一步考虑的问题。分别就四个问题进行了详细的分析：相位波动信息的频率读出，时钟噪声的消除，初始时刻信号的捕获和测量信号带宽的扩展。

空间激光干涉系统，特别是科学信号的测量，使得相位波动信息的读出方式和目前的相位计模型略有不同。通过分别测量干涉信号的频率变化，积分得到相位变化，是未来 LISA 科学信号读出的方式。

由于目前时钟还不能满足空间实验的要求，使时钟噪声成为 LISA 系统的主

要噪声之一。在地面模拟信号的测量中，通过时钟同步和共模抑制可将时钟噪声压制到较低的水平。但 LISA 系统中，不同航天器采用的时钟基准并不相同，即使时钟同步，但由于飞行编队航天器间的距离并不能保持等边三角形，臂长差值在 10 万公里量级，并不能直接通过共模抑制的方法消除。LISA 拟采用三个步骤消除时钟噪声。首先通过引入 Pilot Tone 将时钟噪声从相位信息中分离。然后将 Pilot Tone 通过边频激光在航天器间传递，测量出各航天器间 Pilot Tone 信号的相位差。最后构造 TDI 数据将时钟噪声消除。时钟噪声的消除过程较为复杂，如果未来时钟满足空间测量的要求，将会大大的简化 LISA 系统的设计。

航天器间的多普勒效应，导致 LISA 激光载波信号的频率在 2MHz-25MHz 间波动。因此，需要通过测量初始时刻的频率值来初始化相位计的 NCO，从而使 DPLL 回路捕获信号。测量频率值采用 FFT 和峰值检测算法实现。

通过欠采样技术，保证采样后的倍频信号依然落入低通滤波器的阻带内，同样可以消除倍频信号。这为在满足相位计带宽的条件下，降低滤波器参数以降低 FPGA 硬件资源消耗，提供了理论支持。目前的相位计，在不改变滤波器参数的条件下，待测信号频率可增至 19MHz。

综上所述，对 LISA 相位计还需要进一步考虑的问题有了清晰的认识。最终提出满足 LISA 测量的相位计系统优化设计方案。在 DPLL 回路的优化方案中，通过将反馈回路和信息输出的分离，可达到提升相位计抗噪声干扰能力的作用。DPLL 回路的优化，滤波器的设计是关键问题，指出 CIC 滤波器可能是较佳的选择。在相位计系统架构设计方案的讨论中，指出相位计系统主要包括 ADC-FPGA 相位测量模块、Bridge FPGA 数据流控制模块、FFT FPGA 信号初值捕获模块、FPGA-DAC 激光器控制模块、DSP 数据打包通信模块和时钟分配模块等。最终，分别就相位计系统的每一功能模块的设计，特别是硬件设计提出一定的要求。以期为未来相位测量系统的硬件和软件设计提供一定的参考和技术积累。

## 第六章 总结及展望

本文以面向空间引力波探测激光差分干涉技术的相位测量为背景，探索和研制高精度相位计，主要完成了以下几项工作，同时也是本文的主要贡献之处：

(1) 实现了相位计从 DPLL 测相方法学到实际物理器件的突破

相位计在结构上可分为硬件和软件两个部分，硬件上主要由模拟数字转换模块(ADC)、处理器模块和通信模块组成。待测信号经 ADC 前端模拟电路调制后进入 ADC 转换成数字信号，在处理器内完成相位解析算法软件的实现，最终通过通信模块进行相位信息的传输。本文以 DPLL 相位测量原理为基础，选择在数字信号处理中具有并行运算能力的 FPGA 为实现相位计的处理器载体，采用相应 Verilog HDL 编程语言进行 DPLL 算法的代码编写，实现了从 DPLL 测相方法学到相位计的突破。

(2) 系统讨论影响相位测量精度的各个噪声源，提出现阶段相位计的主要限制因素及相应的抑制方法

在理论推导和实验分析的基础之上，对影响相位计测量精度的三类噪声（相位计噪声、信号源噪声及耦合噪声）分别进行了系统讨论，并考虑相应的抑制方法。在相位计和信号源采用高稳时钟同步的条件下，测量信号为 1 MHz 时，相位计模型在频段 0.02 Hz - 1 Hz 满足 LISA 系统的要求。此频段主要噪声为待测信号的背景噪声，且随着待测信号频率的增加，则快速增长。增加信号源的信噪比是降低背景噪声最有效的手段。同时，通过引入抗混叠滤波器、提高阻带衰减值和增加输出速率以增强相位计抗噪声干扰能力，也可减小背景噪声。在频段 3 mHz - 0.02 mHz 内，相位计模型噪声曲线则明显高于 LISA 的灵敏度曲线，主要由温度噪声产生。未来，通过引入 Pilot Tone 可以消减这一部分噪声。噪声曲线在频段 0.1 mHz - 3 mHz 内，也主要由温度噪声产生，但对比 LISA 灵敏度曲线，目前并不需要关注。

(3) 相位计在空间干涉地面模拟系统位移测量和器件标定中的应用

本文激光干涉地面模拟系统采用 Mach-Zehnder 式干涉仪，围绕降低系统中的振动噪声、热漂移噪声及电磁干扰噪声，系统采用隔离地基+隔振光学平台+

真空系统的设计方案。通过干涉臂等臂长的设计，最终形成了三路干涉仪，包括参考干涉仪及两路测量干涉仪。

为实现空间激光差分干涉地面模拟系统的多通道测量需求，将相位计进行了四通道的扩展。测量显示干涉系统呈现的背景噪声约为  $0.1 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，四通道相位计模型能够满足现阶段干涉地面模拟系统的测量使用要求。干涉系统噪声在高频段(0.03 Hz - 1 Hz)主要来自系统整体的电子噪声；在低频率段 0.1 mHz - 0.03 Hz 内噪声迅速增大，主要是温度漂移引起的。控制系统温度波动，使用 ZERODUR 进行光学平台一体化设计是未来降低温度漂移噪声的主要技术手段。

筛选出噪声更低的器件是未来降低干涉系统背景噪声的主要工作。本文以干涉系统中光电探测器为例尝试说明如何设计合理实验进行仪器的标定与测量。测量结果显示，探测器 1 和 2 间的响应在频段 2 mHz - 1 Hz 内和背景噪声分布较为一致。当频段降低至 0.1 mHz 时，噪声曲线逐渐增大至  $10 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。原因是由于包括探测器间响应不一致等多种因素构成的。如果要对探测器进行更高精度的标定，需将其余噪声压制。最大的干扰来自激光光束的抖动，消除抖动的方法是减小温度的波动及环境振动的扰动。

#### (4) 尝试设计满足 LISA 要求的相位计参考方案

LISA 系统对相位计的要求是在载波频率 2 MHz - 25 MHz 的波动范围内，实时跟踪待测信号且相位计噪声在频谱范围 0.1 mHz - 1 Hz 内小于  $2\pi \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。通过对 LISA 干涉系统的分析，本文从相位波动信息的读出、时钟噪声的消除、初始信号的捕获和测量带宽的扩展等四个方面，分析了现阶段相位计还存在的问题。由于干涉臂间频率的巨大差异，LISA 科学信号的读出需采用频率读出的方式。时钟噪声是 LISA 卫星间时钟的不同步和不同干涉臂间巨大的臂长差引起的，无法直接通过时钟共模噪声抑制的手段消除。噪声消除过程较为复杂，分为三个步骤：Pilot Tone 的引入，时钟噪声的传递和 TDI 数据类型的构造。LISA 载波信号频率在 2 MHz - 25 MHz 间波动，相位测量需要对初始时刻信号进行频率估计，拟采用 FFT 算法和峰值检测算法。相位计带宽的扩展，可以通过欠采样技术，降低对低通滤波器的要求。从而在不改变滤波器参数的前提下，进一步的将目前

相位计带宽提升至 19 MHz。最后针对现阶段相位计存在的以上问题，给出了 DPLL 回路优化设计方案和硬件架构设计方案，为 LISA 相位计的设计提供一定参考。

未来，为满足 LISA 空间干涉系统的相位测量需求，相位计的研究还需要重点在以下几个方面开展工作：

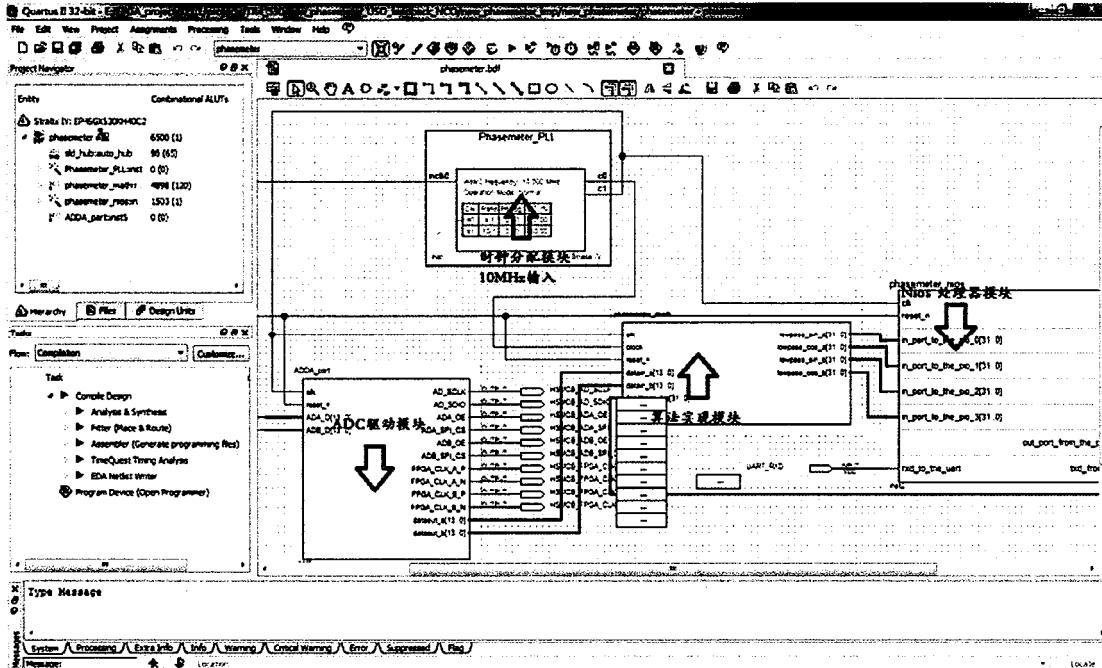
(1) 设计相位计硬件系统，并对系统做出评估。虽然在第五章对未来相位计的硬件设计提出了要求，但设计是否满足空间应用，需要做出评估。特别是对 ADC 模拟前端对称性设计、系统温度分析和隔热设计、时钟分配设计、Pilot Tone 引入设计等需重点做出评估。

(2) 根据硬件设计软件代码。目前对未来相位计软件代码的设计，还停留在整体架构的设计上，需要根据实际硬件情况完成编写，并优化代码。相位计软件代码的优化，主要针对相位计抗噪声干扰能力的提升。尤其在待测信号频率提升至 20 MHz 以上时，需要最大限度的提升相位计抗噪声能力，特别是抗混叠滤波器的设计。

(3) 相位计在大范围频率波动时的动态性能测试。由于空间测试信号频率在 2 MHz - 25 MHz 之间波动，相位计需要在此范围内均表现出较好的性能。

## 附录 A: 相位计代码顶层设计文件

相位顶层设计采用原理图输入方式, 在 Quartus II 11.1 环境下完成, 如下图:

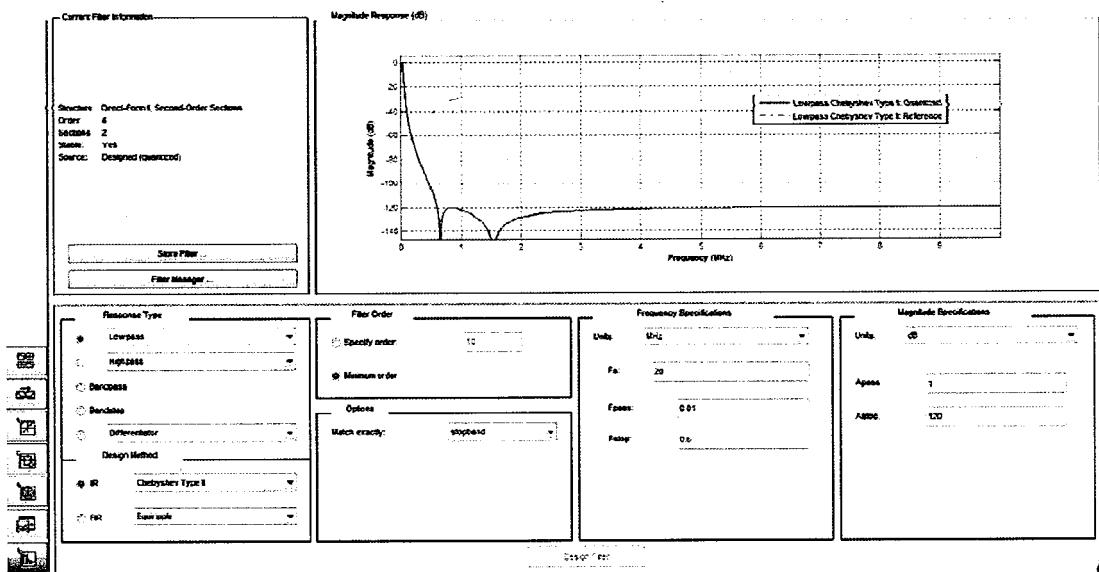


总共分为四个模块: (1) 时钟分配模块。时钟分配模块将 10 MHz 的输入时钟, 倍频至 100 MHz 和 40 MHz, 100 MHz 为全局时钟, 40 MHz 为滤波器采样时钟。(2) ADC 驱动模块。驱动模块完成双通道 ADC 转换板的芯片驱动, 将数字信号传递给算法实现模块。(3) 算法实现模块。完成 DPLL 算法中除反馈和相位构建部分的实现。(4) Nios 处理器模块。处理器模块完成反馈和相位构建部分, 并与外部进行通信。



## 附录 B: 滤波器参数

滤波器为 IIR 切比雪夫二型，采样频率为 20 MHz，截止频率为 0.6 MHz，设计在 Matlab Filter Design HDL Coder 中进行。由于实际采样使用时钟为 40 MHz，因此截止频率变为 1.2 MHz，其余参数见下图：





## 附录 C：缩写词

英文缩写	英文全称	中文名称
LISA	Laser Interferometer Space Antenna	激光干涉空间天线
ESA	European Space Agency	欧洲航天局
NASA	National Aeronautics and Space Administration	美国航空航天局
DPLL	Digital Phase-Locked Loop	数字锁相环
FPGA	Field Programmable Gate Array	现场可编程门阵列
Verilog HDL	Verilog Hardware Description Language	Verilog 硬件描述语言
LIGO	Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory	激光干涉引力波观测站
LSC	International LIGO Scientific Collaboration	国际 LIGO 科学联盟
ET	Einstein Telescope	Einstein 望远镜
NGO	New Gravitational wave Observatory	新引力波观测站
DECIGO	DECi-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory	0.1 Hz 干涉引力波观测站
BBO	Big Bang Observer	大爆炸观测仪
MCU	Micro Controller Unit	微控制单元
DSP	Digital Signal Processor	数字信号处理器
FFT	Fast Fourier Transformation	快速傅里叶变换
NCO	Numerically Controlled Oscillator	数控振荡器
LE	Logic Element	逻辑单元
ADC	Analog to Digital Converter	模拟数字转换器
DAC	Digital to Analog Converter	数字模拟转换器
PI	Proportion Integration	比例积分
IIR	Infinite Impulse Response	有限冲击响应

LTPDA	LISA Technology	Package	Data	LISA 数据分析包
	Analysis			
AM	Amplitude Modulation			幅度调制
SMA	SubMiniature version A			微型接口 A
AOM	Acousto Optical Modulators			声光调制器
EOM	Electro Optical Modulator			电光调制器
PD	Photo Detector			光电探测器
TDI	Time Delay Interferometry			延迟干涉技术
CIC	Cascade Integrator Comb			积分梳状

注：按文中出现顺序排列