

УДК 551.508.856 : 551.521.3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ПУЧКА СВЕТА В СРЕДЕ С СИЛЬНО АНИЗОТРОПНЫМ РАССЕЯНИЕМ

РОГОЗКИН Д. Б.

Развита аналитическое описание прохождения импульсного светового пучка через среды с сильно анизотропным рассеянием без использования диффузионного разложения интеграла упругих столкновений. Вычислено распределение излучения в начальной части импульса, включающей область пика его интенсивности. Приведены простые соотношения для значений эффективной длительности сигнала, пиковой интенсивности и других параметров импульсного пучка света в рассеивающей среде. Установлено соответствие между полученными результатами и соотношениями малоугловой диффузионной теории. Предложена процедура вычисления интенсивности излучения в малоугловом диффузионном приближении с определяемым самосогласованным образом коэффициентом диффузии фотонов. Обнаружено удовлетворительное количественное согласие полученных результатов с экспериментальными данными и численными расчетами методом Монте-Карло.

1. Установление закономерностей прохождения светового импульса через среды с сильноанизотропным рассеянием ($1 - \langle \cos \gamma \rangle \ll 1$, $\langle \cos \gamma \rangle$ — средний косинус угла однократного рассеяния) — морскую воду, замутненную или турбулентную атмосферу, облака и др. — актуально для многих приложений в оптике океана и атмосферы [1—5]. Особый интерес, в частности, представляет информация о пространственно-временной и угловой структуре импульсного пучка света в аксиальной области при тех оптических толщинах, где, с одной стороны, определяющий вклад в интенсивность сигнала дает многократно рассеянное излучение, а с другой — сохранена сильная анизотропия углового спектра фотонов [1, 2, 5, 6].

Общего аналитического решения указанной задачи для произвольной индикатрисы однократного рассеяния не существует и возникает необходимость развития приближенных методов расчета, основанных на минимальном числе априорных предположений об особенностях однократного рассеяния. Первым шагом на этом пути стала теория распространения импульсного пучка света (широкого и узкого) в мутной среде в малоугловом диффузионном приближении [7—11]. Полученные в этом подходе результаты [7—11] качественно правильно описывают все характерные особенности распространения светового импульса в анизотропно рассеивающей среде, наблюдаемые в экспериментах [1, 5]. Однако такое простое приближение, основанное на предположении об ограниченности угла однократного рассеяния фотонов в среде с крупномасштабными (размер больше длины волны) неоднородностями, не учитывает ряда деталей индикатрис природного рассеивающих сред, которые обусловлены разбросом размеров и оптических постоянных рассеивающих частиц [1—3, 12—15]. Поэтому для построения количественной аналитической теории распространения импульсного пучка света в природных рассеивающих средах стандартный диффузионный подход [7—11] необходимо соответствующим образом обобщить (малоугловое приближение по-прежнему считается оправданным).

Ниже в развитие [11] предложено аналитическое описание прохождения светового импульса через среды с сильноанизотропным рассеянием без использования диффузионного разложения интеграла упругих столкновений. Вычислена интенсивность излучения в начальной части импульса, включающей область пика. Приведены простые соотношения для значений эффективной длительности сигнала на заданном уровне, пиковой интенсивности, пространственной и угловой расходимостей и других параметров импульсного пучка света в рассеивающей среде. Установлено соответствие между полученными результатами и соотношениями диффузионной теории [11]. Для рассеивающих сред с индикатрисами, убывающими с ростом угла однократного рассеяния γ быстрее, чем γ^{-4} , результаты [11] и приведенные ниже полностью совпадают. Что касается случая индикатрис, убывающих по степенному закону $\chi(\gamma) \sim \gamma^{-\alpha}$ с показателем $\alpha < 4$, то в этой ситуации результаты настоящей работы и выводы диффузионной теории [11] согласуются только качественно. Однако если в диффузионном подходе [11] самосогласованным образом (см. ниже) перенормировать значение среднего квадрата угла однократного рассеяния, то для определения интенсивности излучения в начальной части импульса, включающей область пикового значения, соотношения [11] приведут практически к тем же результатам, что и развитое в настоящей работе аналитическое описание.

Обнаружено удовлетворительное количественное согласие полученных результатов с данными эксперимента [1, 16] и численных расчетов методом Монте-Карло [6].

2. Рассмотрим точечный мононаправленный источник δ -импульса света в рассеивающей среде. Первоначальное направление распространения импульса примем за ось z . Нестационарное уравнение переноса

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \Omega \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \kappa \right) I(\mathbf{r}, \Omega, t) = I_{st}, \quad (1)$$

$$I_{st} = \frac{\sigma}{2\pi} \int d\Omega' \chi(\Omega\Omega') [I(\mathbf{r}, \Omega', t) - I(\mathbf{r}, \Omega, t)] \quad (2)$$

(где $I(\mathbf{r}, \Omega, t)$ — интенсивность излучения в точке $\mathbf{r}$ в момент времени t в направлении Ω ; σ и κ — коэффициенты рассеяния и поглощения среды, c — скорость света) преобразуем аналогично [9—11]. Введем новую переменную $\Delta = ct - z$, которая представляет собой разность между длиной пройденного фотоном пути ct и глубиной z . Затем, предполагая справедливым малоугловое приближение, разложим коэффициенты левой части уравнения переноса (1) в ряд по малым величинам θ_x и θ_y — проекциям единичного вектора направления движения фотонов Ω на оси x и y ($\Omega = (\theta_x, \theta_y, 1 - \frac{1}{2}(\theta_x^2 + \theta_y^2))$) — и удержим только первые не исчезающие слагаемые. В результате для функции $\tilde{I} = I \exp(\kappa ct)$ получим уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\theta_x^2 + \theta_y^2}{2} \frac{\partial}{\partial \Delta} + \theta_x \frac{\partial}{\partial x} + \theta_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \tilde{I} = \tilde{I}_{st}, \quad (3)$$

где интеграл столкновений в малоугловом приближении есть

$$\tilde{I}_{st} = \frac{\sigma}{2\pi} \int d^2\theta' \chi(|\theta - \theta'|) [\tilde{I}(z, \rho, \theta', \Delta) - \tilde{I}(z, \rho, \theta, \Delta)]. \quad (4)$$

Граничное условие к (3), (4) имеет вид

$$\tilde{I}(z=0, \rho, \theta, \Delta) = E_0 \delta\left(\frac{\Delta}{c}\right) \delta(\rho) \delta(\theta). \quad (5)$$

Здесь $\rho = (x, y)$; $\theta = (\theta_x, \theta_y)$; E_0 — полная энергия излучения в импульсе.

Решение уравнений (3), (4) с граничным условием (5) определяет функцию Грина задачи. Интенсивность излучения от источника сигнала конечной длительности, с заданными угловыми и пространственными

размерами вычисляется стандартным образом путем свертки начального распределения с функцией Грина [1—3].

Используя преобразование Лапласа по переменной Δ и преобразование Фурье по переменным ρ и θ , решение задачи (3) — (5) можно записать следующим образом:

$$\tilde{T}(z, \rho, \theta, \Delta) = cE_0 \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dp \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \times \\ \times \int \frac{d^2 k'}{(2\pi)^2} \exp \left[p\Delta + i q \rho + i k \theta - \frac{q^2 z}{2p} - \frac{q}{p} (k + k') \right] \sum_n \varphi_n(k') \varphi_n(k) e^{-\varepsilon_n(p)z}, \quad (6)$$

где ε_n и φ_n — собственные значения и нормированные собственные функции уравнения

$$-\frac{1}{2} p \Delta_k \varphi_n + \sigma [1 - \hat{\chi}(k)] \varphi_n = \varepsilon_n \varphi_n, \quad (7)$$

$$\hat{\chi}(k) = \frac{1}{2\pi} \int d^2 \gamma e^{-i k \gamma} \chi(\gamma) = \int_0^\infty \gamma d\gamma J_0(k\gamma) \chi(\gamma), \quad (8)$$

$J_0(x)$ — функция Бесселя [17].

Таким образом, решение нестационарного уравнения переноса в малом угловом приближении с учетом флуктуаций путей фотонов при многократном упругом рассеянии сводится к нахождению собственных значений и собственных функций уравнения типа двухмерного уравнения Шредингера с аксиально-симметричным потенциалом.

3. Как показывает анализ данных экспериментов и модельных расчетов [1—3, 12—15], индикатрисы рассеяния света $\chi(\gamma)$ в аэрозолях, морской воде, облаках и других средах с крупными неоднородностями в области не очень малых углов $\gamma_0 < \gamma < 1$ имеют степенной вид

$$\chi(\gamma) \sim \chi_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^\alpha, \quad (9)$$

где показатель $\alpha \sim 2,5 \div 3,5$; характерные значения γ_0 составляют $1 \div 5^\circ$ для морской воды [1—3, 14, 15] и $6 \div 20^\circ$ для облаков [2, 12, 13]. В частности, условию (9) с показателем $\alpha = 3$ удовлетворяет широко используемая при описании рассеяния света в аэрозолях и водной среде индикатриса Хенли — Гринштейна [2, 3, 12, 13, 15]

$$\chi(\gamma) = \frac{1}{2} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \gamma)^{3/2}}, \quad (10)$$

которая в случае сильноанизотропного рассеяния ($1 - g \ll 1$) в указанной области углов принимает вид

$$\chi(\gamma) = \frac{\gamma_0}{(\gamma_0^2 + \gamma^2)^{3/2}}, \quad \gamma_0 = 1 - g. \quad (11)$$

Отметим также, что индикатриса (9) с показателем $\alpha = 4/3$ описывает рассеяние излучения в турбулентной атмосфере (спектр Колмогорова — Обухова) [2].

При многократном рассеянии фотонов в толстых слоях среды, когда эффективные углы рассеяния θ превышают значение характерного угла однократного рассеяния γ_0 , в выражении (6) важные значения $k \sim 1/\theta < 1/\gamma_0$. Поэтому интересующее нас решение уравнения (7) определяется поведением функции $\hat{\chi}(k)$ при относительно небольших значениях k : $k\gamma_0 < 1$ (в то же время $k \gg 1$). При этом если индикатриса рассеяния убывает с ростом угла быстрее, чем γ^{-4} , как например, в случайно-неоднородной среде с гауссовым спектром, то разложение $1 - \hat{\chi}(k)$ в ряд по k

начинается с квадратичного слагаемого

$$1 - \hat{\chi}(k) = 1/4 \langle \gamma^2 \rangle k^2 + \dots \quad (12)$$

где $\langle \gamma^2 \rangle = \int_0^\infty \gamma^2 \chi(\gamma) \gamma d\gamma$ — средний квадрат угла однократного рассеяния.

Для $\chi(\gamma)$, убывающей пропорционально γ^{-4} , например для

$$\chi(\gamma) = \frac{2\gamma_0^2}{(\gamma_0^2 + \gamma^2)^2},$$

получаем

$$1 - \hat{\chi}(k) = \frac{1}{4} k^2 \gamma_0^2 \ln \frac{4}{\gamma_0^2 k^2} + \dots \quad (13)$$

и представление (12) применимо с «логарифмической» точностью. Использование в уравнении (7) функции $1 - \hat{\chi}(k) = 1/4 \langle \gamma^2 \rangle k^2$ эквивалентно малоугловому диффузионному разложению интеграла упругих столкновений [1, 2, 7—11].

Если индикатриса $\chi(\gamma)$ убывает с ростом угла рассеяния по степенному закону (9) с показателем $2 < \alpha < 4$, то разложение $1 - \hat{\chi}(k)$ начинается со слагаемого, пропорционального $k^{\alpha-2}$:

$$1 - \hat{\chi}(k) = d_\alpha k^{\alpha-2} + \dots, \quad (14)$$

где

$$d_\alpha = \chi_0 \gamma_0^\alpha \int_0^\infty \frac{dx}{x^{\alpha-1}} [1 - J_0(x)] = \chi_0 \gamma_0^\alpha \frac{\Gamma(\alpha/2 - 1) \Gamma(2 - \alpha/2)}{2^{\alpha-1} \Gamma^2(\alpha/2)}, \quad (15)$$

$\Gamma(x)$ — гамма-функция [17].

Например, для индикатрисы Хеньи — Гринштейна (10), (11) имеем

$$1 - \hat{\chi}(k) = 1 - e^{-k\gamma_0} = k\gamma_0 - 1/2 k^2 \gamma_0^2 + \dots \quad (16)$$

Что касается $\chi(\gamma)$ типа (9) с показателем $\alpha \leq 2$, то в этой ситуации $\hat{\chi}(k) \sim \ln[1/k\gamma_0]$, если $\alpha = 2$, и $\hat{\chi}(k) \sim (1/k)^{2-\alpha}$, если $\alpha < 2$, и угловое распределение фотонов становится близким к изотропному после малого числа рассеяний $\sigma z \sim 1 \div 5$ ($\alpha = 2$ [18]). Вычисление распределения многократно рассеянного излучения при распространении импульсного сигнала в среде с такой индикатрисой требует выхода за рамки малоуглового приближения и в настоящей работе не рассматривается.

В дальнейшем полагаем, что эффективные углы многократного рассеяния θ превышают характерный угол однократного рассеяния γ_0 и ограничимся для $1 - \hat{\chi}(k)$ первым членом разложения (14) ($\alpha > 2$). Как вытекает из проведенного ниже рассмотрения, уточнения, связанные с более детальной информацией об индикатрисе и сводящиеся к учету следующих членов разложения $\hat{\chi}(k)$, не представляют принципиальных трудностей.

4. Подставляя соотношение

$$\sigma [1 - \hat{\chi}(k)] = D k^{\alpha-2}, \quad D = \sigma d_\alpha \quad (17)$$

в уравнение (7), приходим к следующим важным выводам.

1) Уравнение (7) может быть записано в безразмерных переменных и поэтому интенсивность излучения в пучке выражается через универсальную функцию ψ_α

$$I(z, \rho, \theta, t) = \frac{c E_0 e^{-\kappa c t}}{z^3 (Dz)^{6/(\alpha-2)}} \psi_\alpha \left[\frac{ct - z}{(Dz)^{2/(\alpha-2)} z}, \frac{\rho}{(Dz)^{1/(\alpha-2)} z}, \frac{\theta}{(Dz)^{1/(\alpha-2)}} \right]. \quad (18)$$

Вид ψ_α определяется показателем α и не зависит от значений оптических характеристик рассеивающей среды.

2) Равенство (18) в свою очередь позволяет непосредственно из уравнения (3) найти величину среднего квадрата угла многократного рассеяния фотонов на глубине z в момент времени t :

$$\langle \theta^2 \rangle_{z,t} = \frac{2\alpha}{\alpha - 2} \frac{ct - z}{z}. \quad (19)$$

Соотношение (19) обобщает соответствующий результат [11] на случай $2 < \alpha < 4$. Если в (18), (19) положить $\alpha = 4$, то придем к результатам диффузионного приближения.

5. Аналитическое исследование решения (6) — (8) и вычисление функции ψ_α во всей области запаздываний Δ представляет весьма сложную задачу. Однако в наиболее интересной области небольших запаздываний $\Delta \ll (Dz)^{2/(\alpha-2)}z$, которая включает максимум амплитуды импульса, удастся достаточно просто получить удобные для практического применения замкнутые аналитические результаты.

При $\Delta \ll (Dz)^{2/(\alpha-2)}z$ основной вклад в интеграл (6) дают большие значения ρ и соответственно первое слагаемое суммы. Для определения низшего собственного значения $\epsilon_0(\rho)$ и собственной функции $\phi_0(\rho, k)$ естественно воспользоваться вариационной процедурой [19]. В качестве пробной функции с целью упрощения расчетов удобно взять гауссово распределение¹.

После несложных вычислений, выполняя обратное преобразование Лапласа методом перевала, приходим к следующему выражению для интенсивности излучения в импульсном пучке:

$$I(z, \rho, \theta, t) \approx \frac{cE_0 e^{-\kappa ct}}{z^3 (2Dz)^{6/(\alpha-2)}} \zeta_1 \left[\frac{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z}{\Delta - \frac{\rho^2}{2z}} \right]^{3/2 + 3/4\alpha} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \left[\frac{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z}{\Delta - \frac{\rho^2}{2z}} \right]^{\alpha/2 - 1} - \frac{(\theta^2 - 2 \frac{\theta \rho}{z} + 2 \frac{\rho^2}{z^2})}{\langle \theta^2 \rangle_{z, \Delta - \rho^2/2z}} \right\}. \quad (20)$$

$$\text{где } \zeta_1 = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{(\alpha - 2)^{3/2}}{2 \sqrt{\alpha}} \left[\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \right]^{3/2},$$

Область применимости этого результата определяется неравенством $\Delta - \rho^2/2z \ll (Dz)^{2/(\alpha-2)}z$. Соотношения, аналогичные (20), можно написать также для плотности энергии

$$E(z, \rho, t) \approx \frac{E_0 e^{-\kappa ct}}{z^3 (2Dz)^{4/(\alpha-2)}} \zeta_2 \left[\frac{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z}{\Delta - \frac{\rho^2}{2z}} \right]^{1/2 + 3/4\alpha} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \left[\frac{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z}{\Delta - \frac{\rho^2}{2z}} \right]^{\alpha/2 - 1} - \frac{\rho^2}{z^2 \langle \theta^2 \rangle_{z, \Delta - \rho^2/2z}} \right\}, \quad (21)$$

$$\text{где } \zeta_2 = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{(\alpha - 2)^{3/2}}{2} \sqrt{\alpha} \left[\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \right]^{3/2},$$

и углового распределения излучения в импульсе

¹ Для воспроизведения деталей углового спектра излучения нужно использовать более сложные пробные функции, например типа $\phi_0 \sim e^{-ak^2}(1+bk^\alpha)$ или $\phi_0 \sim e^{-ak}(1+ak+ak^2/3+bk^\alpha)$.

$$I(z, \theta, t) \approx \frac{cE_0 e^{-\kappa c t}}{z (2Dz)^{4/(\alpha-2)}} \zeta_3 \left[\frac{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z}{\Delta} \right]^{3/2 + \alpha/4} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{8}{\alpha (\alpha-2)} \frac{2^{\alpha/2}}{\Gamma(\alpha/2)} \left[\frac{\Delta}{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z} \right]^{\alpha/2-1} \frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle_{z, \Delta}} \right\} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \left[\frac{(2Dz)^{2/(\alpha-2)} z}{\Delta} \right]^{\alpha/2-1} - \frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle_{z, \Delta}} \right\}, \quad (22)$$

где $\zeta_3 = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{(\alpha-2)^{3/2}}{\sqrt{\alpha}} \left[\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \right]^{1/2}$. Значение $\langle \theta^2 \rangle_{z, \Delta}$ в (20)–(22) определяется выражением (19).

Соотношения (20)–(22) аналогичны найденным в диффузионном приближении выражениям (16)–(18) работы [11] и приводят к таким же качественным особенностям пространственно-временного и углового распределения излучения в импульсном пучке. В частности, из (20)–(22) следует, что с увеличением запаздывания Δ максимум по ρ плотности энергии $E(z, \rho, t)$ смещается от оси пучка; максимум углового спектра смещается соответственно от направления первоначального распространения. Данные об экспериментальном наблюдении указанных особенностей распределения излучения в импульсном пучке приведены в [1, 5]. Однако что касается количественных результатов — функциональных зависимостей и численных значений соответствующих постоянных, — то в случае $2 < \alpha < 4$ они зависят от значения показателя α и при $4 - \alpha \sim 1$ отличаются от результатов диффузионной теории [11] достаточно сильно.

Приведем соотношения для ряда практически важных характеристик импульсного светового пучка в рассеивающей среде. В соответствии с (20)–(22) значения пиковой интенсивности $I_{\max}$ и запаздывания максимума сигнала $\Delta_{\max}$ для различных источников излучения (узкий, широкий пучок) и различных приемников (узкоугольный, широкоугольный) равны:

- 1) узкоугольный приемник на оси узкого пучка ($\rho=0, \theta=0$)

$$I_{\max}(z) \approx \frac{cE_0 e^{-\kappa z}}{z^3 (2Dz)^{6/(\alpha-2)}} \zeta_1 \Lambda(\beta_1), \quad \beta_1 = \frac{3}{2} \frac{\alpha+2}{\alpha-2}, \quad (23)$$

- 2) широкоугольный приемник на оси узкого пучка ($\rho=0$)

$$E_{\max}(z) \approx \frac{E_0 e^{-\kappa z}}{z^3 (2Dz)^{4/(\alpha-2)}} \zeta_2 \Lambda(\beta_2), \quad \beta_2 = \frac{3\alpha+2}{2(\alpha-2)}, \quad (24)$$

- 3) широкий пучок, узкоугольный приемник ($\theta=0$)

$$I_{\max}(z) \approx \frac{cE_0 e^{-\kappa z}}{z (2Dz)^{4/(\alpha-2)}} \zeta_3 \Lambda(\beta_3), \quad \beta_3 = \frac{\alpha+6}{2(\alpha-2)}, \quad (25)$$

- 4) широкий пучок, широкоугольный приемник

$$E_{\max}(z) \approx \frac{E_0 e^{-\kappa z}}{z (2Dz)^{2/(\alpha-2)}} \zeta_4 \Lambda(\beta_4), \quad \beta_4 = \frac{\alpha+2}{2(\alpha-2)}, \quad \zeta_4 = \zeta_3 \frac{2\pi\alpha}{\alpha-2}. \quad (26)$$

Функция $\Lambda(\beta)$ в соотношениях (23)–(26) есть

$$\Lambda(\beta) = \left[\frac{2^{\alpha/2}}{\Gamma(\alpha/2)} \beta \right]^\beta e^{-\beta}. \quad (27)$$

Во всех четырех случаях запаздывание импульса определяется равен-

$$\Delta_{\max}(z) \approx \left[\frac{\Gamma(\alpha/2)}{2^{\alpha/2}} \frac{2Dz}{\beta} \right]^{2/(\alpha-2)} z, \quad (28)$$

где $\beta = \beta_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ соответственно. Соотношения (23) — (28) справедливы при $\kappa \Delta_{\max} \ll 1$.

Влияние поглощения на распространение импульсного пучка света в рассеивающей среде с показателем $2 < \alpha < 4$ приводит к таким же качественным закономерностям, как и установленные в [7—11] на основе диффузионного подхода. Учитывая, что соответствующие вычисления вполне аналогичны приведенным в [11], на этом вопросе ниже останавливаться не будем. Укажем лишь, что в отличие от [7—11] теперь характерное значение глубины, на которой начинает сказываться взаимное влияние многократного упругого рассеяния и поглощения, пропорционально $[\kappa^{1-2/\alpha} (2D)^{2/\alpha}]^{-1}$, а асимптотическое значение среднего квадрата угла многократного рассеяния на больших глубинах — величине $(2D/\kappa)^{2/\alpha}$.

6. Как уже было указано, если в (17) — (28) положить $\alpha = 4$, то все полученные результаты перейдут в соответствующие соотношения диффузионной теории [11]. Однако и при $\alpha < 4$ между результатами (17) — (28) и диффузионной теорией удастся установить определенную связь.

Рассмотрим сначала широкий пучок. Очевидно, что в момент времени t основной вклад в интенсивность излучения на глубине z дают фотоны, которые в каждом акте рассеяния испытали отклонение на угол, не превышающий $2\sqrt{\langle \theta^2 \rangle_{z,t}}$. Это следует, например, из выражения (4) для интеграла упругих столкновений: тот факт, что $I(z, \theta, t)$ и $I(z, \theta', t)$ отличны от нуля при $|\theta|, |\theta'| \leq \sqrt{\langle \theta^2 \rangle_{z,t}}$, означает, что существенно рассеяние на углы $|\theta - \theta'| \leq |\theta| + |\theta'| \leq 2\sqrt{\langle \theta^2 \rangle_{z,t}}$. В связи с этим если аналогично [11] для описания распространения импульса воспользоваться диффузионным приближением, то в соответствующие выражения [11] нужно подставить перенормированное значение среднего квадрата угла однократного рассеяния $\langle \gamma^2 \rangle = \int_0^{\gamma_1} \gamma^2 \chi(\gamma) \gamma d\gamma$, где $\gamma_1 = 2\sqrt{\langle \theta^2 \rangle_{z,t}}$, и величину

среднего квадрата угла многократного рассеяния $\langle \theta^2 \rangle_{z,t}$, вычисленную по формуле (19).

При распространении узкого пучка $\langle \theta^2 \rangle_{z,t}$ нужно заменить соответственно на величину дисперсии углового распределения фотонов в точке (z, ρ) в момент t .

В исследованной выше области малых запаздываний ($\Delta \ll (Dz)^{2/(\alpha-2)} z$) точность получаемых на основе процедуры перенормировки результатов высока — функциональные зависимости полностью совпадают с (20) — (22), численные значения входящих в эти зависимости постоянных различаются не более чем на 5—7%. Таким образом, распространение светового пучка в анизотропно рассеивающей среде со степенной индикатрисой (9) и при $\alpha < 4$ можно рассматривать как диффузионный процесс, но в отличие от [7—11] с зависящим от координат и времени коэффициентом диффузии².

7. Приведем результаты сравнения развитого выше аналитического описания с данными экспериментальных измерений [1, 16] и численного расчета методом Монте-Карло [6] параметров светового импульса в морской воде.

На рис. 1 представлены результаты эксперимента [1, 16] и расчета на основе соотношения (21) характеристик пространственно-временного

² Рассеяние на относительно большие углы $\gamma > 2\sqrt{\langle \theta^2 \rangle_{z,t}}$ легко учесть методом итераций в уравнениях (3), (4), используя полученные выше результаты в качестве нулевого приближения.

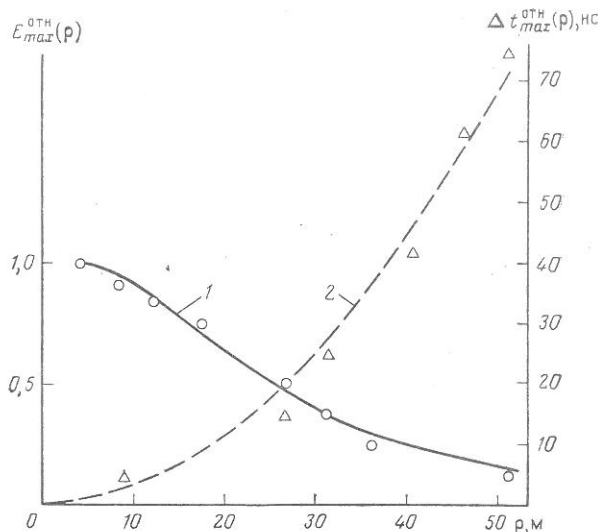


Рис. 1. Относительные значения пиковой плотности энергии (левая шкала, кривая 1) и запаздывания максимума сигнала (правая шкала, кривая 2) в зависимости от поперечного смещения относительно оси пучка. Экспериментальные точки — данные [1, 16] при $z=100$ м, $\sigma=0,105$ см $^{-1}$, $\kappa=0,035$ м $^{-1}$; кривые — результаты расчета на основе соотношения (21)

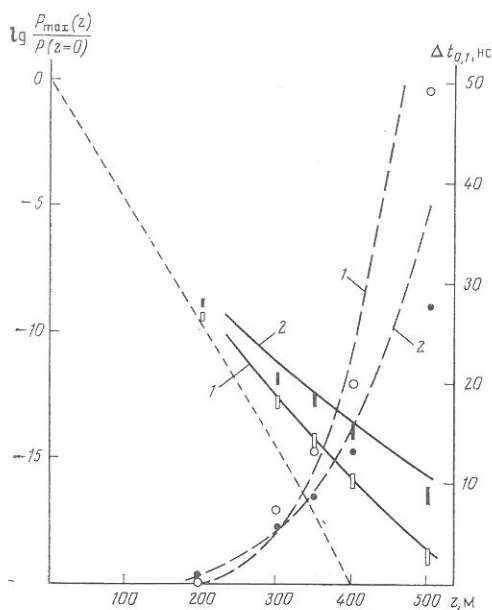


Рис. 2

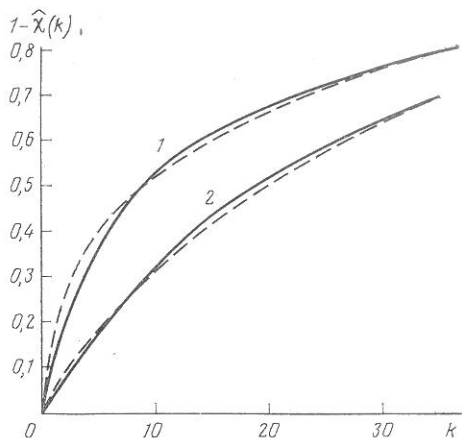


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость пиковой мощности (левая шкала) и длительности сигнала (правая шкала) от глубины по данным численного моделирования методом Монте-Карло и расчета на основе соотношений (23), (28). Оптические характеристики среды: $\sigma=0,08$ м $^{-1}$, $\kappa=0,02$ м $^{-1}$; 1 — $\langle \cos \gamma \rangle \approx 0,86$, 2 — $\langle \cos \gamma \rangle \approx 0,95$. Пунктирная кривая — ослабление нерассеянного излучения (закон Бугера). Начальная угловая расходимость пучка $2\gamma_{\text{нст}}=20^\circ$. Дисперсии расчетов Монте-Карло показаны на рисунке прямоугольниками

Рис. 3. Результаты расчета на ЭВМ значений $1 - \hat{\chi}(k)$ для реальных индикатрис рассеяния света морской воды (сплошные кривые) и их соответствующая аппроксимация степенными функциями (пунктирные кривые): 1 — $\langle \cos \gamma \rangle \approx 0,86$, 2 — $\langle \cos \gamma \rangle \approx 0,95$

распределения плотности энергии в импульсном световом пучке. В расчетах предполагалось, что однократное рассеяние описывается индикатрисой Хенби — Гринштейна с $\gamma_0 = 0,09$. Чтобы исключить вклад нерассеянного излучения и не учитывать конечную длительность исходного сигнала, кривая I нормирована на значение $E_{\max}$ на расстоянии $\rho_* = 4,4$ м от оси пучка: $E_{\max}^{\text{отн}} = E_{\max}(\rho)/E_{\max}(\rho_*)$.

На рис. 2 приведены данные численного моделирования методом Монте-Карло [6] и результаты расчетов на основе (23), (28) значений пиковой мощности $P_{\max}$ и временного уширения δ -импульса, регистрируемого узконаправленным фотоприемником на оси пучка. Параметры фотоприемника: временное разрешение $\Delta t = 3$ нс, угол зрения $2\gamma_{\text{пр}} = 5^\circ$, площадь $S = 5 \cdot 10^{-2}$ м². Длительность импульса по уровню 0,1 от максимального значения вычислялась на основе равенства $\Delta t_{0,1} \approx 3\Delta t_{\max} = 3\Delta_{\max}/c$. Аналитические вычисления проводились для тех же, что и в [6], реальных индикатрис рассеяния морской воды. В расчетах использовались приближенные значения $1 - \hat{\chi}(k) \approx 0,23k^{0,35}$ для индикатрисы с $\langle \cos \gamma \rangle \approx 0,86$ и $1 - \hat{\chi}(k) \approx 0,07k^{0,65}$ для индикатрисы с $\langle \cos \gamma \rangle \approx 0,95$.

В диапазоне $5 < k < 30$ указанные зависимости отличаются от результатов вычислений $1 - \hat{\chi}(k)$ по формуле (8) на ЭВМ не более чем на $5 \div 7\%$ (рис. 3). Как следует из рис. 2, аналитическая теория удовлетворительно согласуется с данными численного моделирования.

В заключение автор выражает благодарность В. С. Ремизовичу и М. И. Рязанову за постоянный интерес и внимание к работе. Автор также признателен Ю. А. Гольдину и А. К. Захарову за многочисленные полезные обсуждения, которые стимулировали написание настоящей статьи. Автор благодарит А. И. Кузовлева за численные расчеты функций $\hat{\chi}(k)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оптика океана. Т. 1 /Под ред. А. С. Монины. М.: Наука, 1983.
2. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1, 2. М.: Мир, 1981.
3. Иванов А. П. Физические основы гидрооптики. Минск: Наука и техника, 1975.
4. Mooradian G. C., Geller M. Temporal and angular spreading of blue-green pulses in clouds//Appl. Optics. 1982. V. 21. № 9. P. 1572—1577.
5. Гольдин Ю. А., Пелевин В. Н., Шифрин К. С. Световое поле от импульсного источника в море//Оптика океана и атмосферы. М.: Наука. 1981. С. 56—95.
6. Гольдин Ю. А., Захаров А. К. Расчет структуры узкого нестационарного пучка света в море до больших оптических глубин//Материалы IX пленума РГ по оптике океана. Л. 1984. С. 133—134.
7. Долин Л. С. Автомодельное приближение в теории многократного сильно анизотропного рассеяния света//Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 6. С. 1344—1347.
8. Долин Л. С. О прохождении импульсного светового сигнала через поглощающую среду с сильно анизотропным рассеянием//Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 3. С. 300—309.
9. Ремизович В. С., Rogozkin Д. Б., Рязанов М. И. Распространение светового сигнала в веществе с крупномасштабными случайными неоднородностями с учетом флуктуаций путей фотонов при многократном рассеянии//Изв. АН СССР. ФАО. 1982. Т. 18. № 6. С. 623—631.
10. Ремизович В. С., Rogozkin Д. Б., Рязанов М. И. Распространение узкого модулированного пучка света в рассеивающей среде с учетом флуктуаций путей фотонов при многократном рассеянии//Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 8. С. 891—898.
11. Ремизович В. С., Rogozkin Д. Б., Рязанов М. И. Распространение импульсного светового сигнала в мутной среде//Изв. АН СССР. ФАО. 1983. Т. 19. № 10. С. 1053—1061.
12. Ивлев Л. С. и др. Возможности аппроксимации индикатрис рассеяния модельных аэрозолей аналитическими функциями. Материалы II Всесоюз. совещ. по распространению лазерного излучения в дисперсной среде. Обнинск. 1982. С. 172—174.
13. Bucher E. A. Computer simulation of light pulse propagation for communication through thick clouds//Appl. Optics. 1973. V. 12. № 4. P. 2391—2400.
14. Jerlov N. G., Nielsen E. S. Optical aspects of oceanography. N. Y.: Academic Press, 1974.
15. Соловьев М. В., Шемшур В. Е. Об аппроксимации индикатрис рассеяния света

- морской водой индикатрисами Хеньи — Гринштейна//Морск. гидрофиз. исслед. 1976. № 2. С. 67—73.
16. *Пелевин В. Н., Гольдин Ю. А., Шитов Б. В.* Применение метода суперпозиции к расчету функции Грина нестационарного светового поля, созданного широким направленным световым пучком//Световые поля в океане. М.: ИО АН СССР. 1979. С. 175—183.
 17. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979.
 18. *Малеев С. В., Топерверг Б. П.* О малоугловом многократном рассеянии на статических неоднородностях//ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 1. С. 315—330.
 19. *Фано У., Спенсер Л., Бергер М.* Перенос гамма-излучения/Пер. с англ. под ред. Г. И. Марчука. М.: Госатомиздат, 1963.

Московский инженерно-физический
институт

Поступила в редакцию
16.IX.1985

LIGHT PULSE BEAM PROPAGATION IN ANISOTROPICALLY SCATTERING MEDIUM

ROGOZKIN D. B.

An analytical theory of light pulse beam transmission through anisotropically scattering medium is discussed. A diffusion integral of elastic collisions in the transfer equation is not used. The light pulse beam intensity is analyzed in detail for the case of the large optical depth. A method of selfconsistent diffusion solution is considered. The new analytical results are found to correspond to the data of experiments and of the Monte-Carlo simulation.
