

# 介观输运系统的散粒噪声研究

(申请清华大学理学博士学位论文)

培 养 单 位： 物理系

学 科： 物理学

研 究 生： 朱 瑞

指 导 教 师： 郭 永 教 授

二〇〇八年五月

介观输运系统的散粒噪声研究

朱

瑞

# **Study on the Shot Noise in Mesoscopic Transport Systems**

Dissertation Submitted to  
**Tsinghua University**  
in partial fulfillment of the requirement  
for the degree of  
**Doctor of Science**

by  
**Zhu Rui**  
**( Physics )**

Dissertation Supervisor: Professor Guo Yong

**May, 2008**



## 关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：

清华大学拥有在著作权法规定范围内学位论文的使用权，其中包括：（1）已获学位的研究生必须按学校规定提交学位论文，学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文；（2）为教学和科研目的，学校可以将公开的学位论文作为资料在图书馆、资料室等场所供校内师生阅读，或在校园网上供校内师生浏览部分内容；（3）根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》，向国家图书馆报送可以公开的学位论文。

本人保证遵守上述规定。

（保密的论文在解密后遵守此规定）

作者签名：\_\_\_\_\_

导师签名：\_\_\_\_\_

日 期：\_\_\_\_\_

日 期：\_\_\_\_\_



## 摘 要

散粒噪声(shot noise)由载流子的量子性产生, 可以给出输运系统丰富的物理信息。介观输运系统中: 自旋轨道耦合对散粒噪声的影响研究不多, 实验上观测到的共振隧穿双势垒结构中散粒噪声的极强抑制以往理论很难解释, 单层石墨(graphene)中散粒噪声 Fano 因子等于  $1/3$  物理机制不明了, 台阶势垒和磁调制二维电子气系统的散粒噪声特性目前还不清楚。为了解决这些问题, 本文对若干介观输运系统的散粒噪声特性进行了较为深入的研究。

我们研究了共振隧穿双势垒结构中的零频散粒噪声谱密度。把与自旋相关的散射过程引入到散射矩阵方法中, 我们得到了存在 Dresselhaus 自旋轨道耦合效应的相位相干介观输运系统中噪声的普适表达式, 该表达式可以推广到具有 Rashba 自旋轨道耦合和两种自旋轨道耦合共存的系统, 并且可以自然的回归到不考虑自旋轨道耦合效应的经典公式。实验上观测到的 Fano 因子小于  $0.5$  的噪声极强抑制现象可以通过 Dresselhaus 自旋轨道耦合的影响给予理论解释。

通过研究单层石墨共振隧穿双势垒结构中的散粒噪声, 我们发现在包括 Dirac 点在内的几个电导极小值对应的费米能位置, 散粒噪声的 Fano 因子都有接近于  $1/3$  的行为, 并指出这是 Klein 隧穿、准粒子手征性和共振隧穿特征共同作用的结果。物理分析表明, 单层石墨和无序散射金属(diffusive metal)系统中相似的散粒噪声抑制, 都是由透射谱中零噪声的开放通道和 Poisson 噪声的闭合通道共同贡献产生的。

我们研究发现共振隧穿台阶势垒中噪声随偏压变化的特征与矩形单势垒和双势垒结构都不同, 噪声抑制相比后两者显著增强。如果考虑信噪比和负微分电阻区域的宽度, 基于台阶势垒的器件会比基于矩形单垒和双势垒结构的都优越。

通过研究稀磁半导体异质结构和磁调制二维电子气中的散粒噪声特性, 我们发现在这些结构中不同自旋电子的散粒噪声表现出非常不同的特征, 并且发现散粒噪声 Fano 因子对透射概率的变化极其敏感, 因此受到外磁场和结构参数的显著影响。

**关键词:** 散粒噪声; 异质结; 自旋轨道耦合; 共振隧穿势垒结构; 单层石墨

## Abstract

Shot noise is a consequence of the quantization of charge and it is useful to obtain information on a system which is not available through conductance measurements. Some problems of interest on shot noise properties in mesoscopic conductors include: the influence of the spin-orbit coupling on the shot noise; the theoretical interpretation of the large shot noise suppression observed in experiments; the underlying physical mechanisms of the shot noise properties in grapheme; and the shot noise properties in step-barrier structures and magnetic-barrier modulated two-dimensional electron gas systems. To solve these problems, we made an in-depth study on the shot noise properties in certain mesoscopic transport systems.

We have investigated the zero-frequency shot noise of current through resonant double-barrier structures. Taking into account the spin-orbit coupling (SOC) effect, general expressions for the shot noise in fully phase-coherent mesoscopic conductors are derived based on the scattering approach, which not only can be extended to certain mesoscopic conductors with Rashba SOC effect, but also can reconvert to the case without SOC effect. Large shot noise suppression with Fano factor below 0.5 observed experimentally can be illustrated by the influence of the Dresselhaus SOC effect.

We investigated shot noise properties in the graphene-based double barriers. The shot noise with the Fano factor approaching  $1/3$  is found to occur at several conductance minimums including the Dirac point, which is a combined result of Klein tunneling, resonant tunneling, and quasiparticle chirality. The similarity in the shot noise suppression between graphene and diffusive metals is interpreted by the collective contribution from noiseless open channels and Poissonian-noise closed ones in the transmission spectra. It is also found that the Fano factor shows abrupt increase when the energy gap in the dispersion is larger than 1 meV.

The current shot noise behavior in resonant tunneling step-barrier structures is investigated based on the standard scattering approach. By making a comparison of



resonant tunneling among single square-barrier structures, step-barrier structures, and double-barrier structures, the distinct curve shape and extremely large suppression of the shot noise are revealed in the step-barrier structures. These results are helpful to improve the signal-to-noise ratio of quantum devices based on resonant-tunneling structures.

We investigated the shot noise properties in the diluted-magnetic-semiconductor/semiconductor heterostructures, where the sp-d exchange interaction gives rise to a giant spin splitting when an external magnetic field is applied along the growth direction of the heterostructures. It is found that the noise becomes strongly spin-dependent and can be greatly modulated not only by the external magnetic and electric fields, but also by the structural configuration and geometric parameters. Both the spin-up and spin-down components of the noise spectral density can be greatly suppressed by the magnetic field. The Fano factor is notably sensitive to the transmission probabilities, which varies greatly with the spin-polarization, the external magnetic field, and the structural configuration.

We investigated the spin-dependent shot noise within a two-dimensional electron gas modulated by a stripe of ferromagnetic metal and a stripe of Schottky metal under the influence of Rashba SOC. It is found that the shot noise and the Fano factor are strongly spin-dependent as well as the current and the Rashba SOC can greatly enhance the spin polarization of them. The minimums of the Fano factor approach  $1/3$ , which can be interpreted by collective contribution of noiseless open channels and Poissonian-noise closed ones in the transmission spectra.

**Key words:** shot noise; heterostructures; spin-orbit coupling; resonant-tunneling barrier structures; graphene

# 目 录

|                                                |    |
|------------------------------------------------|----|
| 第 1 章 引言 .....                                 | 1  |
| 1.1 散粒噪声概述 .....                               | 1  |
| 1.2 纳米结构中散粒噪声的典型例子 .....                       | 10 |
| 1.3 自旋轨道耦合 .....                               | 17 |
| 1.4 半导体异质结构 .....                              | 18 |
| 1.5 自旋电子学简介 .....                              | 20 |
| 1.6 本论文研究目标和结构安排 .....                         | 22 |
| 第 2 章 理论方法 .....                               | 25 |
| 2.1 散射理论 .....                                 | 25 |
| 2.2 转移矩阵方法 .....                               | 29 |
| 2.3 考虑流算符非对角项的波函数连续条件 .....                    | 33 |
| 第 3 章 台阶势垒结构中的散粒噪声 .....                       | 36 |
| 3.1 研究背景简介 .....                               | 36 |
| 3.2 理论方法 .....                                 | 42 |
| 3.3 数值结果与物理分析 .....                            | 45 |
| 3.4 本章小结 .....                                 | 50 |
| 第 4 章 DRESSELHAUS 自旋轨道耦合效应对双势垒结构中散粒噪声的影响 ..... | 51 |
| 4.1 研究背景简介 .....                               | 51 |
| 4.2 理论方法 .....                                 | 52 |
| 4.3 自旋轨道耦合对散粒噪声的影响 .....                       | 59 |
| 4.4 结构非对称性对散粒噪声的影响 .....                       | 64 |
| 4.5 本章小结 .....                                 | 67 |
| 第 5 章 稀磁半导体/半导体异质结构中的散粒噪声 .....                | 68 |
| 5.1 研究背景简介 .....                               | 68 |
| 5.2 理论方法 .....                                 | 69 |
| 5.3 数值结果与物理分析 .....                            | 72 |
| 5.4 本章小结 .....                                 | 80 |

---

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 第 6 章 磁调制二维电子气中的散粒噪声 .....      | 81  |
| 6.1 研究背景简介 .....                | 81  |
| 6.2 理论方法 .....                  | 83  |
| 6.3 数值结果与物理分析 .....             | 86  |
| 6.4 本章小结 .....                  | 89  |
| 第 7 章 单层石墨共振隧穿双势垒结构中的散粒噪声 ..... | 92  |
| 7.1 研究背景简介 .....                | 92  |
| 7.2 理论方法 .....                  | 97  |
| 7.3 数值结果与物理分析 .....             | 98  |
| 7.4 本章小结 .....                  | 105 |
| 第 8 章 结 论 .....                 | 107 |
| 参考文献 .....                      | 110 |
| 致谢与声明 .....                     | 122 |
| 个人简历、在学期间发表的学术论文与研究成果 .....     | 123 |

## 第1章 引言

关于动力学涨落的理论和实验研究已经成为介观物理中的一个十分重要和活跃的研究方向<sup>[1,2]</sup>。噪声对于纳米尺度的量子器件的影响远比对传统器件要多得多。这一点很容易理解,因为纳米器件,特别是单电子器件不再像传统器件那样以大量载流子统计平均结果作为工作基础。例如,现代最先进的深亚微米随机存储器每存储一位信息,需要移动 10 万个以上的载流子,而单电子存储器仅需要少量(100 个以内)的电子运动。微弱的噪声,甚至一个到几个电子电量的起伏都会引起某个特征尺度以下的器件性能明显恶化,从而破坏器件的稳定性。

在介观系统输运过程中涉及三种主要的噪声:

1. 电阻的平衡噪声或者 Nyquist-Johnson 噪声;
2. 围绕稳态电流流动的多种非平衡噪声或者散粒噪声(shot noise);
3. 低频噪声,典型的为  $1/f$  噪声。

散粒噪声是起源于载流子量子性的一种动力学涨落。通过研究散粒噪声,我们可以得到通常电导测量所不能得到的系统信息。比如,散粒噪声实验能得到载流子之间的量子关联、载流子的电荷和统计特征、导体的电势结构和介观系统内在能量尺度的特征等等。实验上通过测量散粒噪声谱  $S = 2Q\bar{I}_e$  和平均电流  $\bar{I}_e$ , 得到  $Q = e/3$ , 即分数量子霍尔效应的载流子电荷。类似的,通常导体和超导体隧道结的散粒噪声测量验证了超导体中的载流子是电荷为  $2e$  的库伯对。

以下的几章分别介绍研究的理论方法,共振隧穿台阶势垒结构中的散粒噪声,自旋轨道耦合对散粒噪声的影响,稀磁半导体异质结构、磁调制二维电子气结构中的散粒噪声和单层石墨(graphene)共振隧穿双势垒结构中的散粒噪声特性。本章的几个小节将对与工作相关的一些基本概念给与简单的介绍。

### 1.1 散粒噪声概述

噪声是物理量的观测信号在其平均值附近的涨落,它随时间的分布通常是随机的。1918 年, Schottky 报道在理想真空管中,当所有的伪噪声源都消除以后,仍有两种类型的噪声,分别称为 Warmeeffekt 和 Schroteffekt<sup>[3]</sup>。第一种类型

的噪声就是现在的 Nyquist-Johnson 噪声，或者简称为热噪声，它是由于电子的热运动产生的，并且可以在任何导体中观察到。第二种类型的噪声叫做散粒噪声(shot noise)，是由于载流子电荷的离散性引起的，并不是所有的导体都具有散粒噪声。

### 1.1.1 热噪声

即使在没有加偏置电压的情况下，热噪声也存在，所以被称为平衡本征噪声，是最典型的白噪声<sup>①</sup>。平衡噪声的理论基础是普遍适用的平衡统计力学涨落理论，因此平衡噪声理论对于介观系统也是适用的。在有限温度下，热涨落是一种不可避免的噪声源，热扰动导致系统可能状态上的粒子数随时间变化，如图 1.1 所示。

在典型的导电装置中，我们可以用占有数算符  $\hat{n}$  表征一个状态是否被粒子占据，所以  $\hat{n}$  的取值非 0 即 1。占有数算符的热力学平均  $\langle \hat{n} \rangle$  由费米分布函数  $f$  决定，最简单的情形为  $\langle \hat{n} \rangle = f$ ，即在平衡态，一个状态被占据的平均概率为  $f$ ，它不被占据的平均概率为  $1-f$ 。粒子数在平均占有数附近的涨落可以表示为  $(\hat{n} - \langle \hat{n} \rangle)^2 = \hat{n}^2 - 2\hat{n}\langle \hat{n} \rangle + \langle \hat{n} \rangle^2$ 。对于费米系统， $\hat{n}^2 = \hat{n}$ ，由此我们可以直接得到平衡态时粒子数在热平均值附近的涨落为

$$\langle (\hat{n} - \langle \hat{n} \rangle)^2 \rangle = f(1-f) \quad (1-1)$$

涨落的均方根值在零温时趋于零。在高温和足够高的能量下，费米分布函数远远小于 1，所以 (1-1) 式中的  $1-f$  因子可以用 1 代替，热涨落就由 Maxwell-Boltzmann 分布决定。

粒子数涨落引起外电路的平衡电流涨落，这一涨落直接和系统电导相关，平衡电流涨落不能给出比电导更多的系统信息。

### 1.1.2 散粒噪声

一个导电装置中的散粒噪声是电荷量子化的结果。不同于热噪声，散粒噪声是系统的非平衡涨落，需要在非平衡状态下才能得到系统的散粒噪声。经典的粒子系统和经典的连续介质系统都不会存在散粒噪声。

<sup>①</sup> 白噪声定义为在无限频率范围内功率密度为常数的信号。

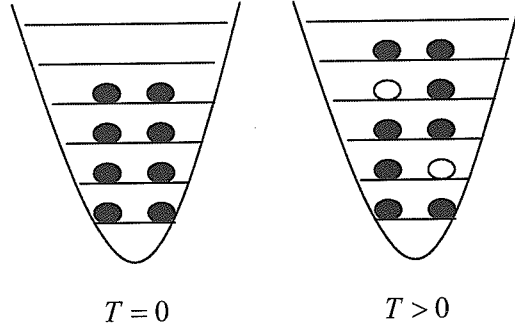


图 1.1 热扰动引起的占据数涨落示意图

为了解释散粒噪声的起源，我们首先考虑一个假想的实验<sup>[2]</sup>，即只有一个粒子入射到一个透射装置上，通过这个透射装置，粒子有  $T$  的概率透射过去，有  $R=1-T$  的概率被反射回来。我们引入这个实验的几个粒子数算符。入射粒子数由算符  $\hat{n}_m$  表征，透射粒子数由算符  $\hat{n}_T$  表征，反射粒子数由算符  $\hat{n}_R$  表征。如果我们重复这个实验许多次，我们就可以研究这些粒子数的平均值和它们在平均值附近的涨落。在我们的实验中，入射粒子态被占据的概率为 1，即  $\langle \hat{n}_m \rangle = 1$ 。透射粒子态被占据的概率为  $T$ ，不被占据的概率为  $R$ ，即  $\langle \hat{n}_T \rangle = T$  和  $\langle \hat{n}_R \rangle = R$ 。入射粒子数的均方涨落为零，即  $(\hat{n}_m - \langle \hat{n}_m \rangle)^2 = 0$ 。为了得到透射粒子数和反射粒子数的均方涨落，我们首先考虑透射粒子数和反射粒子数算符乘积的平均值  $\langle \hat{n}_T \hat{n}_R \rangle$ 。由于在每一个单粒子传输事件中，这个粒子不是被透射就是被反射，所以在每一个实验中，乘积算符  $\hat{n}_T \hat{n}_R$  为零，它的平均值自然也为零  $\langle \hat{n}_T \hat{n}_R \rangle = 0$ 。由这个关系我们就可以得到透射束、反射束、透射束-反射束关联的均方平均值

$$\langle (\Delta \hat{n}_T)^2 \rangle = \langle (\Delta \hat{n}_R)^2 \rangle = -\langle \Delta \hat{n}_T \Delta \hat{n}_R \rangle = TR \quad (1-2)$$

其中， $\Delta \hat{n}_T = \hat{n}_T - \langle \hat{n}_T \rangle$ ， $\Delta \hat{n}_R = \hat{n}_R - \langle \hat{n}_R \rangle$ 。由于电流通过表达式  $\langle \hat{I} \rangle = \frac{e}{h} \int \hat{n}(E) dE$  与粒子数涨落直接关联，所以这样计算得到的粒子数涨落直接决定电流的涨落，即噪声。

由于透射装置把入射粒子束分成透射束和反射束两束，这种粒子数的涨落就被称作分配噪声 (partition noise)。在透射概率为 1 和为 0 的两个极限，分配

噪声消失。在这两个极限，没有分束过程发生。当透射概率  $T=1/2$  时，分配噪声达到极大值。相反，如果入射粒子束不是量子化的，而是无限可分的连续介质，涨落  $\langle(\Delta\hat{n}_T)^2\rangle$ 、 $\langle(\Delta\hat{n}_R)^2\rangle$  和  $\langle\Delta\hat{n}_T\Delta\hat{n}_R\rangle$  均消失；对于这种只考虑一个粒子入射的简单的两端情形，经典不可分辨粒子和费米子或玻色子的结果是相同的，但对于两个以上粒子的更复杂系统，就需要考虑量子费米统计或玻色统计与经典 Boltzmann 统计的不同，这个条件下量子化的粒子和经典粒子的不同我们会在后面介绍。

我们考虑一个更复杂一点的假想实验，考虑两个粒子入射到如图 1.2 所示的透射反射镜装置，有两个发射源 1 和 2 分别发射一个粒子到镜子上，分析探测器 3 和 4 能够探测到的粒子数(这个散射过程很像一个光学平台上的实验，镜子为一个半镀银的镜面，即一个分束器)。这个透射反射镜装置允许入射通道 1 的粒子以概率幅  $s_{41}=t$  透射通过镜子到达探测臂 4，同时以概率幅  $s_{31}=r$  反射到探测臂 3。我们假设从发射源 2 出射的粒子遵循相同的透射概率，即  $s_{32}=t$ ， $s_{42}=r$ 。 $s_{ij}$  构成散射矩阵的四个元素，粒子数守恒决定矩阵满足么正性： $R+T=|r|^2+|t|^2=1$ ， $tr^*+rt^*=0$ 。在量子力学中，我们不能给不同的粒子贴上标签，即全同粒子不可分辨，这也即是指当我们交换两个粒子后，系统的波函数和交换前最多相差一个相因子。费米系统和玻色系统所具有的这样的量子统计特征，它们的粒子数涨落具有与经典系统不同的特征。

我们分别运用波函数语言和二次量子化语言阐述这一个四端口装置中产生的量子散粒噪声。我们考虑由两个源分别发射一个粒子到分束器上，假设两个粒子相互独立，无关联，计算两个输出臂上各探测到一个粒子的概率。以玻色子系统为例子，入射态和出射态的波函数分别为

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_1(1)\varphi_2(2)+\varphi_1(2)\varphi_2(1)] \\ \Phi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_3(1)\varphi_4(2)+\varphi_3(2)\varphi_4(1)]\end{aligned}\tag{1-3}$$

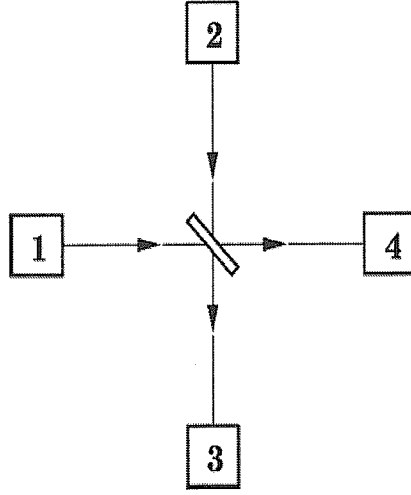


图 1.2 一个四端散射装置的示意图，它由两个发射源(1 和 2 端口)和两个探测器(3 和 4 端口)组成。

其中， $\varphi_i(j)$  为  $i$  臂有  $j$  粒子经过的波函数。所以我们需要求的透射概率为

$$P = \left| \langle \Phi_1 | \Phi_2 \rangle \right|^2 \quad (1-4)$$

具体的散射过程可以表示为

$$\begin{pmatrix} \varphi_3(i) \\ \varphi_4(i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t \\ t & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(i) \\ \varphi_2(i) \end{pmatrix} \quad (1-5)$$

代入到(1-4)式中，就可以得到

$$P = (R - T)^2 = \langle \hat{n}_3 \hat{n}_4 \rangle \quad (1-6)$$

很容易理解， $P$  为在 3 和 4 臂同时探测到粒子的概率，即  $\langle \hat{n}_3 \hat{n}_4 \rangle$ 。我们考虑粒子数在平均值  $\langle \hat{n}_3 \rangle = 1$  且  $\langle \hat{n}_4 \rangle = 1$  附近的涨落，这个平均值是统计平均值，即是我们做许多次实验的平均结果，因为电荷不是连续的，对于每一次测量， $n_3$  和  $n_4$  都可能等于 0，1，和 2（而不是等于  $T$  或  $R$ ），所以无数次实验的平均是  $\langle \hat{n}_3 \hat{n}_4 \rangle$  不等于 1。这样，我们仿照前一个单粒子假想实验的例子，就可以得到



$$\langle \Delta n_3 \Delta n_4 \rangle = -4RT \quad (1-7)$$

在二次量子化的框架下，

$$P(1,1) = \left| \langle 0 | \hat{b}_3 \hat{b}_4 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger | 0 \rangle \right|^2 \quad (1-8)$$

这里， $\hat{a}_i^\dagger$  为第  $i$  个入射端的产生算符， $\hat{b}_j^\dagger$  为第  $j$  个出射端的产生算符。散射过程表示为

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_3 \\ \hat{b}_4 \end{pmatrix} = \mathbf{s} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1-9)$$

将散射矩阵展开，即得到

$$\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger = rt \hat{b}_3^\dagger \hat{b}_3^\dagger + r^2 \hat{b}_3^\dagger \hat{b}_4^\dagger + t^2 \hat{b}_4^\dagger \hat{b}_3^\dagger + rt \hat{b}_4^\dagger \hat{b}_4^\dagger \quad (1-10)$$

考虑玻色算符的对易性，经过计算，就可以得到与波函数语言相同的结果

$$P = (R - T)^2 \quad (1-11)$$

我们用同样的计算过程可以得到费米子系统的结果

$$P = (R + T)^2 \quad \langle \Delta \hat{n}_3 \Delta \hat{n}_4 \rangle = 0 \quad (1-12)$$

而对于由可分辨粒子组成的经典系统，粒子具有颗粒性，但没有全同性，它的粒子数涨落与量子系统是不同的。对于经典粒子，从 1 出发的粒子射入 3，概率为  $T$ ，并且同时要求从 2 出发的粒子射入 4，概率也为  $T$ ；还有一种可能，就是从 1 出发的粒子射入 4，概率为  $R$ ，并且从 2 出发的粒子射入 3，概率也为  $R$ ；即我们可以给由 1 和 2 两个臂上入射的粒子贴上标签，得到这个透射概率为  $T^2 + R^2$ ，即  $\langle \hat{n}_3 \hat{n}_4 \rangle = T^2 + R^2$ 。由此得到

$$\langle \Delta \hat{n}_3 \Delta \hat{n}_4 \rangle = \langle \hat{n}_3 \hat{n}_4 \rangle - \langle \hat{n}_3 \rangle \langle \hat{n}_4 \rangle = T^2 + R^2 - 1 = -2RT \quad (1-13)$$

由对这个只考虑两个粒子的简单四端口装置的分析就可以看出，具有不同统计特征的粒子系统的粒子数涨落是完全不同的，所以电流涨落也就显著不同，而这种不同通过平均电流是很难反映出来的，并且粒子数涨落与输运系统的输运特征密切相关，所以研究量子噪声能够得到系统的更丰富的信息。

考虑一个更接近实际但仍是假想的实验，假设入射束的占据概率为  $f$ ，一般情况下  $f$  可以被看作是费米分布函数，初始状态不被占据的概率是  $1-f$ 。显然，在这个实验中，平均入射粒子数  $\langle \hat{n}_i \rangle = f$ ，透射的粒子数  $\langle \hat{n}_t \rangle = fT$ ，反射的粒子数  $\langle \hat{n}_r \rangle = fR$ 。我们只考虑粒子一个一个的传输，所以对于所有传输过程  $\hat{n}_t \hat{n}_r = 0$ 。重复前面的计算可以得到

$$\langle (\Delta \hat{n}_t)^2 \rangle = Tf(1-Tf) \quad (1-14)$$

$$\langle (\Delta \hat{n}_r)^2 \rangle = Rf(1-Rf) \quad (1-15)$$

$$\langle \Delta \hat{n}_t \Delta \hat{n}_r \rangle = -TRf^2 \quad (1-16)$$

对于零温极限  $f=1$ ，我们就回到之前的结果。值得注意的是，即使在  $T=1$  的极限，透射粒子数的涨落也不消失，而是和入射粒子数的涨落相同。对于透射流，如果透射概率很小或入射态的占据概率很小， $(1-Tf)$  因子可以用 1 代替。

电流涨落是一个动力学现象。我们要运用以上的讨论来研究电流涨落随时间的变化。在大时间尺度内和很窄的能量区域内电流涨落由  $d\hat{I}_i(E,t) = (e/2\pi\hbar)\hat{n}_i(E,t)dE$  决定。其中， $\hat{n}_i(E,t)$  是能量为  $E$  状态上随时间变化的粒子占据数。对这个关系式作 Fourier 变换，在低频极限下，我们得到  $I(\omega) = (e/2\pi\hbar) \int dE n(E, E+\hbar\omega)$ 。从中可以看到，电流的涨落直接和粒子数涨落相联系。在零频极限下，电流噪声谱  $S_{II} = e^2 \int dE S_{nn}(E)$ 。在每个很小的能量间隔内，每个粒子以速率  $dE/(2\pi\hbar)$  运动，它们对噪声谱的贡献是(1-14)至(1-16)式中描述的均方涨落。 $S_{nn}(E)$  的定义为  $S_{nn}(E) = (1/\pi\hbar) \langle \Delta \hat{n} \Delta \hat{n} \rangle$ 。由此我们可以得到入射电流、透射电流、和反射电流的涨落谱分别为

$$S_{I_i I_i} = 2 \frac{e^2}{2\pi\hbar} \int dE f(1-f) \quad (1-17)$$

$$S_{I_t I_t} = 2 \frac{e^2}{2\pi\hbar} \int dE Tf(1-Tf) \quad (1-18)$$

$$S_{I_r I_r} = 2 \frac{e^2}{2\pi\hbar} \int dE Rf(1-Rf) \quad (1-19)$$

透射电流和反射电流之间也是关联的，可以得到

$$S_{I_T I_R} = -2 \frac{e^2}{2\pi\hbar} \int dE T f R f \quad (1-20)$$

在  $T$  很小或  $f$  很小的极限下，公式(1-18)中的  $(1-Tf)$  因子可以用 1 代替。在这个极限下，通过透射装置的平均电流  $\langle \hat{I} \rangle = (e/2\pi\hbar) \int dE T f$ ，式(1-18)中的噪声谱就是 Schottky<sup>[3]</sup>在真空中得到的散粒噪声，即

$$S_{I_T I_T} = 2e \langle \hat{I} \rangle \quad (1-21)$$

Schottky 的结果对应粒子之间无关联的传输。在这种情况下，粒子通过透射装置的时间间隔的分布函数遵循 Poisson 分布，即  $P(\Delta t) = \tau^{-1} \exp(-\Delta t / \tau)$ ，其中  $\tau$  为载流子到达的平均时间间隔。在文献中，(1-21)式也被称作散粒噪声的 Poisson 值。

用  $S(\omega)$  表示噪声的功率谱或谱密度，它等于电流关联函数的傅里叶变换<sup>[2]</sup>

$$S(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle \Delta I(t+t_0) \Delta I(t_0) \rangle dt \quad (1-22)$$

由于热噪声和散粒噪声都是白噪声，其特点是功率谱在很宽的频率范围都不依赖于频率。热噪声 ( $V=0$ ， $T \neq 0$ ) 直接与电导的涨落耗散定理有关，只要满足  $\hbar\omega \ll k_B T$  就有

$$S = 4k_B T G \quad (1-23)$$

其中  $G$  为样品电导。

散粒噪声 ( $V \neq 0$ ， $T=0$ ) 给出电子时间上的相关性，这种相关性并不包含在电导中。像隧道结、Schottky 势垒二极管、 $p-n$  结和热电子真空二极管这样的器件，电子随机且相互独立的发射，在这些器件中电子的传输可以用 Poisson 统计来描述 (Poisson 过程常用于描述时间上不相关的事件)，对于 Poisson 过程，这种器件的散粒噪声谱密度具有

$$S(\omega) = 2e \langle \hat{I} \rangle \equiv S_{\text{Poisson}} \quad (1-24)$$

即功率谱与电流的时间平均值成比例。这里假设  $I > 0$ ， $V > 0$ ，式(1-24)对于

$\omega < \tau^{-1}$  成立, 其中  $\tau$  是单电子电流脉冲的宽度。对于较高的频率, 散粒噪声为零。

电子之间的相关性能够抑制低频散粒噪声, 使之低于  $S_{\text{Poisson}}$ 。通常定义真实零频散粒噪声谱密度与 Poisson 噪声的比值  $F = S/S_{\text{Poisson}}$  为散粒噪声的 Fano 因子, 来反映散粒噪声的相对大小, 进而用它反映系统中的相互作用等特征。通过引入 Fano 因子, 散粒噪声的 Poisson 值可以用  $F=1$  表征。

关于散粒噪声 Fano 因子, 有几个重要的特征点:

#### 1. Fano 因子=1

这种情况即是指上面提到的无关联 Poisson 过程。粒子在输运过程彼此之间无关联, 对应透射概率指数衰减到零的通道, 接近闭合通道。理想的隧道结、Schottky 势垒二极管和非对称双垒等结构都具有 Fano 因子等于 1 或接近于 1 的特征。

#### 2. Fano 因子=0

这种情况对应弹道输运过程, 透射概率达到最大值 1, 粒子波函数不受到任何束缚, 为扩展到全空间的平面波函数, 可以说粒子波函数完全相干, 完全关联, 即在开放通道中传输。纯金属和无阻挡二维电子气在理想条件下都具有这样的特征。

#### 3. Fano 因子=1/3

在某些介观输运系统中, 开放通道和闭合通道随机分布, 散粒噪声的性质介于上述两者之间, 理论上通过对随机分布的开放通道和闭合通道作系综平均, 可以得到 1/3 的取值, 实验上也证实了这个结果。在存在无序散射杂质的金属中, 散射杂质在具有弹道输运性质的纯金属中随机分布, 电子运动过程中如果碰到散射源, 就会被反射回来, 电子完全被阻挡, 对应闭合通道, 电子在运动路径中如果不碰到散射杂质, 就完成弹道输运, 对应开放通道, 开放通道与闭合通道随机分布, 这个系统是最典型的 Fano 因子趋于 1/3 的系统。研究也显示, 磁调制二维电子气和单层石墨结构也具有这样 Fano 因子趋于 1/3 的特征。

#### 4. Fano 因子=1/2

在介观输运系统中, 如果粒子之间只存在 Pauli 关联, 其他相互作用可以忽略, Fano 因子就趋于 1/2。研究显示, 共振隧穿半导体异质结对称双垒具有这样的特征。

上面提到的这几个 Fano 因子值点, 是理想情况下的极限。对于真实系统, 多种隧穿机制和相互作用往往是共存的, Fano 因子取值是介于几种情况之间或是接近于某一值点, 而不是严格的等于这些值点。

散粒噪声抑制 ( $F < 1$ ) 和增强 ( $F > 1$ ) 的现象在介观输运系统中都是可能发生的。产生散粒噪声抑制或增强的机制包括：单粒子以一定透射概率隧穿通过某个透射装置时的分配过程<sup>[4]</sup>；长程的<sup>[5-9]</sup>和短程的<sup>[10, 11]</sup>库仑相互作用；屏蔽效应<sup>[12]</sup>；受 Pauli 不相容原理约束的 Fermi-Dirac 统计<sup>[13-15]</sup>；弹性和非弹性散射<sup>[16]</sup>；自旋轨道耦合<sup>[17]</sup>等等。Pauli 不相容原理使得即使非相互作用电子也存在着相关性，因为该原理禁止多于一个电子占据同一个单粒子态。一个典型的例子是金属中弹道点接触，在这种结构中  $S = 0$ ，不存在杂质散射的情况下，Pauli 不相容原理使电子的流动是完全相关的。在宏观的金属导体中，由于非弹性电子-声子散射平均掉了电流涨落，所以具有零散粒噪声。

散粒噪声反映载流子之间的相互作用，它还可以用来探测纠缠状态。研究发现，在某个入射通道存在 Rashba 自旋轨道耦合相互作用的分束器中，自旋极化和纠缠状态可以通过散粒噪声进行探测<sup>[18]</sup>。

## 1.2 纳米结构中散粒噪声的典型例子

在这一节中，我们通过几个例子进一步说明关于散粒噪声的理论、具体器件中散粒噪声的特征和研究散粒噪声的意义。

### 1. 隧道势垒

隧道势垒通常可以由两层普通金属中间夹一层绝缘体构成。在隧道势垒结构中，电子具有非常小的透射概率。对于所有隧穿通道  $n$  都可以取  $T_n \ll 1$ ，代入散粒噪声公式和电导的 Landauer 公式<sup>①</sup>，在绝对零度得到  $S = S_{\text{Poisson}}$ 。在任意温度，

$$S = \coth(eV/2k_B T) S_{\text{Poisson}} \quad (1-25)$$

这是 Pucel 推导出来的公式<sup>[19]</sup>，描述从  $e|V| \ll k_B T$  偏压下的热噪声到  $e|V| \gg k_B T$  偏压下完全 Poisson 噪声的过渡。对于隧穿势垒这个过渡完全是由  $(eV/2k_B T)$  比率所控制，而与导体的细节无关。这些特征已经在真实系统中观察到(参照图 1.3)。在参考文献[20-22]中考虑电子-电子相互作用，得到了公式(1-25)的改进

① 关于 Landauer 和 Büttiker 提出的散射矩阵方法以及它在电导和散粒噪声中的应用将在第 2 章中予以介绍。

形式。

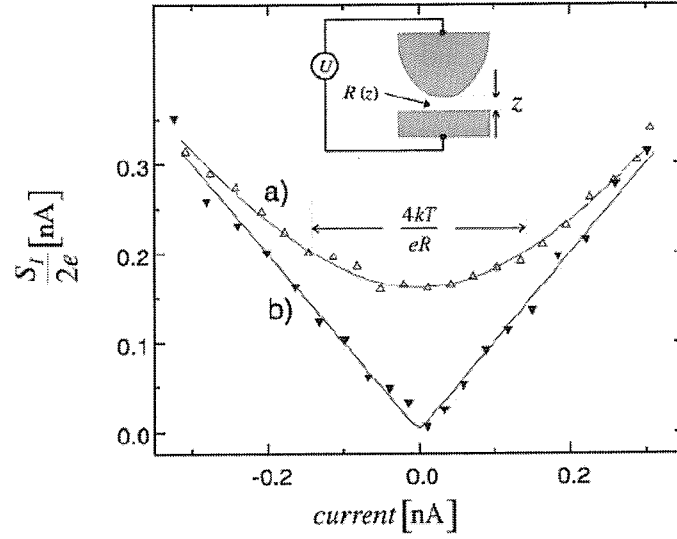


图 1.3 热噪声到散粒噪声的转变。三角形状符号为实验结果，实线为公式(1-25)的结果。(a)和(b)分别对应两个不同的电阻。

## 2. 量子点接触

点接触是两片导体之间存在窄的限制区域。如果限制的宽度  $W$  远小于体材料的电子平均自由程，但是远大于电子的费米波长  $\lambda_F$ ，则为经典点接触。经典点接触的电导由 Sharvin 公式给出，其二维形式为  $G = G_0 2W / \lambda_F$  [23]。Kulik 等人发现经典点接触不存在散粒噪声。在量子点接触中， $W$  可以与  $\lambda_F$  大小相当。实验上，量子点接触可以由异质结构中的二维电子气实现。量子点接触的示意图参照图 1.4。对电子的限制区域是由表面的金属栅下的二维电子气耗尽所形成的， $W$  随着栅压变化而变化。电导作为栅压的函数，以  $G_0$  为单位，台阶状增加（相关的理论结果参照图 1.5，相关的实验结果参照图 1.6）。这是由最小宽度处的费米能以下的离散模式数目  $N_0 = \text{Int}[2W / \lambda_F]$  所决定的，透射本征值  $N_0$  等于 0

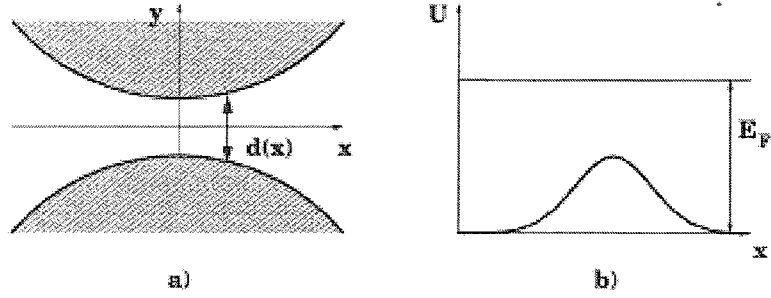


图 1.4 量子点接触和它的有效一维势的示意图。最小宽度  $d_{\min}(x) = W$ 。

或者 1，得到如下量子化的电导：

$$G = \frac{e^2}{h} \text{Tr} \mathbf{t} \mathbf{t}^\dagger = \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n \quad (1-26)$$

量子点接触的散粒噪声与经典点接触不同，在电导平台处，按照式(1-23)不存在散粒噪声；可是在电导平台之间电导相差  $G_0$ ，透射本征值在 0-1 之间，结果，散粒噪声具有峰值。下面用 Büttiker 给出的两端鞍点形势模型说明这一特性<sup>[24]</sup>，模型势为

$$V(x, y) = V_0 - \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 \quad (1-27)$$

其中， $V_0$  是鞍点处的势， $\omega_x$  和  $\omega_y$  由势的曲率决定。在费米能级处的透射本征值为

$$T_n = [1 + \exp(-2\pi E_n / \hbar \omega_x)]^{-1} \quad (1-28)$$

其中， $E_n = E_F - V_0 - (n - 1/2) \hbar \omega_y$ ，产生的电导和散粒噪声在图 1.6 中给出。电导平台之间存在散粒噪声峰，而在平台上却没有散粒噪声。对于大的  $N$ ，散粒噪声峰与 Poisson 噪声相比可以忽略，这是与经典结果一致的。关于量子点接触噪声的更多理论工作参见文献[25]和[26]。

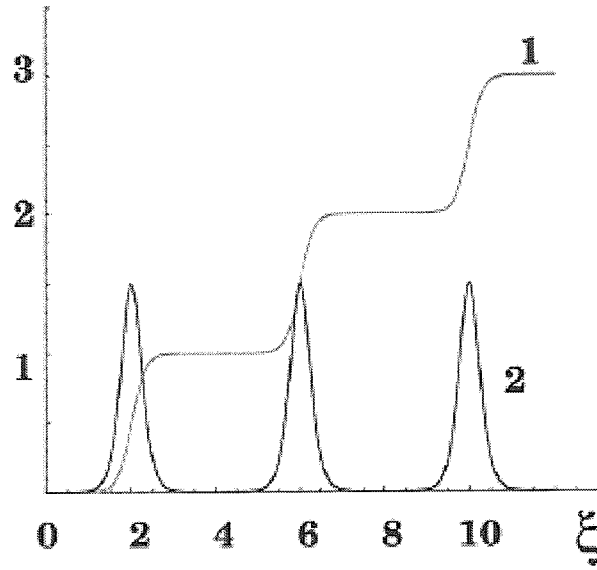


图 1.5 按照鞍点形模型势计算得到二维量子点接触的电导(曲线 1)和散粒噪声功率(曲线 2)随费米能的变化, 无量纲能量  $\xi = (E_F - V_0)/\hbar\omega_x$ ,  $\omega_y = 4\omega_x$ 。电导的单位为  $e^2/2\pi\hbar$ , 散粒噪声的量纲为  $e^3|V|/6\pi\hbar$ 。

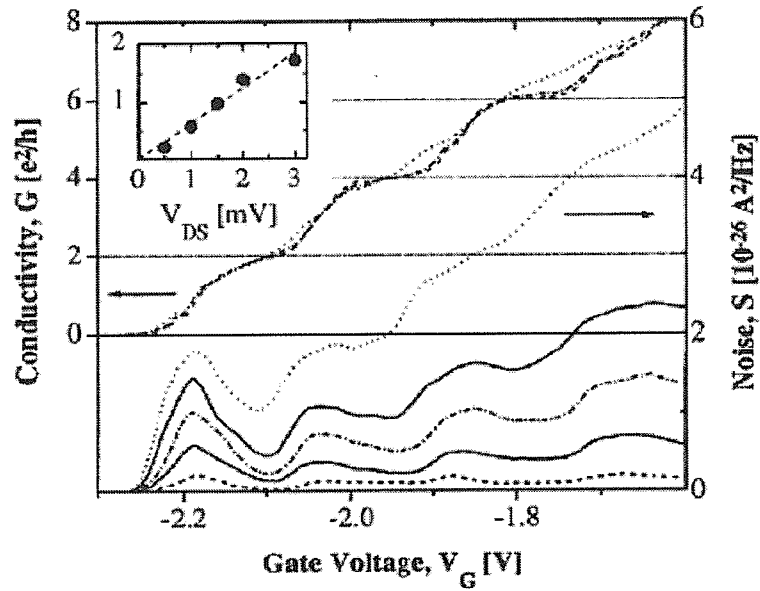


图 1.6 电导(上半图)和散粒噪声(下半图)随门电压变化的曲线, 测量结果由 Reznikov 等人<sup>[27]</sup> 给出。不同曲线对应五个不同的偏压。



### 3. 通过超导隧道结中的散粒噪声验证 Cooper 对的电荷<sup>[28]</sup>

Lefloch 等人在低温下对超导隧道结(超导体-绝缘体-正常金属结)中的散粒噪声进行了测量,发现在低能下,由于相干 Andreev 反射,电导有极大值,同时散粒噪声为 Poisson 噪声的 2 倍( $S = 4eI$ )。这时,电子-空穴相干增大电导,实验上要观测到两个电荷的 Cooper 对准粒子,正是需要有足够数目的电流  $2e$ -(Andreev)分量储备,电子-空穴相干保证了这个条件(参照图 1.7)。当电导在有限偏压下达到极小值时,由于准粒子的贡献很大,散粒噪声变为正常值( $S = 2eI$ )。

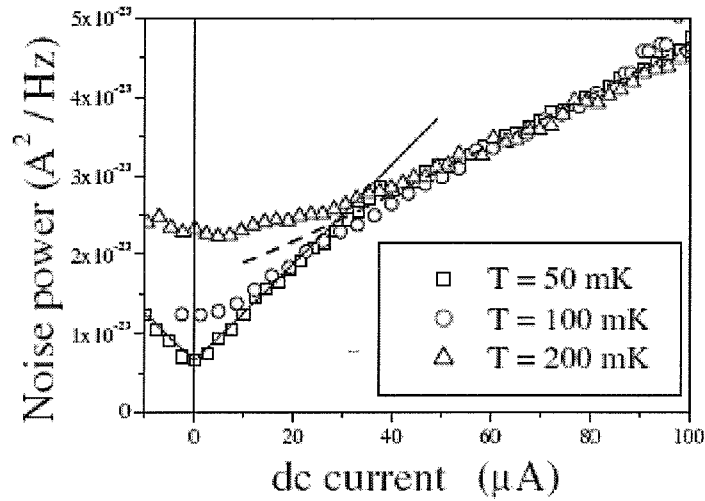


图 1.7 电子隧穿通过超导隧道结电流噪声谱随平均直流电流的变化。图中实线和虚线分别对应准粒子电荷为  $4e$  和  $2e$ 。这两个区域之间的转变发生在微分电阻极大值位置,这一转变也反映出 Andreev 输运对电流的贡献向准粒子电流的转变。

### 4. 通过散粒噪声测量观测到分数量子 Hall 效应中 $e/3$ 电荷的 Laughlin 准粒子<sup>[29]</sup>

Saminadayar 等人运用散粒噪声测量在实验上证实了分数电荷载流子传导电流的事实。在二维电子系统加一个垂直平面的很强的磁场,研究者对电子在 Landau 能级填充数为  $1/3$  的分数量子 Hall 效应区域隧穿的散粒噪声进行了测量,直接得到了  $e^* = e/3$  的 Laughlin 预言的准粒子电荷(参照图 1.8)。电量为  $e/3$  的 Laughlin 准粒子的存在被温度  $\Theta = e^*V_{ds}/2k_B$  ( $V_{ds}$  为理想接触下的偏压)下散粒

噪声到 Johnson-Nyquist 噪声的转变证实了。研究者在不同隧穿和温度条件下进行了实验，都得到了相同的结果，说明上述结论是可靠的。

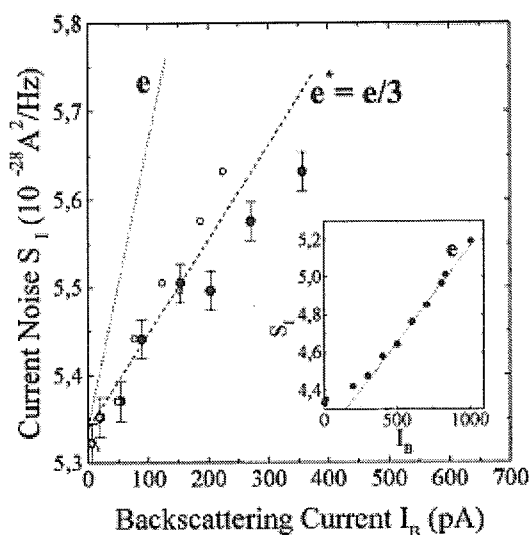


图 1.8 垂直磁场作用下的二维电子系统中  $\nu=1/3$  ( $\nu_L=2/3$ ) 对应的隧穿电流。虚线和点线分别画出了  $e/3$  准粒子和电子对应的斜率。

#### 5. 磁场作用下单层石墨 $p-n$ 结中的散粒噪声<sup>[30]</sup>

Abanin 和 Levitov 在最近的理论工作中，研究了由局域门电压调制的石墨层形成的  $p-n$  结中的量子 Hall 效应。他们通过沿着  $p-n$  结界面和穿透  $p-n$  结界面的量子边缘模式解释了实验上发现的电导量子化，它在双极区域(电子和空穴模式混合)是分数的，在单极区域(电子和空穴模式不混合)是整数的(参照图 1.9)。在双极区域，电子和空穴模式可以在  $p-n$  结界面混合，导致电流的分配和类似电导的量子化的散粒噪声平台；而在单极区域，输运过程是无噪声的。量子 Hall 效应反映出单层石墨结构荷电载流子无质量的 Dirac 粒子特征，并且粒子和空穴通过模式混合相互作用，在双极区域产生有限的噪声。

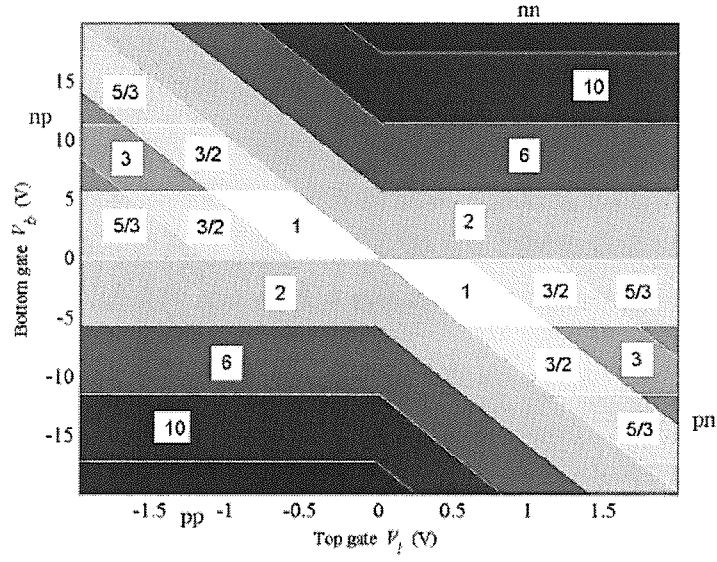


图 1.9 磁场作用下单层石墨  $p-n$  结两端口装置的电导随门电压的变化。量子 Hall 效应不同区域之间的边界由量子化状态  $\nu_{1,2} = 0, \pm 4, \pm 8, \dots$  (角标 1 和 2 分别代表双极状态和单极状态) 决定。

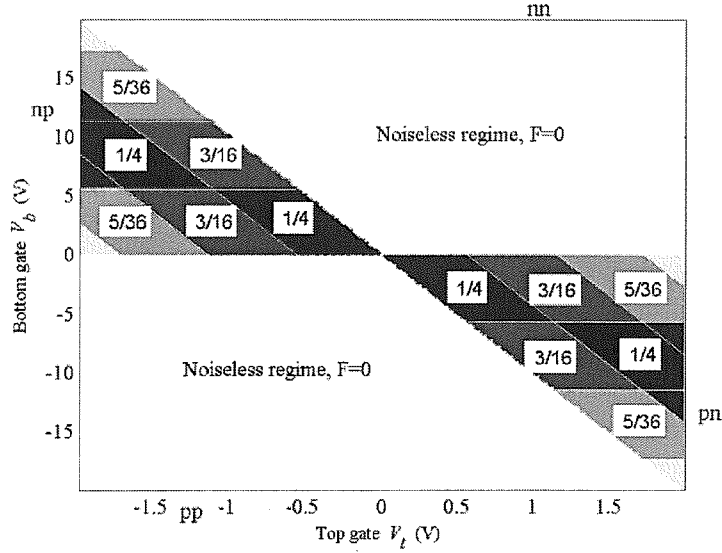


图 1.10 磁场作用下单层石墨  $p-n$  结两端口装置的散粒噪声 Fano 因子随门电压的变化。在单极区域噪声为零，反映量子 Hall 效应边缘态背散射的消失和结界面的电流分配。在双极区域，由于电子和空穴边缘模式在  $p-n$  结界面的混合，噪声为有限值，显示出类似电导的量子化平台结构。

实验上发现的单层石墨  $p-n$  结中的量子输运在单极和双极区域具有不同的特征<sup>[31]</sup>。在单极区域，输运是无耗散的，电导量子化值为整数；在双极区域， $p-n$  结界面上的电子空穴模式混合形成类似量子无序输运的条件，实验上观察到的电导量子化到分数值的现象是普适电导涨落本征或非本征抑制效应的结果。所以，单极和双极的输运区域可以通过电子散粒噪声在单极区域为零和在双极区域有限分离开来。由散粒噪声标识的不同区域参照图 1.10。

### 1.3 自旋轨道耦合

自旋轨道耦合是介观输运系统的重要效应，更是许多半导体自旋电子学器件工作的基础。作为工作的一部分，我们研究了它对散粒噪声的影响。在这一节中，我们对自旋轨道耦合这个基本概念作一个简单的介绍。

自旋轨道耦合即自旋与轨道之间的相互作用，表现在 Hamilton 量中即是  $\sigma$  算符与  $\mathbf{p}$  算符或与  $\mathbf{k}$  算符之间的耦合，用二次量子化语言，即电子可以在  $E_{n,+}$  和  $E_{n+1,-}$  能量状态之间跳迁(角标 “ $n$ ” 表示不同的能级，角标 “ $\pm$ ” 表示不同的自旋)。在很多情况下，自旋轨道耦合的作用类似产生一个赝磁场，对具有相同自旋不同动量或相同动量不同自旋的电子产生不同方向的作用。在描述相对论自由电子运动的 Dirac 方程中， $\vec{L} \cdot \vec{\Sigma}$  ( $\vec{L}$  为系统总角动量， $\vec{\Sigma}$  为对角元由 Pauli 矩阵构成的  $4 \times 4$  矩阵矢量) 之间的相互作用由于电子波函数是二分量子旋量而自然存在。在有变化的磁场或非均匀磁场存在的条件下，低能有效 Hamilton 量中会有  $\sigma$  和  $\mathbf{p}$  之间的相互作用。在非对称势场中的电子，有效 Hamilton 量中会有自旋轨道耦合效应，我们的一部分工作中讨论的 Dresselhaus 自旋轨道耦合就属于这一种。

电子在自由空间运动的自旋轨道耦合形式已经很清楚，随着实验和理论的发展，随着新器件、新的物理条件的出现，和对新的理论系统的研究，对于新系统中自旋轨道耦合的研究不断取得新进展。比如一维圆环禁闭的约束电子自旋轨道耦合最早在 1993 年见报道，以及我们的工作所涉及的 Rashba 自旋轨道耦合是在 1984 年提出的。

自旋轨道耦合在半导体自旋电子学中起重要作用。在 III-V 族半导体异质结构中，有两种自旋轨道耦合效应存在。(1) 静电场约束势在异质结界面出现结构反演不对称性，即， $\nabla V = \hat{z}(dV/dz)$ ，由这种不对称性引起的自旋轨道耦合

是 Rashba 自旋轨道耦合。(2) 晶格结构整体的空间反演不对称性引起的 Dresselhaus 自旋轨道耦合, 它是 Dresselhaus 在 1955 年提出来的<sup>[32]</sup>, 广泛存在于具有反演非对称结构的 III-V 族半导体中。在二维闪锌矿结构的 Hamilton 量中, Dresselhaus 项的贡献为  $H_D = \gamma(\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y)$ , Rashba 项的贡献为  $H_R = \alpha E(\hat{\sigma}_x k_y - \hat{\sigma}_y k_x)$ , 它的强度正比于垂直界面的电场强度  $E$ <sup>[33]</sup>。 $\gamma$  和  $\alpha$  分别为 Dresselhaus 和 Rashba 自旋轨道耦合常数,  $\hat{\sigma}_{x,y}$  为 Pauli 矩阵的  $x, y$  分量,  $k_{x,y}$  为电子在  $x, y$  方向的波矢。

对于 III-V 族闪锌矿结构半导体, Dresselhaus 自旋轨道耦合在一些材料中很强, 而在另一些材料中很弱<sup>[34, 35]</sup>。表 1.1 给出了几种常见半导体材料中的自旋轨道耦合常数和电子有效质量。

表 1.1 几种常见半导体材料 Dresselhaus 自旋轨道耦合常数和有效质量

|                               | GaSb  | InAs  | GaAs  | InP   | InSb  |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\gamma$ (eV Å <sup>3</sup> ) | 187   | 130   | 24    | 8     | 220   |
| $m^*/m_0$                     | 0.041 | 0.023 | 0.067 | 0.081 | 0.013 |

Rashba 自旋轨道耦合在 III-V 族闪锌矿结构半导体中普遍存在, 其强度随外加电场线性变化, 实验上 Rashba 自旋轨道耦合强度取一典型值  $<\alpha E_z> = 10^{-11}$  eV m。在禁带窄的半导体中, 尤其在窄禁带二维电子气中, Rashba 机制起主导作用<sup>[36, 37]</sup>。

#### 1.4 半导体异质结构

由多种半导体材料生长在同一块单晶上形成的系统即半导体异质结构, 它通过组分的调节设计不同的能带结构组合, 从而控制电子和空穴在不同区域的运动。半导体异质结构包括量子阱、单垒结构、双垒结构、以及半导体超晶格结构。人们通常运用有效质量近似的方法来研究其中的输运特性, 这种方法即是把复杂能带结构对电子运动的影响简化到电子的有效质量中, 电子的运动被看作是携带一定有效质量的自由电子运动。例如: 电子在  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  (两层  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  中间夹一层 GaAs 的多层结构)

结构中的运动就可以当作一个简单的量子势阱问题来处理。

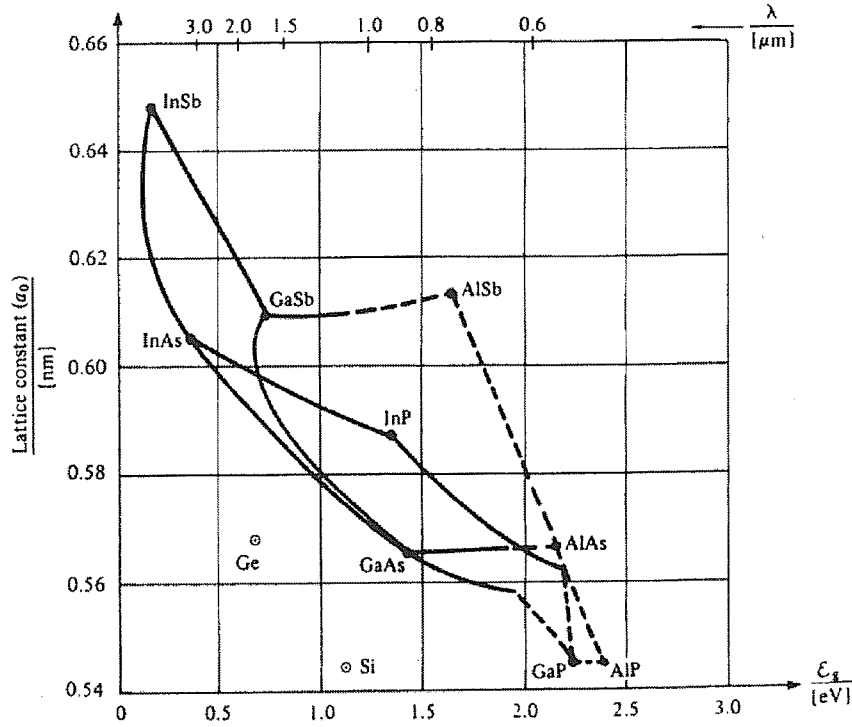


图 1.11 若干种半导体材料的晶格常数和最小禁带宽度  $E_g$ 。实线表示直接带隙材料，虚线表示间接带隙材料<sup>[38]</sup>。

大部分 III-V 族材料都具有半导体输运特征，但只有其中的一小部分应用在异质结构中，组成异质结构更多采用的是不同复合物之间的合金。图 1.11 中画出了不同材料最小禁带宽度和晶格常数的量值。理想异质结构两种材料之间必须完全匹配并结合在一起，这要求它们具有相同的晶体结构，至少具有相同的结构对称性，这对于通常的 III-V 族化合物都能够满足。另一个要求是两种材料的晶格常数必须非常接近，保证形成的异质结构中没有不均匀的应变。由图 1.11 可以看出，GaAs 和 AlAs 的晶格常数接近，即合金  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  的晶格常数随  $x$  的变化很微小，所以很容易生长多层  $x$  不同的  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  结构，不同层之间的应变差可以忽略；而且， $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  合金随组份浓度比的不同，带隙宽度差别很大，所以很容易用它构建多层的势垒势阱或超晶格结构，因此， $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  是目前使用最广泛的异质结构材料就不难理解了。我们第 3 章的工作就是关于这

种材料形成的台阶形状异质结构的。另外,  $\text{InAs}$  和  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$  合金也具有晶格常数接近和带隙宽度差比较大的理想异质结构条件, 并且它们还具有自旋轨道耦合强度大等  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  合金所不具有的特性, 随着自旋电子学研究的发展, 这类异质结构也引起了越来越多的关注, 我们第4章的工作就是基于这类异质结构的。

## 1.5 自旋电子学简介

我们对散粒噪声的研究, 涉及了自旋极化输运的内容, 所以在这一节介绍一点关于自旋电子学的背景知识。

自旋电子学是一门交叉学科, 它的中心主题是能动的操纵系统中的自旋自由度<sup>[39]</sup>。这里的自旋既可以指单个电子的自旋, 通过检测电子的磁矩  $-g\mu_B s$  得到(其中  $\mu_B$  为玻尔磁子;  $g$  为电子的  $g$  因子, 在固体中电子的  $g$  因子往往不同于自由电子的  $g$  值即  $g_0 = 2.0023$ ;  $s$  为电子的自旋), 也可以指电子体系的自旋平均值, 由系统的磁化强度表征。所以, 对自旋自由度的操控包括对粒子系综自旋的数目和相位的控制, 和对单个或几个自旋系统的相干操作。自旋电子学的目的就是了解粒子自旋与其周围环境之间的相互作用, 并根据得到的知识创造出有用的器件。自旋电子学主要研究电学材料中的自旋输运, 自旋动力学, 和自旋弛豫。研究它要解决的典型问题包括: (a)怎样有效地极化一个自旋系统? (b)系统能够保持特定的自旋取向的时间有多长? (c)怎样探测到自旋?

产生自旋极化通常是指创建一个不同自旋取向电子分布不同的非平衡状态。这可以通过几个途径实现。传统方法是运用光学原理将圆偏振光的角动量传递给电子使得自旋都具有相同的取向。而器件应用更青睐的办法是电子自旋注入。譬如, 电子自旋注入是让铁磁电极和样品连接, 当电流从电极携带自旋极化的电子到样品上时, 非平衡的自旋分布就在样品上积累。自旋积累的效率依赖于自旋弛豫过程, 这个过程逐渐使积累的非平衡的自旋分布恢复到平衡分布。自旋弛豫的机制通常是由自旋轨道耦合产生一个依赖自旋的势场, 同时动量散射产生一个随机化的力。电子系统的自旋弛豫时间通常在纳秒量级, 小至皮秒, 大至微秒。对于自旋探测, 通常期望探测器的灵敏度能够达到不仅仅可以探测到自旋的本身, 而且可以探测到自旋状态的变化。

自旋输运不同于电荷输运, 因为系统中的电子自旋并不是守恒量, 它会受

到自旋轨道耦合和核磁矩与电子自旋之间的超精细耦合的影响。而我们也正是可以针对自旋输运的这一特征对它加以利用。

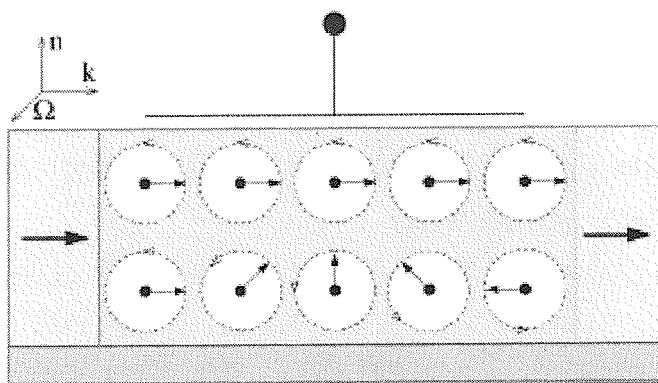


图 1.12 Datta-Das 自旋场效应管 (SFET) 示意图。源极(自旋注入器)和漏极(自旋探测器)由铁磁金属或半导体构成, 它们的磁化方向平行。自旋极化的电子在准一维的通道里弹道运动, 这个通道可以是 InGaAs/InAlAs 异质结构形成的二维电子气中的一个通道,  $\mathbf{n}$  为二维电子气平面矢量,  $\Omega$  是在自旋轨道耦合影响下电子自旋的进动方向,  $\mathbf{k}$  为电子弹道运动的波矢方向。当由自旋轨道耦合引起的自旋进动导致的自旋弛豫时间比电子由源极运动到漏极的时间长时, 极化电流大; 反之, 极化电流小。

通常自旋电子学设计方案中的原型装置为 Datta-Das 自旋场效应管 (SFET)<sup>[40]</sup>。图 1.12 给出了这个装置的示意图。这个场效应管设计有一个源极, 一个漏极, 一个窄的通道和一个调控电流的门电极。门电极控制电流的导通和中断。在 Datta-Das 自旋场效应管装置中, 源极和漏极由铁磁体构成, 分别担当电子自旋的注入器和探测器。源极将自旋与传输方向平行的电子注入到通道中, 电子弹道输运通过通道, 当它们到达漏极时, 它们的自旋就在这里被探测到。当电子的自旋指向与漏极的自旋取向相同时, 电子进入到漏极, 自旋场效应管闭合; 否则, 电子被散射而不进入漏极, 自旋场效应管断开。装置中门电极的作用是产生一个沿  $\Omega$  方向(参照图 1.12)的有效磁场, 它是通过衬底材料中的自旋轨道耦合、传输通道的约束形状和门电极的静电势的共同作用产生的。这个



有效磁场引起电子自旋进动，通过调节门电压，我们就可以控制进动，使电子在到达漏极时自旋与漏极自旋取向平行、反平行、或在两者之间，从而实现通过自旋有效控制电流的目的。

自旋电子学的研究紧紧地依赖于不同学科取得的成果，这些学科包括磁学、半导体物理、超导物理、光学和介观物理等等；同时自旋电子学建立了其不同子领域之间新的联系<sup>[41, 42]</sup>。为了更容易定位，对近几来自旋电子学的研究可以分为两组，一组覆盖了新兴的应用领域，另一组包括已经建立起来的方案和材料。后面一组通常被描述为磁电子学，主要包括顺磁、铁磁金属和绝缘体，利用磁阻效应来实现计算机硬盘驱动的读写磁头、记忆性的磁内存（MRAM）、电路隔离器等。自旋电子学从新兴的材料中得益不少，比如铁磁半导体、有机半导体、有机铁磁体、高温超导体和碳纳米管，这些材料给传统设备带来一些新的功能。自旋电子学应用潜能得到充分实现之前，仍然需要持续的探讨自旋电子学的基础理论问题。

自旋注入到半导体中的想法最早在 70 年代初期提出，是运用铁磁电极实现自旋极化电子隧穿的初步研究。通过计算多数载流子和少数载流子极化度随空间的衰减，Aronov 和 Pikus 对从铁磁电极到半导体的自旋注入进行了理论分析<sup>[43]</sup>。Alvarado 和 Renaud 在实验上观测到自旋极化的电子从 Ni 的尖端隧穿到 GaAs 上<sup>[44]</sup>，实验上通过光辐射的极化来判断电子的自旋极化，在小的注入能量时得到了大约 -30% 的极化度。这个实验证实了自旋注入到半导体中是可能的；自旋极化度是负值表明 3d 电子少数载流子更倾向于从 Ni 的尖端射出。Prins 研究了运用半导体势垒的自旋注入隧穿，也得到了了一定的自旋极化度。

在理论上，在稀磁半导体/半导体异质结构和磁调制二维电子气系统中都得到了极化度较高的自旋极化电流，研究者们为它们怎样在实际中发挥作用还在继续研究。为了进一步了解这些系统的各种性质，为它们在自旋电子学上的应用提供更多的信息，我们研究了这两种系统中的散粒噪声特性，将在第 5 和第 6 章中介绍。

## 1.6 本论文研究目标和结构安排

量子散粒噪声目前仍然是一个十分活跃的领域，理论和实验都不断有新进展报道。散粒噪声可以给出系统丰富的物理信息，所以研究它对深入了解系统

的各种运输机制和运输的动力学特征、从理论上对实验现象加以解释并预言新的实验现象、寻求探测系统物理信息的新手段都有重要意义。散粒噪声经过几十年的研究，目前仍是十分活跃的研究课题，其原因包括：实验上对散粒噪声的探测手段在不断发展，许多新的实验现象不断被发现；散粒噪声作为量子输运体系的普遍特征，随着新的物理研究的发展，对它的理论研究也需要不断更新与完善。

经过调研，我们发现关于散粒噪声还有一些重要的基本问题没有解决。随着自旋电子学的发展，自旋轨道相互作用对介观输运系统散粒噪声的影响还鲜有研究，尤其是没有一个一般性的系统理论；另外，关于强自旋轨道耦合材料构成的共振双势垒异质结构中散粒噪声的测量得到了比 Poisson 噪声小得多的强噪声抑制，这一现象以往理论无法解释。为了解决这个问题，我们发展了标准的散射理论，引入电子自旋自由度和与自旋相关的散射过程，得到了考虑自旋轨道耦合的介观输运系统散粒噪声的普适表达式。这项工作对标准散射矩阵方法的发展，对未来关于与自旋相关散射问题的研究有启发意义。我们在共振隧穿双势垒结构中得到的数值结果，解释了以往理论不能解释的极强噪声抑制实验现象。这一部分工作我们在第4章中进行介绍。

半导体超晶格材料中的台阶势垒异质结构的输运特性既不同于双垒结构，也不同于单垒结构，又有许多优于前两者的地方。为了了解其中的散粒噪声特性，我们进行了相关研究。我们发现台阶势垒的散粒噪声比前两者都小，这是台阶势垒特有的在外加偏压下形成的三角形势阱独特的共振隧穿特性决定的，因此，以散粒噪声为主要噪声源的这类器件具有更优越的信噪比性能。关于这一部分工作我们在第3章中进行介绍。

稀磁半导体/半导体异质结构具有自旋极化输运的特征，而其中的散粒噪声涨落对输运的影响目前还是未知的。在对半导体异质结构散粒噪声研究的基础上，我们对稀磁半导体/半导体异质结构中的散粒噪声随外加磁场、电场、结构对称性和结构尺度的变化进行了全面的研究，得到了能够反映系统信息的丰富的散粒噪声结果。关于这一部分工作我们在第5章中进行介绍。

磁调制二维电子气系统是自旋电子学研究的一类重要系统。但其中与自旋有关的散粒噪声还未见研究报道。我们对磁垒、电垒和自旋轨道耦合共同调制的二维电子气系统中的散粒噪声进行了研究，讨论了磁场和自旋轨道耦合强度对它的影响。研究结果显示散粒噪声能够反映系统输运机制的重要特征。关于

这一部分工作我们在第 6 章中进行介绍。

近几年，单层石墨这个低能相对论系统引起了人们的关注。其中的散粒噪声将会给出相对论电子量子噪声的独特信息，考虑到这一点，我们在前人工作的基础上，研究了基于单层石墨的共振隧穿双势垒结构的散粒噪声特征。在得到的理论和数值结果基础上，我们对前人已得到但未能指出的理论结果背后的物理机制给与了深刻的阐释，并预言了新的有物理依据的实验现象。关于这一部分工作我们在第 7 章中进行介绍。

在这些工作中运用的基本方法：散射矩阵方法、转移矩阵方法和考虑非对角项的流密度算符的波函数连续条件将在第 2 章中予以介绍。这些基本方法的应用或发展，我们会在介绍具体工作的相关章节给与详细介绍。

在这里需要强调一下，我们对介观输运系统散粒噪声的研究通过五个不同的具体量子结构展开，但总的研究是一个系统的课题，对散粒噪声的理解是不断深入、不断发展、不断完善和不断补充的。比如，对共振隧穿势垒势阱结构中散粒噪声的理解，从使用最广泛的半导体双势垒结构，发展到台阶势垒结构，稀磁半导体异质结构，磁垒电垒调制的二维电子气结构，到单层石墨三角形色散能带形成的双垒结构；得到的考虑自旋自由度的散粒噪声的普适表达式，进一步解决了自旋极化输运散粒噪声的问题；通过对无序散射金属(diffusive metal)中散粒噪声 Fano 因子等于  $1/3$  物理机制的理解，解释了单层石墨相对论电子系统和磁调制二维电子气系统散粒噪声的物理机制。我们的目标是挖掘关于散粒噪声最基本的物理，通过研究实现了对现有理论的发展、对实验现象的解释和预测新的实验现象的目标。

## 第2章 理论方法

### 2.1 散射理论

Landauer 1957 年将电导问题作为散射问题讨论<sup>[45]</sup>，现在，散射理论已经成为介观物理中的重要理论。这种方法将导体看作一个散射体，与电子库相连接。假设在每一个电子库中电子处于热平衡状态，电子按照费米分布函数占据入射态，然后散射到出射态。在低温下，电导完全由费米能级处的电子透射矩阵所决定。两端 Landauer 公式及多端推广构成计算相位相干样品输运特性的一般框架。在参考文献[13, 46, 47]中给出了介观导体噪声的散射理论，基本结果是将散粒噪声功率与费米能级处的透射矩阵建立起联系。这里按照 Büttiker 的工作进行推导介绍<sup>[13, 47]</sup>。

两条引线连接到一个任意的散射区域(见图 2.1)，每个引线包括能量为  $E$  的  $N$  个输入模式和  $N$  个输出模式。假设只存在弹性散射，因而能量守恒。入射和出射模式之间由  $2N \times 2N$  的散射矩阵  $\mathbf{s}$  联系，即

$$\begin{pmatrix} O_L \\ O_R \end{pmatrix} = \mathbf{s} \begin{pmatrix} I_L \\ I_R \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

其中  $I_L$ ,  $O_L$ ,  $I_R$ ,  $O_R$  分别表示左端引线 L 和右端引线 R 入射( $I$ )和出射( $O$ )模式幅值的  $N$  分量矢量。散射矩阵可以分解为  $N \times N$  反射和透射矩阵，即

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_{LL} & s_{LR} \\ s_{RL} & s_{RR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{t}' \\ \mathbf{t} & \mathbf{r}' \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

其中矩阵  $s_{\beta\alpha}$  包含从引线  $\alpha$  的  $m$  入射模式到引线  $\beta$  的  $n$  出射模式的幅值  $s_{\beta n, \alpha m}$ ， $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{t}$ 、 $\mathbf{r}'$  和  $\mathbf{t}'$  分别表示从左边到右边，从右边到左边的反射和透射幅矩阵。流守恒保证  $\mathbf{s}$  矩阵是幺正矩阵；时间反演对称性保证  $\mathbf{s}$  是对称矩阵。

左端引线中的电流算符由下式给出

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{h} \sum_{\alpha, \beta} \int_0^\infty dE \int_0^\infty [A_{\alpha\beta}^{m,n}(L; E, E') \hat{a}_{\alpha m}^\dagger(E) \hat{a}_{\beta n}(E') e^{it(E-E')/\hbar}] dE' \quad (2-3)$$

其中  $\hat{a}_{\alpha m}^\dagger$  ( $\hat{a}_{\alpha m}$ ) 是散射态  $\psi_{\alpha m}(\mathbf{r}, E)$  的产生(湮灭)算符,  $\mathbf{r} = (x, y)$ 。矩阵元  $A_{\alpha, \beta}^{m, n}(L; E, E')$  由左端引线的横截面  $S_L$  上的电流值决定

$$A_{\alpha, \beta}^{m, n}(E, E') = \frac{1}{2} \int_{S_L} \{ \psi_{\alpha m}(\mathbf{r}, E) [\hat{v}_x \psi_{\beta n}(\mathbf{r}, E')] + \psi_{\beta n}^*(\mathbf{r}, E') \hat{v}_x \psi_{\alpha m}(\mathbf{r}, E) \} dy \quad (2-4)$$

这里,  $\hat{v}_x$  是  $x$  方向的速度算符。

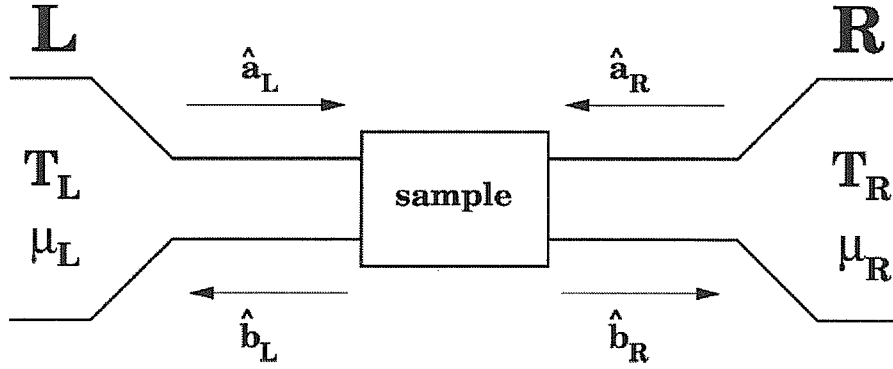


图 2.1 两端散射问题示意图

只要电子散射前后能量相等, 式(2-4)可以简化为下式

$$A_{\alpha, \beta}^{m, n}(L; E, E') = \delta_{\alpha L} \delta_{\alpha \beta} \delta_{mn} - \sum_{p=1}^N s_{Lp, \alpha m}(E) s_{Lp, \beta n}^*(E) \quad (2-5)$$

由于

$$\langle \hat{a}_{\alpha m}^\dagger(E) \hat{a}_{\beta n}(E') \rangle = \delta_{\alpha \beta} \delta_{mn} \delta(E - E') f_\alpha(E) \quad (2-6)$$

其中  $f_\alpha$  是  $\alpha$  端电子库的 Fermi-Dirac 分布函数, 有如下形式

$$f_L(E) = f(E - E_F - eV) \quad (2-7)$$

$$f_R(E) = f(E - E_F) \quad (2-8)$$

$$f(x) = [1 + \exp(x / k_B T)]^{-1} \quad (2-9)$$

式中  $E_F$  是费米能。最后得到的结果是

$$\langle \hat{I}_L(t) \rangle = \frac{e}{h} \sum_{\alpha, m} \int_0^\infty f_\alpha(E) A_{\alpha, \alpha}^{m, m}(L; E, E) dE = \frac{e}{h} \int_0^\infty [f_L(E) - f_R(E)] \text{Tr} \mathbf{t}(E) \mathbf{t}^\dagger(E) dE \quad (2-10)$$

其中已将式(2-2)和(2-5)代入，并且应用了  $\mathbf{s}$  的么正性。线性响应的电导定义为

$$G \equiv \lim_{V \rightarrow 0} \langle I \rangle / V \quad (2-11)$$

考虑到式(2-7)至(2-9)分布函数的形式，可以得到

$$G = \frac{e^2}{h} \int_0^\infty \left( -\frac{\partial f}{\partial E} \right) \text{Tr} \mathbf{t}(E) \mathbf{t}^\dagger(E) dE \quad (2-12)$$

在绝对零度，得到 Landauer 公式

$$G = \frac{e^2}{h} \text{Tr} \mathbf{t} \mathbf{t}^\dagger = \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n \quad (2-13)$$

其中  $\mathbf{t}$  为  $E_F$  处的透射矩阵， $T_n \in [0, 1]$  是  $\mathbf{t} \mathbf{t}^\dagger$  的本征值。电导完全由透射本征值决定，并不需要知道透射本征态的全部信息。因此，电导也就不能反映透射本征态的完全信息。每一个透射本征态都是入射模式复杂的叠加形式，而散粒噪声可能与透射矩阵的所有元素有关，所以能给出更多的系统信息。

对于处于平衡态的费米气体

$$\begin{aligned} & \langle \hat{a}_{\alpha k}^\dagger(E_1) \hat{a}_{\beta l}(E_2) \hat{a}_{\gamma m}^\dagger(E_3) \hat{a}_{\delta n}(E_4) \rangle - \langle \hat{a}_{\alpha k}^\dagger(E_1) \hat{a}_{\beta l}(E_2) \rangle \langle \hat{a}_{\gamma m}^\dagger(E_3) \hat{a}_{\delta n}(E_4) \rangle \\ &= \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} \delta_{kn} \delta_{ml} \delta(E_1 - E_4) \delta(E_2 - E_3) f_\alpha(E_1) [1 - f_\beta(E_2)] \end{aligned} \quad (2-14)$$

为了计算散粒噪声的功率，把式(2-14)和式(2-3)代入到式(1-22)中，就可以得到如下噪声谱的表达式<sup>[47]</sup>

$$\begin{aligned} S_{\alpha\beta}(\omega) &= \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{\gamma\delta} \sum_{mn} \int dE A_{\gamma\delta}^{mn}(\alpha; E, E + \hbar\omega) A_{\delta\gamma}^{nm}(\beta; E + \hbar\omega, E) \\ &\quad \times \{f_\gamma(E) [1 - f_\delta(E + \hbar\omega)] + [1 - f_\gamma(E)] f_\delta(E + \hbar\omega)\} \end{aligned} \quad (2-15)$$

这个表达式对于频率具有对称性  $S_{\alpha\beta}(\omega) = S_{\beta\alpha}(-\omega)$ 。对于  $\omega = 0$ ，由上式得到

$$S_{\alpha\beta} \equiv S_{\alpha\beta}(0) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{\gamma\delta} \sum_{mn} \int dE A_{\gamma\delta}^{mn}(\alpha; E, E) A_{\delta\gamma}^{nm}(\beta; E, E) \times \{f_\gamma(E)[1-f_\delta(E)] + [1-f_\gamma(E)]f_\delta(E)\} \quad (2-16)$$

把表达式(2-5)代入上式，可以得到

$$S_{LL} = \frac{e^2}{\pi\hbar} \int_0^\infty \{[f_L(1-f_R) + f_R(1-f_L)]Tr\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger(1-\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger) + [f_L(1-f_L) + f_R(1-f_R)]Tr\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger\} dE \quad (2-17)$$

这里又一次用到  $\mathbf{s}$  的么正性。

应用式(2-16)可以计算大多数情况下的低频噪声功率谱。下面假设  $eV$  和  $k_B T$  足够小，可以忽略透射矩阵对能量的依赖，所以能够将  $E = E_F$  能量的透射矩阵  $\mathbf{t}$  应用到公式(2-17)中。首先确定平衡噪声，即  $V = 0$  的噪声。应用关系式  $f(1-f) = -k_B T \partial f / \partial E$ ，可以求出

$$S_{LL} = 4k_B T \frac{e^2}{h} Tr\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger = 4k_B T \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n \quad (2-18)$$

正是 Nyquist-Johnson 公式。式(2-18)在绝对零度可以得到散粒噪声功率为

$$S_{LL} = 2eV \frac{e^2}{h} Tr\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger(1-\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger) = 2eV \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n(1-T_n) \quad (2-19)$$

这个表达式最早是由 Büttiker 推导出来的，它是单通道散粒噪声公式向多通道的推广。这里， $S_{LL}$  也仅是透射矩阵本征值的函数。

在公式(2-19)中， $T_n = 1$  的模式对于散粒噪声没有贡献。这一点很容易理解：在绝对零度，入射电子束没有涨落，对于完全透射，透射电子流是没有噪声的。如果  $T_n$  减小，透射电子流随时间的变化对平均电流会产生偏离。通常产生的散粒噪声小于  $S_{Poisson}$ ，因为透射电子具有 Pauli 原理引起的相关性。仅当  $T_n \ll 1$  时，透射电子是不相关的，会产生完全的 Poisson 噪声。本质上入射态的占据数目没有涨落是电子为费米子的结果，通常低于 Poisson 噪声的抑制是由于 Pauli 不相容原理所致。另一方面，噪声抑制并不是费米子所独具的特性，噪声抑制也可以在占据数没有涨落的任何入射粒子束中产生，例如声子。

将式(2-18)推广到电压不为零且温度不为零的情况，有

$$S_{LL} = 2 \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^N [2k_B T T_n^2 + T_n(1-T_n)eV \coth(eV/2k_B T)] \quad (2-20)$$

从式(2-18)的热噪声到式(2-20)的散粒噪声都依赖于透射矩阵的本征值  $T_n$ 。

对于更普遍的非平衡散粒噪声，可以通过公式(2-16)计算，在这种情况下，通常散粒噪声不仅仅依赖于透射矩阵的本征值  $T_n$ ，还依赖于透射本征态的特征，因而能够反映系统透射过程更丰富的信息。

## 2.2 转移矩阵方法

### 2.2.1 转移矩阵概述<sup>[38]</sup>

散射矩阵作用到入射的波函数上，得到出射的波函数。即对于图 2.2 所示的系统，

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \mathbf{s} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (2-21)$$

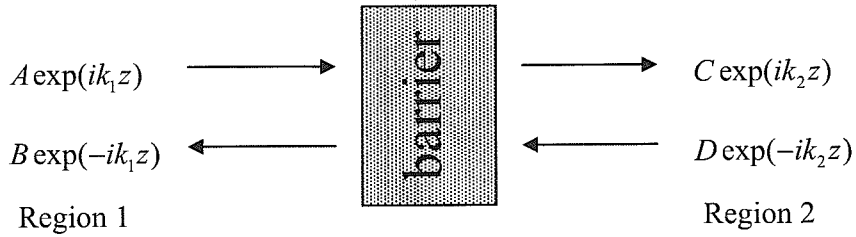


图 2.2 由一个势垒构成的一个一般散射问题，势垒连接左端的区域 1 和右端的区域 2。

转移矩阵作用到样品左端(图 2.2 中的区域 1)的波函数上，包括由左端入射和出射到左端的波函数，得到样品右端(图 2.2 中的区域 2)的波函数。即

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}^{(21)} & T_{12}^{(21)} \\ T_{21}^{(21)} & T_{22}^{(21)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (2-22)$$



转移矩阵的连续乘积可以用来计算在输运方向上多势垒结构复杂组合的透射特征。图 2.3 画出了两个势垒阻挡电子的情形。三个区域的波函数振幅通过结点的两个转移矩阵连接

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{(32)} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (2-23)$$

显然，把两个式子连接起来可以得到

$$\begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{(32)} \mathbf{T}^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \equiv \mathbf{T}^{(31)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (2-24)$$

其中  $\mathbf{T}^{(31)} = \mathbf{T}^{(32)} \mathbf{T}^{(21)}$ 。通过转移矩阵按顺序的乘积，上述两势垒情形就可以扩展到任意多个势垒的情形。空间区域的标号通常是按照从左到右的顺序，而转移矩阵必须按相反的方向相乘，才能按正确的顺序作用到相应的波幅上。

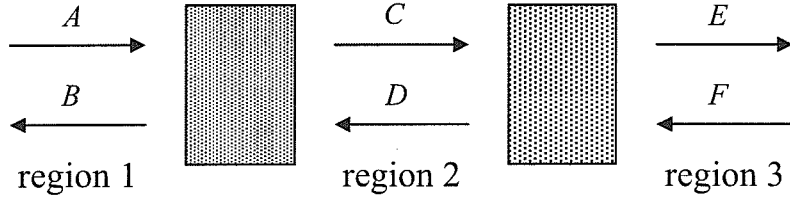


图 2.3 多个转移矩阵的乘积得到总的透射振幅的示意图。

运用转移矩阵方法计算透射概率和用矩阵行列式解线性方程组的 Cramer 法则是等价的。用转移矩阵连接的左端和右端波幅可以表示为

$$\begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \quad (2-25)$$

所以有

$$r = -\frac{T_{21}}{T_{22}}, \quad t = \frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}} \quad (2-26)$$

## 1.5.2 一个半导体超晶格的具体例子

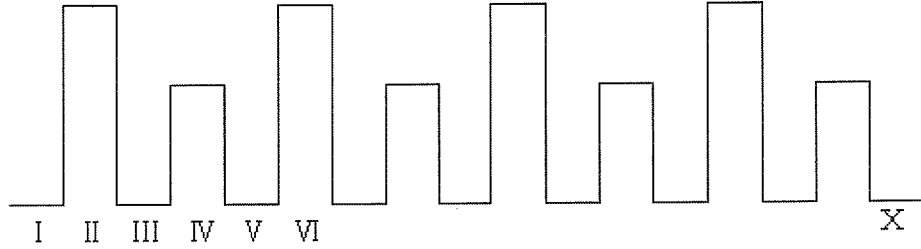


图 2.4 以非对称双势垒结构为重复单元的超晶格结构

对于图 2.4 所示的以非对称双势垒结构为重复单元的超晶格结构，从左到右外加强度为  $F$  的偏置电压，电子在左端电极区域 I 的波函数为

$$\psi_I = \sum_{j=\pm} \left( \sqrt{\frac{m_j^*}{\hbar k_{1j}}} e^{ik_{1j}z} + r_j \sqrt{\frac{m_j^*}{\hbar k_{1j}}} e^{-ik_{1j}z} \right) \quad (2-27)$$

电子在右端电极 X 区域的波函数为

$$\psi_X = \sum_{j=\pm} \left( t_j \sqrt{\frac{m_j^*}{\hbar k_{Nj}}} e^{ik_{Nj}z} \right) \quad (2-28)$$

电子在两个电极之间的区域内的波函数为

$$\psi_\xi = \exp(i\mathbf{k}_\parallel \cdot \mathbf{\rho}) \sum_{j=\pm} \left[ A_{\xi j} \text{Ai} \left( \frac{z + u_{\xi j}/eF}{z_{0j}} \right) + B_{\xi j} \text{Bi} \left( \frac{z + u_{\xi j}/eF}{z_{0j}} \right) \right] \quad \xi = 1, 2, \dots, N \quad (2-29)$$

在以上三个式子中， $\text{Ai}(z)$  和  $\text{Bi}(z)$  为 Airy 函数， $\mathbf{\rho}$  为  $xy$  平面内的位置矢量， $k_{1j} = \sqrt{2m_j^*E_z}/\hbar$ ， $k_{Nj} = \sqrt{2m_j^*[E_z + eFN(a+b+c)]}/\hbar$ ，在势阱区域， $u_{\xi j} = 0$ ，在不同高度的势垒区域， $u_{\xi j} = E_z - U_{1,2}$ ， $U_{1,2}$  分别为两个势垒的高度， $z_{0j} = [\hbar^2/(2m_j^*eF)]^{1/3}$ ， $t_j$  和  $r_j$  分别为透射和反射振幅， $E_z$  为电子在  $z$  方向的能量分量， $m_j^*$  为电子在  $j$  区域的有效质量， $F$  为外加偏压电场的强度， $N$  为超晶格

重复单元的总数目； $b$ 、 $c$ 和 $a$ 分别为每个重复单元双势垒结构左垒、右垒和两垒间隔的宽度。我们对波函数采用流守恒的归一化方式，这样从左到右的透射(反射)振幅和从右到左的透射(反射)振幅满足 $t' = t$ ， $r' = -tr^*/t^*$ ，简化后面对散粒噪声的计算。令

$$A_{1j} = \sqrt{\frac{m_1^*}{\hbar k_{1j}}} \quad B_{1j} = r_j \sqrt{\frac{m_1^*}{\hbar k_{1j}}} \quad (2-30)$$

波函数在界面位置的连接条件可以写成关于 $t_j$ ， $r_j$ ， $A_{\xi j}$ ，和 $B_{\xi j}$ 的代数方程组，例如，区域 I 和 II 的界面上的连续条件方程为

$$\left\{ \begin{aligned} & A_{1+} + B_{1+} = \underbrace{Ai\left(\frac{0+u_{\xi+}/eF}{z_{0+}}\right)}_{a_{2+}} A_{2+} + \underbrace{Bi\left(\frac{0+u_{\xi+}/eF}{z_{0+}}\right)}_{b_{2+}} B_{2+} \\ & \underbrace{\left(\frac{\hbar^2}{m_1^*}k_{1+} + 2\gamma k_{\square}k_{1+}\right)}_{a_{1+}} A_{1+} + \underbrace{\left(-\frac{\hbar^2}{m_1^*}k_{1+} - 2\gamma k_{\square}k_{1+}\right)}_{b_{1+}} B_{1+} \\ & = \underbrace{\left(\frac{\hbar^2}{m_2^*} + 2\gamma k_{\square}\right)i\left(\frac{2m_{1+}^*eF}{\hbar^2}\right)^{1/3} Ai'\left(\frac{0+u_{\xi+}/eF}{z_{0+}}\right)}_{c_{2+}} A_{2+} \\ & + \underbrace{\left(\frac{\hbar^2}{m_2^*} + 2\gamma k_{\square}\right)i\left(\frac{2m_{1+}^*eF}{\hbar^2}\right)^{1/3} Bi'\left(\frac{0+u_{\xi+}/eF}{z_{0+}}\right)}_{d_{2+}} B_{2+} \end{aligned} \right. \quad (2-31)$$

每个方程只与相邻两个区域的波函数系数相关，所以可以写为

$$\begin{pmatrix} A_{2j} \\ B_{2j} \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{(21)} \begin{pmatrix} A_{1j} \\ B_{1j} \end{pmatrix} \quad (2-32)$$

$$\mathbf{T}^{(21)} = \begin{pmatrix} \frac{d_{2+} - a_{1+}b_{2+}}{a_{2+}d_{2+} - b_{2+}c_{2+}} & \frac{d_{2+} - b_{1+}b_{2+}}{a_{2+}d_{2+} - b_{2+}c_{2+}} \\ \frac{a_{2+}a_{1+} - c_{2+}}{a_{2+}d_{2+} - b_{2+}c_{2+}} & \frac{a_{2+}b_{1+} - c_{2+}}{a_{2+}d_{2+} - b_{2+}c_{2+}} \end{pmatrix} \quad (2-33)$$

其余的在所有界面的连续条件都可以用转移矩阵表示出来，即

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^{(N;N-1)} \mathbf{T}^{(N-1;N-2)} \dots \mathbf{T}^{(32)} \mathbf{T}^{(21)} \quad (2-34)$$

$$\begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \quad (2-35)$$

运用前一小节的公式(2-26), 就可以得到求系统电流和散粒噪声需要用到的透射概率和反射概率了。

### 2.3 考虑流算符非对角项的波函数连续条件

在这一节里, 我们以平衡态下的双势垒结构为例子, 介绍在自旋轨道耦合存在下考虑流算符非对角项的波函数连续条件。

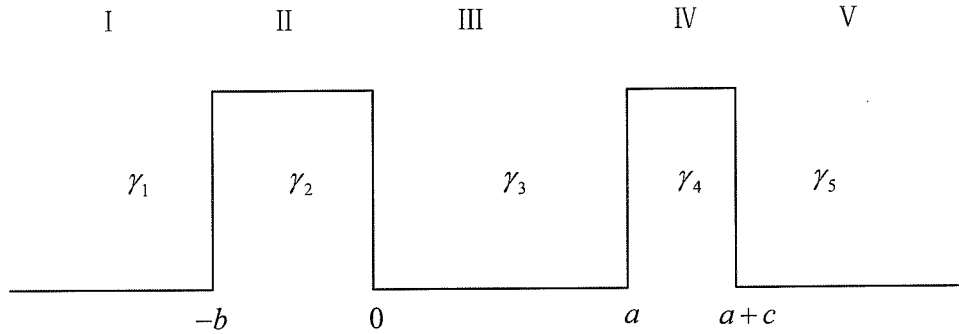


图 2.5 平衡条件下非对称双势垒结构示意图, 假设电子有效质量和自旋轨道耦合常数在各个区域均不同。

考虑一个一般的 Hamilton 量

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2m^*} + V(z) + \gamma(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2-36)$$

其中  $\mathbf{P}$  为电子动量,  $m^*$  为电子有效质量,  $V(z)$  为沿异质结生长方向  $z$  方向的势函数,  $\gamma$  项为 Dresselhaus 自旋轨道耦合相互作用。用本征旋量  $\chi_{\pm}$  将旋量 Hamilton 量对角化(具体过程参照第 4 章的介绍), 解一维有效 Schrödinger 方程, 得到不同区域的波函数:

$$\psi_I = \exp(i\mathbf{k}_\square \cdot \mathbf{p}) \sum_{j=\pm} [\exp(ik_j z) + r_j \exp(-ik_j z)] \chi_j \quad (2-37)$$

$$\psi_{II,III,IV} = \exp(i\mathbf{k}_\square \cdot \mathbf{p}) \sum_{j=\pm} [A_{2,3,4,j} \exp(q_{2,3,4,j} z) + B_{2,3,4,j} \exp(-q_{2,3,4,j} z)] \chi_j \quad (2-38)$$

$$\psi_V = \exp(i\mathbf{k}_\square \cdot \mathbf{p}) \sum_{j=\pm} t_j \exp(ik_j z) \chi_j \quad (2-39)$$

其中, 罗马数字和阿拉伯数字的角标都代表不同的结构区域(参照图 2.5),  $\mathbf{k}_\square$  为电子在垂直隧穿方向平面内的波矢,  $\mathbf{p}$  为这个平面内的坐标,  $k_j$  和  $q_{2,3,4,j}$  为自旋  $j$  分量电子在不同区域内沿  $z$  方向的波矢。通过速度算符公式

$$\dot{x} = v_x = \frac{\partial H}{\partial P_x} \quad (2-40)$$

可以得到不同区域的流算符分别为

$$j_{I,III,V} = \frac{1}{\hbar} \begin{bmatrix} -i \frac{\hbar^2}{m_{1,3,5}^*} \frac{\partial}{\partial z} + \gamma_{1,3,5} k_\square^2 \cos(2\varphi) & -2\gamma_{1,3,5} k_\square e^{i\varphi} (-i \frac{\partial}{\partial z}) \\ -2\gamma_{1,3,5} k_\square e^{-i\varphi} (-i \frac{\partial}{\partial z}) & -i \frac{\hbar^2}{m_{1,3,5}^*} \frac{\partial}{\partial z} - \gamma_{1,3,5} k_\square^2 \cos(2\varphi) \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

$$j_{II,IV} = \frac{1}{\hbar} \begin{pmatrix} \frac{\hbar^2}{m_{2,4}^*} & -2\gamma_{2,4} k_\square e^{i\varphi} \\ -2\gamma_{2,4} k_\square e^{-i\varphi} & \frac{\hbar^2}{m_{2,4}^*} \end{pmatrix} \left( -i \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2-42)$$

其中,  $k_\square$  为平面波矢  $\mathbf{k}_\square$  的绝对大小,  $\varphi$  为波矢  $\mathbf{k}$  在  $xy$  平面内的极角。所以由波函数在界面连续和流密度守恒条件即给出旋量波函数的连接条件

$$\begin{cases} \psi_I(z=-b) = \psi_{II}(z=-b) \\ j_I \psi_I(z=-b) = j_{II} \psi_{II}(z=-b) \\ \psi_{II}(z=0) = \psi_{III}(z=0) \\ j_{II} \psi_{II}(z=0) = j_{III} \psi_{III}(z=0) \end{cases} \quad (2-43)$$

$$\begin{cases} \psi_{III}(z=a) = \psi_{IV}(z=a) \\ j_{III} \psi_{III}(z=a) = j_{IV} \psi_{IV}(z=a) \\ \psi_{IV}(z=a+c) = \psi_V(z=a+c) \\ j_{IV} \psi_{IV}(z=a+c) = j_V \psi_V(z=a+c) \end{cases} \quad (2-44)$$

用前面介绍的转移矩阵方法求解这些方程，就可以得到电子隧穿通过势垒结构的透射概率和反射概率。流算符中没有与自旋相关的量，所以连续性条件仍可以以 Hamilton 本征旋量  $\chi_{\pm}$  为基矢进行计算。在势垒比较窄时，流算符非对角项会对自旋输运有较大修正。如果电子有效质量和自旋轨道耦合常数在任何区域都相同，且  $\varphi = \pi/4$ ，即  $k_x = k_y$ ，考虑流算符非对角项会给出和不考虑非对角项相同的结果。

### 第3章 台阶势垒结构中的散粒噪声

本章介绍的工作运用散射矩阵方法对共振隧穿台阶势垒隧穿电流的散粒噪声进行了研究<sup>[48]</sup>，得到了散粒噪声随外加偏压、费米能量和结构参数变化的特征。通过比较矩形单垒、台阶势垒和双势垒结构中的共振隧穿，我们发现台阶势垒中噪声随偏压变化的特征与矩形单势垒和双势垒结构都不同，并且噪声抑制相比后两者显著增强。台阶势垒结构的透射概率特征介于共振隧穿和弹道隧穿之间，所以散粒噪声抑制也介于 $1/2$  Poisson值和0值之间。对于台阶势垒，散粒噪声在电流峰值对应的偏压处，呈现一个极小值的谷，并且Fano因子也达到极小值。我们还发现：电极化学势越大，噪声抑制越强；不同的台阶构型也影响噪声抑制的强弱，Fano因子达到0.05的最强的噪声抑制发生在两部分势垒高度比为 $1/3$ 的构型。这些结果可以通过台阶势垒结构的隧穿特征来解释，因为台阶势垒的共振隧穿是通过有限偏压下形成的三角形势阱中的束缚态来实现的，所以隧穿过程受偏压，电极费米能量，台阶两部分高度的不对称性影响就比较大。如果考虑信噪比和负微分电阻区域的宽度，基于台阶势垒的器件会比基于矩形单垒和双势垒结构的都优越。这些发现对改善基于共振隧穿机理的量子器件的性能，如信噪比、高频响应等等有一定帮助。

#### 3.1 研究背景简介

在过去的几十年，基于半导体材料的方形单垒、双垒、和台阶形势垒(能带示意图为图3.1，三者透射概率的比较为图3.2-3.4)异质结构在理论和实验上都引起了广泛的关注<sup>[49-63]</sup>。这类结构中发现的最有意义的现象就是负微分电阻特性，它源于电子通过多垒结构的共振隧穿过程。

单势垒是复杂多势垒结构最基本的构筑单元，通过对单势垒结构中输运现象的研究可以揭示多势垒结构的一些最基本的物理性质和机制；单势垒结构中的负微分电阻效应和高于势垒的准束缚态分别在上世纪八十、九十年代在实验上被观察到<sup>[59, 61, 64-66]</sup>。双势垒结构中的负微分电导、电荷存贮、本征双稳、共振与非共振隧穿、共振隧穿模式等物理现象和物理问题被广泛研究。共振隧穿二极管<sup>[67, 68]</sup>和双极二极管<sup>[69]</sup>是两个十分典型的基于双势垒共振隧穿量子力学效应

的例子。基于负微分电阻特性的高频振荡器可能被用作太赫兹光源、调制器和探测器。许多基于共振隧穿势垒结构的功能器件在实验上已经研制出来了，比如量子阱振荡器，量子存储器和量子开关等。

台阶势垒结构制备工艺比双垒和多垒结构更简单，理论研究发现<sup>[50, 51]</sup>，和单垒及双垒结构相比，它具有更大的负微分电阻区域，基于它的量子器件响应速度更快。最近十几年，理论上关于台阶势垒具有负微分电阻特性的预言被实验证实<sup>[52, 53]</sup>。实验上在GaAlAs多台阶势垒结构中观测到了室温下的负微分电阻现象，并且电流的峰谷比大于1(图3.5)。通过 $I-V$ 曲线测量，这一特性也在GaAs/GaAlAs/InAlAs/GaAs多台阶势垒异质结构中被观测到，这一观测也证实了通过给台阶势垒施加一个由低垒到高垒方向的偏压形成的三角形势阱中具有共振状态和共振隧穿因此发生的理论分析(图3.6-3.7)。

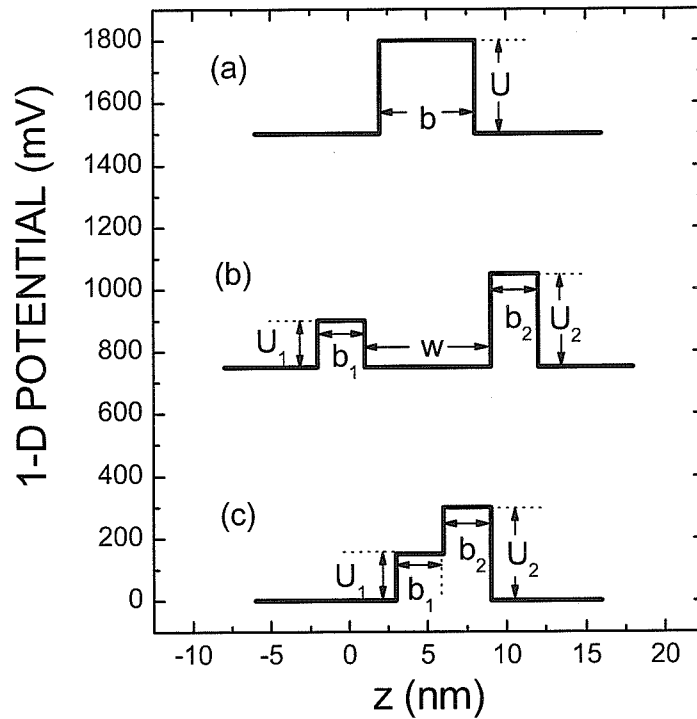


图3.1 矩形单势垒、非对称双势垒和台阶势垒结构一维能带示意图。



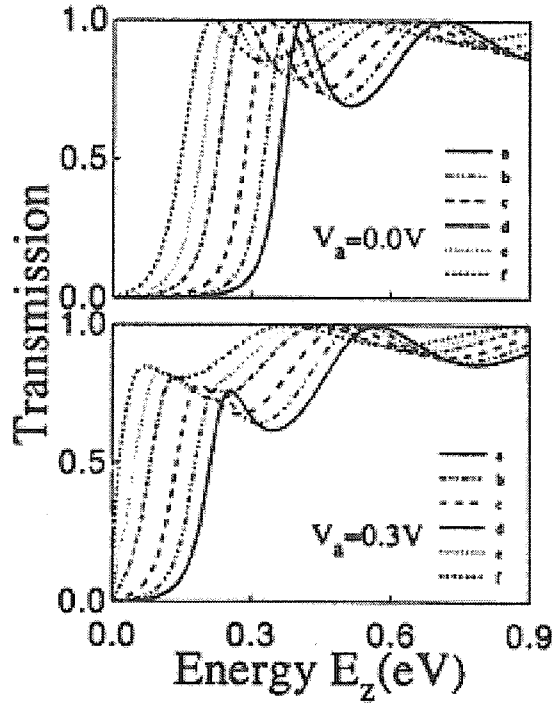


图3.2 在外加零偏压和有限偏压下，电子隧穿通过矩形单势垒结构的透射概率。横坐标为电子的纵向能量  $E_z$ 。图中  $k_{xy}$  取了6个不同的值，(a)-(f)分别对应  $k_{xy} = 0.00, 0.04, 0.06, 0.08, 0.09$ , 和  $0.10 \text{ \AA}^{-1}$ 。数值计算的结构参数为  $b = 60 \text{ \AA}$ ,  $U = 300 \text{ meV}$ ,  $m_b^* = 0.1002m_e$ ,  $m_0^* = 0.067m_e$ 。各参数的定义在3.2节。此图引自参考文献[50]。

基于势垒结构器件的输运特性与载流子的数目有很大关系，所以散粒噪声是最重要的噪声源。散粒噪声由通过器件的电子形成的电流束之间的相互关联决定<sup>[2]</sup>。在介观尺度电子器件中，散粒噪声是电噪声的主要来源(详细讨论见第1章)，所以散粒噪声的抑制特征对于这类器件的研究非常重要。散粒噪声抑制由电流束之间的负关联引起。Reklaitis等人<sup>[70]</sup>用Monte Carlo方法研究了77 K 下非共振单垒和多垒  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  异质结构二极管中的散粒噪声抑制，给出了非简并条件下隧穿可以由势垒结构控制时散粒噪声抑制的机制。通过比较相干隧穿和顺序隧穿模型，Aleshkin等人<sup>[71-73]</sup>对半导体异质结单垒结构和共振隧穿双垒结构的电流散粒噪声进行了系统的研究。Song等人<sup>[74]</sup>对比研究了双势垒共振隧穿二极管和超晶格隧穿二极管在温度为4.2 K时的散粒噪声性质，他们发现二者

的电流-电压关系都呈现了负微分电导特征，并且当前者的噪声谱密度在负微分电导区域内增大时，后者的噪声谱密度保持不变，他们的发现说明电荷积累才是噪声谱密度在负微分电导区域内增大的原因，而不是体系的不稳定性。虽然人们对单垒和双垒结构中的散粒噪声特征有广泛的研究<sup>[2, 4, 5, 75]</sup>，但关于台阶势垒中散粒噪声的研究还未见报道。而台阶势垒结构具有许多比单垒结构和多垒结构都优越的  $I-V$  特性，这就促使我们去研究其中的散粒噪声，寻求从噪声方面改善这类器件特性的新途径。

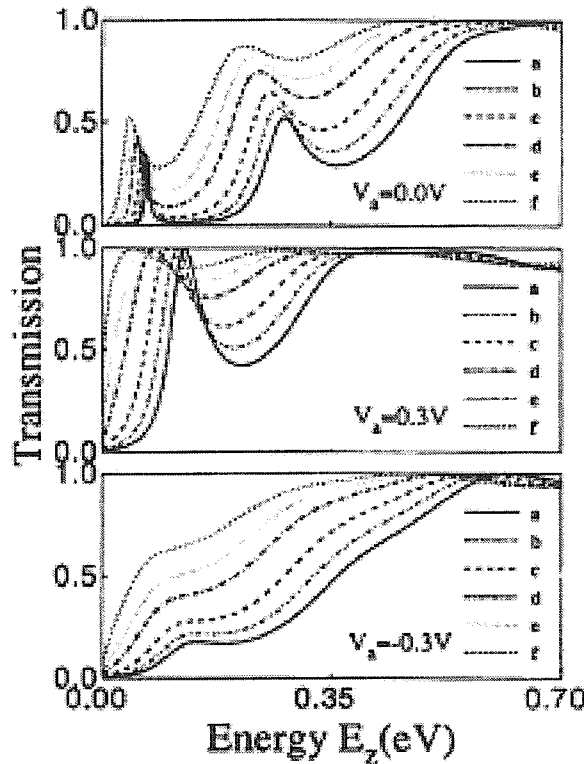


图3.3 在外加零偏压和有限偏压下，电子隧穿通过非对称双势垒结构的透射概率。横坐标为电子的纵向能量  $E_z$ 。图中  $k_{xy}$  取了6个不同的值，(a)-(f)分别对应  $k_{xy}=0.00, 0.04, 0.06, 0.08, 0.09$ , 和  $0.10 \text{ \AA}^{-1}$ 。数值计算的结构参数为  $U_1=150 \text{ meV}$ ,  $U_2=300 \text{ meV}$ ,  $b_1=b_2=30 \text{ \AA}$ ,  $m_{b1}^*=0.0836m_e$ ,  $m_{b2}^*=0.1002m_e$ ,  $m_0^*=0.067m_e$ 。各参数的定义在3.2节。此图引自参考文献[50]。

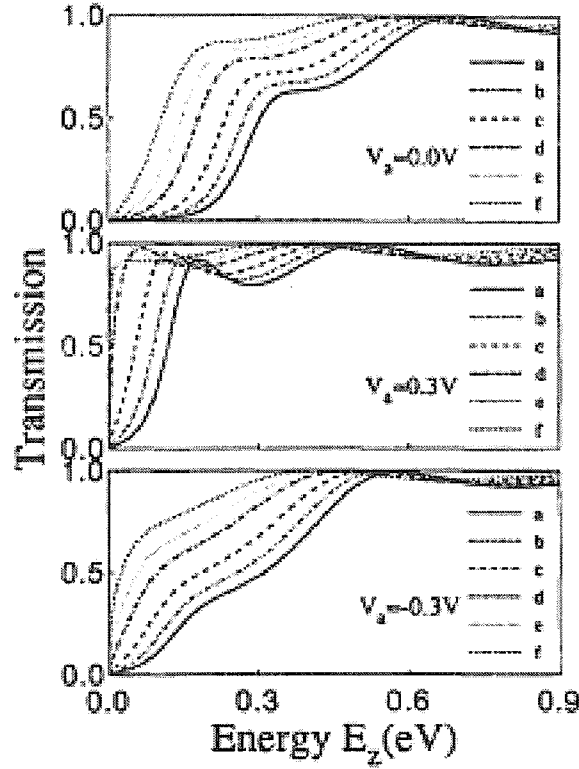


图3.4 在外加零偏压和有限偏压下，电子隧穿通过台阶势垒结构的透射概率。横坐标为电子的纵向能量  $E_z$ 。图中  $k_{xy}$  取了6个不同的值，(a)-(f)分别对应  $k_{xy}=0.00, 0.04, 0.06, 0.08, 0.09$ , 和  $0.10 \text{ \AA}^{-1}$ 。数值计算的结构参数为  $U_1 = 150 \text{ meV}$ ,  $U_2 = 300 \text{ meV}$ ,  $b_1 = b_2 = 30 \text{ \AA}$ ,  $m_{b1}^* = 0.0836m_e$ ,  $m_{b2}^* = 0.1002m_e$ ,  $m_0^* = 0.067m_e$ 。各参数的定义在3.2节。此图引自参考文献[50]。

在本章介绍的工作中，我们比较了矩形单垒、对称和非对称双垒、以及台阶势垒结构中的散粒噪声，发现有限偏压下形成的三角形势阱中的束缚共振态支持共振隧穿，由此散粒噪声被显著抑制，并且这一抑制比双垒结构和矩形单垒结构都强，台阶势垒具有更优越的信噪比特性。我们通过对电极费米能级和能带构型对台阶势垒中散粒噪声影响的研究，得到了信噪比最高的器件参数。

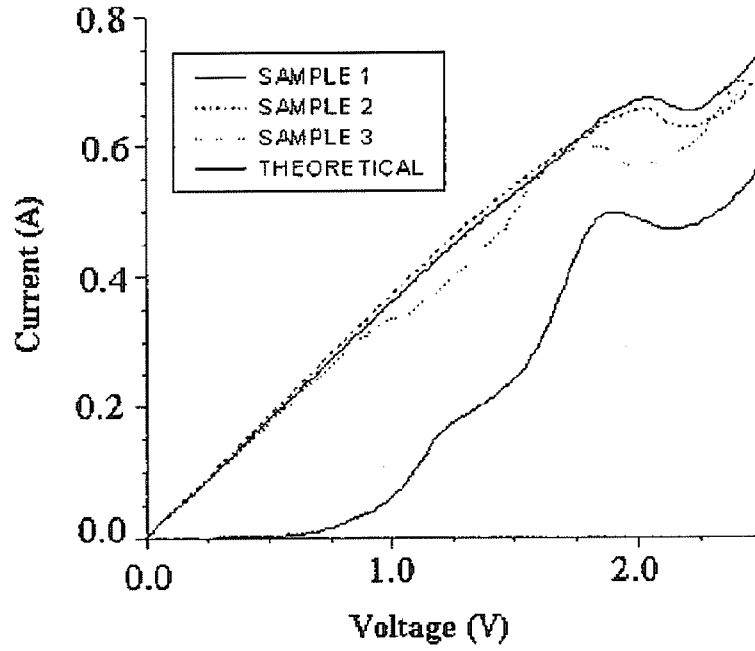


图3.5 300 K温度下，GaAlAs三台阶势垒异质结构中测得的负微分电阻特性。图中对实验测量的和理论计算得到的 $I-V$ 曲线进行了比较。此图引自参考文献[52]。

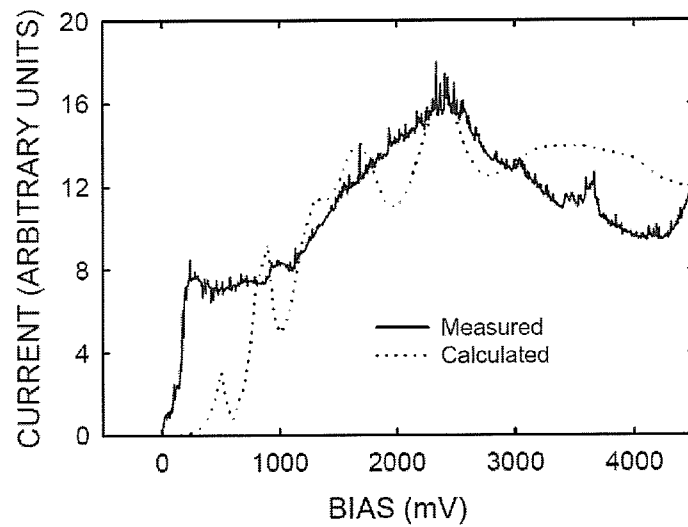


图3.6 GaAs/Ga<sub>0.7</sub>Al<sub>0.3</sub>As/In<sub>0.07</sub>Al<sub>0.93</sub>As/GaAs台阶势垒异质结构中测得的负微分电阻特性。图中对实验测量的和理论计算得到的 $I-V$ 曲线进行了比较。此图引自参考文献[53]。

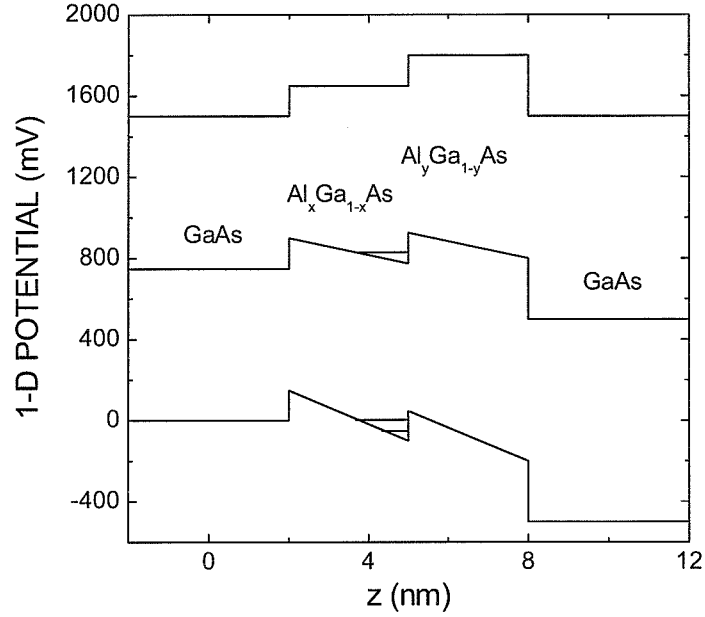


图3.7 在正向偏压的作用下，台阶势垒中形成三角形势阱并在势阱中出现共振状态。为了清楚起见，曲线沿  $y$  方向进行了平移。

### 3.2 理论方法

基于  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  材料的系统具有易于制备和晶格匹配好的特性，在实验上已有广泛的研究。通过调节  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  中铝的浓度，导带和价带之间的能隙可以连续的变化<sup>[76]</sup>，这样，异质结构中不同的势垒和势阱的形状和组合就可以按照人们的意愿制备出来。研究表明，这类系统是未来电子学和光电子学器件的候选结构。我们考虑具有总能量  $E$  的一个电子入射到  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  半导体异质结构上，异质结构的能带结构如图3.1，图(a)-(c)分别为矩形单垒结构、非对称双垒结构和台阶势垒结构。对于单垒结构， $U$  和  $b$  分别是矩形垒的高度和宽度；对于双垒结构， $U_1$  和  $U_2$  对应左垒和右垒的高度， $b_1$  和  $b_2$  对应它们的宽度；对于台阶势垒结构， $U_1$  和  $U_2$  对应台阶结构左半垒和右半垒的高度， $b_1$  和  $b_2$  对应它们的宽度。在外电场的作用下，电子的有效质量具有空间依赖性。在抛物形能带有效质量近似下，势垒区域电子的Schrödinger方程为

$$\left( \frac{1}{2m_{bi}^*} \hat{P}_{xy}^2 + \frac{1}{2} \hat{P}_z \frac{1}{m_{bi}^*} \hat{P}_z + U_i(z) - eF_i z \right) \Psi_i(x, y, z) = E \Psi_i(x, y, z) \quad (3-1)$$

其中,  $z$  轴代表异质结的生长方向;  $\hat{P}_{xy}$  和  $\hat{P}_z$  分别表示平行和垂直于界面的电子动量算符;  $F_i$  是区域  $i$  中的电场强度;  $U_i(z)$  和  $m_{bi}^*$  分别为区域  $i$  中的势能函数和电子有效质量。对于 GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As 异质结构, 不同区域导带带边的高度差、电子的有效质量和介电常数都由铝的浓度  $x$  决定<sup>[76]</sup>。由 Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As 形成的势垒破坏了 GaAs 晶格沿隧穿方向的周期性, 所以电子动量垂直于界面方向的分量不再是一个好量子数, 而动量的平行分量  $\mathbf{P}_{xy} = (P_x, P_y)$  在隧穿过程仍然守恒。由此, 电子的波函数可以写成

$$\Psi_i(x, y, z) = \exp(i\mathbf{k}_{xy} \cdot \mathbf{p}) \Phi_i(z) \quad (3-2)$$

这里,  $\Phi_i(z)$  满足如下一维 Schrödinger 方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{bi}^*} \frac{d^2 \Phi_i(z)}{dz^2} + [U_i(k_{xy}, z) - eF_i z] \Phi_i(z) = E_z \Phi_i(z) \quad (3-3)$$

在上文两式中,  $\mathbf{p} = (x, y)$  是垂直入射方向平面内的坐标,  $E_z = E - E_{xy}$ ,  $E_{xy} = \hbar^2 k_{xy}^2 / 2m_0^*$ , GaAs 的有效质量  $m_0^* = 0.067m_e$ ,  $m_e$  是自由电子的质量,

$$U_i(k_{xy}, z) = U_i(z) - (1 - \gamma_i)(\hbar^2 k_{xy}^2 / 2m_0^*) \quad (3-4)$$

$\gamma_i = m_0^* / m_{bi}^*$ 。  $U_i(k_{xy}, z)$  可以称为是电子“感受到”的有效势垒, 它依赖于电子的横向波矢  $k_{xy}$ 。考虑在外加势场作用下电子隧穿通过台阶势垒的过程, 我们可以用转移矩阵方法求得透射概率  $T(E_z, k_{xy}, V_a)$  的表达式 (Schrödinger 方程的解为 Airy 函数, 参照参考文献[38, 50])。这里  $V_a$  是加在整个势垒区域的总电压。

我们对散粒噪声的讨论是基于单电子近似和相干隧穿的理论框架, 并且只考虑绝对零度下的零频散粒噪声 (关于这一假设的合理性参照第4章的介绍)。采用标准的散射矩阵方法, 引入散射态电子的产生湮灭算符:  $\hat{a}_L^\dagger(E, k_{xy})$  和  $\hat{a}_L(E, k_{xy})$  分别产生和湮灭具有总能量  $E$ , 横向波矢  $k_{xy}$  的由左端电极入射到样品上的电子。相应的,  $\hat{b}_L^\dagger(E, k_{xy})$  和  $\hat{b}_L(E, k_{xy})$  分别为出射电子的产生湮灭算符。这些算符满足反对易关系。散射出的电流与波函数平方和速度的乘积成比例。散射矩阵 ( $\mathbf{s}$  矩

阵)的各项与流密度有关,它等于波幅乘以速度的平方根。算符  $\hat{a}_L^\dagger(E, k_{xy})$ ,  $\hat{b}_L^\dagger(E, k_{xy})$  和散射矩阵就是作用到这些电流波函数上的。我们选取流密度归一化的隧穿电子波函数,保证入射和出射的电流守恒,所以散射矩阵中的电流算符携带的  $\hbar k / m$  因子可以消去。连接不同端口入射和出射电流波幅的散射矩阵就可以写为

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{Ln} \\ \hat{b}_{Rn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{Ln} \\ \hat{a}_{Rn} \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

其中,  $t' = t$ ,  $r' = -tr^* / t^*$ ,  $T(E) = |t|^2$ ,  $R(E) = |r|^2$ 。经过推导,可以得到系统电流密度算符

$$\begin{aligned} \hat{I}_{dL}(t) &= \frac{e}{(2\pi)^3 \hbar} \sum_{\alpha\beta} \int dk_{xy}^2 \int dE \int dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \\ &\quad \times \hat{a}_\alpha^\dagger(E, k_{xy}) A_{\alpha\beta}(L; E, E'; k_{xy}) \hat{a}_\beta(E', k_{xy}) \\ &= \frac{e}{(2\pi)^3 \hbar} \int dk_{xy}^2 \int dE \int dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \\ &\quad \times [\hat{a}_L^\dagger(E, k_{xy}) \hat{a}_L(E', k_{xy}) - \hat{b}_L^\dagger(E, k_{xy}) \hat{b}_L(E', k_{xy})] \end{aligned} \quad (3-6)$$

这里,

$$A_{\alpha\beta}(L; E, E'; k_{xy}) = \delta_{\alpha L} \delta_{\beta L} - s_{L\alpha}^\dagger(E; k_{xy}) s_{L\beta}(E'; k_{xy}) \quad (3-7)$$

我们关注的是电流在其平均值附近的涨落。引入算符  $\Delta \hat{I}_\alpha(t) \equiv \hat{I}_\alpha(t) - \langle I_\alpha \rangle$ ,  $\alpha$  端口和  $\beta$  端口之间的电流-电流关联函数  $S_{\alpha\beta}(t-t')$  定义为

$$S_{\alpha\beta}(t-t') \equiv \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{I}_\alpha(t) \Delta \hat{I}_\beta(t') + \Delta \hat{I}_\beta(t') \Delta \hat{I}_\alpha(t) \rangle \quad (3-8)$$

对它进行Fourier变换,就得到噪声频率谱

$$2\pi\delta(\omega + \omega') S_{\alpha\beta}(\omega) \equiv \langle \Delta \hat{I}_\alpha(\omega) \Delta \hat{I}_\beta(\omega') + \Delta \hat{I}_\beta(\omega') \Delta \hat{I}_\alpha(\omega) \rangle \quad (3-9)$$

对于处于平衡态的费米气体,四算符乘积的量子统计平均值为

$$\begin{aligned} &\langle \hat{a}_{\alpha k}^\dagger(E_1) \hat{a}_{\beta l}(E_2) \hat{a}_{\gamma m}^\dagger(E_3) \hat{a}_{\mu n}(E_4) \rangle - \langle \hat{a}_{\alpha k}^\dagger(E_1) \hat{a}_{\beta l}(E_2) \rangle \langle \hat{a}_{\gamma m}^\dagger(E_3) \hat{a}_{\mu n}(E_4) \rangle \\ &= \delta_{\alpha\mu} \delta_{\beta\gamma} \delta_{kn} \delta_{ml} \delta(E_1 - E_4) \delta(E_2 - E_3) f_\alpha(E_1) [1 - f_\beta(E_2)] \end{aligned} \quad (3-10)$$

运用上式,我们可以求得零频噪声谱密度的表达式

$$\begin{aligned}
 S_d &= \frac{e^2}{(2\pi)^3 \hbar} \sum_{\gamma\delta} \int d^2 k_{xy} \int dE A_{\gamma\delta}(L; E, E; k_{xy}) A_{\delta\gamma}(L; E, E; k_{xy}) \\
 &\times \{f^\gamma(E)[1 - f^\delta(E)] + [1 - f^\gamma(E)]f^\delta(E)\} \\
 &= S_0 \int_0^\infty dE \int_0^1 d\bar{\theta} E \bar{\theta} \times \{T(E, \bar{\theta}, V_a)[f^l(E)(1 - f^l(E)) + f^r(E)(1 - f^r(E))] \\
 &\quad + T(E, \bar{\theta}, V_a)[1 - T(E, \bar{\theta}, V_a)](f^l(E) - f^r(E))^2\}
 \end{aligned} \tag{3-11}$$

同时，可以求得平均电流密度为

$$\begin{aligned}
 &\langle I_{dL} \rangle \\
 &= \frac{2e}{(2\pi)^3 \hbar} \int d^2 k_{xy} \int dE \text{Tr}[t^\dagger(E, k_{xy})t(E, k_{xy})][f^l(E) - f^r(E)] \\
 &= \frac{2e}{(2\pi)^3 \hbar} \int d^2 k_{xy} \int dE [f^l(E) - f^r(E)] T(E_z, k_{xy}, V_a) \\
 &= \frac{em_0^*}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty dE E [f^l(E) - f^r(E)] \int_0^{\pi/2} \sin \theta \times \cos \theta T\left(E \cos^2 \theta, \left(\frac{2m_0^* E}{\hbar^2}\right)^{1/2} \sin \theta, V_a\right) d\theta \\
 &= J_0 \int_0^\infty dE E [f^l(E) - f^r(E)] \int_0^1 \bar{\theta} T(E, \bar{\theta}, V_a) d\bar{\theta}
 \end{aligned} \tag{3-12}$$

表达式(3-11)和(3-12)中， $S_0 = 2e^2 m_0^* / \pi^2 \hbar^3$ ， $J_0 = em_0^* / \pi^2 \hbar^3$ ， $f^l(E)$ 和 $f^r(E)$ 分别为左端和右端电极的Fermi-Dirac分布函数。这个噪声谱的表达式保证电流守恒和规范不变性，它的前两项为热噪声的贡献，第三项为散粒噪声谱密度。

### 3.3 数值结果与物理分析

理论上关于台阶势垒具有负微分电导特性的预言<sup>[50, 51]</sup>已被实验证实<sup>[52, 53]</sup>，但到目前为止相关的噪声测量还未见报道。我们运用上一节中得到的公式(3-11)对台阶势垒中的散粒噪声特性进行了较为系统的理论研究。

图3.7示意性的画出了外加偏压对台阶势垒能带构型的影响。没有外加偏压时，势垒的形状为两个平顶的不同高度的矩形组成的台阶；随着外加偏压的增大，两层 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 的导带带边会倾斜，形成一个三角形的势阱。当所加的正向偏压足够大时，势阱中就会产生共振能级，从而共振隧穿能够发生。从图3.4中的透射概率数值计算结果中也可以看出，对于左低右高的台阶势垒，施加零偏压和负偏压时，都没有明显的共振峰，只有施加正偏压时，才出现共振峰。因为只有正向偏压会产生三角形势阱，使得其中的物理比较丰富，所以我们只研究这种情形。施加正向偏压时的透射概率谱具有共振隧穿特性，共振峰的极大



值峰顶接近1，即完全透射，共振峰很宽很缓，峰底的透射概率也相当大，可以看出，隧穿特性是介于弹道输运和共振隧穿之间。所以不难想象，散粒噪声抑制介于共振隧穿特征值1/2 Poisson值和弹道隧穿特征值0值之间。后面的数值计算结果将证实这个直觉分析结果。

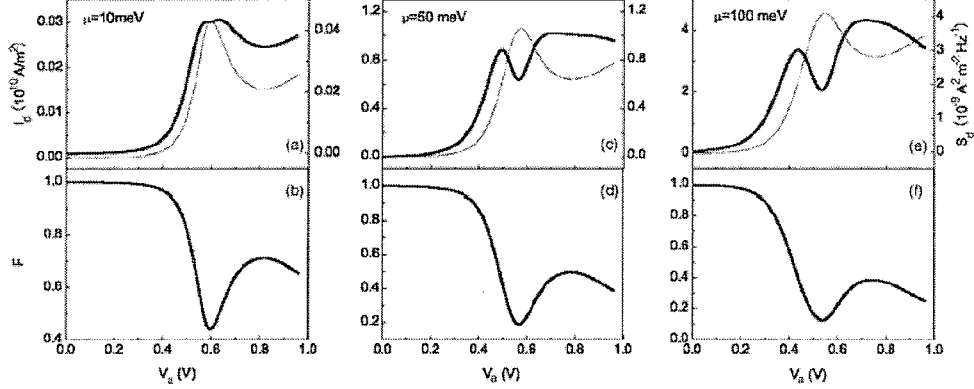


图3.8 电子隧穿通过台阶势垒的电流密度  $I_d$  (对应左  $y$  轴的细直线)，散粒噪声谱密度  $S_d$  (对应右  $y$  轴的粗实线)，和Fano因子[(b)、(d)、(f)中的粗实线]随外加偏压  $V_a$  的变化。图中选取了三个不同的电极费米能量  $\mu$  值。曲线[(a)、(b)], [(c)、(d)], [(e)、(f)]分别对应  $\mu = 10, 50$ , 和  $100$  meV。其他结构参数的取值为:  $U_1 = 150$  meV,  $U_2 = 300$  meV,  $b_1 = b_2 = 30$  Å,  $m_{b1}^* = 0.0836m_e$ ,  $m_{b2}^* = 0.1002m_e$ 。

在图3.8中，我们给出了零温下电子隧穿通过台阶势垒的电流密度  $I_d$ ，散粒噪声谱密度  $S_d$ ，Fano因子随偏压变化的数值结果。在图3.8，图3.10-3.12中，(a)、(c)和(e)子图中有两条曲线，细的一条为电流密度，粗的一条为散粒噪声谱密度，分别对应每幅子图左  $y$  轴和右  $y$  轴，单位在大图的两侧标出。散粒噪声具有独特的曲线形状和显著抑制特征，并且抑制随电极费米能量和势垒构型的变化而变化。在电流峰对应的偏压下，散粒噪声呈现一个极小值谷。随着费米能量  $\mu$  的增大，这一低谷逐渐变深，描述噪声抑制强度的Fano因子从  $\mu = 10$  meV时的0.44减小到  $\mu = 100$  meV时的0.12。峰值电流时散粒噪声很弱，这对于应用峰值电流的器件很有利。Fano因子随  $\mu$  的变化在图3.9 (a)中更详细的描绘出来。

散粒噪声的变化特征和显著抑制可以通过电子的透射特征加以解释。台阶势垒的透射概率变化特征可以对照图3.4和参考文献[50, 51]。对于台阶势垒，共振束缚态会在有限偏压下形成的三角形势阱中产生。这样，随着偏压的增大，散粒噪声先是按照接近满Poisson值 ( $2eI$ ) 缓慢增大，直到电极费米面与共振束缚

能级平行,之后,共振能量对应的接近1的透射概率致使散粒噪声被极大的抑制,所以我们可以在这个能量位置(即电流峰值能量)看到散粒噪声曲线的凹陷,同时Fano因子达到极小值。随着电极费米能量的增大,电子在有限偏压遇到的三角形势垒会变薄,隧穿具有更大的透射概率,所以Fano因子显著减小。

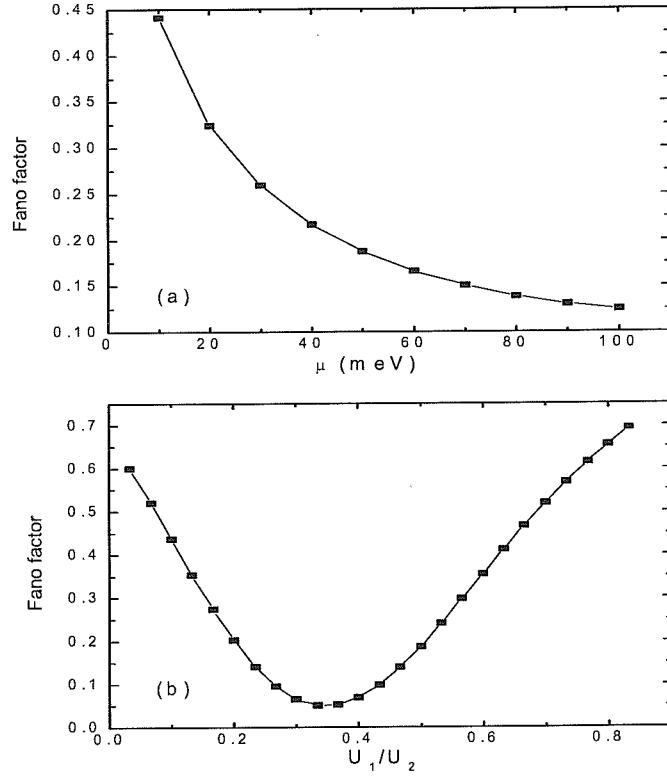


图3.9 电子隧穿台阶势垒: (a) Fano因子  $F$  随电极费米能量  $\mu$  的变化; (b) Fano因子  $F$  随结构参数  $U_1/U_2$  的变化。

我们的研究还发现台阶势垒导带构型也会影响电流和散粒噪声。数值结果如图3.10所示。我们的数值计算选取台阶右半垒的高度固定为300 meV。当左半垒的顶端与右半垒的顶端接近时,或它与电极能带底接近时,台阶的结构都退化为接近矩形单垒结构。这时,电流的共振隧穿峰变平坦,峰谷比减小。由于三角形势阱的形成,左半垒和右半垒高度比  $U_1/U_2$  适中的台阶结构中的散粒噪声抑制比接近单垒的结构强得多。我们在图3.9(b)中给出了Fano因子  $F$  随  $U_1/U_2$  变化的折线图,从中可以看出, Fano因子的极小值约为0.05,出现在  $U_1/U_2 = 1/3$  的

结构中，因此这样的结构可能成为具有最佳信噪比的理想共振隧穿台阶垒二极管。

为了进一步说明基于台阶垒结构的器件可能比单垒结构和双垒结构更优越，我们对这三者的散粒噪声特性进行了比较。图3.11和3.12给出了电子隧穿通过对称、非对称双垒，和矩形单垒结构的数值结果。从图3.11中可以看出，和台阶势垒结构相比，双垒结构具有更尖锐的电流峰和更大的电流峰谷比。散粒噪声随外加偏压变化的曲线具有和电流相似的形状：曲线呈现一个单峰，尖峰出现的偏压位置对应电流峰的位置。显然，这样的散粒噪声曲线形状和图3.8, 3.10中的台阶势垒结构很不相同，并且它的Fano因子接近1。既然散粒噪声是低维单电子器件中的主要噪声源，双势垒结构中相对弱的噪声抑制导致这种器件中的信噪比较低，这是双垒结构应用的一个缺点。从图3.12中可以看出，矩形单垒结构也具有这样的缺点。除了峰谷比小以外，矩形单垒结构的噪声抑制性能也没有台阶势垒结构好。

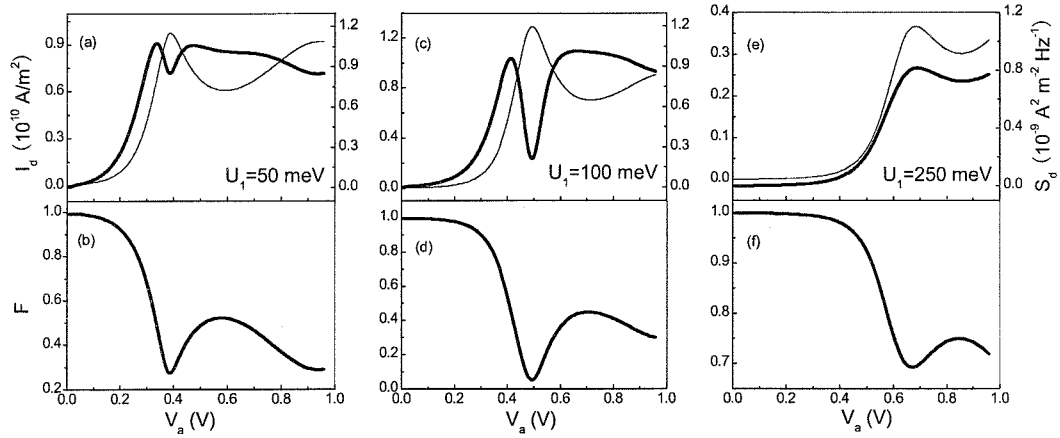


图3.10 电子隧穿台阶势垒的电流密度  $I_d$  (对应左  $y$  轴的细直线)，散粒噪声谱密度  $S_d$  (对应右  $y$  轴的粗实线)，和Fano因子[(b)、(d)、(f)中的粗实线]随外加偏压  $V_a$  的变化曲线。图中选取了三个不同的左半垒高度  $U_1$ 。曲线[(a)、(b)], [(c)、(d)], [(e)、(f)]分别对应  $\mu = 10, 50$ , 和  $100$  meV。其他结构参数的取值为： $U_2 = 300$  meV,  $\mu = 50$  meV,  $b_1 = b_2 = 30$  Å,  $m_{b2}^* = 0.1002m_e$ 。图(a)和(b)中， $U_1 = 50$  meV,  $m_{b1}^* = 0.0725m_e$ ；图(c)和(d)中， $U_1 = 100$  meV,  $m_{b1}^* = 0.0781m_e$ ；图(e)和(f)中， $U_1 = 250$  meV,  $m_{b1}^* = 0.0947m_e$ 。

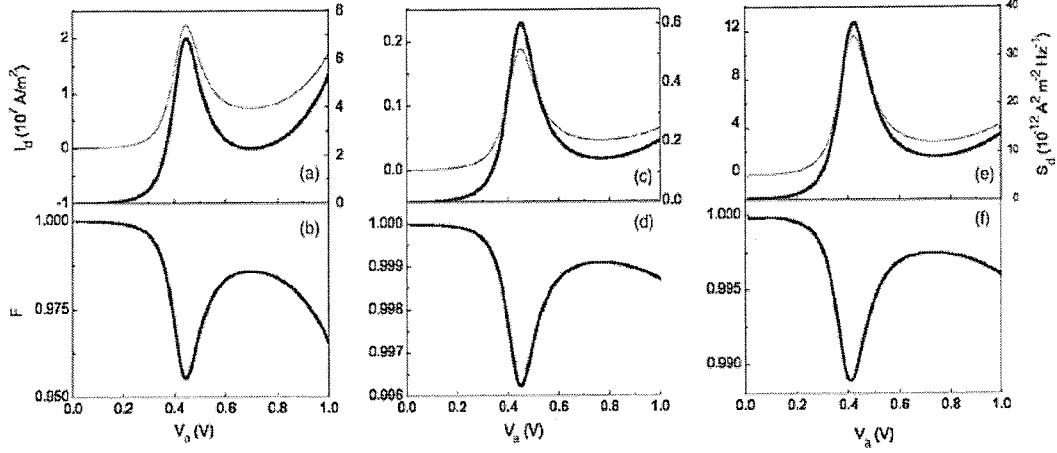


图3.11 电子隧穿对称和非对称双垒结构的电流密度  $I_d$  (对应左  $y$  轴的细直线), 散粒噪声谱密度  $S_d$  (对应右  $y$  轴的粗实线), 和Fano因子[(b)、(d)、(f)中的粗实线]随外加偏压  $V_a$  的变化。曲线(a)和(b)对应非对称双垒结构,  $U_1 = 150$  meV,  $U_2 = 300$  meV,  $\mu = 10$  meV; 曲线[(c), (d)]和[(e), (f)]对应对称双垒结构,  $U_1 = U_2 = 300$  meV,  $\mu$  分别为10和50 meV。  $b_1 = b_2 = 30$  Å,  $w = 100$  Å。对于非对称双垒结构,  $m_{b1}^* = 0.0836m_e$ ,  $m_{b2}^* = 0.1002m_e$ ; 对于对称双垒结构,  $m_{b1}^* = m_{b2}^* = 0.1002m_e$ 。

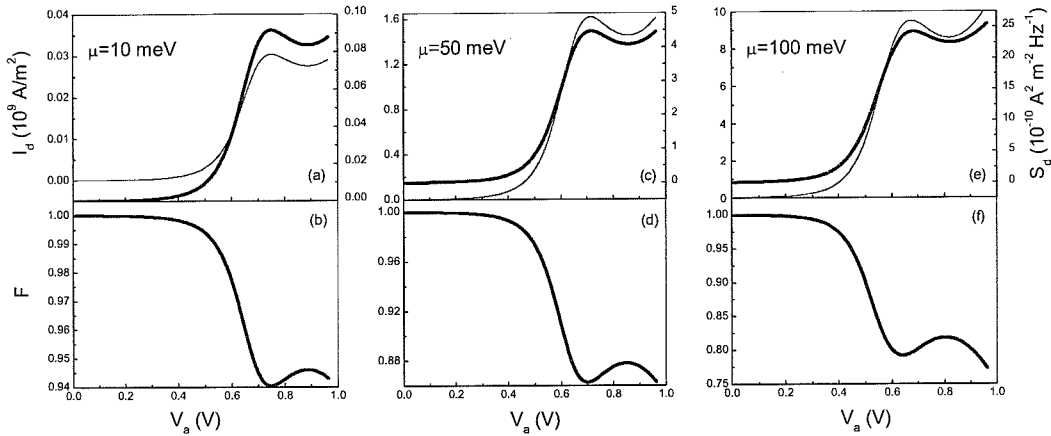


图3.12 电子隧穿通过矩形单垒结构的电流密度  $I_d$  (对应左  $y$  轴的细直线), 散粒噪声谱密度  $S_d$  (对应右  $y$  轴的粗实线), 和Fano因子[(b)、(d)、(f)中的粗实线]随外加偏压  $V_a$  的变化曲线。曲线[(a), (b)], [(c), (d)], 和[(e), (f)]分别对应  $\mu = 10$ , 50, 和100 meV。

$U = 300 \text{ meV}$ ,  $b = 60 \text{ \AA}$ ,  $m_b^* = 0.1002m_e$ 。

台阶势垒结构的共振隧穿过程既不同于矩形单垒结构，也不同于双垒结构，这是由于在这种结构中形成的三角形势阱引起的。对于双垒结构，随着外加偏压的增大，共振束缚态由零偏压的位置逐渐向更低的能量移动。对于矩形单垒结构，随着外加偏压的增大，势垒上方的准束缚态逐渐移至电极费米面以下，共振隧穿得以发生。我们知道，散粒噪声抑制随着透射概率的增大而增大。对于单垒和双垒结构，随着透射概率峰平缓地向低能端移动，散粒噪声曲线按照与电流曲线相同的趋势变化。但是对于台阶势垒结构，只有当外加偏压增大到一定值时，三角形势阱才会形成，从而使共振隧穿得以发生(参照图3.7)。随着外加偏压的增大，三角形势阱中的共振束缚态下移至电极费米面以下，接近完全透明的透射概率极大的增强了噪声抑制，所以在噪声曲线对应电流峰值的能量处产生一个凹陷，并在这时Fano因子达到极小值。

### 3.4 本章小结

通过研究我们发现台阶势垒结构中散粒噪声随偏压变化的曲线具有独特的形状和相比Poisson噪声值的极强抑制。通过比较不同的电极费米能量和能带构型，我们发现噪声抑制会随费米能量的增大而增强，同时，具有适中的左右半垒高度比的结构中，噪声抑制会增强。通过数值计算我们得到，电流峰值处散粒噪声Fano因子由 $\mu = 10 \text{ meV}$ 时的0.44减小到 $\mu = 100 \text{ meV}$ 时的0.12；它由接近单垒能带构型时的0.6减小到 $U_1/U_2 = 1/3$ 时的0.05。这些特征可以通过台阶势垒结构在有限偏压下形成的三角形势阱和由此引起的透射概率特性加以解释。我们的研究将台阶势垒中的散粒噪声特征与矩形单垒和双垒结构中的加以比较，并发现如果多方面考虑信噪比和负微分电阻区域的宽度等性能，基于台阶势垒的器件比单垒和双垒结构都优越。我们的研究结果，对改善器件的信噪比、高频响应和量子开关的快速转换等性能有一定实际意义。

## 第4章 Dresselhaus 自旋轨道耦合效应对 双势垒结构中散粒噪声的影响

我们研究了共振隧穿双势垒结构中的零频散粒噪声，基于散射矩阵方法，得到了存在自旋轨道耦合效应的相位相干介观输运系统中噪声的普适表达式，发现 Dresselhaus 自旋轨道耦合显著影响共振双垒二极管结构中的平均电流  $I$ ，散粒噪声  $S$  和它的 Fano 因子（散粒噪声谱密度和平均电流的比值）。实验上观测到的 Fano 因子小于 0.5 的极强噪声抑制可以通过 Dresselhaus 自旋轨道耦合的影响给予理论解释<sup>[17]</sup>。

### 4.1 研究背景简介

实验和理论研究发现，共振隧穿双势垒二极管具有负微分电阻的非欧姆  $I-V$  特性，这引起了研究者的广泛关注。对这种器件传导电流散粒噪声的研究发现了低于饱和 Poisson 值（ $2eI$ ）的噪声抑制<sup>[77]</sup>，还发现了高于 Poisson 值的噪声增强<sup>[5]</sup>。现有的理论研究可以定性的解释大部分实验观测到的电流和噪声特征。Aleshkin 等人<sup>[71]</sup>比较了描述共振隧穿双势垒二极管隧穿过程的两种模型：顺序隧穿和相干隧穿，在相干隧穿模型中得到了顺序隧穿模型中得不到的噪声抑制，定性的解释了实验现象。Iannaccone 等人用库仑相互作用的影响解释了实验上观测到的 Fano 因子达到 6.6 的噪声增强<sup>[5]</sup>。尽管这些理论工作对实验现象给予了比较满意的解释，到目前为止，还没有工作考虑自旋轨道耦合的影响。这可能是由于早先的实验工作都是基于传统半导体材料的，其中的自旋轨道耦合很弱，不足以引起可观测效应。随着半导体自旋电子学的深入研究，自旋轨道耦合很强的材料被广泛使用，如 GaSb、InAs、InSb 等。而且近年来，实验上发现了一些以往理论很难解释的电流散粒噪声极强抑制特征<sup>[75, 78, 79]</sup>。

在以往对散粒噪声的大多数研究中，没有考虑粒子的自旋自由度，只是把电子假想为具有量子化的电荷，可以通过分束镜透射或反射的量子。我们考虑了电子所具有的自旋自由度，运用散射矩阵方法得到了存在自旋轨道耦合情况下介观输运系统散粒噪声的普适表达式，并将之应用到共振隧穿双势垒二极管系统中。我们发现，实验上观测到的很强的噪声抑制的微观机制是系统有效哈

密顿量中 Dresselhaus  $k^3$  项作用的结果。

## 4.2 理论方法

Dresselhaus 自旋轨道耦合由材料整体空间反演不对称引起，它在具有闪锌矿结构的 III-V 族化合物半导体中广泛存在<sup>[32]</sup>。我们考虑具有波矢  $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_\parallel, k_z)$  的电子隧穿通过沿  $z$  轴 [001] 方向生长的多层势垒势阱结构。 $\mathbf{k}_\parallel$  是势垒层平面内的波矢分量， $k_z$  是垂直于势垒平面的波矢分量。在有效质量近似下，势垒中电子的哈密顿量包括与自旋关联的  $k^3$  Dresselhaus 项：

$$\hat{H}_D = \gamma(\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4-1)$$

其中  $\gamma$  是表示 Dresselhaus 自旋轨道耦合强度的材料参数， $\hat{\sigma}_x$ ， $\hat{\sigma}_y$  为 Pauli 矩阵。用二分量旋量

$$\chi_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \quad (4-2)$$

可以将它对角化。 $\varphi$  是波矢  $\mathbf{k}$  在  $xy$  平面的极角， $\mathbf{k}_\parallel = (k_\parallel \cos \varphi, k_\parallel \sin \varphi)$ 。用这两个旋量描述存在自旋轨道耦合条件下电子在自旋空间的自旋态分量。假设系统是一个多层异质结介观导电装置，它沿生长方向的准一维能带结构由  $V_0(z)$  描述（系统的结构示意图参照图 4.1），电子在这个结构各层中的运动可以用下面的哈密顿量描述：

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + \hat{H}_D \quad (4-3)$$

其中， $V(z) = V_0(z) - eF(z+b)\Theta(z+b)\Theta(a+c-z)$  为在强度为  $F$  的外加电场作用下电子感受到的势函数， $\Theta(z)$  是阶跃函数， $-b$  和  $a+c$  是异质结两个表面在  $z$  轴上的坐标。

我们的讨论限于单电子近似和相干隧穿的理论框架下，并且只考虑零温条件下的零频散粒噪声。下面我们对这些假设的合理性作一个简单的说明。当与势垒宽度相联系的隧穿特征时间比散射时间短时，隧穿过程量子相干不被破坏，相干输运就会发生。双势垒结构中电子的隧穿时间可以用公式

$\tau_\varphi(E_n) = (L/v_n + 2\hbar/\Gamma_n)$  计算。其中,  $L$  为双势垒横向长度,  $v = \hbar k/m^*$  是抛物形能带中电子的群速度。  $\Gamma_n = [2\hbar^2 E_n T_1^2 / (m^* b^2 R_1)]^{1/2}$  是能量为  $E_n$  处共振峰半高峰的全宽度,  $T_1$  和  $R_1$  分别为单对称势垒的透射和反射系数,  $m^*$  为电子的有效质量,  $b$  为势阱的宽度。通过计算可以得到, 对于我们讨论的系统 (具体的系统参数参照下一节)  $\tau_\varphi = 2.35 \times 10^{-12} s$ 。通常低温下 GaAs 的散射时间为  $3.8 \times 10^{-12} s$ , 其他半导体材料的散射时间与它相差不大。由此可见我们讨论的系统恰好满足相干隧穿条件。单电子近似在载流子密度很低的情况下是一个合理的近似。我们考虑的半导体共振隧穿双势垒二极管, 通常用 GaAs 作电极, 这种材料的载流子密度为  $4.0 \times 10^{11} / \text{cm}^2$ , 这是相当低的一个量级了。所以假设是合理的。在低温下, 系统的散粒噪声特征更显著; 理论和实验研究都显示, 散粒噪声是白噪声, 低频散粒噪声频谱随频率的变化不大, 零频散粒噪声谱密度就可以给出丰富的系统信息, 所以我们只考虑零温条件下的零频散粒噪声<sup>[2]</sup>。

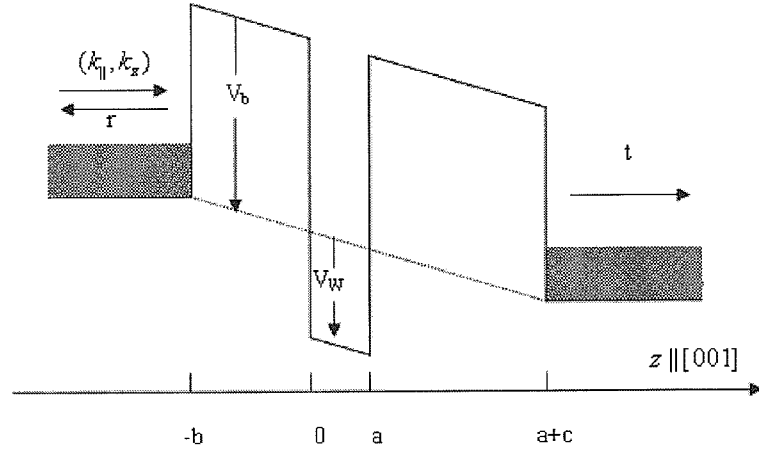


图 4.1 沿  $z \parallel [001]$  方向生长的双垒结构在外加电场下的能带示意图。  $V_b$  是垒的高度,  $V_w$  是阱的深度,  $a$ ,  $b$  和  $c$  分别为阱的宽度, 左垒和右垒的厚度。

以自旋本征态  $\chi_\pm$  为基, 哈密顿量(4-3)就可以对角化为

$$\hat{H}_\pm = -\frac{\hbar^2}{2m_\pm} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_\parallel^2}{2m^*} + V(z) \quad (4-4)$$



其中,  $m_{\pm} = m^*(1 \pm 2\gamma m^* k_{\square} / \hbar^2)^{-1}$ 。假设在隧穿过程中波矢  $k_{\square}$  不变 (没有散射过程这一假设就能够满足, 这是与我们的基本假设是一致的), 通过解 Schrödinger 方程, 可以得到纵向能量为  $E_z$  的电子在双势垒结构区域的波函数,

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \exp(i\mathbf{k}_{\square} \cdot \mathbf{p}) \left( \sum_{j=\pm} \sqrt{\frac{m_j}{\hbar k_{1j}}} \exp(ik_{1j}z) \chi_j + \sum_{j=\pm} r_j \sqrt{\frac{m_j}{\hbar k_{1j}}} \exp(-ik_{1j}z) \chi_j \right) & z < -b \\ \psi_5 &= \exp(i\mathbf{k}_{\square} \cdot \mathbf{p}) \sum_{j=\pm} t_j \sqrt{\frac{m_j}{\hbar k_{5j}}} \exp(ik_{5j}z) \chi_j & z \geq a+c \\ \psi_{\xi} &= \exp(i\mathbf{k}_{\square} \cdot \mathbf{p}) \sum_{j=\pm} \left( A_{\xi j} \text{Ai} \left( \frac{z+b+u_{\xi j}/eF}{z_{0j}} \right) + B_{\xi j} \text{Bi} \left( \frac{z+b+u_{\xi j}/eF}{z_{0j}} \right) \right) & -b \leq z < a+c \end{aligned}$$

$\xi = 2, 3, 4$

(4-5)

这里,  $\text{Ai}(z)$  和  $\text{Bi}(z)$  为 Airy 函数,  $\mathbf{p}$  为  $xy$  平面内的位置矢量,  $k_{1j} = \sqrt{2m_j E_z} / \hbar$ ,  $k_{5j} = \sqrt{2m_j [E_z + eF(a+b+c)]} / \hbar$ ,  $u_{2j} = u_{4j} = E_z - V_b$ ,  $u_{3j} = E_z + V_w$ ,  $z_{0j} = [\hbar^2 / (2m_j eF)]^{1/3}$ ,  $t_j$  和  $r_j$  分别为透射和反射振幅, 可以通过转移矩阵方法计算得到<sup>[38]</sup>。我们运用考虑流算符非对角项的连接条件(参照第 2 章的介绍)<sup>[80]</sup>。由于真实系统不同材料的 Dresselhaus 自旋轨道耦合强度是有差别的, 我们在理论研究时, 运用具有非对角项流算符的连接条件, 考虑了不同区域自旋轨道耦合强度不同的情形, 发现不同区域的差别对结果定性上影响不大。

Dresselhaus 自旋轨道耦合对共振隧穿双势垒结构透射谱的影响, 类似一个赝磁场, 将来自旋简并的隧穿共振峰劈裂为两个峰, 这两个峰分别对应系统的两个自旋本征态, 即  $\chi_{\pm}$ 。图 4.2 示意给出了在一定参数下系统透射概率谱劈裂的情形。

具有自旋“+”和自旋“-”分量的电子波函数独立地隧穿通过势垒结构, 相互之间没有关联。引入与自旋有关的散射过程, 图 4.3 给出了这样散射过程的示意图。自旋“↑”和自旋“↓”的电子在散射过程不一定相互独立, 可能有关联, 按照标准的散射矩阵方法, 电流算符可以表示为

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_{n,\sigma} \int dE \left[ a_{Ln\sigma}^\dagger(E,t) a_{Ln\sigma}(E,t) - b_{Ln\sigma}^\dagger(E,t) b_{Ln\sigma}(E,t) \right] \quad (4-6)$$

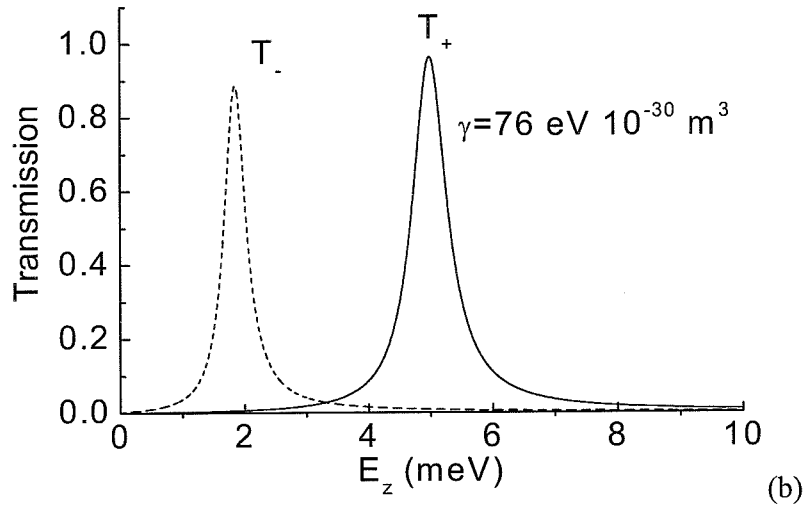
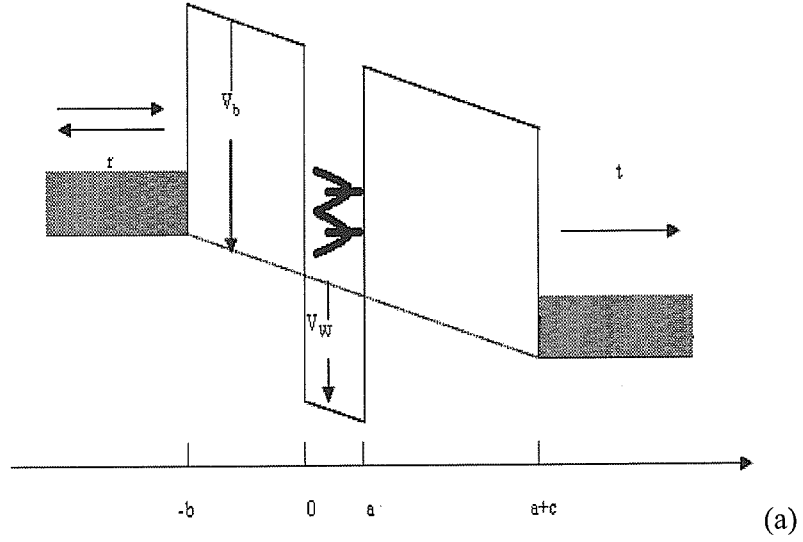


图 4.2 自旋轨道耦合导致共振峰劈裂示意图

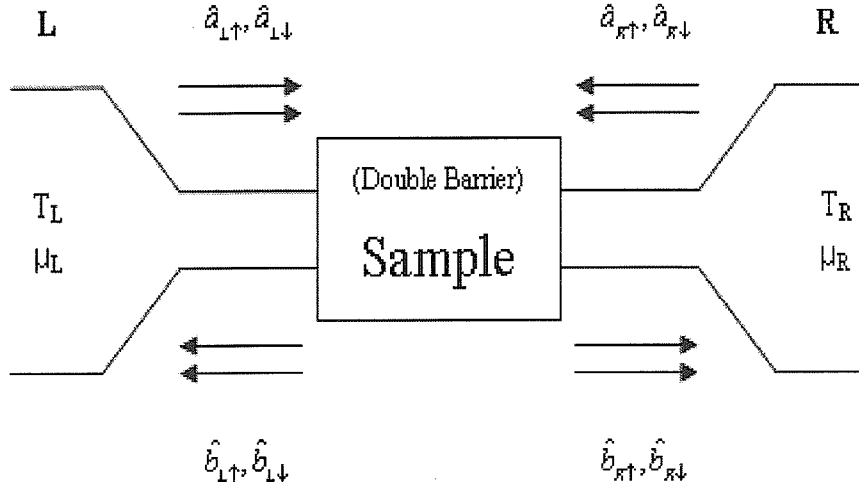


图 4.3 考虑自旋自由度的两端口介观输运系统散射过程示意图

这里,  $a_{Ln\sigma}^\dagger(E, t)/a_{Ln\sigma}(E, t)$  和  $b_{Ln\sigma}^\dagger(E, t)/b_{Ln\sigma}(E, t)$  分别为左端第  $n$  个通道自旋为  $\sigma$  的入射和出射电子的产生/湮灭算符, 满足费米对易关系。对应这个特定的系统, 不同的通道即是指电子不同的横向模式, 即不同的平面波矢  $\mathbf{k}_\parallel$  的取值。自旋本征态  $\chi_+$  和  $\chi_-$  相互独立的传输, 并可以直接求出传输的透射和反射概率, 但这两个自旋轨道耦合 Hamilton 量的自旋本征态, 并不一定是电极费米海自旋极化本征态, 即自旋 “ $\uparrow$ ” 和自旋 “ $\downarrow$ ” 的状态。所以, 我们在引入散射矩阵的时候, 需要在  $\chi_\pm$  和 “ $\uparrow\downarrow$ ” 自旋态之间作么正变换。通过散射矩阵, 电流算符可以表示成

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_{\alpha\beta} \sum_{mn} \sum_{\sigma'\sigma''} \sum_{\sigma} \int dE \int dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \hat{a}_{\alpha m \sigma'}^\dagger(E) A_{\alpha, \beta, \sigma', \sigma''}^{m, n, \sigma}(L; E, E') \hat{a}_{\beta n \sigma''}(E') \quad (4-7)$$

其中,

$$\begin{aligned} & A_{\alpha, \beta, \sigma', \sigma''}^{m, n, \sigma}(L; E, E') \\ &= \delta_{\alpha L} \delta_{mn} \delta_{\sigma' \sigma} \delta_{\sigma' \sigma} - \sum_{\xi' \xi''} \sum_k M_{1\xi'' \sigma'}^\dagger s_{L, \alpha; m, k; \xi''}^\dagger(E) M_{2\sigma \xi''}^\dagger M_{2\sigma \xi'} s_{L, \beta; k, n; \xi'}(E') M_{1\xi' \sigma''} \end{aligned} \quad (4-8)$$

这里, 矩阵  $M_1$  和  $M_2$  为自旋 “ $\uparrow\downarrow$ ” 状态到自旋 “ $\pm$ ” 状态之间的么正变换,  $s$

是连接在第  $n$  个通道入射和出射的自旋“ $\pm$ ”状态的散射矩阵。由于隧穿过程电子横向波矢  $\mathbf{k}_\parallel$  守恒，所以散射矩阵中没有不同通道之间的交叉散射。但由于自旋轨道耦合，总的散射矩阵中自旋“ $\uparrow$ ”和自旋“ $\downarrow$ ”的电子之间是有关联的。按照散射矩阵的定义，和求解透射概率时所作的旋量变换，可以得到上式中的散射矩阵具体为

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{Ln\uparrow} \\ \hat{b}_{Ln\downarrow} \\ \hat{b}_{Rn\uparrow} \\ \hat{b}_{Rn\downarrow} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ e^{-i\varphi} & -e^{-i\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & e^{-i\varphi} & -e^{-i\varphi} \end{pmatrix}}_{M_2} \times \underbrace{\begin{pmatrix} r_+ & 0 & t_+' & 0 \\ 0 & r_- & 0 & t_-' \\ t_+ & 0 & r_+' & 0 \\ 0 & t_- & 0 & r_-' \end{pmatrix}}_s \quad (4-9)$$

$$\times \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -e^{i\varphi} & 0 & 0 \\ 1 & e^{i\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -e^{i\varphi} \\ 0 & 0 & 1 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}}_{M_1} \times \begin{pmatrix} \hat{a}_{Ln\uparrow} \\ \hat{a}_{Ln\downarrow} \\ \hat{a}_{Rn\uparrow} \\ \hat{a}_{Rn\downarrow} \end{pmatrix}$$

其中

$$t' = t, r' = -\frac{t}{t^*} r^* \quad T(E) = |t|^2, R(E) = |r|^2 \quad (4-10)$$

电流的噪声谱函数定义为

$$\begin{aligned} S_{\alpha\beta}(t-t') &\equiv \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{I}_\alpha(t) \Delta \hat{I}_\beta(t') + \Delta \hat{I}_\beta(t') \Delta \hat{I}_\alpha(t) \rangle \\ 2\pi\delta(\omega+\omega') S_{\alpha\beta}(\omega) &\equiv \langle \Delta \hat{I}_\alpha(\omega) \Delta \hat{I}_\beta(\omega') + \Delta \hat{I}_\beta(\omega') \Delta \hat{I}_\alpha(\omega) \rangle \end{aligned} \quad (4-11)$$

其中  $\Delta \hat{I}_\alpha(t) = \hat{I}_\alpha(t) - \langle \hat{I}_\alpha \rangle$ ，平均值表示量子态平均和热力学平均。为了计算零频噪声谱密度，要求四个  $\hat{a}_{\alpha n \sigma}$  算符乘积的平均值，运用 Wick 定理可以求得：

$$\begin{aligned} &\langle \hat{a}_{\alpha m \sigma}^\dagger(E) \hat{a}_{\beta n \sigma'}(E') \hat{a}_{\gamma k \sigma''}^\dagger(E'') \hat{a}_{\delta l \sigma'''}(E''') \rangle - \langle \hat{a}_{\alpha m \sigma}^\dagger(E) \hat{a}_{\beta n \sigma'}(E') \rangle \langle \hat{a}_{\gamma k \sigma''}^\dagger(E'') \hat{a}_{\delta l \sigma'''}(E''') \rangle \\ &= \delta_{\beta\gamma} \delta_{nk} \delta(E'-E'') \delta_{\alpha\delta} \delta_{ml} \delta(E-E''') \left\{ \left[ \delta_{\sigma'\sigma''} \delta_{\sigma\sigma'''} f_\alpha(E) + \delta_{\sigma'\sigma''} \delta_{\sigma\sigma'''} \frac{1}{2} (f_{p\alpha}(E) - f_{a\alpha}(E)) \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[ \delta_{\sigma\sigma''} f_\alpha(E) + \delta_{\sigma\sigma''} \frac{1}{2} (f_{p\alpha}(E) - f_{a\alpha}(E)) \right] \times \left[ \delta_{\sigma'\sigma''} f_\gamma(E') + \delta_{\sigma'\sigma''} \frac{1}{2} (f_{p\gamma}(E') - f_{a\gamma}(E')) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\langle \hat{a}_{\alpha m \sigma}^\dagger(E) a_{\beta n \sigma'}(E') \rangle = \delta_{\alpha \beta} \delta_{mn} \delta(E - E') \left[ \delta_{\sigma \sigma'} f_\alpha(E) + \delta_{\bar{\sigma} \sigma'} \frac{1}{2} (f_{p\alpha}(E) - f_{a\alpha}(E)) \right] \quad (4-13)$$

对于一个处于热平衡的具有自旋极化的费米气体系统，产生和湮灭算符组合乘积的平均值满足如下关系

$$\langle a_{Ln\uparrow}^\dagger a_{Ln\uparrow} \rangle = f_{Lp}, \quad \langle a_{Ln\downarrow}^\dagger a_{Ln\downarrow} \rangle = f_{La} \quad (4-14)$$

不失一般性地，我们假设自旋极化方向的单位矢量为  $\hat{n}_s = (1, 0, 0)$ ，因而有：  
 $\langle \vec{S} \cdot \hat{n}_s \rangle = (f_p - f_a)/2$ ， $\langle \vec{S} \times \hat{n}_s \rangle = 0$ ，所以， $\langle a_{Ln\uparrow}^\dagger a_{Ln\downarrow} \rangle = \langle a_{Ln\downarrow}^\dagger a_{Ln\uparrow} \rangle = (f_{Lp} - f_{La})/2$ 。  
 把以上结果(4-12)至(4-14)代入到噪声谱的表达式(4-11)中，可以得到零频噪声谱的表达式

$$\begin{aligned} S_{\alpha\beta} \equiv S_{\alpha\beta}(0) &= \frac{e^2}{4\pi\hbar} \sum_{\delta\delta_2} \sum_{mn} \sum_{\sigma'\sigma''} \sum_{\sigma} \int dE \\ &\times \left\{ A_{\delta,\delta_2,\sigma',\sigma''}^{m,n,\sigma}(\alpha; E, E) A_{\delta_2,\delta,\sigma_2',\sigma_2''}^{n,m,\sigma_2}(\beta; E, E) + A_{\delta,\delta_2,\sigma',\sigma''}^{m,n,\sigma}(\beta; E, E) A_{\delta_2,\delta,\sigma_2',\sigma_2''}^{n,m,\sigma_2}(\alpha; E, E) \right\} \\ &\times \left[ \delta_{\sigma''\sigma_2'} \delta_{\sigma'\sigma_2''} f_\delta(E) + \delta_{\sigma''\sigma_2'} \delta_{\bar{\sigma}'\sigma_2''} \frac{1}{2} (f_{p\delta}(E) - f_{a\delta}(E)) \right] \\ &- \left[ \delta_{\sigma'\sigma_2''} f_\delta(E) + \delta_{\bar{\sigma}'\sigma_2''} \frac{1}{2} (f_{p\delta}(E) - f_{a\delta}(E)) \right] \times \left[ \delta_{\sigma'\sigma_2'} f_{\delta_2}(E) + \delta_{\bar{\sigma}'\sigma_2'} \frac{1}{2} (f_{p\delta_2}(E) - f_{a\delta_2}(E)) \right] \end{aligned} \quad (4-15)$$

公式(4-15)是这个工作的核心结果，它可以用来计算任意多通道、多端口的相干输运导电装置在存在 Dresselhaus 自旋轨道耦合条件下的低频散粒噪声。如果考虑 Rashba 自旋轨道耦合

$$H_R = \begin{pmatrix} 0 & \langle \alpha E_z \rangle \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ -\langle \alpha E_z \rangle \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) & 0 \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

我们同样可以用旋量  $\chi_\pm$  将 Hamiltonian 对角化，只是这时  $\varphi$  不同， $\mathbf{k}_\square = (k_\square \sin \varphi, k_\square \cos \varphi)$ ，之后计算的过程和考虑 Dresselhaus 自旋轨道耦合的系统一样。而两种自旋轨道耦合同时存在，我们也总能用新的自旋本征矢量将它对

角化，然后得到噪声的结果。所以公式(4-15)可以自然的推广到 Rashba 自旋轨道耦合，和 Dresselhaus、Rashba 自旋轨道耦合同时存在的系统。在不存在自旋轨道耦合和电极极化的极限下， $f_{\alpha\alpha}(E) = f_{\alpha\beta}(E)$ ， $T_{n+}(E) = T_{n-}(E) = T(E)$ ，代入表达式(4-15)，它自然的回归到 Buttiker 得到的不考虑自旋自由度的标量电子系统散粒噪声的著名公式<sup>[47]</sup>。

$$S = \frac{e^2}{\pi\hbar} \sum_n \int dE \{T_n(E)[f_L(1-f_L) + f_R(1-f_R)] + T_n(E)[1-T_n(E)](f_L - f_R)^2\} \quad (4-17)$$

### 4.3 自旋轨道耦合对散粒噪声的影响

我们考虑的双势垒结构由多层的  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{Sb}$  构成， $x = 0.15/0.3/0/0.3/0.15$ ， $x = 0.3$  的材料形成势垒， $x = 0$  的材料形成两势垒中间的势阱。这种半导体材料具有相当强的 Dresselhaus 自旋轨道耦合<sup>[81, 82]</sup>。我们研究的对称双垒结构势阱层的厚度  $a = 30 \text{ \AA}$ ，两个势垒层的厚度均为  $b = c = 50 \text{ \AA}$ 。通过对  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{Sb}$  材料能带结构的分析，可以得到垒高  $V_b = 230 \text{ meV}$ ，阱深  $V_w = 200 \text{ meV}$ <sup>[38]</sup>。假设电子的有效质量在整个隧穿区域都相同， $m^* = 0.053m_e$  ( $m_e$  为自由电子的质量)<sup>[81, 82]</sup>。数值计算假设左右两端电极的化学势均为  $12 \text{ meV}$ 。作为比较，我们选取了 Dresselhaus 耦合常数  $\gamma = 0, 40, 80, 120 \text{ eV \AA}^3$  分别进行计算（在数值计算的过程中，变量都约化为实际测量的单位，比如：质量单位取电子质量  $m_e$ ，加速度单位取  $\text{\AA/s}^2$ ，空间长度单位取  $\text{\AA}$ ，能量单位取  $\text{meV}$ ，通过常量采用合适的单位满足量纲要求）。

下面我们分析讨论 Dresselhaus 自旋轨道耦合对系统电流涨落的影响。图 4.4 画出了电流  $I$  和散粒噪声  $S$  随外加偏压变化的曲线。从中可以看出，随着