

即使构成超晶格的压电材料和压磁材料都不具有这种特性。

注：一维压电压磁超晶格（PPSL）的本构方程（3-22）仅适用于压电层和压磁层等厚度（即占空比为 1）且其压电或压磁系数和弹性系数均与 ∞m 点群的系数具有相同形式的情况。对于占空比不为 1 的情况，可将压电系数和压磁系数的调制函数 $f(z)$ 和 $g(z)$ 代入重新计算，得到相应的本构方程。

3.3 压电压磁超晶格中的耦合效应

3.3.1 磁电效应和磁电耦合型声子极化激元

经过上节对一维压电压磁超晶格中电磁波和声波的耦合相互作用的研究和推导，我们发现：即使在高对称性的情况下，压电压磁超晶格中的一个超晶格振动，也可以同时与电场和磁场分量发生耦合相互作用，可能产生磁电效应和磁电耦合型声子极化激元。

3.3.2 磁电效应

磁电材料是一种具有磁电转换功能的材料，它具有磁电效应。磁电效应是指给磁电材料施加电场能感应出磁极化，施加磁场能诱导出电极化的现象[28]。19 世纪末，Curie 指出基于对称性考虑，晶体中可能存在磁电效应。直到 20 世纪 50 年代末，人们才在 Cr_2O_3 中观测到磁电效应。由于磁电材料同时具有磁电响应的特性，及其在应用上的极大潜在优势，70 年代引起了科学家的研究热情，但由于所发现的单晶磁电材料的磁电耦合系数太小（约为 10 ps cm^{-1} ）[29,30]，且其居里温度或奈尔温度都在室温以下，不到足以应用的程度，令人们大失所望；90 年代以来，由于新的理论，新的制备方法和技巧的引入和出现，使得对磁电效应的研究焕发了生机，从当时所发表的论文数可见一斑，如图 3-2 所示。

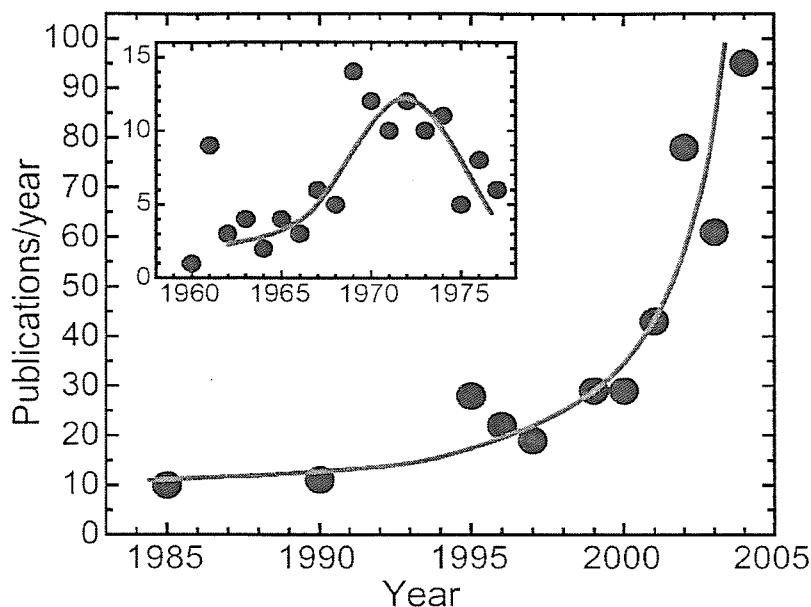


图3-2 近年以“磁电”作为关键词发表的论文数[28]。

目前，对磁电材料的研究着重于铁电铁磁复合材料以及多铁性材料，特别是铁电铁磁复合材料[28]。铁电铁磁复合材料又分为共熔（或均匀混合）复合材料和层状复合材料，表征其磁电效应的物理量是磁电系数。即使是早期的共熔（均匀混合）铁电铁磁复合材料中也能观测到 720 ps cm^{-1} 的磁电耦合系数（磁电电压系数约为 $130 \text{ mVcm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$ ），比单晶磁电材料高一个量级以上[31]。尽管对均匀混合复合材料作了大量的努力，无论是从粒径、烧结工艺，还是成分配比，但都难以提高其耦合系数。直到2001年，Ryu 等人引入了三明治结构，制备了 $\text{TyDbFe}_2/\text{PZT}/\text{TyDbFe}_2$ 层状结构，得到了 $4.68 \text{ Vcm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$ 的磁电电压系数[32]，这之后层状结构的铁电铁磁复合材料进入人们的视线，双层、多层结构等等新的变化相继出现，高达 $90 \text{ Vcm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$ 共振磁电电压系数也被观测到[33]，这些使得磁电材料的研究及应用驶入了快车道。

磁电材料集电、磁、弹性性能以及其耦合效应于一身，在传感器、数据存储器、调制器、开关等电子及计算机元件以及微波领域、高压输电线路的电流测量等领域中有着十分诱人的应用前景[34]。目前，磁电材料尤其是磁电复合材料已成为一种非常重要的功能材料，引起了各国材料科学工作者的高度重视。

近10年以来，围绕复合型磁电材料的理论和实验的研究，涌现出一大批成果。但是

关于磁电效应对频率的依赖的研究很少，关于压电压磁超晶格中的共振磁电效应更是根本没有（注：有少量关于压电压磁多层膜共振磁电效应的研究，但其测试的中心频率由膜的总厚度决定，与周期性无关，即不是研究超晶格性质[35]），因此，对一维压电压磁超晶格中的磁电效应的研究是必要的。我们针对一维压电压磁超晶格中磁电效应的起因，磁电耦合系数，磁电电压系数以及影响磁电电压系数的部分因素，在此从理论上作初步的探讨。

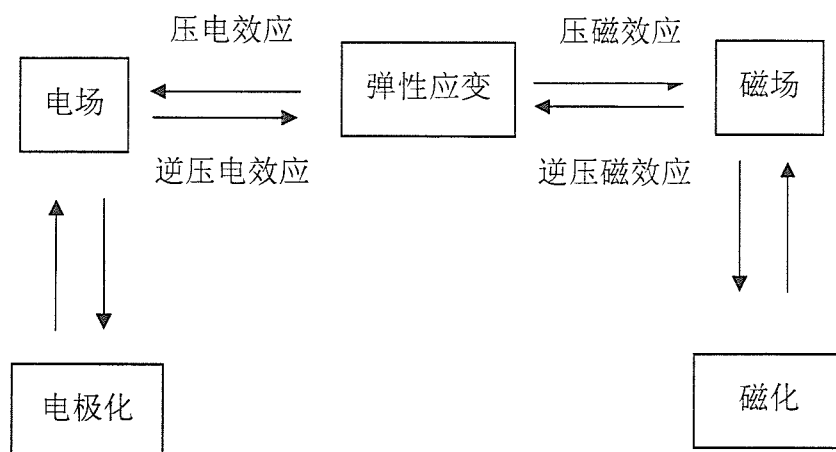


图3-3 一维压电压磁超晶格中磁电效应的示意图

尽管单独看，在压电压磁超晶格中，无论是压电层还是压磁层都不存在磁电耦合效应，正如 §3.2 中的推导过程所述，层间的应变作为桥梁联系了电场和磁场，使得磁极化与电场相关，电极化与磁场相关。进而我们得到了本构方程（3-22），从中可以看出，在压电压磁超晶格中确实存在共振磁电耦合效应，当外加电场时，压电层会产生应变并且作用到相邻的压磁层上，然后通过压磁效应诱导产生相应的磁化；同样当外加磁场时，也会诱导产生相应的电极化，如图 3-3 所示。

尤其值得注意的是，在推导过程中，我们不同于之前取得的关于铁电铁磁复合型磁电材料中磁电（耦合）效应的起因的研究成果，我们并没有作任何磁电相关项的假设[24,25]，我们从压电层和压磁层中基本的压电和压磁效应入手，以应变为纽带自然地得到了磁电（耦合）效应。压电压磁超晶格中实现了共振磁电（耦合）效应，是一种新的结构型磁电材料。

磁电系数是表征磁电材料及器件的磁电特性的重要参数。若材料在外加磁场 δH 的

作用下产生电极化 δP 现象作如下描述:

$$\Delta P_i = \alpha_{ik} \Delta H_k \quad (3-23)$$

其中 α_{ik} 称为磁电耦合系数, 则可定义磁电电压系数为[36]:

$$\alpha_{Eik} = \Delta E_i / \Delta H_k \quad (3-24)$$

其中 E_i 为感生电场强度, 磁电耦合系数与磁电电压系数有如下关系[36]:

$$\alpha_{ik} = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} \alpha_{Eik} \quad (3-25)$$

式 (3-25) 中, ε_0 为真空介电常数, ε_{ij} 为相对介电常数张量元。 α_{ik} 及 α_{Eik} 是表征磁电转化效应大小的重要物理量。

对一般的层状铁电铁磁复合磁电材料, 其主要的电极化和磁化方向主要有如图 3-4 所示的配置方式。图 3-4 是 TbDyFe₂ (Terfenol-D)/PZT 三明治结构的复合结构中电极化和磁化的方向的三种主要配置, 三种配置中 PZT 的电极化方向全部沿厚度方向, 而两层 Terfenol-D 或沿厚度方向或垂直于厚度方向 (分别表示为 T 和 R), 甚至一平行于厚度方向, 一垂直于厚度方向[22]。如果再考虑到交变磁场的方向的不同, 可以得到不同的磁电电压系数, 如横向磁电电压系数 α_{E31} 和纵向磁电电压系数 α_{E33} 、 α_{E11} 等。

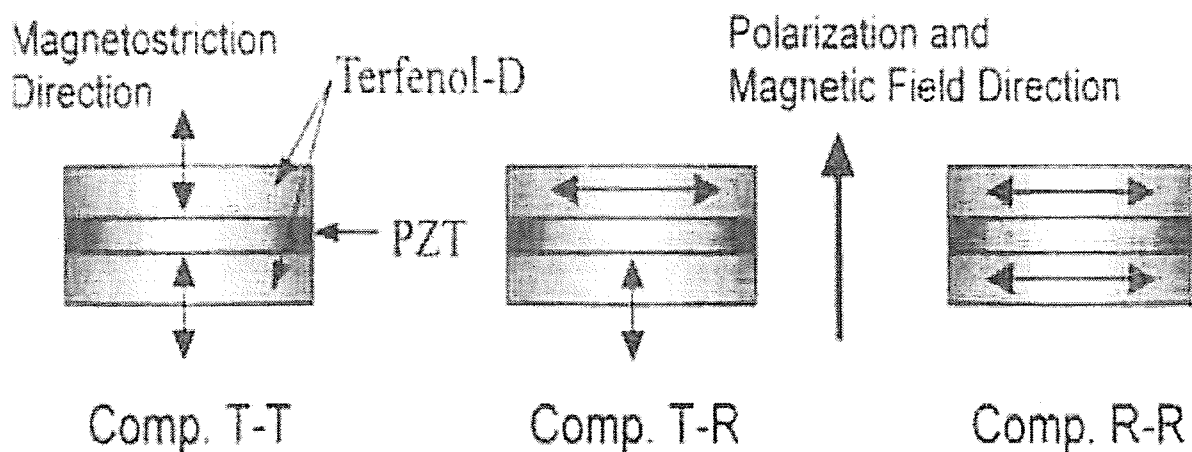


图 3-4 层状铁电铁磁复合磁电材料的电极化和磁化的三种主要配置示意, 改自文献[22]。

而在一维压电电压磁超晶格 (PPSL) 中, 我们假定它是沿 Z 向电极化和磁化的, 属于 ∞m 点群, 因此是第一种配置, 即 T-T 配置。进一步为简单起见, 但又不失一般性, 我们研究沿 Z 向施加交变磁场 H_3 的情况, 研究纵向的磁电系数 α_{33} 和 α_{E33} 。(为得到其它的磁

电系数，而改变所施加的交变磁场方向，从而引起的压磁系数矩阵的变化参看文献[22]，可以根据 § 3.2 中的处理方式作同样推导得到新的本构关系，最终得到新的磁电耦合系数和磁电电压系数，但在此我们就不一一详述)

根据磁电系数的定义和本构方程 (3-22)，我们可以得到纵向磁电耦合系数和磁电电压系数 α_{33} 和 α_{E33} 的表达式如下：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\perp} &= 2\varepsilon_{33}^{s,pm}(\varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pe} - 2Be_{33}^2)(\mu_0\mu_{33}^{s,pe} + \mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2)/C, \\ \mu_{\perp} &= 2\mu_{33}^{s,pe}(\mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2)(\varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pe} + \varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pm} - 2Be_{33}^2)/C, \\ C &= (\varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pe} + \varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pm} - 2Be_{33}^2)(\mu_0\mu_{33}^{s,pe} + \mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) - 4B^2e_{33}^2q_{33}^2.\end{aligned}\quad (3-26)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{33} &= \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pm}(\mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2)Be_{33}q_{33}}{(\varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pe} + \varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pm} - 2Be_{33}^2)(\mu_0\mu_{33}^{s,pe} + \mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) - 4B^2e_{33}^2q_{33}^2} \\ &= \text{Re}(\alpha_{33}) + i \text{Im}(\alpha_{33}),\end{aligned}\quad (3-27)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{E33} &= \frac{\alpha_{33}}{\varepsilon_0\varepsilon_{\perp}} = (\mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2)Be_{33}q_{33} / (\varepsilon_0\varepsilon_{33}^{s,pe} - 2Be_{33}^2)(\mu_0\mu_{33}^{s,pe} + \mu_0\mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) \\ &= \text{Re}(\alpha_{E33}) + i \text{Im}(\alpha_{E33}),\end{aligned}\quad (3-28)$$

其中 $B = \text{Re}(B) + i \text{Im}(B)$

$$= \frac{2(\omega^2 - \omega_L^2)}{d^2\rho[(\omega_L^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_L^2]} + \frac{-i2\omega\gamma_L}{d^2\rho[(\omega_L^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_L^2]},\quad (3-29)$$

这里 γ_L 是纵振动对应的衰减常数或阻尼常数，可以由实验数据根据洛伦兹色散理论估计。

从函数 B 的表达式我们可以发现，无论是介电函数和磁导率，还是磁电耦合系数 α_{33} ，磁电电压系数 α_{E33} 都是频率的函数，有强烈的频率依赖。为了更清楚的看到压电压磁超晶格中它们的频率响应特性，我们取 BaTiO₃ 和 CoFe₂O₄ 构成的一维压电压磁超晶格来进行数值分析。假定压电层和压磁层按照上节推导中所说的沿垂直于平面方向 (Z 向) 电极化和磁化，并且每个周期内的压电层和压磁层的厚度都是 500nm，BaTiO₃ (BTO) 和 CoFe₂O₄ (CFO) 的物性参数如表 3-1 所示。该压电压磁超晶格中的纵声波圆频率 $\omega_L = G_1 v_L$ ，经计算得 38.8 GHz。

	密度	弹性模量	介电常数	磁导率	压电/压磁系数
BTO	$\rho = 5700 \text{ Kg m}^{-3}$	$C_{33} = 162 \text{ GPa}$ $C_{44} = 43 \text{ GPa}$	$\epsilon_{11}^s = 1264$ $\epsilon_{33}^s = 1423$	$\mu_{11}^s = 4$ $\mu_{33}^s = 8$	$e_{15} = 11.6 \text{ C m}^{-2}$ $e_{33} = 18.6 \text{ C m}^{-2}$
CFO	$\rho = 5000 \text{ Kg m}^{-3}$	$C_{33} = 269.5 \text{ GPa}$ $C_{44} = 45.3 \text{ GPa}$	$\epsilon_{11}^s = 9$ $\epsilon_{33}^s = 10$	$\mu_{11}^s = 470$ $\mu_{33}^s = 125$	$q_{15} = 550 \text{ N A}^{-1} \text{ m}^{-1}$ $q_{33} = 699.7 \text{ N A}^{-1} \text{ m}^{-1}$
有效介质	$\rho = 5350 \text{ Kg m}^{-3}$	$C_{33} = 204 \text{ GPa}$ $C_{44} = 44 \text{ GPa}$	—	—	—

表 3-1 BaTiO₃-CoFe₂O₄ 压电压磁超晶格的参数表[37,38]。

我们按照公式(3-26)–(3-29)计算了一维 BTO/CFO 压电压磁超晶格归一化频率(ω/ω_L)下的介电函数,磁导率,纵向磁电耦合系数和磁电电压系数,它们都展现出强烈的共振特性(在计算过程中我们选取 $\gamma_L = 0.05\omega_L$ [39])。值得注意的是图 3-5 所展示的一维压电压磁超晶格中纵向(Z 方向)介电函数和磁导率随频率的变化,具有强烈的共振特性,并且它们的实部和虚部具有相同的变化趋势,变化的幅度也相当,接近静态值的 10%。发生在磁电材料中介电函数与磁导率的在谐振频率附近的色散,这是已有理论模型的分析没有的,在其它的理论中,通常设定介电函数和磁导率是常数。

与此同时,磁电耦合系数也表现出频率色散特性,如图 3-6(a) 所示。磁电耦合系数 α_{33} 在谐振频率附近发生剧烈变化,极大值达到 ns m^{-1} 量级,比单晶磁电材料高约 3 个量级;不但磁电耦合系数和介电函数都有频率共振特性,它们的比值—磁电电压系数也呈现共振特性。图 3-6(b)清晰展示了磁电电压系数的共振特性,磁电电压系数在谐振频率附近达到极大值。

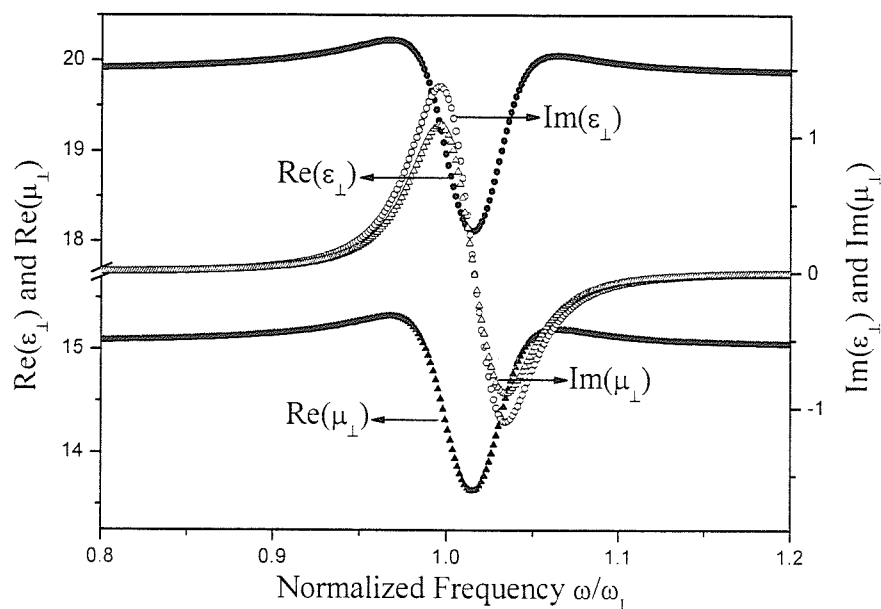


图 3-5 一维 BTO/CFO 压电电压磁超晶格(压电层压磁层等厚度)中纵向 (Z 向) 相对介电函数和磁导率的色散关系。

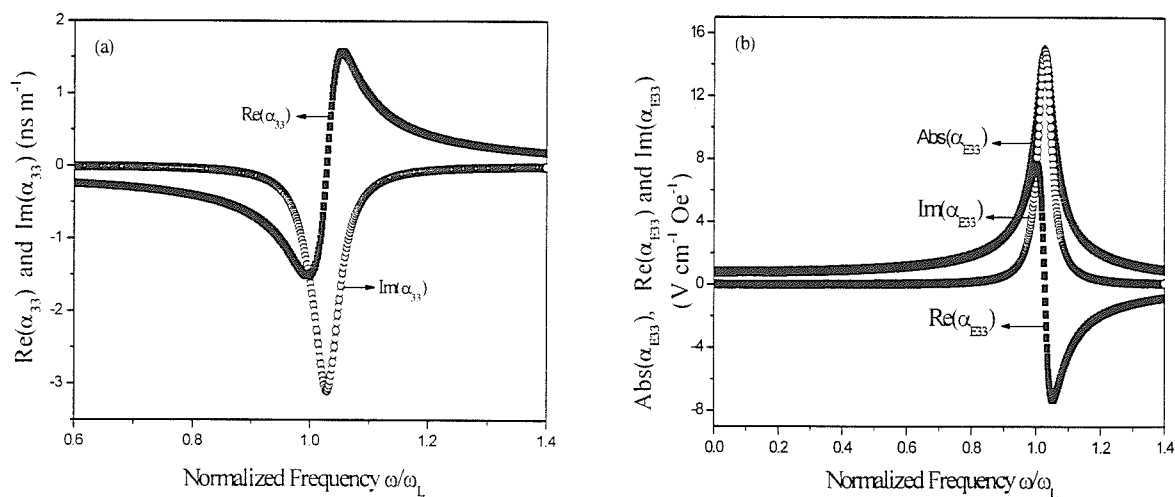


图 3-6 一维 BTO/CFO 压电电压磁超晶格(压电层压磁层等厚度)中纵向共振频率依赖特性: (a) 纵向磁电耦合系数频率依赖特性, (b) 纵向磁电电压系数的共振特性。

磁电电压系数的绝对值 $Abs(\alpha_{E33})$ 在低频时趋近于恒定值, 约为 $0.8 \text{ V cm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$, 这个结果和 Harshe, Dougherty 和 Newnhan 等人利用 cubes 模型对 BTO-CFO 均匀混合物的计算结果吻合[40]。磁电电压系数随频率发生变化, 在谐振频率附近, $Abs(\alpha_{E33})$ 增大加到 $14.9 \text{ V cm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$, 这与 Bichurin 等人对层状 CFO-PZT 的理论计算结果十分吻合[41]。

最近实验上证实, Terfenol-D 和 PZT 的双层结构可以导致高达 $19.9 \text{ V cm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$ 的巨大的纵向磁电电压系数, 考虑到 Terfenol-D 相对 CFO 具有更大的压磁系数, 这与我们的结果是一致的[42]。

根据大多数理论和实验的结果, 磁电电压系数大致为 60 到 $1500 \text{ mV cm}^{-1} \text{ Oe}^{-1}$ [43,44]。而我们的结果比之大了 $1-2$ 个数量级。我们认为这是由于磁场和电场响应有相同的谐振频率造成的。我们可以将压电压磁超晶格看作一种由一个异质结压电超晶格和一个异质结压磁超晶格构成的复合结构。根据闵乃本、朱永元等前辈的研究结果, 该压电超晶格和压磁超晶格分别在交变电场和磁场的作用下 (由§2.2.3 中压电超晶格在交变电场的激励下, 其动力学方程描述为 $\rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - C \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 (e_y f(x) E)}{\partial t^2}$ 可见一般), 可以被看作受迫振子, 而且由于二者实质上是同一结构, 因此相应的振动具有相同的谐振频率。从而, 压电压磁超晶格可以看作是由两个具有相同谐振频率的振子的复合振子, 可以分别对电场和磁场响应, 根据对铁电铁磁复合型磁电材料的磁电效应起因的粗糙描述[24]:

$$\text{磁电} = \frac{\text{磁}}{\text{机械}} \times \frac{\text{机械}}{\text{电}}$$

显然, 当这种具有磁、电、弹性及其耦合特性的新型磁电材料在谐频激励的情况下, 具有巨大的磁电转换效率。

人们普遍认为, 复合型磁电材料 (如三明治结构、双层结构等等) 中, 磁电电压系数正比于压电系数和压磁系数的乘积[25,45]。在磁电系数的推导和计算过程中, 我们很容易发现在压电压磁超晶格中, 磁电电压系数的分子一纵向磁电耦合系数 α_{33} 确实与压电系数 e_{33} 和压磁系数 q_{33} 的乘积成正比, 但其分母一纵向介电函数 $\epsilon_0 \epsilon_{\perp}$ 也与 e_{33} 和 q_{33} 相关, 因此磁电电压系数与压电压磁系数的关系就不是直接线性相关。为此, 对 PPSL 中的磁电电压系数对压电系数和压磁系数的依赖关系作进一步的分析, 是十分必要的。

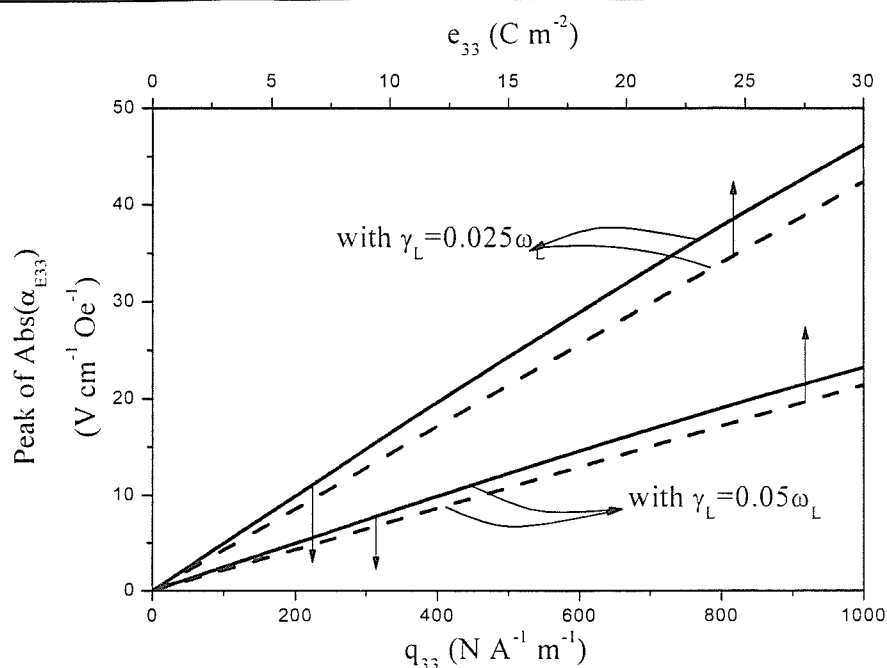


图 3-7 一维 BTO/CFO 压电压磁超晶格(压电层压磁层等厚度)中纵向磁电电压系数模的峰值对压电系数 e_{33} 和压磁系数 q_{33} 的依赖关系, 以及对弹性耗散的依赖关系。

我们仍然取 BTO/CFO 超晶格来分析, 材料的成分和物性不变。如图 3-7 所示, 当固定压磁系数 ($q_{33}=699.7 \text{ N A}^{-1} \text{ m}^{-1}$) 及其它参量, 仅改变压电系数 e_{33} 时, 磁电电压系数的模 $\text{Abs}(\alpha_{E33})$ 的峰值 (在谐振频率附近取得) 随 e_{33} 大致成线性增大; 同样的当固定 $e_{33}=18.6 \text{ C m}^{-2}$, 改变压磁系数 q_{33} 时, $\text{Abs}(\alpha_{E33})$ 的峰值与 e_{33} 也大致成线性关系。通过在实际可能的 e_{33} 和 q_{33} 取值进行计算, 可以得出结论: 在压电压磁超晶格中, 磁电耦合电压系数也近似地正比于 e_{33} 和 q_{33} 的乘积。

实际上, 在复合型磁电材料中, 应力应变传递性是非常重要的, 但长期没有得到人重视, 直到层状复合磁电材料被广泛研究, 人们才发现以 CFO 为铁磁成分的复合材料磁电电压系数的实验值远小于实际值的重要原因是它的应力传递不佳, 例如, NiFe_2O_4 虽然压磁系数与 CFO 相比较小, 但往往在同样情况下反而可以取得更好的结果。至此, 应力的传递性才被作为一个重要因素, 来设计磁电材料[46]。在我们的理论模型中, 它体现在衰减系数 γ_L 上。图 3-7 展示了磁电电压系数模的极大值 (在谐振频率附近取得) 随衰减系数 γ_L 的变化。当衰减系数 γ_L 由 $0.05\omega_L$ 减小到 $0.025\omega_L$ 时, 峰值增大了近一倍。由此可

见, 减小衰减系数也是一种获得巨磁电系数, 优质磁电特性材料的有效方法。

另外, 压电成分和压磁成分的体积比 (PPSL 中为厚度的占空比) 也是影响磁电电压系数的重要因素, 对此人们做了大量的研究[24]。根据已有的一维周期极化铌酸锂超晶格的机电耦合系数的结果, 可以对 PPSL 的情况作一粗糙的估计。如果压电和压磁成分仅仅是压电和压磁系数作周期调制, 而其它参数都相同, 那么磁电电压系数的峰值应该在占空比为 1 时取得, 考虑到实际情况, 峰值应该在占空比接近 1 时取得, 不会在占空比远大于 1 时取得, 这个猜测和前辈的理论和实验结果是吻合的[24]。进一步的精密数值分析, 可以根据变占空比的本构方程计算得到 (变占空比方程的获取参看§ 3.2), 这在我们下一步的工作计划之内。

总的说来, 压电压磁超晶格是一种新型的具有磁、电、弹性及其复合特性的磁电材料。在上节的理论推导中我们发现它呈现出其压电和压磁组分都不具有的磁电效应, 并很好的阐释了磁电效应的由来, 在本节我们根据该理论模型, 计算了其纵向 (周期排列方向) 的磁电系数, 相对介电函数和磁导率, 并讨论了压电系数、压磁系数和衰减常数对磁电电压系数的影响。结果表明压电压磁超晶格具有强烈的共振特性, 在磁电弹多功能材料和器件的应用方面具有极大潜力。

3.3.3 磁电耦合型声子极化激元与负折射

在§ 3.3.2 中我们研究了一维压电压磁超晶格 (PPSL) 中的磁、电和弹性的耦合, 并以一具有 ∞m 点群对称性的 PPSL 为例, 详细分析了其耦合过程, 并得到了该 PPSL 作有效介质近似后的本构方程。双各向异性介质 PPSL 中电磁波的电磁场分量以弹性应变为桥梁发生了耦合, 很可能形成新的声子极化激元, 影响电磁波在 PPSL 中的传播; 同时, 这样的磁电 (耦合) 效应可能对文献[20]中期望的负折射效应 (在谐振频率附近的某个频段可能因同时具有负介电函数和负磁导率而发生) 造成极大的影响。围绕这两个问题, 我们展开了研究。

我们得到了双各向异性介质 PPSL 的本构方程 (3-22) 和 (3-21), 再结合麦克斯韦方程组 (1-2) 及边界条件 (1-6), 我们可以解决电磁波在 PPSL 中的传播问题。在此, 为简单起见, 我们取一周期沿 Z 方向排列, 占空比为 1 且具有 ∞m 点群对称性的 PPSL 为

例, 研究波矢沿 Z 向 (周期排列方向) 的电磁波在 PPSL 中的传播情况 (对 ∞m 点群来说, 在 XY 平面内各向同性)。PPSL 的结构, 以及入射电磁波如图 3-8 所示。

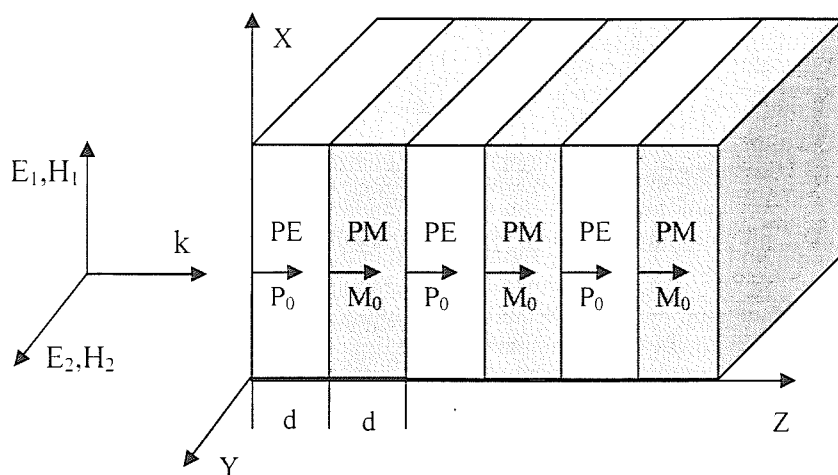


图3-8 在压电压磁超晶格(PPSL)中沿Z向传播的电磁波的示意图: Y向偏振Z向传播的电磁波(E_2, H_1)入射到PPSL中, 由于磁电效应, 激励出沿Z向传播X向偏振的电磁波(E_1, H_2)。两电磁波的电磁场分量通过的同一应变联系并耦合, 将会形成新的声子极化激元。

Y 向偏振的电磁波(E_2, H_1)沿周期排列方向(Z 方向)入射到 PPSL 中, 由于磁电效应, 激励出沿 Z 向传播 X 向偏振的电磁波(E_1, H_2)。两电磁波的电磁场分量通过的同应变联系并耦合, 例如 Z 方向传播的的横超晶格振动 S_5 就桥接了 E_1 和 H_1 的耦合, 如方程(3-7)

所示:
$$\rho \frac{\partial^2 S_5}{\partial t^2} - C_{44}^E \frac{\partial^2 S_5}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} [-e_{15} f(z) E_1 - q_{15} g(z) H_1].$$

这将会导致磁电耦合型声子极化激元的产生。针对 PPSL 中传播的电磁波, 将本构方程 (3-22) 和 (3-21) 代入麦克斯韦方程组 (1-2), 我们可以得到:

$$\begin{aligned}
\partial E_1 / \partial z - i\omega\mu_0\mu_{||}H_2 - iA\omega e_{15}q_{15}E_2 &= 0, \\
\partial E_2 / \partial z + i\omega\mu_0\mu_{||}H_1 + iA\omega e_{15}q_{15}E_1 &= 0, \\
\partial H_1 / \partial z + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_{||}E_2 + iA\omega e_{15}q_{15}H_2 &= 0, \\
\partial H_2 / \partial z - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_{||}E_1 - iA\omega e_{15}q_{15}H_1 &= 0.
\end{aligned} \tag{3-30}$$

进一步可以得到色散关系:

$$k^2 / \omega^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_{//} \mu_{//} - A^2 e_{15}^2 q_{15}^2. \quad (3-31)$$

为了更好的理解上述结果,我们仍然对上节所述的 BTO/CFO 压电压磁超晶格进行数值计算,参数与表 3-1 相同。压电层和压磁层的厚度都是 500nm,对应的横声波的基频 ω_s 经计算为 18.0G Hz。为了与文献中的结果作对比,我们忽略弹性波的衰减,取 $\gamma_L=0$,这样做并不会影响结论。

方程(3-31)很像一个普通的声子极化激元的色散关系[47,48],仅仅是方程右边多了一项,该项数值上正比于压电系数 e_{33} 和压磁系数 q_{33} 乘积的平方,是磁电相关项。事实上,如果忽略磁电项,由压电压磁超晶格实现双负(指同时得到负的磁导率和介电函数)的想法是很自然的:考虑压电效应,会激发压电声子极化激元而伴随着在谐振频率附近的带隙;同样考虑压磁效应,会激发压磁声子极化激元而伴随着在谐振频率附近的带隙;自然地,在两个带隙重叠的地方能够实现双负,乃至负折射。

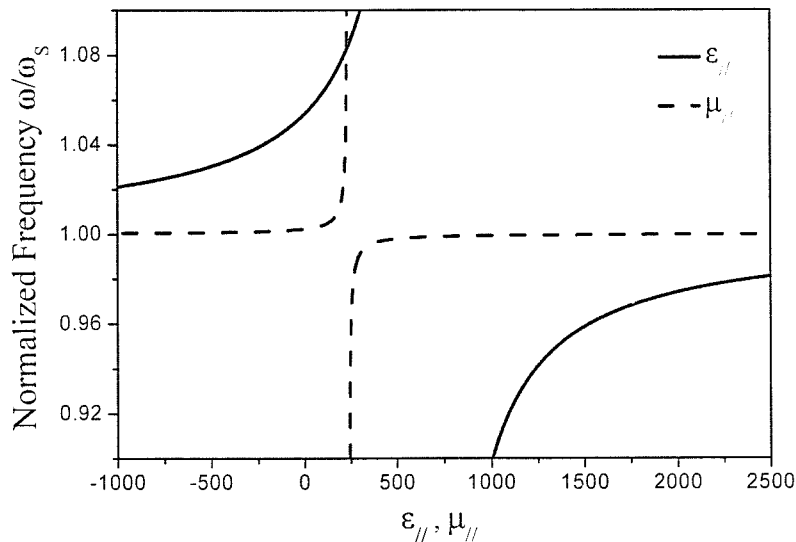


图 3-9 一维压电压磁超晶格 BTO/CFO 中相对横向介电函数和磁导率的色散关系

根据方程(3-21)我们经计算得到的介电函数和磁导率色散曲线也确实如此,由图 3-9 所示。PPSL 中横向(即超晶格 XY 平面内)的相对介电函数和磁导率具有强烈的共振特性,在谐振频率之上某些频段上具有负值,并且在特定频段呈现双负特征。那么在这个频段将不再是禁带,会出现一个新的传播模,这就是 Veselago 等人预测的左手材料[49]。左手材料具有负折射、亚波长分辨、平板成像、逆多普勒效应等新奇现象和效应,引起了人们的极大研究兴趣,是当前的研究热点。

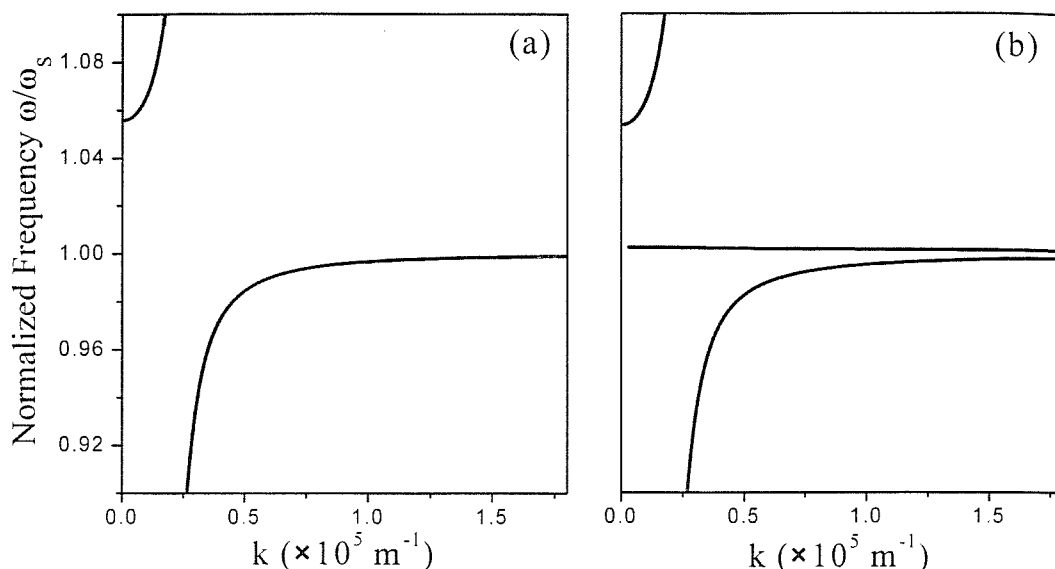


图 3-10 一维压电电压磁超晶格 BTO/CFO 中 Z 向传播的电磁波波矢的色散关系：图 (a) 是真实的，考虑磁电耦合效应的色散关系；图 (b) 是非现实的，忽略磁电耦合效应的结果。

不幸的是，由 § 3.2 中推导和色散关系 (3-31) 可知，横向的应变同时与电场和磁场分量耦合，在形成声子极化激元的同时，必然伴随着磁电耦合效应的发生，如色散关系中的磁电相关项所描述。在忽略磁电相关项的情况下，我们得到如图 3-10(b) 所示的波矢色散关系，在谐振频率之上，对应图 3-9 实现双负的频段，出现了一个传播模，根据其相速度 ($v_p = \omega/k$) 与群速度 ($v_g = \partial\omega/\partial k$) 异号判断会发生负折射；而考虑磁电相关项之后，我们发现在双负频段，磁电相关项的总是负的，且其绝对值总是大于方程 (3-31) 右边的第一项，这导致在双负频段波矢仍为纯虚数，我们得到的波矢色散关系如图 3-10(a) 所示：电磁波与超声波（超晶格振动）在谐振频率附近发生了强烈耦合，改变了电磁波的传播特性，形成了磁电耦合型的极化激元模式，这种耦合模式既不是纯的声子模式，也不是纯的光子模式，而且由于超晶格振动同时与电场和磁场分量耦合，导致在双负频段波矢仍为纯虚数，电磁波不能传播，期望的负折射不能实现。从该新型极化激元中磁电耦合项所起的作用，我们可以看出在 PPSL 中形成新型极化激元过程中伴随的强烈磁电耦合效应破坏了可能的负折射效应。

在这一点上，与 S. Tretyakov 等人的研究结果是一致的。他们证明在由螺旋天线结构 (helices) 与电偶极颗粒 (electric dipoles) 的手性混合物中，两相之间在归一化频率 0.9

附近发生的强烈磁电耦合破坏了期望在此发生的负折射[50], 如图3-11所示(所有参量都为有效参量, κ 为手性参量, $n_{\pm}$ 为两个本征模的折射率, 电偶极子和螺旋形天线(helices)结构的共振频率分别是 $0.9\omega_0$ 和 ω_0 本征模的波矢满足: $k = \omega(\sqrt{\epsilon}\sqrt{\mu} \pm \kappa)/c$, 折射率 $n = \sqrt{\epsilon}\sqrt{\mu} \pm \kappa$ 。原本忽略两相的耦合, 则当在 $0.9\omega_0$ 处 μ 为1, 当 $\sqrt{\epsilon} < \kappa$ 时, 期望本征模之一的相速度为负, 群速度为正, 发生负折射)。S. Tretyakov同时也发现在考虑耦合的情况下, 在chiral nihility 介质(ϵ 和 μ 都趋近于0)中仍然能实现负折射。因此, 我们认为要实现负折射, 考虑强烈的磁电耦合效应带来的影响是十分必要的。

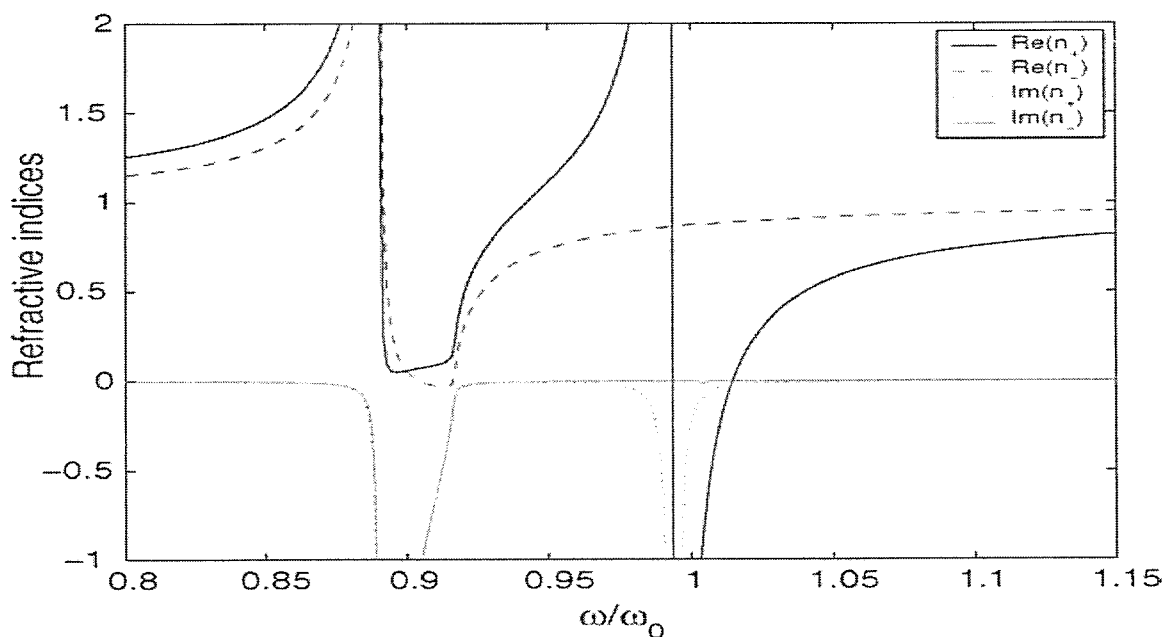


图3-11 文献[50]中讨论chiral介质中的负折射: 计算所得本征模的折射率。其中电偶极子(electric dipoles)颗粒共振频率是螺旋形天线结构(helices)的0.9倍, 取螺旋天线结构共振频率为 ω_0 , 并以此作频率归一化。(在忽略两相的耦合的情况下)期望在 $0.9\omega_0$ 实现负折射; 计算结果显示, 由于耦合原本期望的负折射并没有发生。

3.4 本章小结

以具有高对称性的 ∞m 点群对称性的一维压电电压磁超晶格(占空比为1)为例, 我们

研究了其中因同一超晶格振动同时与电场分量和磁场分量耦合而产生的种种新奇效应和现象，并且解析地推导了 PPSL 的有效介质本构方程，清晰地展示了磁电耦合完全是压电效应和压磁效应通过应变耦合的结果，并且具有强烈的共振色散特性。利用本构方程，我们研究了 PPSL 的磁电耦合性能以及电磁波在其中传播形成的新型磁电耦合声子极化激元，主要的研究内容和成果如下：

- 1、以一维 BTO/CFO 超晶格为例研究 PPSL 中的共振磁电系数。我们预测到巨大的共振磁电电压系数，比一般理论和实验结果大 1-2 个量级，与大量新的、最好的结果是吻合的。此外，我们还讨论了磁电电压系数对频率、压电系数、压磁系数以及衰减系数的依赖关系，所得结论，与前辈们的成果得到很好的吻合。
- 2、我们研究波矢沿周期排列方向的电磁波的传播。我们发现了 PPSL 中，超晶格振动同时与电场分量和磁场分量耦合能够形成新的磁电耦合声子极化激元，但是伴随的磁电耦合效应破坏了可能的负折射（即使是双负）。我们认为制备和设计负折射材料时，应该充分考虑强烈的磁电耦合效应带来的影响。

参考文献

- [1] L. Esaki and R. Tsu, IBM J. Res. Dev. **14**, 686 (1970).
- [2] D. B. Mcehan, *Structure of Chemically Modulated Films in Synthetic Modulated Structure*, edited by L. L. Chang and B. C. Giessen (Academic, New York, 1985).
- [3] N. B. Ming, Progress in Nature Science, **4**, 554 (1994).
- [4] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987) & S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [5] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang et al., Appl. Phys. Lett. **53**, 1381 (1988).
- [6] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang et al., Appl. Phys. Lett. **53**, 2278 (1988).
- [7] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang, Phys. Rev. B **40**, 8536 (1989).
- [8] N. B. Ming, Y. Y. Zhu, and D. Feng, Ferroelectrics **106**, 99 (1990).
- [9] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, J Appl. Phys. **72**, 904 (1992).
- [10] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, Ferroelectrics **142**, 23 (1993).
- [11] S. D. Cheng, Y. Y. Zhu, Y. L. Lu et al., Appl. Phys. Lett. **66**, 291 (1995).
- [12] Y. Y. Zhu, S. N. Zhu, Y. Q. Qin et al., J Appl. Phys. **79**, 2221 (1996).
- [13] Z. L. Wan, Q. Wang, Y. X. Xi et al., Appl. Phys. Lett. **77**, 1891 (2000).
- [14] H. Liu, S.-N. Zhu, Z.-G. Dong, Y.-Y. Zhu, Y.-F. Chen and N.-B. Ming, Phys. Rev. B **71**, 125106 (2005).
- [15] Y. Q. Lu, Y. Y. Zhu, Y. F. Chen et al., Science **284**, 1822 (1999).
- [16] Y. Y. Zhu, X. J. Zhang, Y. Q. Lu et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 053903 (2003).
- [17] X. J. Zhang, R. Q. Zhu, J. Zhao et al., Phys. Rev. B **69**, 085118 (2004).
- [18] X. J. Zhang, Y. Q. Lu, Y. Y. Zhu et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 3531 (2004).
- [19] C. P. Huang and Y. Y. Zhu, Phys. Rev. Lett. **94**, 117401 (2005).
- [20] H. Liu, S.-N. Zhu, Y.-Y. Zhu et al., Appl. Phys. Lett. **86**, 162904 (2005).
- [21] 许煜寰等编, 铁电与压电材料, 科学出版社, 1978。
- [22] J. Ryu, S. Priya, A. V. Carazo and K. Uchino, J. Am. Ceram. Soc. **84**, 2905 (2001).

- [23] M. I. Bichurin, V. M. Petrov and G. Srinivasan, Phys. Rev. B **68**, 054402 (2003).
- [24] C.-W. Nan, Phys. Rev. B **50**, 6082 (1994).
- [25] M.-I. Bichurin, V.-M. Petrov and G. Srinivasan, J. Appl. Phys. **92**, 7681 (2002).
- [26] V.-M. Agranovich and V.-E. Kravtsov, Solid State Commun. **55**, 85 (1985).
- [27] J.-A. Kong, *Theory of Electromagnetic Waves* (Wiley, New York, 1975).
- [28] M. Fiebig, J Phys. D: Appl. Phys. **38**, R123-R152 (2005).
- [29] G. A. Gehring, Ferroelectrics **161**, 275 (1994).
- [30] R. M. Hornreich and S. Shtrikman, Phys. Rev. **161**, 506 (1967).
- [31] J. Ryu, S. Priya, K. Uchino and H. E. Kim, J. Electroceram. **8**, 107 (2002).
- [32] J. Ryu, A. V. Carazo, K. Uchino and H. E. Kim, Japan. J. Appl. Phys. **40**, 4948 (2001).
- [33] U. Laletsin, N. Padubnaya, G. Srinivasan and C. P. Devreugd, Appl. Phys. A **78**, 33 (2004).
- [34] 张 辉 等, 材料导报 **17**, 64266 (2003)。
- [35] Y. K. Fetisova, K.E. Kamentseva, A.Y. Ostashchenko and G. Srinivasan, Solid State Communications **132**, 13 (2004).
- [36] 万 红, 吴学忠, 刘希从, 功能材料 **36**, 509 (2005)。
- [37] J. H. Huang and W. S. Kuo, J. Appl. Phys. **81**, 1378 (1997).
- [38] E. Pan, Z. Angew. Math. Phys. **53**, 815 (2002).
- [39] M. I. Bichurin, V. M. Petrov, Yu. V. Kiliba and G. Srinivasan, Phys. Rev. B **66**, 134404 (2002).
- [40] G. Harshe, J. P. Dougherty and R. E. Newnham, Int. J. Appl. Electromagn. Mater. **4**, 161 (1993).
- [41] M. I. Bichurin, D. A. Filippov, V. M. Petrov, V. M. Laletsin, N. Paddubnaya and G. Srinivasan, Phys. Rev. B **68**, 132408 (2003).
- [42] J. G. Wan, Z. Y. Li, Y. Wang, M. Zeng, G. H. Wang and J. M. Liu, Appl. Phys. Lett. **86**, 202504 (2005).
- [43] C. W. Nan, N. Cai, Z. Shi, J. Zhai, G. Liu and Y. Lin, Phys. Rev. B **71**, 014102 (2005).
- [44] G. Srinivasan, E. T. Rasmussen, B. J. Levin and R. Hayes, Phys. Rev. B **65**, 134402 (2002).

- [45] C. W. Nan, M. Li and J. H. Huang, Phys. Rev. B **63**, 144415 (2001).
- [46] Z. Shi, C. W. Nan and J. M. Liu, Phys. Rev. B **70**, 134417 (2004).
- [47] M. Born and K. Huang, *Dynamical Theory of Crystal Lattice* (Clarendon, Oxford, 1954).
- [48] 方俊鑫、陆栋主编, 固体物理学, 上海科学技术出版社, 1985。
- [49] V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. **10**, 509 (1968).
- [50] S. Tretyakov, A. Sihvola and L. Jylha, Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications **3**, 107 (2005).

第四章 声子极化激元耦合模

4.1 引言

在研究波与固体周期结构材料相互作用过程中,元激发的概念被引入。引入元激发的概念,便可将一个多体系统简化为一个准粒子体系,这为对复杂物理问题的处理提供了一条便捷的途径。固体中的元激发有很多种类:声子、磁振子和等离激元属于集体激发的元激发;准电子、极化子和超导体中由 Cooper 对凝聚形成的 Bogalons 属于个别激发的元激发;而激子和极化激元则属于复合型的元激发。

目前元激发的概念已经得到极大的扩展,电磁波与固体中的元激发的耦合模量子也被称为元激发。譬如说电磁波(光子)与声子耦合形成的声子极化激元,声子极化激元指的是光子(电磁波)与固体中的横振动光学(TO 格波)的耦合模量子,是最早得到研究的极化激元,也正是本文研究的主要内容之一。

20 世纪八十年代末,闵乃本院士课题组应用格林函数方法系统研究了铌酸锂、钽酸锂等压电超晶格中超声波的激发和传播规律[1-10]。1999 年,压电超晶格的研究取得了重要进展,陆延青等人将一维压电超晶格与一维双原子链相类比,成功模拟了电磁波与横超晶格振动的耦合,并提出离子型声子晶体的概念。在压电超晶格中,电磁波也能通过其电场与超晶格振动发生强烈的耦合,形成声子极化激元,在微波波段产生类似离子晶体中的物理效应。这一结果拓宽了声子极化激元的适用范围,将其从晶体中推广到人工微结构中,因而具有重要的意义[11]。

最近,朱永元教授等人研究压电超晶格,发现了自然界晶体中所没有的纵声子极化激元[12-14]。朱永元教授和黄成平师兄又进一步发现,同一个超晶格振动可以同时与两同向传播,(电场)偏振垂直的电磁波耦合的现象,传播模在共振频率附近的禁带中出现这一奇特现象和效应。当然,为了便于理解该声子极化激元形成的过程和物理图景,我们可以将它看作是两垂直偏振电磁波先分别与超晶格振动耦合,形成两个不同的声子极

化激元，然后它们再耦合形成声子极化激元的耦合模[15]。

在我们的工作之前，朱永元教授和黄成平师兄对压电超晶格中的声子极化激元耦合模作了大量的工作，我们怀着敬仰的心情拜读了文章和博士论文中的相关内容，其间我们受到极大的启发。我们认为既然两电场分量可以与同一超晶格振动耦合，那么电场和磁场分量应该也可以。在此启发下，我们致力于压电压磁超晶格中声子极化激元的研究。果然，我们发现了如§ 3.3.2 中所述的磁电耦合型声子极化激元，可以将它理解为一个压电声子极化激元和一个压磁声子极化激元耦合得到的耦合模。在谐振频率附近，电磁波的传播发生巨大的改变，呈现出一系列新颖的效应和现象。

4.2 电磁波在一维压电压磁超晶格中的传播

4.2.1 PPSL 中 Z 向传播的电磁波

由于在§ 3.3.3 中我们已经作了部分研究，因此在此关于色散关系的推导从略。仍然以具有 ∞m 点群对称性的 PPSL (BTO/CFO) 为例，分析了其耦合过程，不同的是，在此考虑弹性耗散。

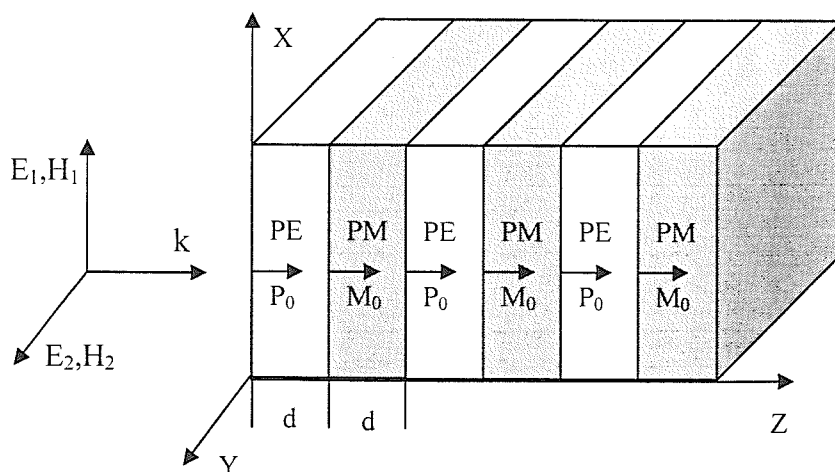


图4-1 在PPSL中沿Z向传播的电磁波的示意图：Y向偏振的电磁波(E_2, H_1)，由于磁电效应会激励出沿X向偏振的电磁波(E_1, H_2)，反之亦然。两电磁波的电磁场分量通过的同应变联系并耦合，将会形成新的声子极化激元。

PPSL 的结构, 以及入射电磁波如图 4-1 所示。电磁波沿周期排列方向 (Z 方向) 入射到 PPSL 中, Y 向偏振的电磁波(E_2, H_1)由于磁电效应, 会激励出 X 向偏振的电磁波(E_1, H_2), 反之亦然。

但由于在 XY 平面内各向同性, 我们以电磁场分量 E_1 和 H_1 来展示它们与超晶格振动的耦合。在先不考虑磁电耦合的情况下, 由于逆压电效应, E_1 可以激发出超晶格振动 S_5 , 反过来由于压电效应 S_5 激发出宏观电极化, 进而形成压电声子极化激元, 在谐振频率附近存在带隙; 同样地, 电磁波(E_2, H_1)也会 S_5 耦合形成压磁声子极化激元 (有带隙); 这之后, 由于 S_5 同时联系了电磁场分量 E_1 和 H_1 并形成两个极化激元, 伴随的磁电效应会将两个极化激元耦合在一起, 形成了声子极化激元的耦合模。横超晶格振动 S_5 桥接两极化激元的耦合方程(3-7)可见一般。

$$\rho \frac{\partial^2 S_5}{\partial t^2} - C_{44}^E \frac{\partial^2 S_5}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} [-e_{15} f(z) E_1 - q_{15} g(z) H_1]. \quad (3-7)$$

经§ 3.3.3 中同样的处理过程 (不同的是, 在此考虑弹性耗散, 大多数物理量都是复数), 我们可以得到耦合模的色散关系:

$$k^2 / \omega^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_{//} \mu_{//} - A^2 e_{15}^2 q_{15}^2. \quad (4-1)$$

为了更好的理解上述结果, 我们仍然对上章所述的BTO/CFO压电压磁超晶格进行数值计算, 参数与表3-1相同, 计算中设定横向耗散系数 $\gamma_s = 0.02\omega_s$ 。压电层和压磁层的厚度都是500nm, 对应的横声波的基频 ω_s 经计算为18.0G Hz。计算结果如图4-2所示, 层面内的相对介电函数、磁导率和沿Z向传播电磁波的波矢均呈现强烈的共振特性, 其中介电函数的实部在共振点附近可以达到负值, 但磁导率的实部保持为正。针对负折射问题, 图4-2(c)暗示在共振频率之上的某频段可能会发生负折射, 但是巨大的波矢虚部使之毫无意义。值得注意的是, 波矢的色散曲线同一般的声子极化激元色散曲线形貌一致, 禁带仍然保持, 这不同于黄成平师兄在参考文献[15]所提到的禁带透射情况。

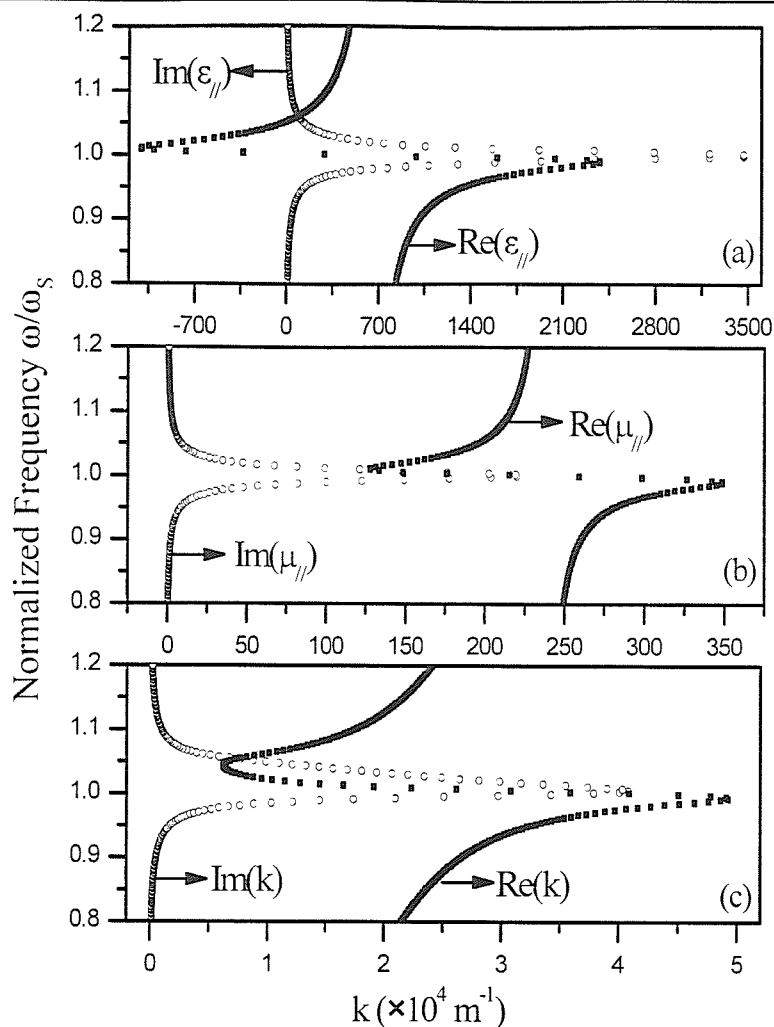


图4-2 在PPSL中垂直于周期排列方向的 (a) 相对介电函数和 (b) 磁导率与 (c) PPSL中Z向传播的电磁波的波矢色散关系。其中实心方块和空心圆环分别代表物理量的实部和虚部。计算中, 取 $\gamma_s = 0.02\omega_s$ 。

4.2.2 PPSL 中 X 向传播的电磁波

现在我们来研究该 PPSL 中沿 X 向传播的电磁波的传播特性。PPSL 的结构, 以及入射电磁波如图 4-3 所示。其中我们选定电磁波的频率远离纵声波 S_3 的共振频率 ω_l , 而靠近 Y 向振动 Z 向传播超晶格振动 S_4 (S_4 与 S_5 简并) 的共振频率 ω_s , 如此我们可以忽略在 Z 方向的磁电效应, 而着重于 Y 向的磁电效应的研究, 即直接取 $B=0$, 这意味着本构方程可以简化, 并改写为:。

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon_{//} & 0 & 0 & Ae_{15} q_{15} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 \varepsilon_{//} & 0 & 0 & Ae_{15} q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 & 0 \\ Ae_{15} q_{15} & 0 & 0 & \mu_0 \mu_{//} & 0 & 0 \\ 0 & Ae_{15} q_{15} & 0 & 0 & \mu_0 \mu_{//} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0 \mu_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}. \quad (4-2)$$

在这里:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\perp} &= 2\varepsilon_{33}^{s,pm} \varepsilon_{33}^{s,pe} / (\varepsilon_{33}^{s,pe} + \varepsilon_{33}^{s,pm}), \\ \mu_{\perp} &= 2\mu_{33}^{s,pe} \mu_{33}^{s,pm} / (\mu_{33}^{s,pe} + \mu_{33}^{s,pm}). \end{aligned} \quad (4-3)$$

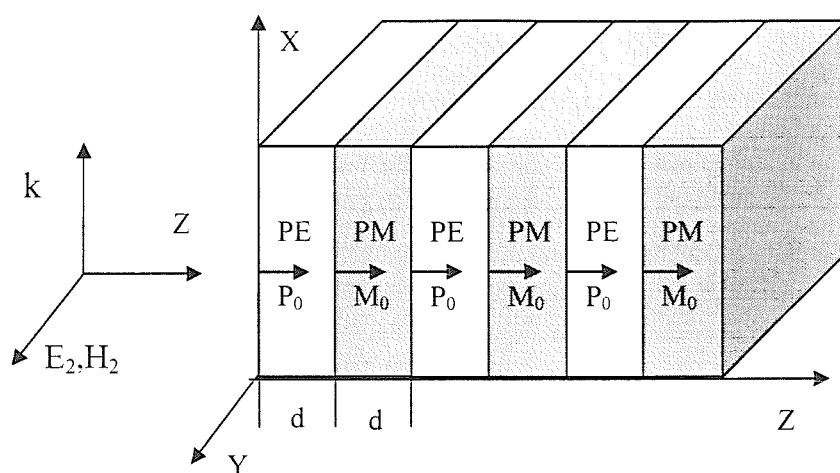


图 4-3 在 PPSL 中沿 X 向传播的电磁波的示意图: Y 向偏振的电磁波(E_2, H_3), 由于磁电效应会激励出沿 Z 向偏振的电磁波(E_3, H_2), 反之亦然。两电磁波的电磁场分量通过的同一应变联系并耦合, 将会形成新的声子极化激元。

如图 4-3 所示电磁波 X 方向入射到 PPSL 中, Y 向偏振的电磁波(E_2, H_3)由于磁电效应, 会激励出 Z 向偏振的电磁波(E_3, H_2), 反之亦然。在先不考虑磁电耦合的情况下, 由于逆压电效应, E_2 可以激发出超晶格振动 S_4 , 反过来由于压电效应 S_4 激发出宏观电极化, 进而形成压电声子极化激元, 在谐振频率附近存在带隙; 同样地, 电磁波(E_3, H_2)也会与 S_4 耦合形成压磁声子极化激元 (有带隙); 这之后, 由于 S_4 同时联系了电磁场分量 E_2 和 H_2 并形成两个极化激元, 伴随的磁电效应会将两个极化激元耦合在一起, 形成了声子极化激元的耦合模。横超晶格振动 S_4 桥接两极化激元的耦合可由其动力学方程得到反映。

$$\rho \frac{\partial^2 S_4}{\partial t^2} - C_{44} \frac{\partial^2 S_4}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} [-e_{15} f(z) E_2(z) - q_{15} g(z) H_2(z)]. \quad (4-4)$$

将本构方程(4-2)代入麦克斯韦方程,可以得到:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial E_3}{\partial x} + i\omega\mu_0\mu_{//}H_2 + iA\omega e_{15}q_{15}E_2 &= 0, \\ \frac{\partial E_2}{\partial x} + i\omega\mu_0\mu_{\perp}H_3 &= 0, \\ \frac{\partial H_3}{\partial x} + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_{//}E_2 + iA\omega e_{15}q_{15}H_2 &= 0, \\ \frac{\partial H_2}{\partial x} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_{\perp}E_3 &= 0. \end{aligned} \quad (4-5)$$

进一步可以得到耦合模的色散关系:

$$\begin{aligned} 2c_0^2k_{\pm}^2/\omega^2 &= M_{\pm} \\ &= (\varepsilon_{//}\mu_{\perp} + \varepsilon_{\perp}\mu_{//}) \pm \sqrt{(\varepsilon_{//}\mu_{\perp} - \varepsilon_{\perp}\mu_{//})^2 + 4A^2e_{15}^2q_{15}^2\varepsilon_{\perp}\mu_{\perp}/\varepsilon_0\mu_0}, \end{aligned} \quad (4-6)$$

这里 c_0 是自由空间中的光速。

仍然以前面用到的 BTO/CFO 压电压磁超晶格为例,物性参数也同上。根据方程(4-3)纵向相对介电函数 $\varepsilon_{\perp}$ 和磁导率 $\mu_{\perp}$ 为常数(远离纵振动频率 ω_L 的情况下);而横向的相对介电函数 $\varepsilon_{//}$ 和磁导率 $\mu_{//}$ 如图 4-2 中所示,呈现出共振特性。PPSL 中一阶声子极化激元波矢实部和虚部的色散曲线分别如图 4-4(a)和(b)所示。与普通声子极化激元色散曲线明显不同的是,波矢的实部和虚部都是不连续的,在共振频率附近都有一个交换频率点,且为同一点 ω_A 。方程(4-6)右边 $M_{\pm}$ 的第二项 $(\pm\sqrt{(\varepsilon_{//}\mu_{\perp} - \varepsilon_{\perp}\mu_{//})^2 + 4A^2e_{15}^2q_{15}^2\varepsilon_{\perp}\mu_{\perp}/\varepsilon_0\mu_0})$ 可以写成 $\pm\sqrt{D'(\omega) + iD''(\omega)}$ 。当 $D'(\omega)$ 为正,而 $D''(\omega)$ 改变符号的时候,在该处波矢不连续[15]。如此根据 $D''(\omega_A) = 0$, 可以解出 $\omega_A \approx 1.001\omega_S$ 。

根据方程(4-6),将两不同波矢分别定义为 k_{+} 模和 k_{-} 模。对 k_{+} 模而言,在接近 ω_A 而又小于 ω_A 的频段,波矢虚部很大,大于 ω_A 的频段波矢虚部却很小;与之相反,对 k_{-} 而言,在接近 ω_A 而又小于 ω_A 的频段,波矢虚部很小,大于 ω_A 的频段波矢虚部却很大。因此,

我们可以认为在 ω_A 之上, k_+ 模是传播模而 k_- 模则是衰减模;在 ω_A 之下, k_- 模是传播模而 k_+ 模则是衰减模。而且在远离 ω_S 或者说 ω_A 的地方,两极化激元的耦合减弱, k_+ 模和 k_- 模分别退化为压电模式和压磁模式。这些,都说明两极化激元的耦合极大地改变了电磁波在PPSL中的传播特性。色散分析表明:不同于纯压电或压磁声子极化激元,PPSL中的电磁波可以在禁带中传播(相对压电或压磁超晶格而言),如图4-4所示的情况下,仅仅是越过频率点 ω_A 时改变其传播模式。

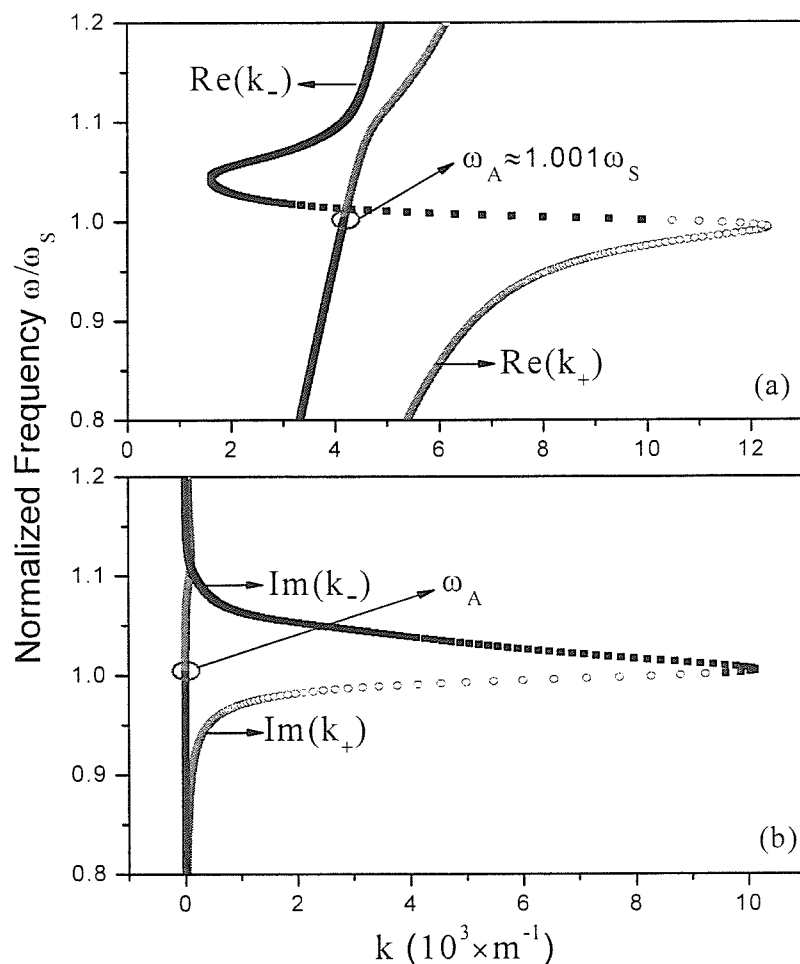


图4-4 在PPSL中沿X向传播的电磁波的波矢色散关系。图(a)和(b)分别是波矢实部和虚部的色散,其中实心方块代表 k_- 模,空心圆环代表 k_+ 模。计算中,取 $\gamma_S = 0.02\omega_S$ 。

我们得到了类似于黄成平和朱永元老师研究压电体超晶格时,发现的禁带透射(声学谐频透射)结果[15],他们在色散分析之后,分析了其间能量的传播,再次验证了禁带

透射现象，但还不清楚电磁波为什么能通过以及电磁分量的配置特征，因此对电磁场的数值分析是必要的。

我们假定 PPSL 在 X 方向的长度是 2.5mm（即 5000d，相当于 2500 个周期），并被放置在自由空间中。根据求得的色散关系（4-6）和麦克斯韦方程，我们经推导发现 PPSL 中的电磁场分量满足如下关系（省略时间因子 $e^{i\omega t}$ ）：

$$\begin{aligned} E_2(x) &= ae^{-ik_+x} + ce^{ik_+x} + be^{-ik_-x} + de^{ik_-x}, \\ H_3(x) &= (ae^{-ik_+x} - ce^{ik_+x})/Z_+^{TE} + (be^{-ik_-x} - de^{ik_-x})/Z_-^{TE}, \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} E_3(x) &= P_+(ae^{-ik_+x} - ce^{ik_+x}) + P_-(be^{-ik_-x} - de^{ik_-x}), \\ H_2(x) &= P_+(ae^{-ik_+x} + ce^{ik_+x})/Z_+^{TM} + P_-(be^{-ik_-x} + de^{ik_-x})/Z_-^{TM}, \end{aligned}$$

其中：

$$P_{\pm} = \frac{\sqrt{M_{\pm}/2}(\varepsilon_{//}\mu_{\perp} - M_{\pm}/2)}{Ae_{15}q_{15}\varepsilon_{\perp}\mu_{\perp}c_0}, \quad (4-8)$$

$$Z_{\pm}^{TE} = \sqrt{\frac{2\mu_0\mu_{\perp}^2}{M_{\pm}\varepsilon_0}}, Z_{\pm}^{TM} = \mp \sqrt{\frac{M_{\pm}\mu_0}{2\varepsilon_0\varepsilon_{\perp}^2}}.$$

如果我们以入射点为原点，并设定边界条件如下：

$$E_2^I(0)=E_{20}, \quad E_3^I(0)=E_{30},$$

$$E_2^R(0)=e, \quad E_3^R(0)=f, \quad (4-9)$$

$$E_2^T(L)=g, \quad E_3^T(L)=h,$$

其中上标“ I ”和“ R ”分别表示电磁波在入射（点）面入射和反射电磁场量，上标“ T ”表示在出射面的电磁波的透射分量，而在 PPSL 内部的电磁场分量由 a 、 b 、 c 和 d 来描述见方程组（4-7）。

这样，我们可以得到如图 4-5 所示的电磁场分布，其中在空气 1 内有 2 个入射波和 2 个反射波；在 PPSL 中有 2 种模式，每种模式又可分为 TE 和 TM 模，最后又有入射和反射之分，也就是有 8 个；在空气 2 中，仅有 2 个透射波；整个系统中共记 14 个波。设入射波振幅 E_{20} 和 E_{30} 已知，则我们有 a 到 h 共计 8 个独立变量，而我们在两个边界处应用边界条件（沿界面切向电磁场分量连续），可以得到 8 个方程。解由这 8 个方程构成的方

程组，我们就可以了解系统中的电磁场分布，有助于理解什么原因使得禁带中出现了传播模。

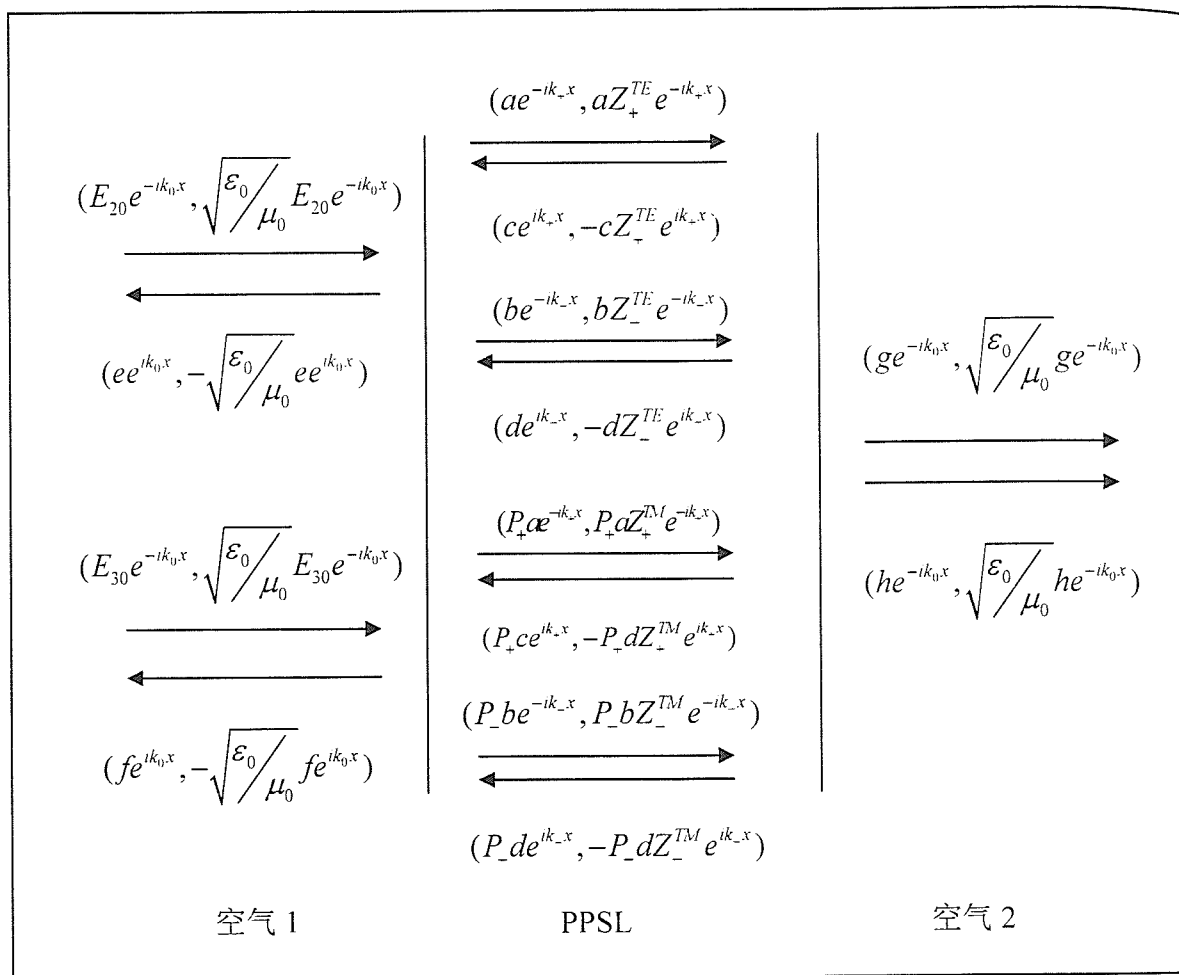


图 4-5 在由空气/PPSL/空气组成的光路中，沿 X 向传播的电磁波的电磁场分布。在图中，时间因子 $e^{i\omega t}$ 被省略， k_0 表示光波在空气中的波数。

为了便于理解和处理方便我们假设 $E_{30} = 0$ ，这不会影响我们对其中物理情景的理解，实质上由于磁电效应，入射到 PPSL 中的电磁波 (E_2, H_3) 自然会激发出电磁波 (E_3, H_2)。我们定义电磁场分量透射系数 $tH_2(L) = \left| \sqrt{\mu_0}H_2(L)/(\sqrt{\epsilon_0}E_{20}) \right| = |E_3(L)/E_{20}|$ 和 $tE_2(L) = |E_2(L)/E_{20}|$ 。图 4-3 展示了透射系数随频率的变化，很明显可以看出在共振频率 ω_s 附近，在 Y 方向有一个电场分量向磁场分量的巨大的转换，尽管相对于 Y 向电场，透射系数不是很大。再联系到图 4-4 中的色散关系，如果在 ω_s 附近禁带仍然保持的话，波矢的虚部约为 10000/m，对长度为 2.5mm 的 PPSL 来说透射系数约为 e^{-25} ，这是远小于

我们得到的计算值 0.08。因此，我们可以作以下结论：电磁波能够在禁带（相对压电或压磁超晶格而言）中传播，仅仅是在越过奇点 ω_A 时改变其传播模式。

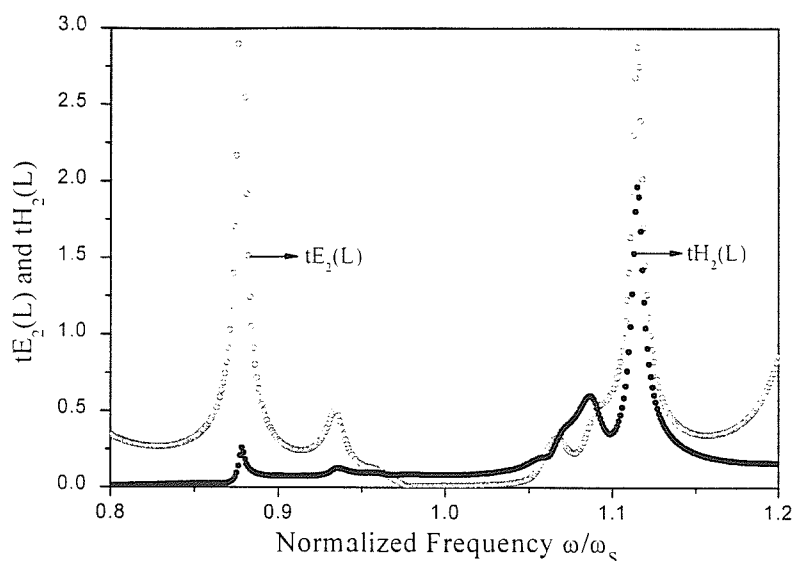


图 4-6 电磁场分量透射系数随频率的变化。明显在共振频率两侧均有透射现象的存在。

有迹象表明，由压电效应和压磁效应诱导的，甚至在文献[15]提到的仅由压电效应诱导，声子极化激元间的耦合能够打破藩篱，实现光波在声波的谐振频率附近的传播。但是针对前面讲到的在 PPSL 中沿 Z 方向和 X 方向传播的电磁波的传播，同样是形成声子极化激元的耦合模，也同样是与超晶格横振动耦合，为什么会得到截然不同的两种结果呢？

考虑到横向的各向同性（指 ∞m 点群平面内各向同性），横振动 S_4 （Y 向振动）和 S_5 （X 向振动）是简并的。再由方程（4-4）忽略高阶项，我们可以得到：

$$S_4 \propto (e_{15}f_1E_2 + q_{15}g_1H_2) \propto (-e_{15}E_2 + q_{15}H_2). \quad (4-10)$$

显然，对压电超晶格而言，压磁系数 $q_{15}=0$ ，超晶格振动的振幅正比于电场分量 E_2 ；对压磁超晶格，有压电系数 $e_{15}=0$ ，振幅正比于磁场分量 H_2 ；然而对 PPSL，情况有所不同，振幅正比于电场分量和磁场分量的线性组合。因此，对压电或压磁超晶格而言，为了降低振幅（高振幅意味着大的衰减），强烈的反射波被激发出来，最终形成了禁带。我们认为在 PPSL 中，电磁场分量的一种线性组合可以用来减小超晶格振动的振幅，使得它能在弹性损耗系数不变的情况下，在共振频率附近仍然能够传播。

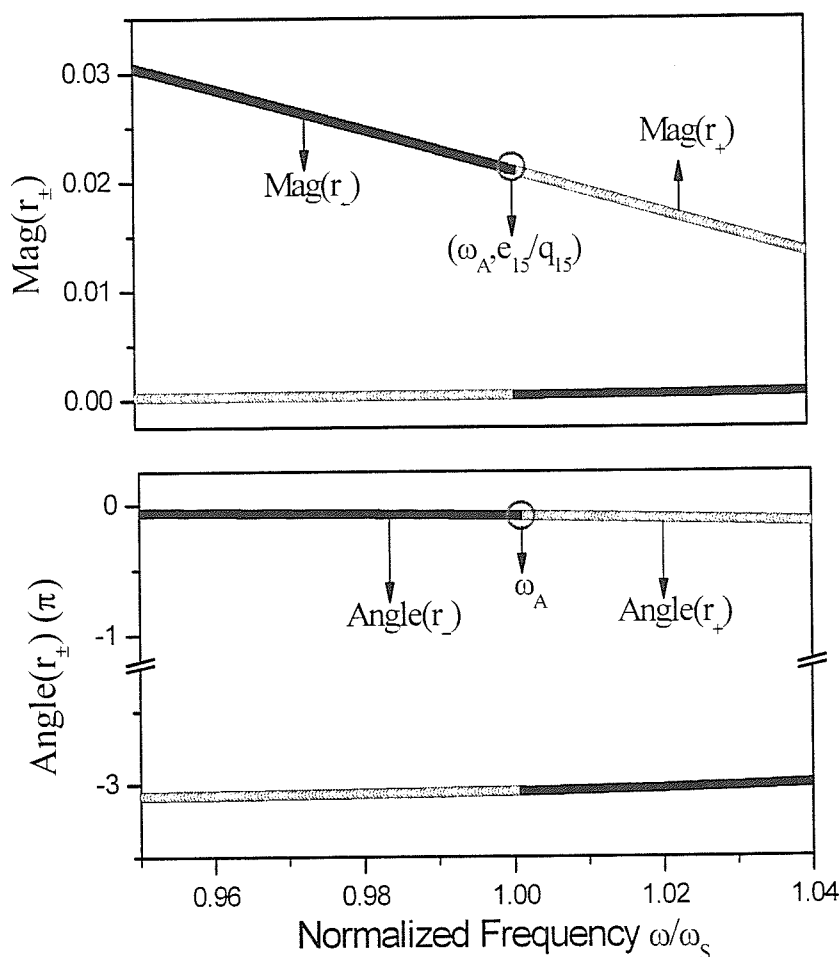


图 4-7 PPSL 中 X 轴上 $L/2$ 处, Y 向磁场分量对电场分量的比值随频率的变化: (a) 不同模式的比值的模和 (b) 位相。在图中, 空心圆环和实心方块分别对应 k_+ 模和 k_- 模, $\omega_A \approx 1.001\omega_s$ 。

为了证实这个观点, 我们定义在 Y 向的磁场对电场的比例 r 。根据方程 (4-7), 我们知道对不同的模式有不同的比例, 并且可以简洁地表示为

$$r_{\pm}(x) = P_{\pm} / Z_{\pm}^{TM}. \quad (4-11)$$

我们在 X 轴上远离入射处随机选取一点, 比如说 $x=0.5L$, 来观察在此处 Y 向磁场分量对电场分量的比值。计算所得比值的模和相位如图 4-7 所示。值得注意的是, 与色散曲线一样 Y 向电磁场分量的比值也在 ω_A 点不连续, 并且也在此发生了“互换”。尤为有趣的是, 在 ω_A 点附近, 对传播模 (ω_A 之上是 k_+ 模, ω_A 之下是 k_- 模) 而言, 频率越接近 ω_A 比值的模越趋近于 e_{15}/q_{15} , 比值的相位约为 0; 对另一模 (衰减模) 而言, ω_A 点附近比值

的模约为 10^{-4} ，比值的相位约为 3π 。联系方程 (4-10)，我们发现：对传播模，Y 向的电磁场分量对振动振幅的作用是相互抵消；对衰减模，Y 向的电磁场分量对振动振幅的作用是相互加强，但由于不是传播模，场分量很小；而振动 S_4 的振幅等于两个模贡献的叠加。最终，对振动而言振幅极小，弹性损耗有限，而对电磁波而言，仅仅是电磁场分量的一小部分为振动提供驱动力，支持一小强度的共振，正因为如此，电磁波才能得以在禁带中传播，不过在越过频率 ω_A 时，必须改变其模式。

对于电磁波沿 Z 轴传播激发的横振动 S_4 和 S_5 ，形成的耦合模保留禁带，类似的分析也能解释其原因。对 S_4 方程 (4-10) 仍然成立，分析也是一样的， E_2 和 H_2 的线性组合诚然能够降低振幅。但不幸的是由于 XY 平面内的各向同性，电磁波的传播模是简并的，横振动 S_4 和 S_5 也是简并的。Y 向电磁场分量 E_2 和 H_2 对横振动 S_4 的振幅贡献相消的同时，X 向的电磁场分量 E_1 和 H_1 对横振动 S_5 的振幅贡献必然是相长的。也就是说横振动 S_4 和 S_5 二者必然有一个是加强的（如图 4-8 所示），因此禁带保留了下来，尽管同样发生了声子极化激元的耦合，光波的传播特性也确实因此发生了变化。

总的说来，我们认为在压电压磁超晶格中，乃至在压电超晶格中，在共振频率附近发生的光波和声波的强烈耦合，并不总是意味着剧烈的振动。

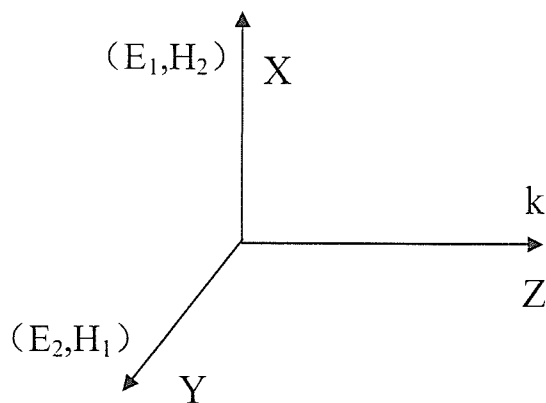


图 4-8 PPSL 中 Z 轴传播电磁波的示意图。电磁场分量 E_1 和 H_1 产生横振动 S_5 的驱动力；电磁场分量 E_2 和 H_2 产生横振动 S_4 的驱动力。因而横振动 S_4 和 S_5 二者必然有一个是被电磁场分量相互加强的。

我们也计算了某一频率（靠近 ω_A ），在 PPSL 中沿 X 轴的电磁场。在计算中我们取： $\omega = 1.001\omega_S$ ， $E_2I = 550$ ， $H_2I = 0$ 。计算结果如图 4-9 所示，在入射端附近，有较大的损

耗，这是因为此时 Y 向电场和磁场分量比值不满足比例 ϵ_{15}/q_{15} ，振动仍然较为强烈；大约在 $300\text{ }\mu\text{m}$ 处达到比例，此后可以发现电磁波基本上是无损耗传播。实质上这表明电磁波需要一段光程去实现场的比例分布。

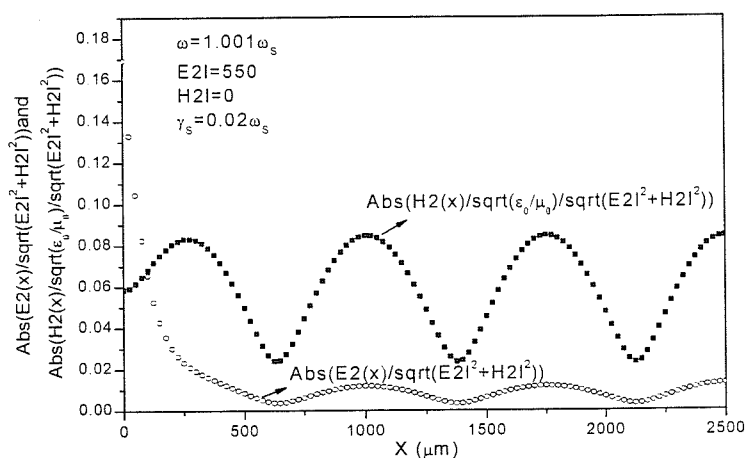


图 4-9 PPSL 中 X 轴传播电磁波沿轴向电磁场分布的示意图。计算时电磁场不满足比例。

同时，我们也计算了在入射端电磁场分量满足比例时的情况。取 $\omega = 1.001\omega_s$ ， $E2I = 550$ ， $H2I = 11.6$ 。计算结果如图 4-10 所示：电磁波在 PPSL 中（包括入射端附近）极大透射，看不到极大的损耗。此时振动的振幅极小，但这并不意味着没有振动，电磁波无损耗通过 PPSL。

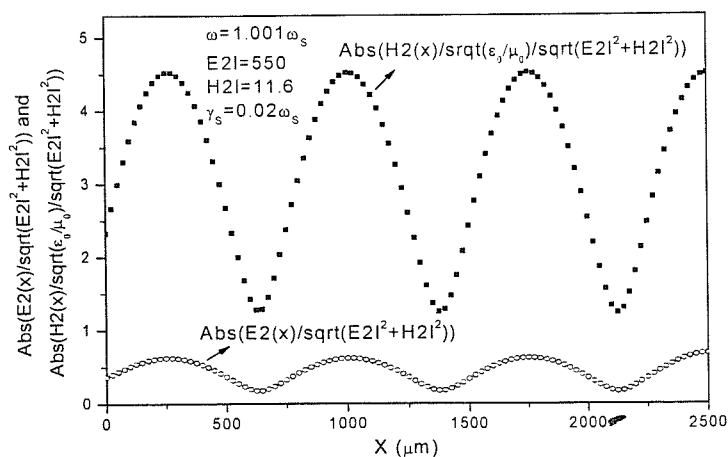


图 4-10 PPSL 中 X 轴传播电磁波沿轴向电磁场分布的示意图。计算时电磁场满足比例。

在压电压磁超晶格中,乃至压电超晶格中由于声子极化激元耦合模引起的禁带透射可能应用于微波的检测。这种可能性来自于谐振透射和压电调制,透射可以在超晶格中激发振动(如图 4-8 所示),而振动及压电调制会导致超晶格表面宏观的电荷积聚(电极化),且相对的面带异种电荷,这样的压电信号可以用于微波检测。

研读了黄成平师兄的博士论文关于耦合模部分的内容,我对其中的一个观点有不同的看法。论文中提到:当 $E_{30}/E_{20} = e_{22}/e_{31}$ (在此相当于 $H_{20}/E_{20} = e_{15}/q_{15}$),超晶格振动不能被激发,在共振频率附近也无极化激元产生,电磁波能自由通过超晶格而无耦合效应。

我们可以将 (E_{20}, H_{30}) 和 (E_{30}, H_{20}) 分别记为 TE 和 TM 波,结果应该与 TE 和 TM 波在超晶格中的独立传播(不考虑耦合)情况有关:

1、当 TE 和 TM 波在超晶格中具有不同的波数。即使零时刻入射点 $H_{20}/E_{20} = e_{15}/q_{15}$ 得到满足,但随着时间空间的变化,超晶格振动会被激发出来,电磁波与振动的耦合自然会发生并形成极化激元。并且 $H_{20}/E_{20} = e_{15}/q_{15}$ 是电磁波减小所激励超晶格振动的振幅,乃至在共振频段通过超晶格的重要手段。

2、当 TE 和 TM 波在超晶格中具有相同的波数。类似于 PPSL 中沿周期排列方向入射,此时会有两个简并的振动,在满足该比例时,一个振动不能被激发,但是另一个振动必然被加强,最终耦合形成极化激元,并且禁带保持。

总的说来,在谐振频率附近,极化激元会形成,电磁波是不可能自由无损耗通过。

4.3 本章小结

本章对压电压磁超晶格(PPSL)中的声子极化激元的耦合模做了理论研究。从 PPSL 中沿不同方向传播的电磁波的色散分析来看,在具有 ∞m 点群对称性的 BTO/CFO 超晶格中,沿周期排列方向(Z 向)传播的电磁波与振动耦合形成两简并的声子极化激元耦合模,谐振频率附近的禁带保留;而垂直排列方向传播的电磁波耦合形成两个不同的耦合

模，在谐频之上，一支是传播模而另一支是衰减模，在谐频之下，情况则完全相反。

从 PPSL 中电磁波的电磁场分析来看，在谐振频率处的电磁波与超声波的耦合，并不总是意味着剧烈的振动。耦合模的特性在于：在耦合模的情况下，电磁场分量为超晶格振动提供了多个驱动力，这多个驱动力或者说多个电磁场分量的线性组合，为减小超晶格振动在谐频处的振幅提供了可能性。与纯压电超晶格或纯压磁超晶格不同之处在于，压电或压磁超晶格通常只能提供一个驱动力，意味着在谐频时的耦合必定伴随剧烈的振动，最终导致谐频时禁带的形成。

参考文献

- [1] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang et al., Appl. Phys. Lett. **53**, 1381 (1988).
- [2] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang et al., Appl. Phys. Lett. **53**, 2278 (1988).
- [3] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang, Phys. Rev. B **40**, 8536 (1989).
- [4] N. B. Ming, Y. Y. Zhu, and D. Feng, Ferroelectrics **106**, 99 (1990).
- [5] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, J Appl. Phys. **72**, 904 (1992).
- [6] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, Ferroelectrics **142**, 23 (1993).
- [7] S. D. Cheng, Y. Y. Zhu, Y. L. Lu et al., Appl. Phys. Lett. **66**, 291 (1995).
- [8] Y. Y. Zhu, S. N. Zhu, Y. Q. Qin et al., J Appl. Phys. **79**, 2221 (1996).
- [9] Z. L. Wan, Q. Wang, Y. X. Xi et al., Appl. Phys. Lett. **77**, 1891 (2000).
- [10] H. Liu, S.-N. Zhu, Z.-G. Dong, Y.-Y. Zhu, Y.-F. Chen and N.-B. Ming, Phys. Rev. B **71**, 125106 (2005).
- [11] Y. Q. Lu, Y. Y. Zhu, Y. F. Chen et al., Science **284**, 1822 (1999).
- [12] Y. Y. Zhu, X. J. Zhang, Y. Q. Lu et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 053903 (2003).
- [13] X. J. Zhang, R. Q. Zhu, J. Zhao et al., Phys. Rev. B **69**, 085118 (2004).
- [14] X. J. Zhang, Y. Q. Lu, Y. Y. Zhu et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 3531 (2004).
- [15] C. P. Huang and Y. Y. Zhu, Phys. Rev. Lett. **94**, 117401 (2005).

第五章 介电体超晶格中的电光效应和超声激发

5.1 引言

自超晶格概念在半导体领域被提出以来[1],各种微结构材料的理论和实验发展迅速,金属超晶格[2]、介电体超晶格[3]等也相继出现,超晶格作为一种人工微结构功能材料,物理现象丰富,应用前景广阔,引起人们的极大关注。由于引入了人工微结构,可以根据不同的需要,通过设计并控制材料的组分、结构等构造出自然界本来没有的新材料。一方面,这样的微结构材料可以在新的尺寸下实现传统材料的物理效应和性质,比如能带结构,通过能带来控制电子和光子等的传播;另一方面,它又具有不同于传统材料的新的物理性能,比如奇数阶张量(压电超晶格中的压电系数等)反号的特性。因此,人工微结构材料,乃至超晶格材料,具有重要的理论研究和应用价值。

介电体超晶格以介电体为基质材料,其微结构的调制通常可通过铁电畴、铁弹畴的调制,组分或异质结构的调制,相结构或结晶学取向的调制等方式来实现。也可以通过声光、电光和光折变等物理效应来实现。介电体超晶格的类型可以是一维的,也可以是二维、三维的,可以是周期的,也可以是准周期的或其它复杂结构的[4]。

介电材料中重要的物理过程是经典波(光波和声波)的激发与传播。根据研究对象的不同,可将介电体超晶格分为光学超晶格和声学超晶格。介电体超晶格通过微结构的调制,不但能够形成能带以控制光子和声子等的传播,而且可以实现材料物理性质的调制,调制的尺度和光波的波长和超声波的波长可以比拟。这样,介电体超晶格的倒格矢将参与光波、声波的激发与传播过程,产生新的光学和声学效应。这将为光学和声学器件的研制和开发提供新的原理和途径。

5.2 电光效应及其应用

5.2.1 电光效应的基本原理

在外加电场的作用下,晶体的折射率发生变化的现象称为电光效应[5]。光波(电磁波)在介质中的传播规律受到介质的折射率分布情况的制约,而介质的折射率分布是由介质的介电函数决定的。在一般情况下,我们认为介电函数是与电场强度无关的,然而理论和实验都证明介电函数是随作用在介质上的电场强度变化的,仅在弱场下可作此近似。

人们认为作用在介质上的低频电场改变了介质内电子极化,引起介电函数的变化,从而引起折射率的变化。在没加外电场时,光波电场 $E(\omega)$ 与晶体介质作用将产生光频电位移 $D(\omega)$,二者满足: $D(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon^0(\omega) E(\omega)$, 其中 ε^0 表示光频相对介电常数。若沿晶体主轴方向同光并施加一个远比光频低的外电场 $E(\Omega)$ ($\Omega \ll \omega$), 则 $E(\Omega)$ 和 $E(\omega)$ 之间的耦合作用将对 $D(\omega)$ 产生附加的贡献:

$$D(\omega) = \varepsilon_0 [\varepsilon^0 E(\omega) + \alpha E(\omega) E(\Omega) + \beta E(\omega) E^2(\Omega) + \dots], \quad (5-1)$$

式中 α 和 β 是与外电场无关的常数。由方程(5-1)可以发现电光效应实质上是非线性光学效应。此时介电函数 $\varepsilon(\omega) = \partial D(\omega) / \partial E(\omega)$, 对非磁性介质则有 $\varepsilon(\omega) / \varepsilon_0 = n^2$, 可以得到:

$$n - n^0 = a E(\Omega) + b E^2(\Omega) + \dots \quad (5-2)$$

式中, n^0 为未加电场时的折射率, a 、 b 分别为线性和二阶电光系数。(5-2)式右边是加电场 $E(\Omega)$ 引起介质折射率的变化,即产生电光效应,一次项 aE 引起的效应是线性电光效应或普克尔效应,二次项 bE^2 引起的效应是二次电光效应或克尔效应。

式(5-2)给出了沿某一主轴外加电场折射率的变化,依此类推我们可以知道任意方向外加电场的情况,这样也就知道了在外电场作用下光波在介质中的传播规律。折射率椭球(又称光率体)可以方便的表述折射率在晶体空间各个方向的取值分布及在外电场

下的变化。引入逆介电张量 $\beta_{ij} = 1/\epsilon_{ij} = 1/n_{ij}^2$ ，则折射率椭球方程的一般形式为： $\beta_{ij}x_ix_j = 1$ ，其中 x_1 、 x_2 和 x_3 分别为其在 X、Y、Z 轴上的截距。

我们下面讨论的线性电光效应则可写为：

$$\Delta\beta_{ij} = \beta_{ij} - \beta_{ij}^0 = \gamma_{ijk}E_k \quad (5-3)$$

其中 $\Delta\beta$ 为对称二阶张量， γ_{ijk} 为三阶张量并关于前两个下标对称，可作下标简化（在此不详述，详情见文献[5]）。最终得到电光效应的表述式及光率体方程：

$$\begin{aligned} \Delta\beta_m &= \gamma_{mk}E_k, \\ \beta_1x_1^2 + \beta_2x_2^2 + \beta_3x_3^2 + 2\beta_4x_2x_3 + 2\beta_5x_1x_3 + 2\beta_6x_2x_1 &= 1. \end{aligned} \quad (5-4)$$

显然，外加电场 $E(\Omega)$ 使光率体的形状和取向都发生了改变。

5.2.2 铌酸锂晶体中的线性电光效应

（一）铌酸锂的线性电光效应

铌酸锂晶体具有良好的非线性光学性能，分子式为 LiNbO_3 ，简称为 LN，与它同类的还有 LiTaO_3 (LT) 等，它们都属于三方晶系 3m 点群。LN 的电光系数矩阵为：

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma_{22} & \gamma_{13} \\ 0 & \gamma_{22} & \gamma_{13} \\ 0 & 0 & \gamma_{33} \\ 0 & \gamma_{51} & 0 \\ \gamma_{51} & 0 & 0 \\ -\gamma_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5-5)$$

1、若外加电场平行于 x_3 轴（即 Z 轴）

对 3m 点群有： $\beta_1^0 = \beta_2^0 = 1/n_o^2$ ， $\beta_3^0 = 1/n_e^2$ 。根据方程（5-3）到(5-5)可以得到新的光率体方程：

$$(1/n_o^2 + \gamma_{13}E_3)(x_1^2 + x_2^2) + (1/n_e^2 + \gamma_{33}E_3)x_3^2 = 1, \quad (5-6)$$

式中未出现交叉项，说明新旧光率体主轴完全重合，仍为旋转椭球，仅主轴长度有所变化，根据 $\Delta(1/n^2) = -2\Delta n/n^3$ 得到：

$$\begin{aligned} n_1' &= n_2' = n_o - n_o^3\gamma_{13}E_3/2, \\ n_3' &= n_e - n_e^3\gamma_{33}E_3/2. \end{aligned} \quad (5-6)$$

3、若外加电场平行于 x_2 (即 Y 轴)

对应的光率体方程为:

$$(1/n_o^2 - \gamma_{22}E_2)x_1^2 + (1/n_o^2 + \gamma_{22}E_2)x_2^2 + x_3^2/n_e^2 + 2\gamma_{31}E_2x_2x_3 = 1. \quad (5-7)$$

交叉项说明, LN 在 E_2 的作用下, 光率体绕 x_1 轴转动了一个角度 θ , 并由单轴晶体变为双轴晶体。对坐标轴进行旋转并对角化有:

在电场不是特别大的情况下, θ 极小, 那么有:

$$\theta \approx \tan 2\theta / 2 = \frac{\gamma_{31}E_2}{(1/n_o^2 - 1/n_e^2) + \gamma_{31}E_2} \approx \frac{\gamma_{31}E_2}{(1/n_o^2 - 1/n_e^2)}. \quad (5-8)$$

偏转角度与电场强度成正比。根据新坐标下对角化的逆介电张量 β'_y 求得:

$$\begin{aligned} n'_1 &= n_o + n_o^3 \gamma_{22} E_2 / 2, \\ n'_2 &= n_o - n_o^3 \gamma_{22} E_2 / 2, \\ n'_3 &= n_e. \end{aligned} \quad (5-9)$$

变化回原坐标得到:

$$\varepsilon = \varepsilon(0) + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} + \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_{31}n_o^2n_e^2 \\ 0 & \gamma_{31}n_o^2n_e^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5-10)$$

其中 $\varepsilon(0)$ 是静态介电函数。

3、若外加电场平行于 x_1 轴 (即 X 轴)

此时晶体的光率体在外加电场 E_1 作用下绕两个主轴发生转动。经对角化知道: 绕 x_3 轴转动 $\pi/4$, 绕 x_1 轴转动角度极小可以忽略。(详见参考文献[5])

5.2.3 周期极化铌酸锂晶体中的线性电光效应应用设计

当晶体的结构受到调制时, 其性能也将发生变化。对铌酸锂超晶格 (PPLN) 来说, 由于它的奇数阶张量在正负畴间变号, 而产生了一些新颖的性能和应用, 相关理论也发展得非常成熟[6]。线性电光系数作为三阶张量, 在正负畴间反号引起了一些新的电光效应的应用。下面针对我亲身参与的 PPLN 电光效应的应用研究和设计, 作一简述。

(一)、偏振方向的旋转与滤波

对一如图所示的 PPLN(周期沿 X 方向排列), 在 Y 方向施加直流电场, 如上节 (§5.1) 所述, 新的坐标轴绕 X 轴发生旋转: 在正畴区域, 绕 X 轴发生旋转 $+\varphi$ 角度; 在正畴区域, 绕 X 轴发生旋转 $-\varphi$ 角度。它的介电张量可作如下描述:

$$\varepsilon = \varepsilon(0) + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} + \varepsilon_0 f(x) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_{51} n_o^2 n_e^2 \\ 0 & \gamma_{51} n_o^2 n_e^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5-11)$$

$$f(x) = \begin{cases} +1, \text{正畴区} \\ -1, \text{负畴区} \end{cases} = \frac{2a - \Lambda}{\Lambda} + \sum_{n \neq 0} \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{\Lambda}\right) \exp\left(i \frac{n\pi x}{\Lambda}\right) \exp\left(i \frac{2n\pi x}{\Lambda}\right), \quad (5-12)$$

其中周期长度 $\Lambda = a + b$, a 、 b 分别为一个周期中正负畴的厚度。

在 Y 向外加电场的作用下, 正负畴的主轴绕 X 轴自动旋转大小相同方向相反的角度, 这不禁让我们联想到折叠式 Solc 滤波器[7]。折叠式 Solc 滤波器在正交偏振器之间工作, 由多个相同波片组成。

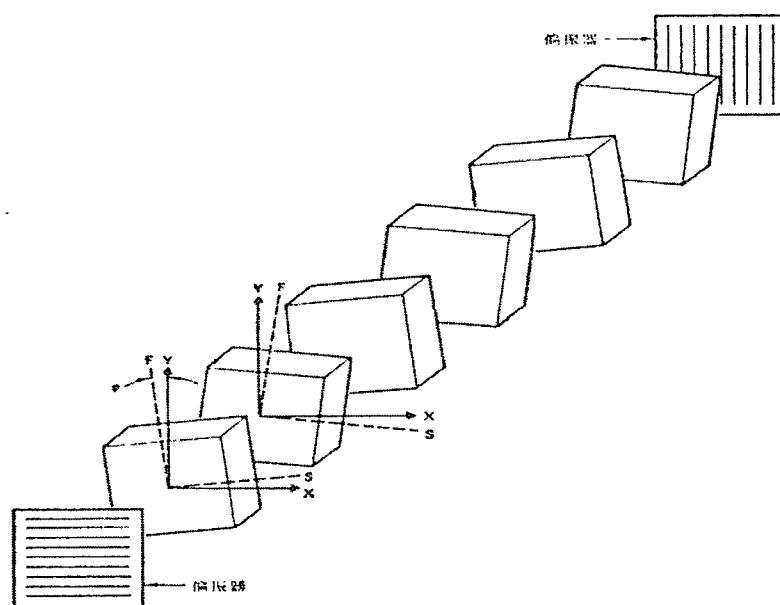


图 5-1 六级折叠式 Solc 滤波器[7]

六片式 Solc 滤波器的几何排列如图 5-1 所示, 波片绕入射光偏振方向 (X 方向) 交替成 $+\varphi$ 和 $-\varphi$ 角排列。波片数量足够大时可得极窄带宽滤波器。当光波的波长为 λ_c (空气中), 使得每个波片 (厚度为 t) 的相位延迟 $\Gamma = \frac{\omega(n_e - n_o)}{c} t$ 均为 π 的奇数倍, 即每个波片都是半波片, 则入射到第一个波片处的光波 (光波偏振方向平行于 X 方向, 与此时晶

体的 X 轴 (s_1 轴) 成 φ 角度) 经过第一个波片后, 偏振方向旋转到与 X 轴成 2φ 角度处; 此时偏振方向相对于 s_2 轴成 3φ 角度, 当光波经过第二波片后, 偏振方向反向旋转 6φ 与 X 轴成 4φ , 与 s_3 轴成 3φ ; 经过第三片, 再换向旋转 10φ 与 X 轴成 6φ , 依此类推, 经过 N 个波片偏振方向旋转 $2N\varphi$ 。(s_1 、 s_2 、 s_3 轴分别为第 1 个到第 3 个半波片的 X 轴) 当经过多个半波片后, 偏振旋转 $\pi/2$, 则波成为 λ_c 的光波经过偏振器而没有强度损失, 在其它波长, 这些片子不是半波片, 光波不经历 $\pi/2$ 的偏振旋转, 并在后偏振器遭受损失。

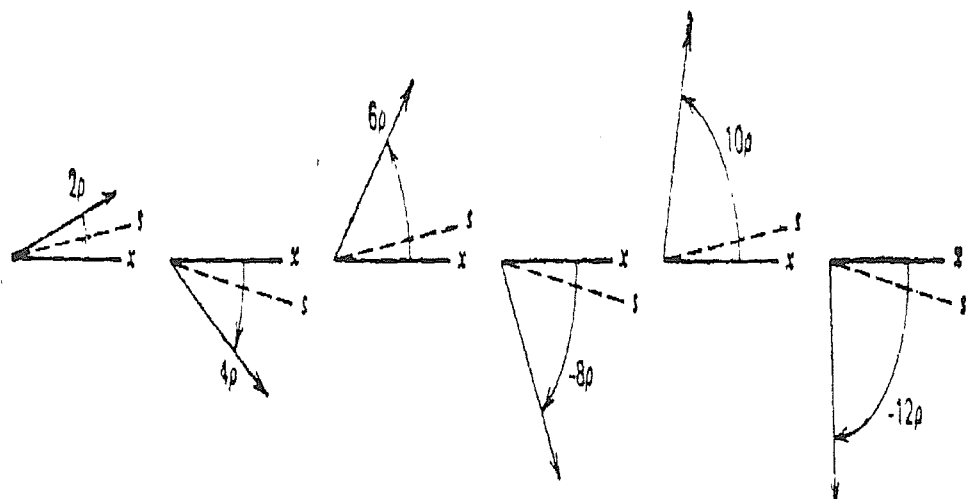


图 5-2 光波经过六级折叠式 Solc 滤波器中半波片后的偏振方向的变化 (每个波片均是该光波对应的半波片) [7]。

对极窄带宽滤波器, 当满足波片数 $N \gg 1$, $(\lambda - \lambda_c) \ll \lambda_c$ 时, 经过偏振器后的透射峰的半峰宽可表示为[7]:

$$\Delta\lambda_{1/2} \approx \frac{1.6\lambda_c\pi}{(2\nu+1)\pi N}, \quad (5-13)$$

其中 $\Gamma = \frac{\omega(n_e - n_o)}{c}t = (2\nu+1)\pi$ 。也就是说带宽与波片的总数成反比, 那么为了得到一个

观察 H_α 线 ($\lambda_c = 6563 \text{ \AA}$) 的带宽为 $1 \text{ \AA}$ 的窄带 Solc 滤波器, 需要的半波片 ($\nu=0$) 约为 10^4 个, 多得不切实际。即使 $\nu=49$, 也要 100 片, 每片都需要精细切割、定向、抛光, 这将是一个庞大的工程, 工艺繁琐, 成品将极为昂贵。

如果在利用 Y 向加场的 PPLN 电光效应在正负畴的新坐标系分别绕 X 轴旋转 $\pm\theta$ 角度的性质, 用来制作折叠式 Solc 滤波器, 如图 5-3 所示, 那就可以避免大量切割定向抛

光等问题,并实现器件的高度集成化,大大降低其成本。

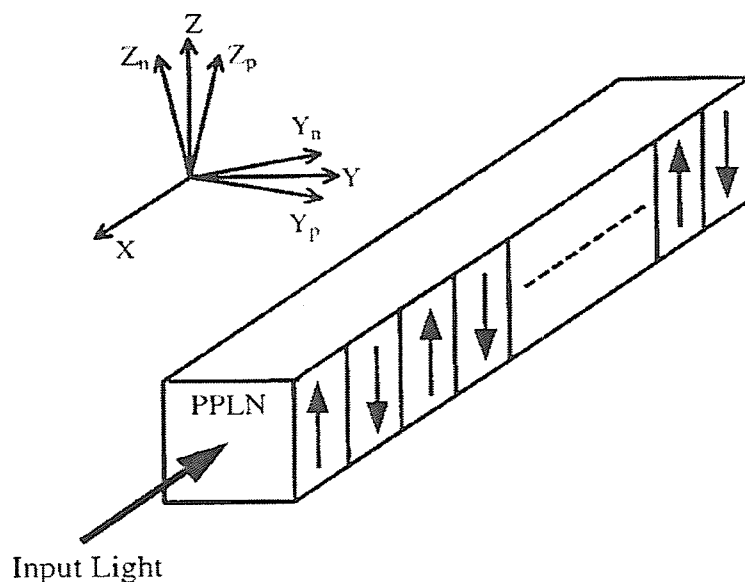


图 5-3 利用在 PPLN 的 Y 向加电场造成 PPLN 的正负畴的晶体主轴分别绕 X 轴旋转 $\pm\theta$ 角度, 来构造折叠式 Solc 滤波器。 θ 正比于 Y 向电场的强度[8]。

折叠式 Solc 滤波器可以用琼斯矩阵法,耦合模理论和相干矩阵方法来分析其透射谱。相对而言,耦合模方法简单,但足以能够解释传播模(o 光和 e 光)间的能量交换。方程 (5-11) 中介电张量的变化可以当作微扰来处理,此时入射到波片中的光波将分解为 o 光和 e 光,它们的振动方向相互垂直,传播方向相同,满足同向耦合方程[7]:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} A_e &= -iK_m A_o \exp(i\Delta\beta x), \\ \frac{d}{dx} A_o &= -iK_m^* A_e \exp(-i\Delta\beta x),\end{aligned}\quad (5-14)$$

其中 $K_m = \int E_o^*(y, z) \cdot \Delta\epsilon_m(y, z) E_e(y, z) dy dz$

$$= -\frac{\omega}{c} \frac{2}{m\pi} \sin\left(\frac{ma\pi}{\Lambda}\right) \exp\left(\frac{ima\pi}{\Lambda}\right) \frac{1}{2} (n_o n_e)^{\frac{3}{2}} \gamma_{s1} E_2, \quad (5-15)$$

$$\Delta\beta = k_e - k_o - \frac{2m\pi}{\Lambda} = \frac{\omega}{c} (n_e - n_o) - \frac{2m\pi}{\Lambda},$$

$$\Lambda = a + b.$$

A_o 和 A_e 分别是 o 光和 e 光归一化的复振幅, k_o 和 k_e 分别是对应的波矢; K_m 反映介电微扰的第 m 阶傅立叶分量产生的 o 光和 e 光模式间耦合的大小; Λ 为周期长度 a , b 分别为正负畴的长度, c 是空气中的光速。

设在 $x=0$ 处的初始条件为: $A_o(0)=0, A_e(0)=1$ 。解方程, 我们可以知道那么在后偏振器 $x=L$ 处的透射特性。方程的解为:

$$\begin{aligned} A_e(L) &= \exp(i\Delta\beta L/2)[\cos sL - i(\Delta\beta/2s)\sin sL], \\ A_o(L) &= \exp(-i\Delta\beta L/2)(-iK_m^*)\sin sL, \end{aligned} \quad (5-16)$$

式中 s 由方程 $s^2 = K_m K_m^* + (\Delta\beta/2)^2$ 给出。o 光 (Y 偏振) 的透射率为:

$$T = \left| \frac{A_o(L)}{A_e(0)} \right| = |K_m|^2 (\sin^2 sL) / s^2. \quad (5-17)$$

我们发现完全的模式能量出现在:

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \frac{\omega}{c}(n_e - n_o) - \frac{2m\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_v}(n_e - n_o) - \frac{2(2v+1)\pi}{\Lambda} = 0, \\ |K_m|L &= |K_m|N\Lambda = (2n+1)\pi/2. \end{aligned} \quad (5-18)$$

式中 N 为 PPLN 的周期数目, λ_v 为透射峰的中心波长, $2(2v+1)\pi$ 是经历一个周期的位相延迟。 $\Delta\beta=0$ 是准位相匹配条件, 也可理解为动量守恒条件。

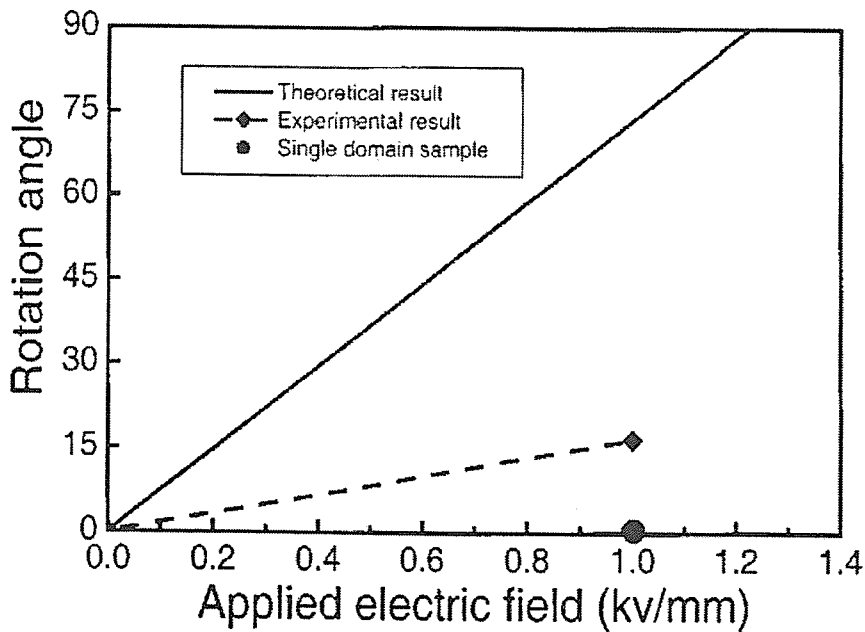


图 5-3 陆延青教授对提拉法生长的 PPLN 加 Y 向电场的偏振旋转实验结果。实线、虚线和横轴上的圆点分别表示理论预期 (按照单畴为半波片计算), 实验结果和使用单畴铌酸锂 (LN) 的结果[8]。

当 $a = b = \Lambda/2$ (即占空比 $r = b/a = 1$) 时, $v = -1$ (LN 为负单轴晶体 $n_o > n_e$) 时, 每个畴对 λ_v 都是半波片, 经过 $2N$ 个半波片后偏振方向旋转 $4N\theta$, (θ 为为 Y 向施加电场 E_2 引起的晶体主轴绕 X 轴旋转的角度, 与电场强度成正比) 调整电场强度, 使得偏转角 $4N\theta$ 为 $\pi/2$ 的奇数倍, 可以得到透射极大值。2000 年, 陆延青教授使用旋转提拉法制备的 PPLN 成功验证了其在外加电场作用下的偏振旋转功能, 尽管所使用的 PPLN 并不具有很好的周期性[8]。

下面, 我们来讨论器件的结构参数及外加电场对滤波器性能的影响。

1、由方程 (5-13) 可以看出, 周期数 N 越大, 半峰宽越小。与此同时, 在保持透射率的情况下, 可以减小 Y 向施加的电场强度。2003 年 11 月 APL 刊登上海交大关于 PPLN 滤波器的工作, 以尺寸为 $28\text{mm} \times 5\text{mm} \times 0.5\text{mm}$, 占空比为 1, 周期数约为 1350, 单畴厚度 $10.4\mu\text{m}$ 和 $10.3\mu\text{m}$ 的 PPLN 实现了中心波长分别 1525.5nm 和 1511.2nm , 半峰宽约为 0.8nm 的滤波, 电压—透射率, 周期数—半峰宽的实验结果与理论计算吻合得很好。

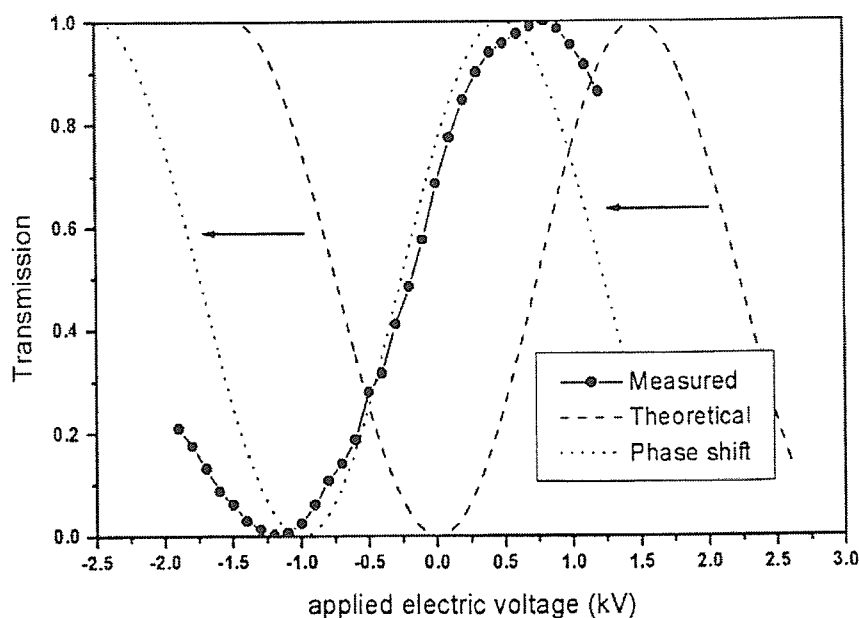


图 5-4 上交大 PPLN 电光折叠 Solc 滤波器的 Y 向电压与透射率结果[9]。

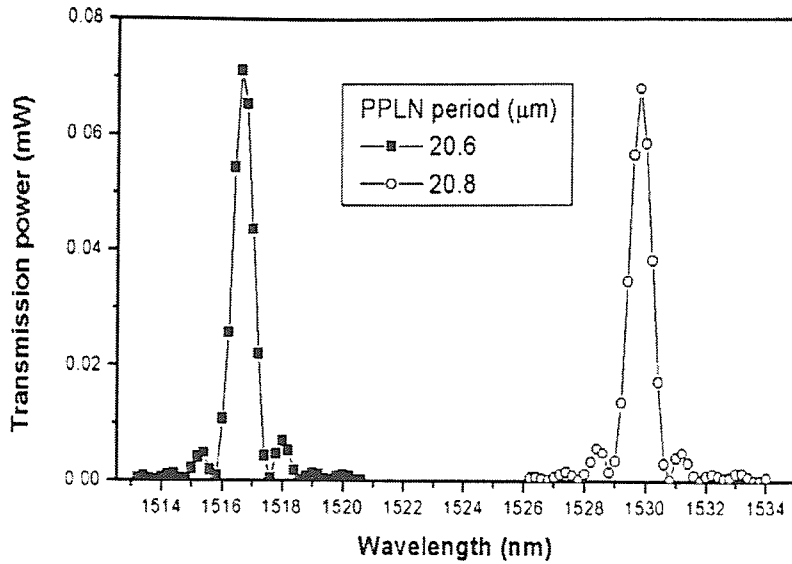


图 5-5 上交大 PPLN 电光折叠 Solc 滤波器的半峰宽与对应的周期数关系满足方程(5-13)[9]。

2、实际上，即使在准位相匹配满足的情况下 ($\Delta\beta = 0$)，占空比与偏振旋转的角度有一定的关系。如方程 (5-18) 所示，准位相匹配条件满足，还需 $|K_m|L = |K_m|N\Lambda = (2n+1)\pi/2$ 才能实现完全的能量交换。不妨取 $a > b$, $m=1$ ，则反映耦合大小的 K_m 满足以下关系：

$$\begin{aligned}
 K_m &= -\frac{\omega}{c} \frac{2}{m\pi} \sin\left(\frac{ma\pi}{\Lambda}\right) \exp\left(\frac{ima\pi}{\Lambda}\right) \frac{1}{2} (n_o n_e)^{\frac{3}{2}} \gamma_{s1} E_2 \\
 &= -\frac{\omega}{c\pi} \sin\left(\frac{\pi}{1+r}\right) \exp\left(\frac{i\pi}{1+r}\right) (n_o n_e)^{\frac{3}{2}} \gamma_{s1} E_2.
 \end{aligned} \tag{5-19}$$

占空比偏离 1 导致耦合系数变小，所需的周期数 N 与耦合系数成反比，与 $\sin(\frac{\pi}{1+r})$ 成反比，也就是说占空比为 1 是最节约材料的方式。在这里需要强调的是， R 偏离 1，并不意味着 Y 向电场强度可以减小。自然由于占空比偏离 1，在陆老师的实验所得的偏转角度小于预期值是正常的[8]。

可调谐滤波器具有广泛的应用。我们认为这种电光折叠式 Solc 滤波器有 2 种可能的调谐方式：温度调谐和电场调谐。