

分类号 _____ 密 级 _____

UDC _____

学 位 论 文

介电超晶格中电磁波和声波

的耦合物理效应

(题名和副题名)

赵均

(作者姓名)

指导教师姓名、职务、职称、学位、单位名称及地址 陈廷峰 材料系主任 教授 博士

南京大学 南京市汉口路22号南京大学材料科学与工程系

申请学位级别 博士 专业名称 材料物理与化学

论文提交日期 _____ 年 _____ 月 _____ 日 论文答辩日期 2007 年 12 月 3 日

学位授予单位和日期 南 京 大 学 2007 年 12 月 19 日

答辩委员会主席 朱永元 教 授

评阅人 陆 卫 研究员

资 剑 教 授

孟祥康 教 授

朱永元 教 授

陆延青 教 授

2007 年 _____ 月

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	IV
第一章 前 言.....	1
1.1 人工微结构材料.....	1
1.2 声子极化激元的基本概念.....	2
1.2.1 元激发的基本概念.....	2
1.2.2 声子极化激元及其形成机制.....	3
1.3 压电效应和压磁效应.....	5
1.3.1 压电效应.....	5
1.3.2 压电效应的产生及其描述.....	5
1.3.3 压电材料的应用.....	6
1.3.4 压磁效应及其应用.....	7
1.4 相关方程.....	7
1.4.1 电磁场方程.....	7
1.4.2 压电压磁方程及弹性平动动力学方程.....	9
参考文献.....	11
第二章 压电超晶格中的声子极化激元.....	13
2.1 引言.....	13
2.2 离子晶体和压电超晶格中声子极化激元的形成机制.....	16
2.2.1 声子极化激元.....	16
2.2.2 离子晶体中的声子极化激元.....	17
2.2.3 压电超晶格中的声子极化激元.....	21
2.3 本章小结.....	23
参考文献.....	25

第三章 一维压电压磁超晶格中的耦合效应	20
3.1 引言	26
3.2 以超晶格振动为媒介的磁电耦合的解析推导	27
3.2.1 基本方程及其简化处理	27
3.2.2 本构方程的解析推导	30
3.3 压电压磁超晶格中的耦合效应	34
3.3.1 磁电效应和磁电耦合型声子极化激元	34
3.3.2 磁电效应	34
3.3.3 磁电耦合型声子极化激元与负折射	43
3.4 本章小结	47
参考文献	49
第四章 声子极化激元耦合模	52
4.1 引言	52
4.2 电磁波在一维压电压磁超晶格中的传播	53
4.2.1 PPSL 中 Z 向传播的电磁波	53
4.2.2 PPSL 中 X 向传播的电磁波	55
4.3 本章小结	65
参考文献	67
第五章 介电体超晶格中的电光效应和超声激发	68
5.1 引言	68
5.2 电光效应及其应用	69
5.2.1 电光效应的基本原理	69
5.2.2 铌酸锂晶体中的线性电光效应	70
5.2.3 周期极化铌酸锂晶体中的线性电光效应应用设计	71
5.3 声学超晶格中超声波的激发	82
5.3.1 声学超晶格	82
5.3.2 传统体波超声换能器和超晶格体波超声换能器	85
5.3.3 铌酸锂声学超晶格的制备	85
5.3.4 铌酸锂声学超晶格及其换能器表征	87

5.3.5	铌酸锂声学超晶格声光器件	89
5.3.6	压电陶瓷声学超晶格	94
5.3.7	微波频率异质结声学超晶格和压电压磁声学超晶格	99
5.4	本章小结	106
	参考文献	110
第六章	结论	112
	攻读博士学位期间发表或待发表的论文	115
	致 谢	117

南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

毕业论文题目: 介电超晶格中电磁波和声波的耦合物理效应

材料物理与化学 专业 2004 级博士生姓名: 赵均

指导教师(姓名、职称): 陈延峰 教授

摘 要

介电体超晶格是一种人工微结构材料,近几十年来一直是研究热点。结构调制赋予介电体超晶格多种独特的光学和声学效应,因此又被分为光学超晶格和声学超晶格。本文主要研究介电体超晶格中的部分耦合物理效应,这些耦合效应主要指的压电体超晶格中电磁波与超晶格振动耦合诱导的超声激发和声子极化激元、压电压磁超晶格中的磁电耦合效应和声子极化激元间耦合形成耦合模、光学超晶格中独特电光效应导致的电磁波间的耦合。另外,就超晶格的电光效应和超声激发的应用作了理论和实验研究。本论文的主要结果如下:

- 1、在黄昆等人关于离子晶体中极化激元研究成果及课题组关于压电超晶格研究成果基础之上,我们提出一个理论模型,将离子晶体和压电超晶格统一起来,对声子极化激元在二者中的形成情况做了对比,我们发现了一维压电超晶格中声子极化激元的形成机制和条件。压电体超晶格中的压电系数调制,内禀的压电效应和逆压电效应共同保证了电磁波与超晶格振动(超声波)的相互激发,因此因周期调制产生的体超声波总能与激发它的电磁波耦合形成声子极化激元,没有任何附加条件。
- 2、讨论了在一维压电压磁超晶格(PPSL)中磁场和电场以超晶格振动为组带的耦合效应。不同于已有文献中的分析,在此没有预先假定的磁电项,我们从材料固有的压电效应和压磁效应入手,自然地导出了磁电效应,并得到有效介质的本构方程。然后利用本构方程,从理论上分析 $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ 压电压磁超晶格中的共振磁电效应,得

到了高达 $14.9 \text{ Vcm}^{-1}\text{Oe}^{-1}$ 的纵向磁电电压系数，并分析了得到如此巨大耦合系数的原因，以及影响耦合系数的各个因素，最后与他人的理论和实验结果进行了对比，结果是吻合的。

- 3、利用 Maxwell 方程和我们得到一维压电超晶格的本构方程，研究了电磁波在 $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ 超晶格中的传播。在传播过程中，两垂直偏振的电磁波的平行电场和磁场分量可以和同一起晶格振动耦合，最终形成磁电耦合型声子极化激元，同时伴随着磁电效应。

我们发现对沿周期方向（Z 方向）传播的电磁波，伴随的磁电耦合破坏了可能发生的负折射。

为了便于理解并与已有的理论和实验基础（关于压电极化激元和压磁极化激元）相联系，可以将它理解为压电极化激元与压磁极化激元耦合（以同一振动为纽带）形成的声子极化激元耦合模。

色散分析表明耦合使得电磁波的传播特性发生了巨大的变化，特别是在谐振频率附近。同样形成声子极化激元耦合模，波矢平行于周期排列方向的电磁波不能传播，而垂直周期方向却能传播，仅在谐振频率两边有不同的传播模式（色散关系）。进一步的电磁场分析阐明传播模存在的原因：不同于纯压电或纯压磁超晶格，由超晶格振动联系的电磁场分量的耦合，使得电磁波与超晶格振动的强烈耦合并不总是意味着强烈的晶格振动。

- 4、在课题组陆延青教授的研究基础之上，我们对光学超晶格铌酸锂（OSL LN）独特的电光效应设计了电光折叠 Solc 窄带滤波器，并分别做了温度和电场调谐设计；同年，上海交大某课题组的实验验证了该滤波器的温度调谐。

与 26 所声光研究室展开合作研究，利用我们提供的声学超晶格铌酸锂（ASL LN）作为换能器，制备了 300MHz 和 1GHz 的声光器件，并在实际使用的条件下进行了测试。测试结果表明了 ASL 换能器的优点和不足：大带宽，工艺简单，低成本，但机电耦合系数与生产效率还需提高。

为了 ASL 技术进一步走向实用化, 针对不足我们设计了新的 ASL 制备方案。为得到大机电耦合系数, 高产率更低成本的 ASL, 我们已用极化反转法制备了压电陶瓷超晶格, 周期在 10—50 微米; 为得到更高频率的 ASL, 我们用双靶磁控溅射制备薄膜超晶格, 目前我们得到了数十 GHz 的超声谐振, 并具有近 0dB 的插入损耗, 特别是压电压磁超晶格薄膜, 具有磁电多频率响应, 为制备磁电多功能多频率工作的声学器件提供了一条新的途径, 比如说低插损的超声换能器。

南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

THESIS: Coupling Effect of Electromagnetic Waves and
 Acoustic Waves in Dielectric Superlattices

SPECIALIZATION: Materials Physics and Chemistry

POSTGRADUATE: Jun Zhao

MENTOR: Prof. Yan-Feng Chen

ABSTRACT

Dielectric superlattice as a kind of artificial microstructure materials, has been a hot topic for decades of years. The modulation in dielectric superlattice gives birth to novel optical and acoustic effects. So it is divided into optical superlattice (OSL) and acoustic superlattice (ASL).

Here, we have studied some coupling effects in dielectric superlattice, including: (a) the coupling between electromagnetic (EM) waves and superlattice vibrations in piezoelectric superlattice (PESL) which results in the generation of acoustic waves and the excitation of phonon polariton, (b) the magneto-electric (ME) coupling and the coupling between polaritons in piezoelectric-piezomagnetic superlattice (PPSL), and (c) the coupling between EM waves induced by the application of novel electro-optical effect in OSL. Moreover, we have studied the applications of electro-optical effect and the generation of acoustic waves theoretically and experimentally. The main obtained results are summarized as follows:

1. We have proposed a model to study the formation mechanism and conditions of phonon polariton in one-dimensional PESL, where the case in PESL is compared to the case in ionic

crystals, and the results of K. Huang et al. about phonon polariton and of our group about PESL are used. In PESL, the modulation of PE coefficients, the intrinsic PE and anti-PE effects jointly assure that EM waves and superlattice vibrations are always excited by each other. So EM waves can always couple with the body acoustic waves excited by themselves, which results in phonon-polaritons, without any conditions.

2. A theory is deduced to present spontaneous ME effect by coupled PE and PM effects bridged by the superlattice vibrations in a one-dimensional PPSL. Different from the previous works, we get ME effect without any assumed ME terms, naturally from the coupling between the basic PE and PM effects. And we get the effective constitutive equation for the PPSL. Using the constitutive equation, we have studied the resonance ME effect in $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ PPSL, predicted a huge longitudinal ME voltage coefficient of $14.9 \text{ Vcm}^{-1}\text{Oe}^{-1}$. We have got the origin of the huge ME coefficient and analyzed the factors that influence it. The results of our prediction and analysis are matched to others's theoretical and experimental results.

3. With our constitutive equation and Maxwell equations, we have studied the propagation of EM waves in $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ PPSL. In the course of propagation, the parallel magnetic and electric fields of two orthogonally polarized EM waves, will simultaneously couple with the identical vibration. The coupling would result in new kinds of phonon polaritons, accompanied by ME effect.

We find that for the EM waves propagating along periodic direction (Z-axis), the expected negative refraction would be destroyed by strong ME effect.

To see new polaritons clearly and contact PE and PM phonon polaritons in our previous works, we can consider them as coupled polaritons. The coupled polaritons result from the coupling between PE and PM polaritons bridged by the identical vibration.

The analysis of dispersions indicates that the intense changes of propagation appear especially near the resonance frequency. It is should be noticed that the propagation along x axis are supported, just by wisely changing its propagating mode when its frequency gets across resonance point, while not along z axis.

Our further analysis of EM fields explains why the supported mode exists. Different from in pure PE or PM superlattice, a possibility for the combination of EM fields is provided in PPSL. The combination makes intense coupling between EM waves and superlattice vibrations doesn't always mean intense vibrations.

4. On the research basis of Prof. Yan-Qing Lu, using the novel electro-optic effect of lithium niobate superlattice, we design an electro-optic folded Solc filter with narrow band. We also present temperature model and electric field model of controllable wavelength filter in theory. In the same year, the temperature tune experimental result is published by some team of Shanghai Jiao Tong University.

We have cooperated with Sichuan Institute of Piezoelectric and Acoustooptic Technology. Our samples of ASL operating at 300MHz and 1GHz have been made into acousto-optic instruments by them. The instruments have been tested in practical conditions. They perform low cost, simple techniques and wide band. But higher electromechanical coupling coefficient and productivity are desired.

To make ASL technology into industrialization, we present new projects. For higher electromechanical coupling coefficient and productivity and lower cost, we have poled PE ceramics superlattice by an external pulse field technique, with period ranging from 10 to $50\mu m$. For higher operating frequency, we have successfully fabricated multilayers as ASL operating at decades of GHz with insertion losses close to 0dB, by dual-radio frequency magnetron sputtering technique. Especially PPSL multilayers have multifunctions of electric and magnetic responses. This work on PPSL provides a possibility to fabricate magnetic and electric multifunctional devices, such as transducers operating at multifrequencies with low insertion losses.

第一章 前言

1.1 人工微结构材料

凝聚态物理学由于其在基础物理研究方面的重要和在信息产业等领域的广泛应用价值,已经成为当今物理学发展的前沿之一。而人工微结构材料则是凝聚态物理学以及材料科学的一个重要研究内容,自从1969年Esaki和Tsu提出半导体超晶格的概念以来,各种微结构材料的理论和实验研究得到了飞速的发展,金属超晶格、介电体超晶格等新概念也相继被提出,研究领域不断扩大,内容日益丰富。人们根据不同的需要,可以通过设计并控制材料的组分、结构等手段构造出自然界本来没有的新材料。一方面,这样的微结构材料可以在新的尺寸下实现传统材料的物理效应和性质,比如能带结构;另一方面,它又具有不同于传统材料的新的物理性能,比如奇数阶张量(压电超晶格中的压电系数等)反号的特性,因此,人工微结构材料具有重要的理论研究和应用价值。这些年来,人们已经发展出各种各样的微结构材料,比如光子晶体和声子晶体[1, 2]等人工带隙材料、半导体和金属超晶格材料[3, 4]、负折射材料[5, 6]等等,用来控制其中能量量子的传播。

本文所涉及的人工微结构材料是介电体超晶格,介电体超晶格以介电体为基质材料,其结构调制可以通过电畴或组分等多种调节手段来实现。本文主要涉及的是一维压电超晶格[7-9]、压磁超晶格[10]和压电压磁超晶格[11],现略述入下:

压电超晶格又称为微结构压电材料,它是一种压电系数被周期调制的新型材料。实际上,铁电材料同时也是优秀的压电材料,并且其奇数阶张量压电系数随着铁电畴的翻转而变号。人们对压电超晶格中超声波的激发与传播很感兴趣。当施加外加的交变电场时,由于逆压电效应,超晶格中会激发出与调制周期相对应的高频超声波,而与其宏观尺度无关。这一特性显示,压电超晶格在制作高频的声学器件方面具有潜在的优势和应用价值。近年来,进一步的理论和实验表明除了外加的交变电场,电磁波也能通过其电

场矢量与超晶格相互作用，从而产生新的物理效应。

压磁超晶格又称为微结构压磁材料，它是一种压磁系数被周期调制的新型材料。与压电超晶格类似，在外加交变磁场的作用下，由于逆压磁效应，超晶格中会激发出超声波。这使得它在高频声学器件方面也有应用价值，同时与压电超晶格相比，压磁超晶格具有较小的损耗。

压电压磁超晶格是一种由压电材料和压磁材料交替周期排布而形成的新型材料，可以看作压电超晶格和压磁超晶格的复合结构，兼具二者的部分特性，但由于压电效应与压磁效应相耦合（以二者都承受的应变为纽带）自然地产生了磁电效应。因此压电压磁超晶格又是一种新型的结构磁电材料，具有广阔的应用前景。同时在电磁波与超晶格振动耦合地过程中，磁电效应的介入产生了新的物理效应，大大地丰富了人工微结构材料的物理内涵。

1.2 声子极化激元的基本概念

1.2.1 元激发的基本概念

波与固体周期结构材料，特别是与人工微结构材料的相互作用引起了人们极大关注。在其研究过程中，一些新的概念被引入，例如能带结构、元激发、极化激元等等。在固体物理中引入元激发的概念后一个多体系统便可以简化为一个准粒子体系，这为对复杂物理问题的处理提供了一条便捷的途径。

固体中的元激发有很多种类：声子、磁振子和等离激元属于集体激发的元激发；准电子、极化子和超导体中由 Cooper 对凝聚形成的 Bogalons 属于个别激发的元激发；而激子和极化激元则属于复合型的元激发。目前元激发的概念已经得到极大的扩展，电磁波与固体中的元激发的耦合模量子也被称为元激发。譬如说电磁波（光子）与极性元激发的耦合模量子被称为极化激元（Polariton），其中电磁波（光子）与声子耦合形成的声子极化激元正是本文研究的主要内容之一，此外还有磁振子极化激元、等离子极化激

元和激子极化激元，它们分别是光子与磁振子、等离激元和激子耦合形成的新型元激发。

1.2.2 声子极化激元及其形成机制

极性晶体中，声子极化激元指的是光子（电磁波）与固体中的横振动光学（TO 格波）的耦合模量子，是最早得到研究的极化激元，黄昆先生在这一领域做出了开创性且具有里程碑意义的工作，因此也被称作“黄子”。1951 年时任英国利物浦大学理论物理系博士后研究员的黄昆先生将这一成果发表[12]，而极化激元的这一正式命名是在 1958 年，由美国物理学家 Hopfield 研究电磁波与激子耦合形成激子极化激元时首次提出的[13]，随后等离子极化激元和磁振子极化激元等相继被人们发现。并且美国物理学家 Henry 和 Hopfield 于 1965 在半导体材料 GaP 的喇曼散射实验中首次观测到声子极化激元[14]。固体中极化激元的在各个领域中得到深入的研究与应用。

对于极性晶体特别是离子晶体，正负离子振动时会引起极化，因此会伴随着电场的产生，该电场又会反过来影响正负离子的振动。如果要用微观模型来处理这一过程，其间涉及到极化的微观机制、库仑相互作用的长程性、不同晶体结构的不同的退极化场等问题，处理会变得相当复杂。

基于这一事实，黄昆先生考虑光波（电磁波）与格波（晶格振动）的耦合场问题，系统地研究了长光学波的极化场。他提出了一组唯象方程，引进宏观电场这一新的物理量来代替对离子间的长程库仑力的求和，而且宏观电场和离子位移同时对电极化作贡献，这些构成了黄昆方程的基本结构框架。对各向同性的双原子离子晶体，黄昆方程可以表述为[15-17]：

$$\ddot{W} = -\gamma_{11}W + \gamma_{12}E. \quad (1-1a)$$

$$P = \gamma_{12}W + \gamma_{22}E. \quad (1-1)$$

其中 $W = \rho^{1/2}(u_+ - u_-)$ 正比于长波限下各元胞中正负离子的相对位移，可称为折合位移； P 为电极化； E 为宏观电场，既包括位移极化电场，又可以包括外加的电场；系数 γ_{ij} ($i, j=1, 2$) 可通过实验测量介电函数得到。(1-1a)式表示长光学格波的运动方程，右边第一项为相对位移引起的弹性恢复力，第二项是宏观电场对离子的作用力；(1-1b)式是极

化方程，右边第一项表示离子的相对位移引起的电极化，第二项则是一般电介质对电场的响应，在这里是主要是电子的极化。黄昆方程从实用的角度上讲具有简洁和有效的特点。

为了得出耦合模，将黄昆方程和电磁场麦克斯韦方程结合起来，可以得到以下结论[17-25]：

- 1、纵极化场无旋。LO（纵光学声子）所伴随的极化场沿着波矢的方向，这个极化场具有象“静电场”的电极化性质，是真正的极化场；而此时电极化与离子的相对位移引起的位移极化电场方向相反，对电位移矢量的额外贡献为零。由式(1-1a)可以看出，纵极化场仅仅增加了恢复力，提高了振动频率，有著名的 LST(Lyddane—Sachs—Teller) 关系成立[26]，即 $\omega_{LO} / \omega_{TO} = (\epsilon_0 / \epsilon_\infty)^{1/2}$ 。LST 关系反映了：静态介电函数 ϵ_0 总是大于高频介电函数 ϵ_∞ ；长光学纵波的频率 ω_{LO} 总是大于长光学横波频率 ω_{TO} ；离子晶体中由于 $\omega_{LO} \neq \omega_{TO}$ ，两光学模的简并消除（在非离子晶体中是简并的）。
- 2、横极化场有旋，有磁场伴随，具有电磁性。长波横光学声子与光子相互耦合形成耦合模式——声子极化激元。对耦合模的特性描述可以归纳于图 1-1，除了图中所示的区分为类光和类声部分外，一个显著的特性就是在 $(\omega_{TO}, \omega_{LO})$ 频带范围内波矢为虚数，因此从外部入射到晶体的电磁波将会被完全反射。利用这一效应可以获得准单色光，目前有广阔应用前景的人工带隙工程，包括光子带隙和声子带隙的研究，正是基于这一特性而发展起来的。

从以上的分析可知，声子极化激元是极性晶体的本征模式，应归属于固体中的元激发。我们来总结离子晶体中晶格振动（声子）与电磁波（光子）发生耦合的条件：

- 1、两者必须具有相同的频率和波矢，只有光学声子才能满足这个条件。
- 2、产生的极化场必须具有电磁性，只有横光学声子才能满足这个条件。

总的说来在离子晶体中，只有和电磁波具有相同波矢的横光学声子才能与电磁波耦合形成声子极化激元。由于电磁波速度远大于弹性波，在色散关系中它是一条很靠近频率轴的直线，所以与电磁波直接相互作用的晶格振动模的频率就非常接近基本固有晶格振动频率 ω_{TO} 。实际晶体的基本固有晶格振动频率一般位于 $10^{12} \sim 10^{14}$ Hz 范围，属于远红外波段，因此，在实际晶体中声子极化激元的产生将会导致远红外吸收和远红外介电异常现象。

1.3 压电效应和压磁效应

1.3.1 压电效应[27-31]

压电效应可分为正压电效应和逆压电效应，它反映了压电晶体的弹性和介电性的相互耦合作用。正压电效应是 1880 年由法国科学家居里兄弟（J. Curie 和 P. Curie）在研究 α 石英晶体的物理性质时首先发现的。在发现压电效应的第二年，李普曼（Lippman）从理论上根据热力学原理、能量守恒和电荷守恒定律预言了逆压电效应的存在，并且于同年被居里兄弟在实验上验证。正压电效应指的是，当晶体在外力的作用下发生形变时，在它某些相对应的面上产生异号电荷，晶体中产生极化的现象；反之，当压电晶体上施加了电场时，不仅产生了极化，同时还会使晶体产生形变，这种现象称为逆压电效应。需要注意的是逆压电效应与电致伸缩效应不同。一般的电致伸缩效应是固、液、气电介质都具有的性质，而逆压电效应只存在于不具有对称中心的点群晶体中。此外，电致伸缩效应的形变与电场方向无关，与电场的平方成正比，而逆压电效应的形变随电场反向而反号，与电场的一次方成正比。

1.3.2 压电效应的产生及其描述

压电晶体在不受外力时，正负电荷中心重合，整体上总电矩为零。当在外力作用下产生的应变能够导致正负电荷中心不重合，就会形成宏观的电矩，从而产生正压电效应；反之，在外电场的作用下，也会引起正负电荷中心的位移，导致晶体发生应变，产生逆压电效应。以上就是对压电效应产生原理的简练表述，压电系数张量是描述压电效应的物理量，而压电方程则是在实际应用中用来描述压电行为的表达式。压电方程可以在实

验的基础上获得,也可根据热力学理论严格地推导出来。

内因是事物发展变化的根本原因。对晶体而言,内因就是它的结构,结构决定了晶体是否具有压电性,同时也决定了它的其它性质。晶体的任一物理性质所拥有的对称要素,必须包含晶体所属点群的对称要素,这个准则就是诺依曼(Neumann)原理。这在各种点群晶体的物理张量,如弹性系数、压电系数、压磁系数、磁导率、介电函数等等的简化和独立分量数目的确定上很有用途,常用对称操作方法或坐标变换方法来加以推导和论证。

压电晶体属于介电晶体的一种。介电晶体是不同于导电晶体、半导体和超导体的一种晶体,它靠感应极化而不是用传导方式来传递电的作用和影响,即在介电晶体中起作用的是束缚电荷。在 32 种点群的介电晶体中,有 20 种点群的介电晶体具有压电性,它们属于没有对称中心的晶类包括 10 种极性晶类和 10 种非极性晶类,其中 11 种非极性晶类中的 432 点群虽然不具有对称中心,但其退化而不显压电性。

需要强调的是:并不是 20 种点群的所有晶体都具有压电性。压电晶体首先是介电晶体,即使不是完全绝缘的,至少也应该是半导体性的。同时其结构还必须要分别带正负电荷的离子或离子团存在,这就要求压电晶体必须是离子晶体或由离子团组成的分子晶体,结构特点是具有正负离子(团)所构成的极轴,顺着极轴方向和逆着极轴方向的物理性能不等。

1.3.3 压电材料的应用

压电材料主要包括压电晶体和压电陶瓷,属于 21 类不具有对称中心点群的晶体(432 点群除外)可能具有压电性,而压电陶瓷只有在极化后才表现出压电性,此时它的压电系数、弹性系数、介电函数等矩阵完全与 6mm 点群相同,因此相当于 6mm 点群晶体(如 ZnO 晶体)。根据诺依曼原理,高对称性点群压电材料的张量的零分量可以确定,相应的压电方程可以得到很大的简化。

压电晶体(包括极化的压电陶瓷)多是集声、光、热、电等物理性能于一体的典型功能材料,在近代科学技术的发展中占有一席之地。利用压电效应的换能特性,在水下

通讯探测、超声、高压点火等领域有广泛应用,如压电电源、超声波发生器、压电扬声器、压电陀螺、压电加速计、压电变压器、压电延迟线、声纳、压电声表面波器件等等。压电材料是最早被用作激发和检测声波的换能器,20世纪初用在声纳中大量使用石英晶体作为换能器。利用压电效应的谐振特性可以研制压电谐振器、压电滤波器、压电继电器等器件。利用压电效应的及晶体的光学效应可以制作电光调制器、电光偏转器、声光偏转器及光频转换器等器件。

1.3.4 压磁效应及其应用[32-35]

压磁效应只能存在于时间反演对称性破缺的结构中,由 A. S. Borovik Romanov 首先发现,它反映了压磁材料的弹性和磁性的相互耦合。压磁效应与压电效应类似,并且也可以分为正效应和逆效应,即应力会导致磁场,磁场作用下也会导致应变。在本文中,将压磁效应类比作压电效应,以便于将压电超晶格中的结论推广到压磁超晶格中。

压磁材料也可作压电材料的同样或类似的用途,可以用来制作超声波发生器和接收器,力、速度、压力、加速度的传感器等。

1.4 相关方程

1.4.1 电磁场方程

(一)、麦克斯韦方程

电磁波的激发、传播以及它与物质的相互作用可由宏观麦克斯韦(Maxwell)方程来描述[36]:

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t, \quad (1-2a)$$

$$\nabla \times H = -\partial D / \partial t + J, \quad (1-2b)$$

$$\nabla \cdot B = 0, \quad (1-2c)$$

$$\nabla \cdot D = \rho. \quad (1-2d)$$

其中, E 、 H 、 D 、 B 分别为电场强度、磁场强度、电位移和磁感应强度; J 和 ρ 分别为电流密度及电荷密度。这四个方程是电学和磁学基本定律的微分形式。式(1-2a)是法拉第感应定律,它描述随时间变化的磁通量产生感应电场;式(1-2b)是广义安培定律,它描述电荷流动产生的感应磁场;式(1-2c) 可以看作不存在自由磁单极的一种说明;式(1-2d) 是

库仑定律，它描述电场分布与电荷分布的关系。上述方程之间有一定的相关性，后两个方程可由前两个方程加电荷守恒定律导出，因此它们并不是完全独立的。在直角坐标系下，旋度算符的矩阵表述为：

$$[\nabla \times] = \begin{pmatrix} 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{pmatrix}. \quad (1-3)$$

(二)、物质的本构方程和边界条件

麦克斯韦方程涉及 E 、 H 、 D 、 B 四个基本物理量。为了能从给定的电流和电荷分布唯一确定场矢量，还必须由描述电磁场对材料介质作用的本构方程作为补充。本构方程又称为物质方程，可表示为[37]：

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon E + \xi H, \\ B &= \zeta E + \mu H. \end{aligned} \quad (1-4)$$

其中 ε 、 μ 、 ξ 、 ζ 均为 2 阶张量； ε 和 μ 分别为介电函数和磁导率。式(1-4)将介质看作双性介质，即电位移同时与电场和磁场相关，磁感应也同时与电场和磁场相关。一般介质作为双性介质的特例，取 $\xi = \zeta = 0$ ，表述为[36]：

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon E = \varepsilon_0 E + P, \\ B &= \mu H = \mu_0 H + M. \end{aligned} \quad (1-5)$$

其中电极化强度 P 和磁化强度 M 分别表示在电磁场的作用下，介质中带电粒子的极化和磁化。

边界条件本质上是麦克斯韦方程在界面上的体现，可以直接从麦克斯韦方程推导出来[36]：

$$\begin{aligned} n \cdot (B_2 - B_1) &= 0, \\ n \cdot (D_2 - D_1) &= \sigma, \\ n \times (E_2 - E_1) &= 0, \\ n \times (H_2 - H_1) &= K. \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中 n 为介质 1 指向介质 2 且于表面垂直的单位矢量， σ 及 K 分别为表面电荷密度和表面电流密度，下标表示两种介质中表面处的值。式(1-6)表明磁感应矢量 B 的法向分量总是连续的，并且电位移矢量 D 的法向分量之间的差，在数值上等于表面电荷密度 σ ；电

场矢量 E 的切向分量在边界处总是连续的, 并且磁场矢量 H 的切向分量之差等于表面电流密度 K 。而在光学的很多领域中, 往往处理表面电荷和表面电流均为零的情况, 因此, 在这种情况下, 电场 E 和磁场 H 的切向分量以及电位移 D 和磁感应强度 B 的法向分量在介质 1 和介质 2 的界面处是连续的。

1.4.2 压电压磁方程及弹性平动动力学方程

晶体的弹性行为, 是用应力 T 和应变 S 作变量来描述的。应力和应变都是对称二阶张量, 也就是说两个下标可以互换。因此它们只有 6 个独立分量, 可以将双下标简化为一个下标来表示, 其对应关系为:

双下标 ij	11	22	33	23(32)	13(31)	12(21)
单下标 i	1	2	3	4	5	6

实际上, 高阶张量总是有对应的物理过程, 可以表述为多个低阶张量的张量积, 它具有低阶张量的对称性, 如我们将用到的三阶张量压电系数和压磁系数涉及到应力或应变张量, 因此可由 27 个分量简化为 18 个独立分量; 四阶张量弹性劲度系数 C 涉及到应力和应变, 可以简化为双下标, 独立分量由 81 个变为 36 个。简化规则在此就不一一详述。

晶体的电行为一般可以用电场 E 和电位移 D 作变量来描述; 磁行为可以用磁场 H 和磁感应强 B 作变量来描述。在小讯号的情况下, 晶体的压电性用压电方程来描述[29]:

$$\begin{aligned} T_i &= C_{ij}^E S_j(z) - e_{ij} f(z) E_j, \\ D_i &= e_{ij} f(z) S_j(z) + \varepsilon_0 \varepsilon_{ij}^s(z) E_j. \end{aligned} \quad (i, j = 1, 2, 3; I, J = 1, 2, \dots, 6.) \quad (1-7)$$

其中 C^E 为恒定电场 (短路) 下的弹性劲度系数; ε^s 为恒定应变时的介电常数; e 为压电应力系数 (简称为压电系数), 单位是 C/m^2 。类似地, 压磁行为可以表述为[38]:

$$\begin{aligned} T_i &= C_{ij}^H S_j(z) - q_{ij} g(z) H_j, \\ B_i &= q_{ij} g(z) S_j(z) + \mu_0 \mu_{ij}^s(z) H_j. \end{aligned} \quad (i, j = 1, 2, 3; I, J = 1, 2, \dots, 6.) \quad (1-8)$$

其中 C^H 为恒定磁场下的弹性劲度系数; μ^s 为恒定应变时的磁导率; q 为压磁应力系数 (简称为压磁系数)。实际上, 式(1-7)和(1-8)仅是压电方程和压磁方程的方程表述中的一种, 还有如压电方程的 ES 表述、ET 表述等形式。

晶体在不受体力作用, 体力矩可以忽略, 且应力均匀的情况下, 声波的平动动力

学方程可以表示为[39]:

$$\nabla \cdot T = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (1-9)$$

其中 u 和 ρ 分别代表质点位移矢量以及材料密度。根据应变—位移关系 $S = \nabla_s u$ [39], 可以得到:

$$\nabla_s \nabla \cdot T = \rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}. \quad (1-10)$$

式(1-10)的直观形式为:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & 0 & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial z^2} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} \quad (1-11)$$

最后需要指出的是: 如果没有特意指明, 本文中所有物理量均使用国际单位制。

参考文献

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987) & S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [2] M. S. Kushwaha, P. Halewi, L. Dobraynski et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 2022 (1993).
- [3] L. Esaki and R. Tsu, IBM J. Res. Dev. **14**, 686 (1970).
- [4] I. K. Schuller, Phys. Rev. Lett. **44**, 1597 (1980).
- [5] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
- [6] S. Yang, J. H. Page, Z. Liu et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 024301 (2004).
- [7] Y.-Y. Zhu, N.-B. Ming, W.-H. Jiang and Y.-A. Shui, Appl. Phys. Lett. **53**, 1381 (1988).
- [8] Y.-Y. Zhu and N.-B. Ming, J. Appl. Phys. **72**, 904 (1992).
- [9] Y.-Q. Lu, Y.-Y. Zhu, Y.-F. Chen, S.-N. Zhu, N.-B. Ming and Y.-J. Feng, Science **284**, 1822 (1999).
- [10] H. Liu, S.-N. Zhu, Z.-G. Dong, Y.-Y. Zhu, Y.-F. Chen and N.-B. Ming, Phys. Rev. B **71**, 125106 (2005).
- [11] H. Liu, S.-N. Zhu, Y.-Y. Zhu, Y.-F. Chen and N.-B. Ming, Appl. Phys. Lett. **86**, 102904 (2005).
- [12] K. Huang, Proc. Roy. Soc. A **208**, 352 (1951).
- [13] J. J. Hopfield, Phys. Rev. **112**, 1555 (1958).
- [14] C. H. Henry and J. J. Hopfield, Phys. Rev. Lett. **15**, 964 (1965).
- [15] K. Huang, Report L/T **239**, 1-8 (1950).
- [16] K. Huang, Nature **167**, 779 (1951).
- [17] M. Born and K. Huang, *Dynamical Theory of Crystal Lattice* (Clarendon, Oxford, 1954).
- [18] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* 6th ed. (Wiley, New York, 1986).
- [19] J. R. Hook and H. E. Hall, *Solid State Physics* 2th ed. (Wiley, New York, 1991).
- [20] G. Grosso and G. P. Parravicini, *Solid State Physics* (Academic, San Diego, 2000).

- [21] 李正中编, 固体理论, 高等教育出版社, 1991。
- [22] 黄昆原著, 韩汝琦改编, 固体物理学, 高等教育出版社, 1991。
- [23] 方俊鑫、陆栋主编, 固体物理学, 上海科学技术出版社, 1985。
- [24] 张光寅、蓝国祥编著, 晶格振动光谱学, 高等教育出版社, 1991。
- [25] 方容川编著, 固体光谱学, 中国科学技术大学出版社, 2001。
- [26] R. H. Lyddane, R. G. Sachs, and E. Teller, *Phys. Rev.* **59**, 673 (1941).
- [27] 陈春荣、赵新乐编著, 固体物理性质与检测, 北京理工大学出版社, 1995。
- [28] 孙慷、张福学主编, 压电学, 国防工业出版社, 1980。
- [29] 许煜寰等编, 铁电与压电材料, 科学出版社, 1978。
- [30] 秦自楷等编, 压电石英晶体, 国防工业出版社, 1980。
- [31] 钟维烈著, 铁电物理学, 科学出版社, 1996。
- [32] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous Medium*. (Science Publisher, Moscow, 1982).
- [33] A. S. Borovik-Romanov, *Elements of Theoretical Magnetism*. (Academia, Prague, 1968).
- [34] I. E. Dzyaloshinsky, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, 807 (1957).
- [35] Valery V. Tarakanov, *Physica B* **284-288**, 1213 (2000).
- [36] A. 亚里夫、P. 叶 著, 于荣金, 金锋 译, 晶体中的光波, 科学出版社, 1991。
- [37] J.-A. Kong, *Theory of Electromagnetic Waves*, Wiley, New York, 1975, chapt. 1.
- [38] C.-W. Nan, *Phys. Rev. B* **50**, 6082 (1994).
- [39] B. A. Auld, 固体中的声场和波, 科学出版社, 1980。

第二章 压电超晶格中的声子极化激元

2.1 引言

在固体物理中，能带结构是一个普遍现象，人们对具有能带结构的材料及其应用有着极大的兴趣，是当前的研究热点之一。根据不同的需要，人们可以通过设计并控制材料的组分、结构等手段构造出自然界本来没有的微结构材料，这样的微结构材料可以在新的尺寸下实现传统材料的物理效应和性质：能带结构。这种性质可以用来控制光子或声子等的传播。例如，对介电系数进行周期调制的光子晶体[1]，由于光子在布里渊（Brillouin）区的边界受到强烈的散射形成的光子能隙，可以用来控制光子的传播。事实上，在布里渊区边界发生强烈散射并不是形成能带结构的唯一机制，比如电磁波和物质极化波之间的耦合也能形成能带结构，这种耦合模量子称为极化激元。极化激元携带了物质内部的许多重要信息，通过对极化激元的研究可以加深我们对凝聚态物质，特别是固体微结构材料的认识。

根据与电磁波耦合的对象的不同，可以分为多种类型的极化激元。如离子晶体中光学格波（光学声子）与电磁波（光子）的耦合模量子被称为声子极化激元；固体中的等离子体集体振荡与电磁波耦合形成的等离子体极化激元；自旋波与电磁波耦合形成的磁振子极化激元等等。由于电磁波本身具有极性，因此以上极化激元中，与电磁波相耦合的量子都具有极性。一般说来，在离子晶体中只有横光学声子才能与光子耦合形成，但也有例外：小尺寸样品中，由尺寸效应引起的纵光学声子表面模；多声子参与耦合时，纵光学声子可以与其它振动模组合而参与耦合等等。那么在人工微结构材料中，声子极化激元是否存在，又有哪些新的特点了？

20 世纪八十年代末以来，闵乃本院士课题组应用格林函数方法系统研究了铌酸锂、钽酸锂等压电超晶格中超声波的激发，以及基于压电超晶格的谐振器和换能器[2-11]。在这类具有畴反转结构的压电超晶格中，通过压电系数的人工调制，能够激发超声波，其

中发生的正是超晶格振动与电磁波的耦合。在外加电场的作用下，压电系数在界面（畴界）处的不连续造成了应力的不连续，因此可将它们视为 δ 声源。不同的 δ 声源激发的超声波之间相互干涉，当干涉加强的条件得到满足时，发生共振，这种超晶格因此也被称为声学超晶格[6]。同时由此条件可以得到声学超晶格中，共振频率与周期及声速的关系。声学超晶格中能够激发出横超声波、纵超声波、准横/纵超声波等一系列振动模式[9]。

九十年代末，压电超晶格的研究取得了重要进展。陆延青等人将一维压电超晶格与一维双原子链相类比，成功模拟了电磁波与横超晶格振动的耦合，并提出离子型声子晶体的概念。在压电超晶格中，电磁波也能通过其电场与超晶格振动发生强烈的耦合，形成声子极化激元，在微波波段产生类似离子晶体中的物理效应[12]。这一结果拓宽了声子极化激元的适用范围，将其从晶体中推广到人工微结构中，因而具有重要的意义。此外，它在制作微波器件方面也有潜在的应用价值，如现代通讯中的波分复用器件等。但这一模型不能够解释电畴边界不带正、负电荷的声学超晶格中发生的超晶格振动与电磁波发生的耦合。

最近，朱永元教授等人对压电超晶格的研究发现了这一物理过程的压电本质，解决了这一问题，并且发现了自然界晶体中所没有的纵声子极化激元。压电材料受力时会产生电极化，同样受到外电场作用时会发生应变。这样，压电体中的超晶格振动会被其中传播的电磁波激发出来；另一方面超晶格振动也会激发出电极化，因此电磁波就有可能与超晶格振动耦合形成极化激元[12-16]。

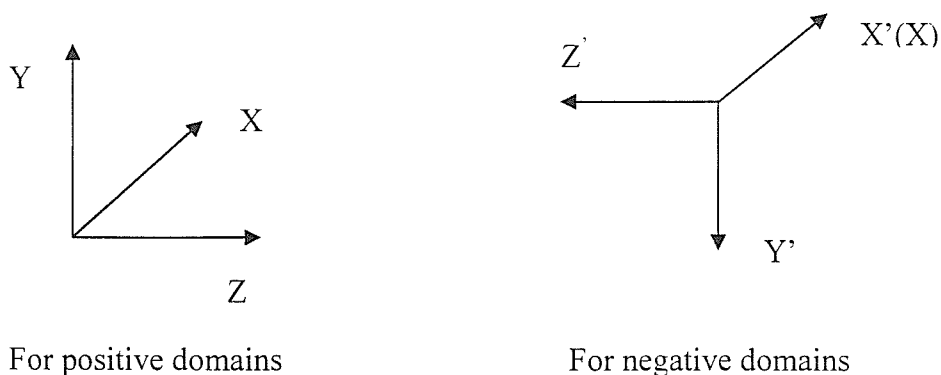


图 2-1 正电畴和负电畴坐标系间的关系，这导致奇数阶张量（包括压电系数）在正负畴反号。

对压电超晶格中的纵声子极化激元，朱老师以一维周期极化的铌酸锂超晶格（正负

畴沿 x 方向排列) 为例, 阐述了其形成的机制。铌酸锂晶体属于 $3m$ 点群, 电畴的自发极化沿 z 方向, 正负电畴的晶体学坐标之间的关系是绕 x 轴旋转 180° , 如图 2-1 所示, 因此压电张量在正负畴中反号。图 2-2 显示了超晶格的电畴排列, 以及上下表面的电荷分布情况, 其中正负畴具有相同的厚度 d 。

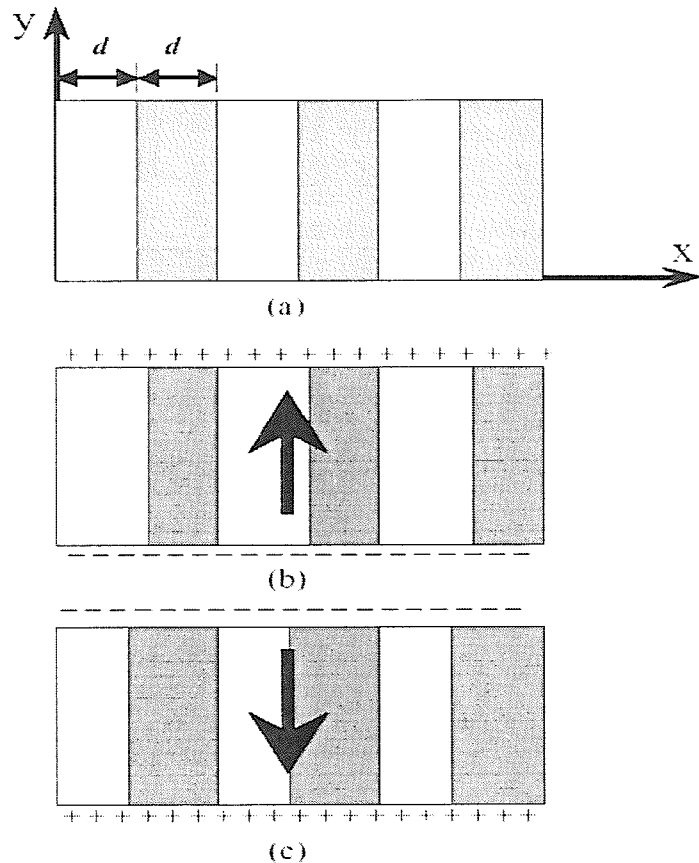


图 2-2 (a) 压电超晶格的结构示意图; (b) 在超晶格振动的某一瞬时, 正电畴膨胀, 负电畴收缩, 使得正负电畴的上表面同时带正电荷, 下表面带负电荷, 压电超晶格显示整体电极化; (c) 当正负电畴分别收缩膨胀时, 与(b)相比, 表面带相反电荷, 整体电极化反向。其中明暗条纹代表正负电畴, (b)与(c)中的粗箭头方向表示电极化方向。(引自参考文献[17]并修改)

当沿 y 方向偏振的电磁波沿 x 方向传播, 会在超晶格中激发出 x 方向振动并传播的纵声波 S_1 。当正畴膨胀而负畴收缩, 亦或相反, 这将导致在正负畴的同一面上出现同种电荷 (见图 2-2(b)和(c)), 并且在压电超晶格中出现宏观的电极化。这就是说: 通过压电效应, 纵声波 S_1 引起横向电极化 P_2 , 横向电极化 P_2 就会与入射的电磁波发生耦合, 形成纵声子极化激元, 并且其频率位置与超晶格纵振动的谐振频率位置一致。

总的说来, 这个纵声子极化激元是由一入射电磁波激发出同向传播的横超晶格振动, 该振动又通过压电效应激发出横向电极化, 最终横向电极化与入射电磁波耦合而形成的。总观离子晶体和压电超晶格中的声子极化激元可以发现, 离子晶体中与压电超晶格中声子极化激元形成的机制是不同的, 横光学声子波矢同向不过是在离子晶体中的条件; 人们不禁会问在压电超晶格中, 异向传播的声子和光子能否耦合形成极化激元, 如将图 2-2 中的电磁波改为沿 Z 方向传播? 要回答这个问题就必须从极化激元的基本定义入手。

2.2 离子晶体和压电超晶格中声子极化激元的形成机制

根据声子极化激元的定义我们提出了电磁波与声波激发回路判据, 首先在离子晶体中使用判据, 得到了与前辈们相同的耦合条件, 因此可以使用该判据; 然后将离子晶体作“压电超晶格近似”, 将离子晶体和压电超晶格统一起来, 用相同的方法分别研究了电磁波激发特定声波的条件, 和该特定声波激发原电磁波的条件, 最终得到压电超晶格中形成声子极化激元的条件, 并且通过对比可以深刻认识到在二者中声子极化激元形成机制的异同。其间声波激发电磁波分析用到了黄昆先生等人对离子晶体研究得到的成果和朱永元教授等人对压电超晶格中压电本质的认识。

2.2.1 声子极化激元

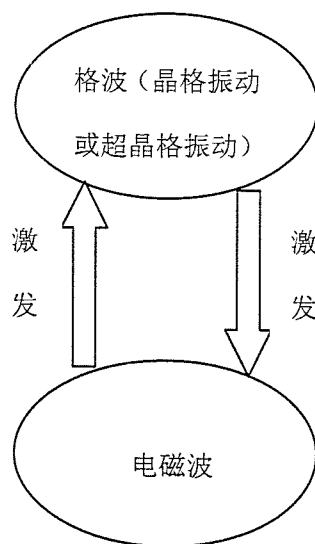


图 2-3 声子极化激元的形成

极化激元是极性晶体中一种本征模式，是凝聚态物质中的一种重要元激发，是电磁波与物质极化波的混合态或耦合模。声子极化激元指的是介质中的声子（格波）与光子（电磁波）的耦合模，但实际上直接与电磁波相互作用的是格波激发出来的电磁波。而耦合无非就是格波激发出电磁波，激发出的电磁波又能反过来激发这个格波；或者电磁波激发出格波，激发出的格波又反过来激发这个电磁波，如图 2-3 所示。

因此，我们研究声子极化激元的形成机制可以从两个方面入手：一是，从电磁波能否激发出（超）晶格振动；另一方面，要看激发出的（超）晶格振动能否激发该电磁波。

总之，我们认为能够形成如图 2-3 所示的回路，那么就能形成声子极化激元。下面我们首先来看，以此回路能否得到离子晶体中形成声子极化激元的条件。

2.2.2 离子晶体中的声子极化激元

我们来考察离子晶体中声子极化激元的形成。

（一）、首先我们从电磁波激发某个方向传播的晶格振动开始，以 X 方向为例。

离子晶体（包括压电和非压电晶体）在电场的作用下晶格振动的激发，实际上可以把它们当作压电超晶格中的超晶格振动激发来处理，不同的地方在于：离子晶体中“压电系数”的调制函数始终为 1（即没有调制）；非压电晶体的“压电系数”除 e_{11} 、 e_{22} 和 e_{33} 外均为 0（即带电粒子位移沿外场方向移动，无切向位移），且仅保证有逆压电效应（即在交变电场作用下能激发振动）；反之，则不能保证。

在这种近似下，我们来看离子晶体中沿 X 方向传播的声波（振动）的激发。因为电磁波的波长远大于晶格常数，我们可以在长波极限条件下，将声波当作连续介质中的弹性波处理。针对固体中 X 方向传播的声波，由方程(1-10)得到：

$$\rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - C \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 (e_{ij} f(x) E)}{\partial x^2}, \quad (2-1)$$

其中 e_{ij} 是振动 S 对应的压电系数。令平面电磁波电场为 $E(t) = E_0 \exp[(ik \cdot r - \omega t)]$ ，而调制函数 $f(x)$ 的傅立叶展开形式和应变 S（声波）可表述为：

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{G_n} f_{G_n} e^{iG_n x}, \\ S(x, t) &= \sum_{q_n} s_{q_n} e^{i(q_n x - \omega t)}, \end{aligned} \quad (2-2)$$

其中 $G_n = 2n\pi / \Lambda$ ($n \in N$), Λ 为晶格常数; s_{q_n} 和 f_{G_n} 分别为 n 阶傅立叶系数, $f_{G_n}(0) = 1$, $f_{G_n}(n) = 0, (n \in N, n \neq 0)$ 。将方程组 (2-2) 代入方程 (2-1) 得:

$$\sum_{q_m} [\rho \omega^2 - C q_m^2] s_{q_m} e^{i q_m x} = e_{ij} \sum_{G_p} \frac{\partial^2 (f_{G_p} e^{i G_p x} E_0 e^{i k \cdot r})}{\partial x^2}. \quad (2-3)$$

从方程 (2-3) 我们很容易看出: 当且仅当电磁波波矢的 X 方向分量 k_x 满足 $k_x \neq 0$ 时, 才能激发出 X 方向传播的声波。为叙述简单起见, 我们认为在离子晶体中, 电磁波能激发定向传播的声波的条件是: 电磁波和声波传播方向相同 (波矢大小相等隐含在内)。

(二)、接着我们来看, X 方向传播的纵振动和横振动能否激发出 X 向传播的电磁波 (该电磁波具有激发晶格振动的电磁波的偏振模式, 简称为原电磁波)。

早在 50 年代初, 黄昆就考虑了光波 (电磁波) 与格波的耦合问题 [18-20]。他曾经比较系统地研究过长光学波的极化场。电磁波在真空和介质中传播速度很快但非瞬时的, 因此在研究电磁作用时还应该考虑其传播速度, 这就是电磁推迟效应。将黄昆方程和麦克斯韦方程结合起来, 可以得到以下结论: 1、纵极化场无旋, 类静电场没有电磁性。由式 (1-1a) 可以看出, 纵极化场仅仅增加了恢复力, 提高了振动频率, 有著名的 LST (Lyddane—Sachs—Teller) 关系成立, 即 $\omega_{LO} / \omega_{TO} = (\epsilon_0 / \epsilon_\infty)^{1/2}$ 。LST 关系反映了: 静态介电函数 ϵ_0 总是大于高频介电函数 ϵ_∞ ; 长光学纵波的频率 ω_{LO} 总是大于长光学横波频率 ω_{TO} ; 离子晶体中由于 $\omega_{LO} \neq \omega_{TO}$, 两光学模的简并消除 (在非离子晶体中是简并的)。2、横极化场有旋, 有磁场伴随, 具有电磁性。长波横光学声子与光子相互耦合形成耦合模式—声子极化激元。声子晶体一个显著的特性就是在 $(\omega_{TO}, \omega_{LO})$ 频带范围内波矢为虚数, 因此从外部入射到晶体的电磁波将会被完全反射。利用这一效应可以获得准单色光, 目前有广阔应用前景的人工带隙工程, 包括光子带隙和声子带隙的研究, 正是基于这一特性而发展起来的。

如图 2-4 所示, 纵光学声子 (LO 声子) 所伴随的极化场沿着波矢 q 的方向 (在此即 X 方向), 正负电荷沿波矢方向分离。此时离子的相对位移引起的电极化与位移极化电场方向相反, 对电位移矢量的额外贡献为零, 这个极化场不具有电磁性, 而具有象“静电场”的电极化性质, 是真正的极化场[21]。由于离子的位移方向总是与电场力的方向相反 (即 P 与 E 方向相反), 极化场的作用趋于使离子回到平衡位置, 从而增加了恢复力, 提高了 LO 声子的频率 (即 LST 关系)。

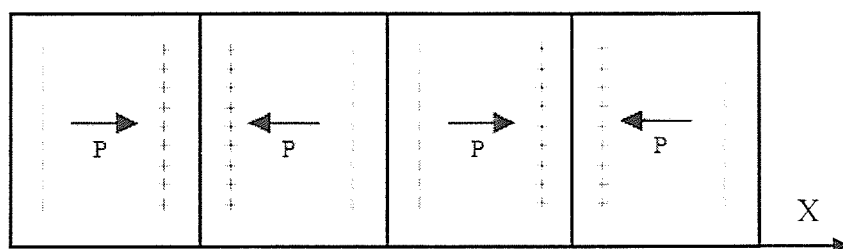


图 2-4 纵向极化波电荷与极化场分布示意图

因此我们可以得到如下结论: X 向传播的纵光学波不具有电磁性, 不能与电磁波耦合形成声子极化激元。

如图 2-5 所示, 光学横波的振动与波矢 q 方向 (即 X 方向) 垂直, 它并不伴随极化电场。图中的 X 方向的两个长方块构成一个“原胞”, 当光学横波的一个平面波沿 X 方向传播时 (假设沿 Y 方向振动), 原胞的正、负电荷沿 Y 向分离的。但是在 Y 方向上下两个原胞接界处正、负电荷相互抵消, 不会伴随有“静电极化”的电场, 因此不会影响离子相对振动的恢复力, 光学横波的频率 ω_{TO} 等于固有频率 ω_0 。

从图 2-5 还可以看出, Y 向的上下“原胞”表面各带有等量异号电荷。我们可以设想, 当光学横波沿 X 方向通过晶体时, 沿 Y 向瞬间有电荷从一端涌向另一端, 即构成如图 2-5 中所示的位移电流。为叙述简单起见, 把“原胞”沿 X 方向的宽度取为波长, 那么显然, 沿波矢方向 (X 方向) 相邻的两个半波范围内, 位移电流的方向相反。可以设

想, 当光学横波通过晶体时, 在 XY 平面内会引起环状电流, 感生出 Z 向的交变磁场, 进而这个磁场又会感生出交变电场, 这个电场不同于 LO 声子引起的“类静电极化”场。

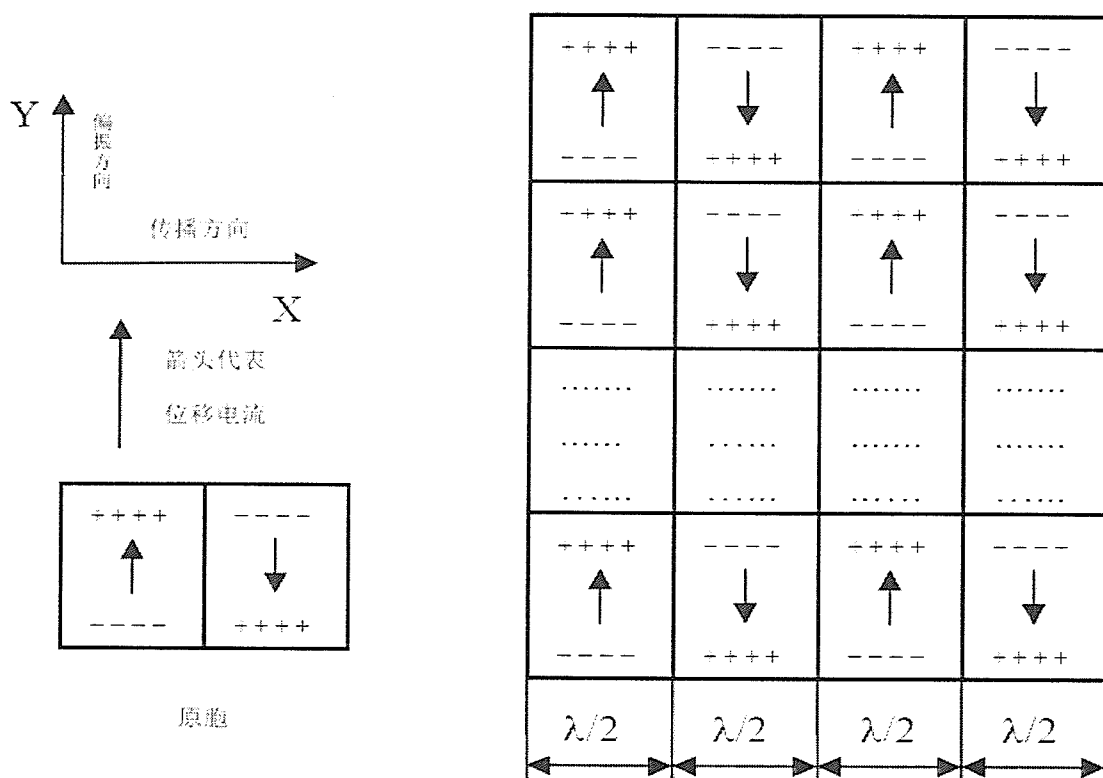


图 2-5 横向极化波场电磁性示意图 (改编自文献[21])

从以上简单分析我们可以发现: 光学横波 (TO 声子) 伴随的是电磁场, TO 声子本质上是具有电磁性的; 如上所述的 Z 向交变磁场当然可以激发出沿声波波矢 q 方向 (即 X 方向) 传播的电磁波 (E_2, H_3), 但也可以激发出 Y 向传播的电磁波 (E_1, H_3)。

纵观电磁波激发声波, 声波激发电磁波的整个过程, 我们发现在离子晶体中: LO 声子可以由同向传播的电磁波激发, 但其极化场无旋, 不能激发出原电磁波, 不能形成如图 2-3 所示的回路, 因此不能形成声子极化激元; TO 声子可以由同向传播的电磁波激发, 反过来 TO 声子能够形成环形电流, 感生出交变磁场, 最终不但能出与 TO 声子同向传播的原电磁波, 与之形成声子极化激元, 还能激发出沿垂直于声波波矢方向传播的电磁波 (遗憾的是 Y 向传播的电磁波 (E_1, H_3) 并不能激发出 X 方向传播的声波, 因而被排除, 不能形成极化激元)。最后我们发现与前言中提到的离子晶体中形成声子极化激元

一致的条件：在离子晶体中，光学横波（TO 声子）和与之具有相同频率和波矢的电磁波可以耦合形成声子极化激元。

2.2.3 压电超晶格中的声子极化激元

现在我们以沿 X 方向周期极化的铌酸锂（PPLN）为例，来考察压电超晶格中声子极化激元的形成条件。我们仍然用图 2-3 所示的回路来作为判据，并首先从某方向的声波的激发开始。

我们可以用上节中处理离子晶体中沿 X 方向传播声波（振动）的激发的相同方法来研究压电超晶格中的这一问题。同样因为电磁波的波长远大于超晶格的周期，我们可以在长波极限条件下，将声波当作连续介质中的弹性波处理。针对固体中 X 方向传播的声波，由式 (1-10) 得到 [14]：

$$\rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - C \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 (e_{ij} f(x) E)}{\partial x^2} \quad (2-4)$$

其中 e_{ij} 是振动 S 对应的压电系数， $f(x)$ 为压电系数的周期调制函数，若取正负畴等厚度均为 d ，则可以表示为：

$$f(x) = \begin{cases} +1, & \text{正畴区 } (-d/2 \leq x \leq d/2), \\ -1, & \text{负畴区 } (-d \leq x < -d/2, d/2 \leq x \leq d). \end{cases} \quad (2-5)$$

令平面电磁波电场为 $E(t) = E_0 \exp[(ik \cdot r - \omega t)]$ ，另外声波的波长与超晶格的周期长度大小相匹配，需要考虑它的空间色散效应，将其用超晶格倒格矢进行展开。对应变 S 和调制函数 $f(x)$ 进行傅立叶展开：

$$\begin{aligned} S(x) &= \sum_{G_n} s_{G_n} e^{i(q+G_n)x}, \\ f(x) &= \sum_{G_n} f_{G_n} e^{iG_n x} \end{aligned} \quad (2-6)$$

其中应变 S 可以是纵振动，也可能是横振动；并且 $G_n = 2n\pi / \Lambda = n\pi / d$ ($n \in N$)， Λ 为超晶格周期长度； s_{G_n} 和 f_{G_n} 分别为 n 阶傅立叶系数， $f_{G_n}(0) = 0$ ，

$f_{G_n}(n) = \frac{2}{n\pi} \sin(\frac{n\pi}{2})$, ($n \in N, n \neq 0$)。将方程组 (2-6) 代入方程 (2-4) 得：

$$\sum_{G_m} [\rho\omega^2 - C(q + G_m)^2] s_{G_m} e^{i(q+G_m)x} = e_{ij} \sum_{G_p} \frac{\partial^2 (f_{G_p} e^{iG_p x} E_0 e^{ik \cdot r})}{\partial x^2}. \quad (2-7)$$

从方程(2-7)我们很容易看出：不同于离子晶体中的情况，由于压电系数在正负畴中的周期性反号，导致不管电磁波波矢的 X 分量 k_x 是否为零，都能激发出 X 方向传播的声波。

我们可以得到如下结论：在压电超晶格中，由于三阶张量压电系数在正负畴中的周期性反号，导致超声激发时声波和电磁波波矢方向相同的这一限制被打破（但限制超晶格声学体波沿周期排列方向传播）。

接着我们来看，压电超晶格中声波激发电磁波的情况。如下图所示，在 PPLN 中一个 X 方向传播的声波，引起了 Y 方向的上下表面的异号电荷的积聚，形成了宏观的横向电极化 D_2 。这是由于压电系数在正负畴中周期性反号，且正负畴一个收缩另一个膨胀共同引起的（负负得正使得正负畴的同一表面带同种电荷，这与离子晶体中横光学声子引起原胞内两半波范围同一表面带异号电荷的情况是不同的）。根据麦克斯韦方程，这样 Y 方向的电极化 D_2 将会激发出 XZ 平面内的磁场，最终激发出电磁波。而且因为压电体同时具有压电效应和逆压电效应，所以 X 方向传播的振动必然能够激发出原电磁波。自然这个结论也可以推广到其它方向传播的振动上去。

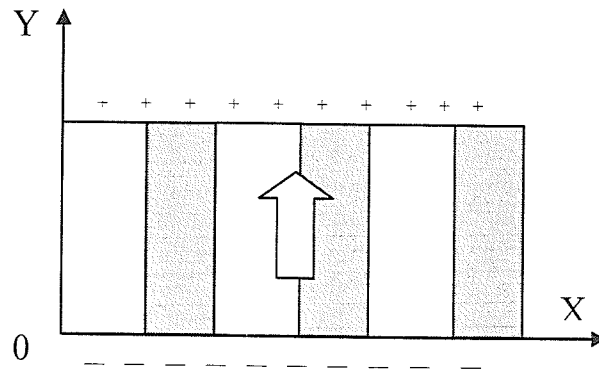


图 2-6 压电超晶格中极化场示意图

我们可以得出结论：在压电超晶格中，从离子晶体中声子极化激元形成得到的两个限制被一一打破，任何超晶格体波都能与激发它的电磁波耦合形成声子极化激元，不管是纵振动，还是横振动，也不管它们是否同向传播。造成这种结果有两个原因：一是压电系数的周期性反号使得同向传播变得不必要；另一个是压电效应和逆压电效应，压电

效应结合压电系数的正负畴周期性反号使得，无论纵振动还是横振动都能使正负畴的同一表面带同种电荷，超晶格的相对的两表面带异种电荷，从而引起宏观电极化，而正逆压电效应的对应关系又能保证它激发出原电磁波。

2.3 本章小结

我们在课题组研究基础之上，研究了一维压电超晶格中声子极化激元的形成，并与离子晶体中的情况做了比较。在研究过程中，我们多次请教朱永元教授，得到了大量的教益，对声光异向极化激元，朱教授也持有或倾向于赞同，但因觉得不易讲清楚，故在已发表的文章和硕/博士毕业论文中均没有提及。我们仅是找到一个自认为能够自圆其说的解释模型或方法，通过系统的对比使我们清楚地认识到：压电体超晶格中压电调制与压电效应使得其中声子极化激元的形成机制不同于离子晶体中的情况。

与离子晶体相比，压电超晶格由于人工微结构的引入，产生了一系列新的物理效应和性质。在离子晶体中，声子极化激元是电磁波与光学波（对应正负离子的相对运动）的耦合模量子，而在压电超晶格中，它是电磁波与折叠声学波耦合的结果，压电系数的周期性反号及正逆压电效应保证声学波也能激发电磁波；在离子晶体中，声子极化激元只能由具有相同频率和波矢的电磁波和光学横波耦合形成，而在压电超晶格中，它不但可以由电磁波与折叠的横向声学波耦合形成，还可以和折叠的纵向声学波耦合形成，并且二者不需要具有相同的波矢（指波矢方向）。

由于极化激元本质上是电磁波与物质极化波耦合形成的耦合模量子，但与电磁波直接发生耦合相互作用（或者说电磁波的叠加）的是物质极化波激发出来的电磁波，因此我们用电磁波与声波能否相互激发形成回路来得到声子极化激元形成的条件。我们发现，在离子晶体中，由具有同向光学横波才能与电磁波耦合形成声子极化激元：

- 1、从电磁波激发声波来看，电磁波和声波传播方向相同。
- 2、从声波激发电磁波来看，必须是光学横波（光学横波有电磁性，而光学纵波没有）。

在压电超晶格中，任意超晶格体声波都能与激励电磁波耦合形成声子极化激元：

- 1、从电磁波激发声波来看，由于压电系数的周期性调制，电磁波和声波不一定要同向传播。
- 2、从声波激发电磁波来看，不同于离子晶体中光学横波极化场激发电磁波的环形电流机制，在压电超晶格中，无论横纵超晶格振动都会引起宏观的电极化，从而激发出交变的磁场，最终激发出电磁波；由于压电和逆压电效应的对应关系，超晶格振动必然可以激发出原电磁波。

具有介观尺度大小周期的压电体超晶格结构，将声子极化激元的耦合频率从远红外波段下移至微波频段，同时带隙的大小和位置也可以调节，这为实际应用提供了新的思路和途径。因此，对压电超晶格的研究不仅具有重要的基础研究意义，还具有很大的应用潜力。根据其奇特的物理性能和效应，有望开发出一些新的声学 and 光学器件

参考文献

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987) & S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [2] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang et al., Appl. Phys. Lett. **53**, 1381 (1988).
- [3] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang et al., Appl. Phys. Lett. **53**, 2278 (1988).
- [4] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, W. H. Jiang, Phys. Rev. B **40**, 8536 (1989).
- [5] N. B. Ming, Y. Y. Zhu, and D. Feng, Ferroelectrics **106**, 99 (1990).
- [6] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, J Appl. Phys. **72**, 904 (1992).
- [7] Y. Y. Zhu, N. B. Ming, Ferroelectrics **142**, 23 (1993).
- [8] S. D. Cheng, Y. Y. Zhu, Y. L. Lu et al., Appl. Phys. Lett. **66**, 291 (1995).
- [9] Y. Y. Zhu, S. N. Zhu, Y. Q. Qin et al., J Appl. Phys. **79**, 2221 (1996).
- [10] Z. L. Wan, Q. Wang, Y. X. Xi et al., Appl. Phys. Lett. **77**, 1891 (2000).
- [11] H. Liu, S.-N. Zhu, Z.-G. Dong, Y.-Y. Zhu, Y.-F. Chen and N.-B. Ming, Phys. Rev. B **71**, 125106 (2005).
- [12] Y. Q. Lu, Y. Y. Zhu, Y. F. Chen et al., Science **284**, 1822 (1999).
- [13] J. Chen and J. B. Khurgin, Appl. Phys. Lett. **81**, 4742 (2002).
- [14] Y. Y. Zhu, X. J. Zhang, Y. Q. Lu et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 053903 (2003).
- [15] X. J. Zhang, R. Q. Zhu, J. Zhao et al., Phys. Rev. B **69**, 085118 (2004).
- [16] X. J. Zhang, Y. Q. Lu, Y. Y. Zhu et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 3531 (2004).
- [17] 张学进, 博士论文, 南京大学, 2004。
- [18] K. Huang, Report L/T **239**, 1 (1950).
- [19] K. Huang, Nature **167**, 779 (1951).
- [20] M. Born and K. Huang, *Dynamical Theory of Crystal Lattice* (Clarendon, Oxford, 1954).
- [21] 方俊鑫、陆栋主编, 固体物理学, 上海科学技术出版社, 1985。

第三章 一维压电电压磁超晶格中的耦合效应

3.1 引言

超晶格（人工微结构）的概念自从被 Esaki 和 Tsu 于 1969 年在半导体领域中提出以来[1]，引起人们极大的关注，并且得到了不断的拓展，金属超晶格[2]、介电超晶格[3]等概念也被相继提出。众所周知晶体中的周期势导致在其中运动的电子的能带结构，只有能量处于通带中的电子才能在晶体中自由运动，而能量处于禁带中的电子则不能。同样在人工微结构材料中传播的其它波也会形成能带结构，例如介电常数的调制导致光子带隙的形成[4]，这种现象可用于对光子、声子等量子的传播的控制。另外物理参数的周期调制会产生其它的物理性能，如非线性光学系数的调制对应于倍频激发等非线性光学效应中准位相匹配的应用。这些新的物理现象和效应为研制具有各种功能的器件，如声学器件、光学器件等等，提供了新的途径。

20 世纪八十年代末以来，闵乃本院士课题组应用格林函数方法系统研究了铌酸锂、钽酸锂等压电超晶格中超声波的激发，以及基于压电超晶格的谐振器和换能器[5-14]。九十年代末，压电超晶格的研究取得了重要进展。陆延青等人将一维压电超晶格与一维双原子链相类比，成功模拟了电磁波与横超晶格振动的耦合，并提出离子型声子晶体的概念。这一结果拓宽了声子极化激元的适用范围，将其从晶体中推广到人工微结构中，因而具有重要的意义[15]。此外，它在制作微波器件方面也有潜在的应用价值，如现代通讯中的波分复用器件等。但这一模型不能够解释电畴边界不带正、负电荷的声学超晶格中发生的超晶格振动与电磁波发生的耦合。

最近，朱永元教授等人对压电超晶格的研究发现了这一物理过程的压电本质，解决了这一问题，并且发现了自然界晶体中所没有的纵声子极化激元[16-18]：不同于离子晶体中带电荷的正负离子，压电超晶格正负畴本身不带电荷，但材料中的应变会因压电效应造成材料表面电荷积聚，再加上压电系数在正负畴周期性反号，就会在超晶格中形成

宏观电极化, 进而激发电磁波。这样, 压电体中的超晶格振动能激发电磁波; 另一方面电磁波也能激发超晶格振动, 因此电磁波就有可能与超晶格振动耦合形成极化激元。

在此基础之上, 闵老师课题组师生对此体系又作了深入的研究, 又发现了声子极化激元的耦合模[19]: 在周期极化的铌酸锂超晶格中, 同一个超晶格振动与两个垂直偏振的电磁波耦合形成了新的声子极化激元, 并且预测在谐振频率附近会发生禁带透射, 这是自然界晶体中所不具有的效应; 并将压电超晶格结果推广到了压磁超晶格, 研究压磁超晶格中电磁波的传播发现, 与压电超晶格类似也会形成极化激元带隙[14]。

最近几年以来, 左手材料(双负材料, 指同时具有负的介电函数和磁导率的材料)乃至负折射材料引起了人们的极大兴趣。我们很自然地联想到压电超晶格中声子极化激元引起的禁带负介电函数, 和压磁超晶格中声子极化激元引起的禁带负磁导率, 那么在压电压磁超晶格中, 当二者禁带重叠的时候就可能得到双负。实验室的师兄对此作过初步探讨, 从理论上实现了双负和负折射[20]。

在关于压电压磁超晶格中双负及负折射的初步探讨的过程中, 没有考虑到同一个超晶格振动同时与电场和磁场耦合的情况, 如同文献[19]中的压电超晶格中声子极化激元耦合模一般, 同一个超晶格振动与两个垂直偏振的电场耦合。我们在研究压电压磁超晶格中超晶格振动与电磁场的耦合效应过程中, 发现了一系列的奇特效应和行为, 如磁电效应以及磁电耦合型声子极化激元。

3.2 以超晶格振动为媒介的磁电耦合的解析推导

3.2.1 基本方程及其简化处理

我们考虑一维压电压磁超晶格, 它由层状压电材料和压磁材料沿 Z 轴周期交替堆叠而成, 如图 3-1 所示。为简单起见, 设压电层和压磁层都是多晶且厚度相同均为 d , 并设电极化和磁极化的方向都沿 Z 轴, 这样我们可以认为压电层和压磁层在 XY 平面内各向同性, 都属于 ∞m 点群。 ∞m 点群极化压电陶瓷与 $6mm$ 点群的压电晶体(如 ZnO)一样, 具有较高的对称性, 其弹性系数和压电系数等具有很少的独立变量, 形式也比较简

洁, 如下[21]:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3-1)$$

$$c_{66} = (c_{11} - c_{12}) / 2.$$

同样对于极化的压磁陶瓷, 其弹性系数和压磁系数具有如上形式[22,23]。这样, 介质中在电磁场作用下的弹性行为就比较简单, 便于分析。

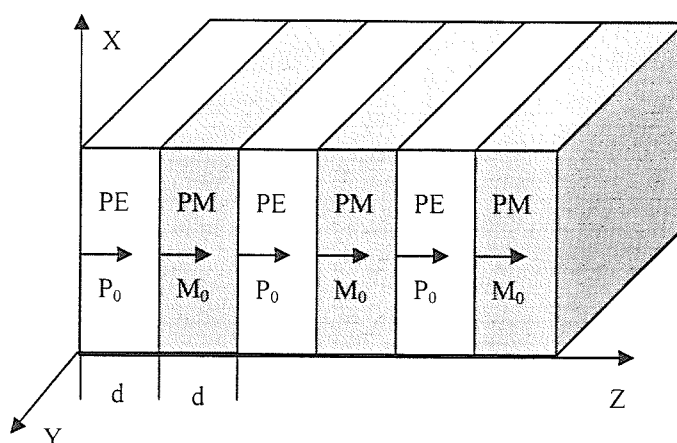


图 3-1 一维压电电压磁超晶格的结构示意图

在压电电压磁超晶格中, 压电和压磁方程决定了其所遵循的机、电、磁规律。根据不同的边界条件, 压电, 压磁方程存在四类形式, 这里我们采用如式(1-7)和(1-8)所示的第二类压电和压磁方程, 以电场强度、磁场强度和应变作为自变量, 来反映电磁波和声波的作用[22,23]。在压电电压磁超晶格中, 可以将两式结合起来表述为:

$$\begin{aligned} T_i &= C_{ij} S_j(z) - e_{ij} f(z) E_j - q_{ij} g(z) H_j, \\ D_i &= e_{ij} f(z) S_j(z) + \epsilon_0 \epsilon_{ij}^s(z) E_j, \\ B_i &= q_{ij} g(z) S_j(z) + \mu_0 \mu_{ij}^s(z) H_j, \end{aligned} \quad (i, j = 1, 2, 3; I, J = 1, 2, \dots, 6.) \quad (3-2)$$

其中 $T, S, C, E, H, D, B, \epsilon, \mu, e$ 和 q 分别是应力, 应变, 弹性劲度系数, 电场强度, 磁场强度, 电位移, 磁感应强度, 介电函数, 磁导率, 压电系数和压磁系数; $f(z)$ 和 $g(z)$ 分别是压电和压磁调制函数。值得注意的是, 这里的弹性劲度系数实际上是根据声速的加权平均值确定的, 其形式如

$$2d\sqrt{\frac{C_{IJ}}{\rho}} = d\sqrt{\frac{C_{IJ}^{pe}}{\rho^{pe}}} + d\sqrt{\frac{C_{IJ}^{pm}}{\rho^{pm}}}, \quad (3-3)$$

$$2d\rho = d\rho^{pe} + d\rho^{pm},$$

其中，上标“pe”和“pm”分别表示它们是压电材料和压磁材料的物理性能。

式(3-2)体现了压电层和压磁层料中的压电和压磁效应，但没有任何磁场和电场耦合行为的迹象。值得注意的是，我们的推导并没有出现如同文献[24, 25]一般预先假设的磁电耦合项，磁场和电场的耦合行为完全是压电效应和压磁效应耦合的自然结果，从下面的推导中可以看到，这种相互作用的纽带就是压电层和压磁层同时受到的弹性应变。

在物体不受彻体力的作用应力均匀，且体力矩可以忽略的条件下，根据声场的运动方程式(1-9)和应变—位移关系 $S = \nabla_s u$ 我们可以得到波动方程：

$$\rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \nabla_s \nabla \cdot T \quad (3-4)$$

式中 T 是应力， S 是应变。波动方程(3-4)的直观形式如方程(1-11)所示。

对一维压电压磁超晶格，方程(3-2)和(3-4)可以简化，特别是在谐振时，超晶格的横向尺寸远远大于其中产生的超声波波长，因此该体系可以简化为一维模型进行处理。我们先来考察沿 Z 向传播的横波 S_5 。适用这一情况的压电压磁本构方程(3-2)的简化为：

$$\begin{aligned} T_5 &= C_{44}S_5(z) - e_{15}f(z)E_1 - q_{15}g(z)H_1, \\ D_1 &= e_{15}f(z)S_5(z) + \varepsilon_0\varepsilon_{11}^s(z)E_1, \\ B_1 &= q_{15}g(z)S_5(z) + \mu_0\mu_{11}^s(z)H_1, \end{aligned} \quad (3-5)$$

其中

$$\begin{aligned} f(z) &= \begin{cases} 1, & \text{压电层}(n\Lambda \leq z \leq n\Lambda + a), \\ 0, & \text{压磁层}(n\Lambda + a \leq z \leq n\Lambda + \Lambda), \end{cases} \\ g(z) &= \begin{cases} 0, & \text{压电层}(n\Lambda \leq z \leq n\Lambda + a), \\ 1, & \text{压磁层}(n\Lambda + a \leq z \leq n\Lambda + \Lambda). \end{cases} \end{aligned} \quad (3-6)$$

在这里， $\Lambda = a + b$ 表示周期长度， a 、 b 分别是一个周期中压电层和压磁层的厚度。利用方程(3-5)和(3-4)，我们可以得到该压电压磁超晶格中沿 Z 方向传播的横超晶格振动 S_5 的运动方程：

$$\rho \frac{\partial^2 S_5}{\partial t^2} - C_{44}^E \frac{\partial^2 S_5}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} [-e_{15} f(z) E_1 - q_{15} g(z) H_1]. \quad (3-7)$$

式中 ρ 和 C_{44} 是超晶格的有效密度和有效弹性劲度系数。

从方程 (3-7) 我们可以看出压电压磁超晶格与压电超晶格一样, 类似一个受迫振子, 只不过驱动力由描述压电超晶格中超晶格振动激发的方程 (2-4) 右边的电场, 变成了方程 (3-7) 中由电场和磁场共同作用而已, 通过压电效应和压磁效应共同作用使得压电层和压磁层边界处产生了不连续的应力, 从而形成驱动力。X 偏振方向的电场和磁场分量将激发出沿 Z 轴传播 X 方向偏振的横超声波, 二者频率相同。

3.2.2 本构方程的解析推导

因为电磁波的波长远远大于超晶格的周期, 在进行理论处理时可以将电磁波作为连续波处理, 令单色入射平面电磁波的在 X 方向的电场和磁场分量 E_1 、 H_1 分别为:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{12} e^{i(k_2 y - \omega t)} + E_{13} e^{i(k_3 z - \omega t)}, \\ H_1 &= H_{12} e^{i(k_2 y - \omega t)} + H_{13} e^{i(k_3 z - \omega t)}, \end{aligned} \quad (3-8)$$

其中 k_2 和 k_3 分别是 Y 方向和 Z 方向的波矢; E_{12} 和 E_{13} 分别其电场在 X 方向的振幅; H_{12} 和 H_{13} 分别其磁场在 X 方向的振幅。在长波极限条件下, 声波的振幅在周期内缓慢连续变化, 可以过渡到连续介质模型, 将声波作弹性波处理。又因其波长与超晶格的周期大小相匹配, 需要考虑空间色散效应, 将其用超晶格的倒格矢进行展开, 令声场应变为:

$$S_5(z, t) = S_5(z) e^{i(qz - \omega t)}. \quad (3-9)$$

对应变, 压电系数和压磁系数的调制函数进行傅立叶展开:

$$\begin{aligned} S_5(z) &= \sum_{G_n} s_{G_n} e^{i(q+G_n)z}, \\ f(z) &= \sum_n f_{G_n} e^{iG_n z} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n \neq 0} \frac{i(1 - \cos n\pi)}{n\pi} e^{iG_n z}, \text{压电层 } (2nd \leq z \leq 2nd + d), \\ g(z) &= \sum_n g_{G_n} e^{iG_n z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{n \neq 0} \frac{i(1 - \cos n\pi)}{n\pi} e^{iG_n z}, \text{压磁层 } (2nd + d \leq z < 2nd + 2d) \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中 $G_n = 2n\pi / \Lambda = n\pi / d$ ($n \in N$), Λ 为超晶格周期长度; s_{G_n} , f_{G_n} 和 g_{G_n} 分别为 $S_5(z)$,

$f(z)$ 和 $g(z)$ 的 n 阶傅立叶系数。

将方程组 (3-8), (3-9) 和 (3-10) 代入方程 (3-7) 得:

$$\begin{aligned}
& \sum_{G_m} [\rho\omega^2 - C(q + G_m)^2] s_{G_m} e^{i(q+G_m)z} = \sum_{G_p} \frac{-\partial^2 [e_{15}f(z)E_1 + q_{15}g(z)H_1]}{\partial z^2} \\
& = \sum_{G_p} \frac{\partial^2 [e_{15}f(z)E_{12}e^{i(k_2y-\omega t)} + e_{15}f(z)E_{13}e^{i(k_3z-\omega t)} + q_{15}g(z)H_{12}e^{i(k_2y-\omega t)} + q_{15}g(z)H_{13}e^{i(k_3z-\omega t)}]}{\partial z^2}.
\end{aligned} \quad (3-11)$$

由于长波近似, 忽略一阶和二阶小量, 则方程(3-11)可简化为:

$$\begin{aligned}
\sum_{G_m} [\rho\omega^2 - C(q + G_m)^2] s_{G_m} e^{i(q+G_m)z} & \approx -\sum_{G_p} [e_{15}E_1 \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2} + q_{15}H_1 \frac{\partial^2 g(z)}{\partial z^2}] \\
& = -\sum_{G_p} [(e_{15}f_p E_1 + q_{15}g_p H_1) \frac{\partial^2 e^{iG_p z}}{\partial z^2}].
\end{aligned} \quad (3-12)$$

根据方程(3-12), 我们可以得到:

$$S_{G_m} = \frac{-G_n^2}{\rho\omega^2 - C_{44}G_n^2} e^{iG_n z} [e_{15}f_n E_1 + q_{15}g_n H_1]. \quad (3-13)$$

因此应变 S_5 可以表示为:

$$S_5(z) = \sum_n \frac{-G_n^2}{\rho\omega^2 - C_{44}G_n^2} e^{iG_n z} [e_{15}f_n E_1 + q_{15}g_n H_1]. \quad (3-14)$$

将方程(3-14)代入方程(3-5)可以得到:

$$\begin{aligned}
D_1(z) &= \varepsilon_0(\varepsilon_{11}^s(z) - ae_{15}^2 f(z)f_n / \varepsilon_0)E_1(z) - ae_{15}q_{15}f(z)g_n H_1(z) \\
&= \varepsilon_0 \varepsilon_{11}(z)E_1(z) + \alpha_{11}(z)H_1(z), \\
B_1(z) &= \mu_0(\mu_{11}^s(z) - aq_{15}^2 g(z)g_n / \mu_0)H_1(z) - ae_{15}q_{15}g(z)f_n E_1(z) \\
&= \mu_0 \mu_{11}(z)H_1(z) + \beta_{11}(z)E_1(z),
\end{aligned} \quad (3-15)$$

其中 $a = \sum_n \frac{G_n^2}{\rho\omega^2 - C_{44}G_n^2} e^{iG_n z}$ 。这里出现的 $\alpha_{11}(z)$ 和 $\beta_{11}(z)$ 表明磁场和电场发生了耦合, 电

位移不仅与磁场相关, 还与电场相关; 类似地, 磁感应强度也与电场相关。

如果入射电磁波的频率与超晶格横振动 S_5 的谐振基频接近, 那么我们就可以忽略高阶倒格矢, 从而得到 $a = e^{iG_1 z} G_1^2 / (\rho\omega^2 - C_{44}G_1^2)$ 。然后我们来考虑压电层与压磁层之间的边界处的边界条件, 从§ 1.4.1 我们可以知道电场和磁场沿界面切向方向的分量连续, 而法

向分量是不连续的，而电位移矢量和磁场强度矢量的法向分量连续，切向分量不连续；而且在长波近似下，每一层内的电磁场切向分量的变化也可以忽略。因此，我们可以得到：

$$\begin{aligned} E_1^{pe} &= E_1^{pm} = \overline{E}_1, \\ H_1^{pe} &= H_1^{pm} = \overline{H}_1, \end{aligned} \quad (3-16)$$

其中 $\overline{E}_1$ 和 $\overline{H}_1$ 分别代表一个周期内沿 X 方向平均的电场和磁场，上标 pe 和 pm 分别表示在压电层和压磁层内的物理量。这样我们就可以得到周期平均的电位移和磁场强度矢量的 X 方向的分量[26]：

$$\begin{aligned} \overline{D}_1 &= \frac{1}{2d} \left\{ \int_0^d [\varepsilon_0 \varepsilon_{//}(z) E_1^{pe}(z) + \alpha_{11}(z) H_1^{pe}(z)] dz + \int_d^{2d} \varepsilon_0 \varepsilon_{//}(z) E_1^{pm}(z) dz \right\} \\ &= \varepsilon_0 \varepsilon_{//} \overline{E}_1 + A e_{15} q_{15} \overline{H}_1, \\ \overline{B}_1 &= \frac{1}{2d} \left\{ \int_0^d \mu_0 \mu_{//}(z) H_1^{pe}(z) dz + \int_d^{2d} [\mu_0 \mu_{//}(z) H_1^{pm}(z) + \beta_{11}(z) E_1^{pm}(z)] dz \right\} \\ &= \mu_0 \mu_{//} \overline{H}_1 + A e_{15} q_{15} \overline{E}_1, \end{aligned} \quad (3-17)$$

其中：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{//} &= (\varepsilon_{11}^{s,pe} + \varepsilon_{11}^{s,pm}) / 2 - A e_{15}^2 / \varepsilon_0, \\ \mu_{//} &= (\mu_{11}^{s,pe} + \mu_{11}^{s,pm}) / 2 - A q_{15}^2 / \mu_0, \\ A &= 2 / [d^2 \rho (\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\gamma_s)]. \end{aligned} \quad (3-18)$$

在这里， $\omega_s = G_1 v_s$ 和 $v_s = \sqrt{c_{44} / \rho}$ 分别是超晶格横振动 S_5 的谐振基频和有效声速； $\gamma_s = (\eta_{44} / c_{44}) \omega_s^2$ 是该振动对应的衰减系数。

根据 ∞m 点群在 XY 平面内各向同性，我们可以得到 $\overline{D}_2$ 和 $\overline{B}_2$ 的表达式。当然也可以用同样地方法对 Z 向传播 Y 向偏振的超晶格横振动 S_4 进行分析，经同样的推导过程得到 $\overline{D}_2$ 和 $\overline{B}_2$ 的表达式[26]，最终的结果与根据平面内各向同性得到的结果是一致的。

我们可以用同样的方法来分析 Z 向传播的超晶格纵振动 S_3 ，推导中不同之处在于纵振动 S_3 的驱动力是由于周期排列方向（分界面的法向）的电场和磁场引起的，由边界条件可知法向的电位移和磁场强度是连续的，而法向的电场和磁场分量不连续：

$$\begin{aligned}
 D_3^{pe} &= D_3^{pm} = \overline{D}_3, \\
 B_3^{pe} &= B_3^{pm} = \overline{B}_3, \\
 \overline{E}_3 &= \frac{1}{2d} \left[\int_0^d E_3^{pe}(z) dz + \int_d^{2d} E_3^{pm}(z) dz \right], \\
 \overline{H}_3 &= \frac{1}{2d} \left\{ \int_0^d H_3^{pe}(z) dz + \int_d^{2d} H_3^{pm}(z) dz \right\}.
 \end{aligned} \tag{3-19}$$

解方程组(3-19), 我们可以得到

$$\begin{aligned}
 \overline{D}_3 &= \varepsilon_0 \varepsilon_{\perp} \overline{E}_3 + \alpha_{33} \overline{H}_3, \\
 \overline{B}_3 &= \mu_0 \mu_{\perp} \overline{H}_3 + \beta_{33} \overline{E}_3.
 \end{aligned} \tag{3-20}$$

中:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\perp} &= 2\varepsilon_{33}^{s,pm} (\varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pe} - 2Be_{33}^2) (\mu_0 \mu_{33}^{s,pe} + \mu_0 \mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) / C, \\
 \alpha_{33} &= 2\varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pm} (\mu_0 \mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) Be_{33} q_{33} / C, \\
 \mu_{\perp} &= 2\mu_{33}^{s,pe} (\mu_0 \mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) (\varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pe} + \varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pm} - 2Be_{33}^2) / C, \\
 \beta_{33} &= 2\mu_0 \mu_{33}^{s,pe} (\varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pe} - 2Be_{33}^2) Be_{33} q_{33} / C,
 \end{aligned} \tag{3-21}$$

$$\begin{aligned}
 B &= 2/[d^2 \rho (\omega^2 - \omega_L^2 + i\gamma_L \omega_L)], \\
 C &= (\varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pe} + \varepsilon_0 \varepsilon_{33}^{s,pm} - 2Be_{33}^2) (\mu_0 \mu_{33}^{s,pe} + \mu_0 \mu_{33}^{s,pm} - 2Bq_{33}^2) - 4B^2 e_{33}^2 q_{33}^2.
 \end{aligned}$$

在这里, $\omega_L = G_1 v_L$ 和 $v_L = \sqrt{C_{33}/\rho}$ 分别是超晶格纵振动 S_3 的谐振基频和有效声速;

$\gamma_L = (\eta_{33}/c_{33})\omega_L^2$ 是该振动对应的衰减系数。

于是可以将压电压磁超晶格看作一个有效介质, 省略有效参量的顶标, 可以得到其本构方程为:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon_{//} & 0 & 0 & Ae_{15} q_{15} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 \varepsilon_{//} & 0 & 0 & Ae_{15} q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 & \alpha_{33} \\ Ae_{15} q_{15} & 0 & 0 & \mu_0 \mu_{//} & 0 & 0 \\ 0 & Ae_{15} q_{15} & 0 & 0 & \mu_0 \mu_{//} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} & 0 & 0 & \mu_0 \mu_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}. \tag{3-22}$$

从方程(3-22)我们可以得出结论: 一维的压电压磁超晶格是一种新型的结构双各向异性介质[27], 以同一超晶格振动为纽带联系了电场和磁场分量, 这使之具有了磁电特性,