

1 绪论

1.1 激光波前检测与补偿技术研究的意义

1964年,美国的 John Dawson 和中国的王淦昌先生分别独立提出了用激光作为驱动源的惯性约束聚变(Inertial Confinement Fusion, 简称 ICF)思想,以实现可控热核聚变。之后,美国、中国、俄罗斯、法国、英国、日本和德国等国家相继建造了 ICF 激光驱动器装置来进行惯性约束聚变研究。

在 ICF 激光驱动器装置中,种子激光脉冲先通过多级放大器放大,然后做倍频转换,最后被聚焦到靶上进行核聚变研究。惯性约束聚变及相关的单项物理实验,不仅需要 ICF 激光驱动装置有很高的输出能量,而且也需要 ICF 激光驱动装置有良好的光束质量^[1]。然而由于 ICF 激光驱动装置系统十分庞大,存在许多导致光束质量下降的因素,这里所述的光束质量包括光场的振幅和波前两个方面。其中影响光束波前的因素有以下几种:

- 1) 热诱导引入的波前畸变^[2]
- 2) 热积累引入的波前畸变^[3]
- 3) 系统装配、重力作用和透镜的装调引入的波前畸变^[4]
- 4) 空气扰动引入的波前畸变^[4]
- 5) 光学元件加工引入的波前畸变^[5]
- 6) B-积分引入的波前畸变^[6]

其中,因素 5)和 6)引入的波前畸变属于小尺度波前畸变。波前信息是激光光束质量最重要的参数之一,它不仅决定了光束的聚焦特性:焦斑的尺寸大小和焦斑的能量分布,而且也影响了波长为 1053nm 的基频光转换到波长为 351nm 的三倍频光的效率。因此开展激光波前畸变检测和补偿技术的研究就显得十分重要。目前,对于低频的波前畸变可以采用变形镜进行校正,高频成分的波前畸变可以利用空间滤波器将其滤掉,中频段的小尺度波前畸变尚没有合适的技术来补偿。

1.2 波前检测技术进展

目前自适应光学中的波前检测技术,从所采用的数学模型来看主要可以分为两大类^[7]:一类是通过测量波前曲率来获得波前相位信息,如波前曲率法;另一类是通过测量波前斜率来获得波前相位信息,典型的技术有剪切干涉法、哈特曼(Hartmann)法,以及由这两种方法衍生出来的其他类似方法。而波前曲率法、剪切干涉法和夏克-哈特曼法在自适应光学系统中占主导地位,下面对这三种波前检测技术逐一加以介绍。

1.2.1 曲率传感技术

曲率传感技术^[7]是通过测量离焦面上的光强分布来计算出波前曲率和相位信息,该技术的特征是以波前曲率测量来代替传统的波前斜率测量。曲率传感器的优点在于:1) 波前曲率分布与相位分布的联系可以用泊松方程来表示,而自适应光学中做波前补偿用的薄膜式和双压电片式变形镜的控制信号与镜面变形量的关系也可以用泊松方程表示。因此曲率传感器的波前曲率分布信号不需计算机处理就可以直接用于控制薄膜式变形反射镜补偿入射的畸变波前,节省了自适应光学系统闭环控制所需的时间;2) 曲率传感器不需要参考平面波作测量基准,降低了系统的成本。

而其主要缺点是只适用于波前畸变中低阶模式的探测与校正。

1.2.2 剪切干涉技术

剪切干涉技术是采用被检波面与其本身错位后形成的波面相互叠加发生干涉来进行波面检测的一种干涉计量技术,其典型特征是共光路。剪切干涉包括横向、径向、旋转和反转剪切四种方式,其中横向和径向剪切干涉仪应用最为广泛。这两种剪切干涉仪主要的优点有:1) 剪切干涉的光路中不需要设置专门的参考光路。因此相比于斐索、泰曼-格林等干涉仪,它能检测更大口径的波前畸变;2) 由于采用物光和参考光共光路,因此这种干涉仪对震动不是很敏感,测量精度高,非常适合于工厂、车间等现场使用,而且可采用白光做光源。因此横向和径向剪切干涉在光学元件和光学系统质量检测以及激光波前检测方面有独到的优势。

而剪切干涉法的缺点是参考波前通常不是一个标准平面波,同时光能利用率较低,而且波前重构结果存在 2π 相位跳变。

1.2.3 哈特曼波前传感技术

1900年,德国人哈特曼最早提出了哈特曼(Hartmann)法^[7]。如图1-1所示,在被检测物镜(或反射镜)前放一块哈特曼光阑,该光阑上开有按一定规律排列的小孔阵列。光束通过哈特曼光阑后被分割成许多细光束,只要在被测物镜焦面前后两垂轴截面上测出各细光束中心的坐标,就可以根据简单的几何关系计算出被测物镜的像差或被测反射镜的面形误差。

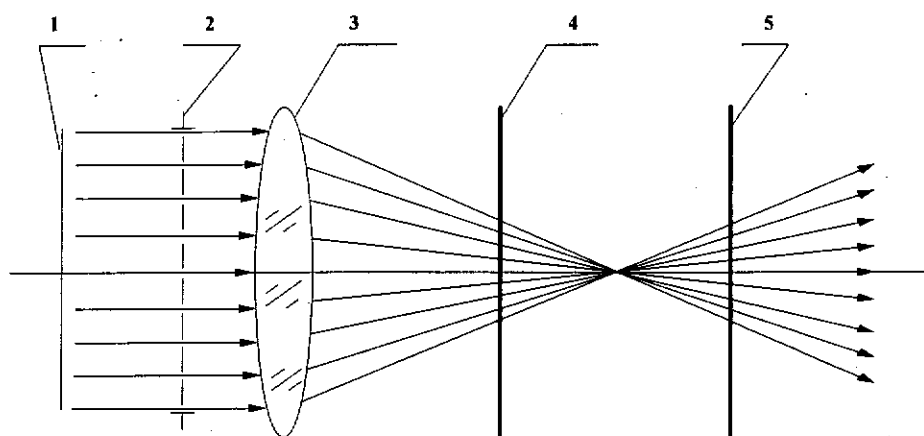


图 1-1 经典哈特曼波法原理图

图中: 1-平面波, 2-哈特曼光阑, 3-待测透镜, 4-检查面一, 5-检测面二

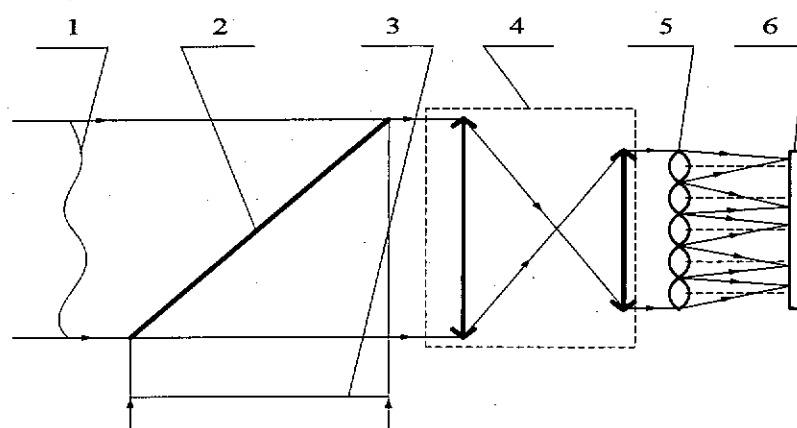


图 1-2 夏克-哈特曼波前传感器原理图

1-畸变波前, 2-分光镜, 3-参考波前, 4-缩束器, 5-透镜阵列, 6-位敏传感器

夏克(R. K. Shack)于 1971 年对经典哈特曼法加以改进,把哈特曼光阑换成了透镜阵列,这样不仅使光斑中心坐标的测量精度获得极大地提高,并且充分地利用了光能,这种改进后的哈特曼传感法被称为夏克-哈特曼(Shack-Hartmann)法。如图 1-2所示,首先在透镜阵列的焦面上测出畸变波前所成像斑的质心坐标与参考波前质心坐标之差,然后由几何关系便可以求得畸变波前被阵列透镜分割的子孔径范围内波前的平均斜率,从而可求出全孔径波前的光程差或相位分布。

夏克-哈特曼波前传感技术由于其具有光能利用率较高,测量波前动态范围大,不存在 2π 相位跳变,结构简单可靠等优点,在目前的激光波前畸变检测和补偿的闭环系统中应用很广。

1.3 光学相移技术

在自适应光学系统中,光学相移技术主要以构成各种类型的波前校正器。波前相位校正可由改变折射率或改变光路长度来实现。目前自适应光学系统中所采用的波前校正器件主要有以下几种:

1) 变形镜

它是利用反面变形或位移改变光路长度,达到波前相位校正的功能。变形镜是一种技术成熟,应用较广的波前校正器,其优点是可以做成大口径,矫正动态范围大(可达几个波长量级),矫正性能与波长无关,而且在很宽的频段均具有高反射率。缺点是难度大,成本高,而且自由度较少,只适于矫正低频段的波前畸变。

2) 反射式液晶光调制器

该波前校正器根据其寻址方式可以分成两类:反射式光寻址液晶空间光调制器和反射式电寻址液晶空间光调制器。反射式光寻址液晶空间光调制器的缺点是空间分辨率不高,图像刷新时延长。

3) 透射式电寻址液晶空间光调制器

4) 微机电系统(MEMS)变形镜

这是近年发展的一项新技术,主要优点是成本低。

2)-4)这三类波前校正器件共有的特征是响应快,易控制和成本低,在小畸变、小口径及低功率的激光波前校正方面有很好的应用前景。由于 ICF 激光驱动装置输出激光具有波前畸变量大,光束口径大,能量高等特点,因此需要采用变形镜技术实现激光波前的补偿。

1.4 本论文的主要内容

本文以夏克-哈特曼波前检测技术为研究核心,对该技术进行了详细的调研,并开发了一台夏克-哈特曼波前传感器(包括硬件构架和软件开发),同时简单调研了变形镜技术,本论文的主要内容按照章节可以分为:

第一章给出了本论文的研究背景,即惯性约束聚变实验要求激光驱动器的输出激光要有良好的光束质量,给出了激光波前检测与补偿主要的技术方法,以及本论文主要研究内容。

第二章全面阐述了夏克-哈特曼波前传感技术,包括:技术原理、质心算法、波前重构算法,检测误差和测量动态范围等。并且对其中的技术细节做了分析,如模式法和区域法两种波前重构算法的比较,矩阵方程求解方法的择优选取,装配误差的消除方法等。

第三章分析和对比了现有的质心计算算法:传统质心算法、优化窗口法、阈值法和权重一阶距法。提出了一种优化质心计算窗口的算法,并采用该算法分别和阈值法和权重一阶距法相结合,实现质心探测精度的进一步提高。

第四章分析了限制夏克-哈特曼波前传感器测量动态范围的因素,介绍了目前提高测量动态范围的方法。提出了一种提高夏克-哈特曼测量动态范围的方法。

第五章介绍了一款独立开发的夏克-哈特曼波前传感器,包括其硬件构成、软件设计、参数校正和实验结果。

第六章分析了目前适合于ICF驱动器的波前补偿技术,并且采用Ansys软件对变形镜做了一个补偿能力的模拟,得出了有一定参考价值的数据。

第七章对本论文的主要工作进行了简要的总结。

2 夏克-哈特曼波前传感技术

2.1 引言

由于夏克-哈特曼波前传感器具有光能利用率高,测量动态范围大,不存在 2π 相位跳变,而且结构简单等优点,在目前的自适应光学系统中得到很广泛的应用。因此本文选用夏克-哈特曼波前传感技术来检测激光的波前信息,为了便于后续夏克-哈特曼波前传感器开发工作的开展,本章将对夏克-哈特曼传感技术做一个全面的调研,内容包括:技术原理、质心算法、波前重构算法、测量误差和测量动态范围等方面。并且总结出需要重点研究的三个方向:CCD 光敏面离焦误差的消除,光斑质心探测精度的提高和传感器测量动态范围的提高。

2.2 夏克-哈特曼波前传感技术原理

现代的夏克-哈特曼波前传感器^{[8][9]},主要由两个核心元件波面分割器和位敏传感器所组成。波面分割器通常采用微透镜阵列,而位敏传感器则大多选用 CCD (Charge Coupled Device) 相机。在夏克-哈特曼波前传感器的装配结构中,CCD 相机的光敏面的位置和微透镜阵列的焦面相重合。

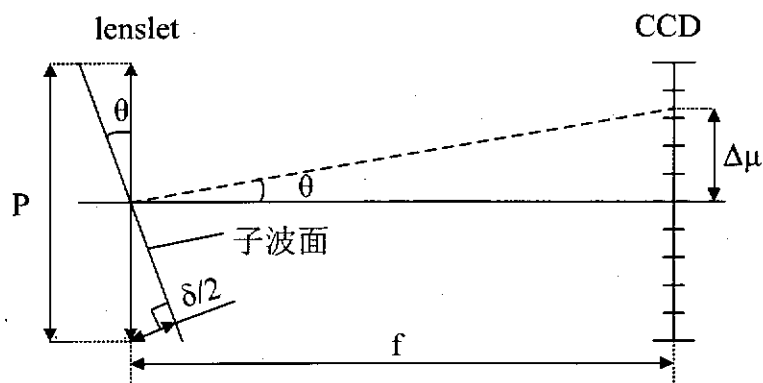


图 2-1 夏克-哈特曼波前传感器子透镜分割波面示意图

如上一章的图 1-2 中所示, 入射波前被透镜阵列采样, 每个子透镜对应于一个子孔径并且分割了一部分波面。夏克-哈特曼法的一个技术前提是: 子透镜所分割的波面是近似平面^{[10][11]}的, 如图 2-1 所示。在子透镜的焦面上, 子波面的焦斑的偏移量和它的波前斜率是成正比的。设定子透镜的宽度为 P , 焦距为 f , 那么焦斑在 μ 方向 (在 xOy 平面可以选 x 或 y 方向, 光轴方向为 z 方向) 的偏移量为 $\Delta\mu$ 为:

$$\Delta\mu = \frac{\delta}{P} f \quad (2-1)$$

通过 CCD 检测出第 i 个子透镜所分割的波面对应焦斑在 x 、 y 方向的位移分别为 Δx_i 、 Δy_i , 就可以得到该子波面在 x 、 y 方向的波前斜率为:

$$\begin{cases} G_i^x = \Delta x_i / f \\ G_i^y = \Delta y_i / f \end{cases} \quad (2-2)$$

因此只要测出激光光束孔径范围内每个微透镜子孔径上 x 、 y 方向的波前斜率, 就可以通过波前重构算法计算出该入射波面全孔径的相位分布。而在检测焦斑的位移量时遇到一个问题, 因为焦斑是一艾里斑, 所以它具有一定的大小, 该如何来确定焦斑的坐标呢? 这就需要介绍光斑质心坐标的定义:

$$\begin{cases} x_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) x dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy} \\ y_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) y dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy} \end{cases} \quad (2-3)$$

其中 $I(x, y)$ 是点 (x, y) 处的光强, x_c, y_c 分别是焦斑在 x 、 y 方向的质心坐标值。早期的夏克-哈特曼波前传感器利用四象限光电探测器来测量光斑的质心坐标或偏心量, 称为四象限法, 还有经过改进后的章动四象限法。目前通常采用 CCD 来采集焦斑的光强分布信息, 然后由计算机来计算每个光斑的质心坐标。而 CCD 每个像素点所采集到的光强分布是离散的, 因此根据光斑质心的定义可以得出离散采样情况下光斑质心坐标的计算公式为:

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i I_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}} \\ y_c = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_i I_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}} \end{cases} \quad (2-4)$$

其中 (x_i, y_j) 为第 i 行、 j 列 CCD 像素点的坐标, I_{ij} 表示该像素点的光强, $m \times n$ 是子孔径范围内的像素点数。

有了质心坐标的定义后, 可以使用平面波作为参考光波, 测出平面波情况下每个子孔径内焦斑的质心坐标, 然后测出相应孔径内畸变波前焦斑的质心坐标, 最后就可以得到式(2-2)中的 Δx_i 、 Δy_i 为:

$$\begin{cases} \Delta x = x_c - x_{ref} \\ \Delta y = y_c - y_{ref} \end{cases} \quad (2-5)$$

式中 (x_{ref}, y_{ref}) 是参考波前的质心坐标, (x_c, y_c) 为畸变波前相应孔径内的质心坐标。

2.3 夏克-哈特曼波前传感技术波前重构算法分析

现在重新考查式(2-2), 使用傅立叶变换频域微分性质和非周期信号的帕斯瓦尔定理, 可以将该式化为^[10]:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\lambda f}{2\pi S} \iint_S \frac{\partial \Phi}{\partial u} du dv \\ y_c &= \frac{\lambda f}{2\pi S} \iint_S \frac{\partial \Phi}{\partial v} du dv \end{aligned} \quad (2-6)$$

式中 λ 是入射波面的波长, f 是子透镜的焦距, S 是子透镜孔径的面积, Φ 是畸变波前的相位, 而 $u=x/\lambda f$ 、 $v=y/\lambda f$ 。从式(2-6)中可以看出由夏克-哈特曼波前传感器测出的波前斜率实际上是每个子孔径上波前的平均斜率。下面以方形孔径的子透镜为例做进一步的分析, 设定子孔径 S 的范围为 $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$, 则可以得到^[12]:

$$\begin{aligned}\overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)} &= \frac{1}{(d-c)(b-a)} \int_c^d \int_a^b \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx dy \\ \overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)} &= \frac{1}{(d-c)(b-a)} \int_c^d \int_a^b \frac{\partial \Phi}{\partial y} dx dy\end{aligned}\quad (2-7)$$

用 μ 代表 x 或 y , 定义不定积分式:

$$\begin{cases} \psi_x = \int \Phi(x, y) dx \\ \psi_y = \int \Phi(x, y) dy \end{cases} \quad (2-8)$$

则式(2-7)代表的平均斜率可以表示为:

$$\overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)} = \frac{1}{S} [\psi_y(a, c) - \psi_y(a, d) - \psi_y(b, c) + \psi_y(b, d)] \quad (2-9)$$

式中 $S = (d-c)(b-a)$, y 方向的平均斜率公式与上式相类似。

目前波前重构的算法主要有两类^[19], 即区域法和模式法。本节将对这两类波前重构方法进行详细的分析和比较。

2.3.1 模式法重构波前

模式法是将全孔径内的波前相位展开成不同的正交模式^[13], 然后用测量数据去求解各模式的系数, 这样便可以得到全孔径波面的相位。模式法的优点是可以把波前中包含的各种模式的畸变分离出来, 便于分析畸变波前的构成和光学系统中造成各种畸变的原因, 同时在波前控制方面具有优越性, 而且计算量少, 方便相位插值, 对测量噪声敏感度低^[10]。模式法常用的多项式有 Zernike 多项式^{[14][15][16]}, Legendre 多项式^[17]等。由于 Zernike 多项式在圆域上的正交性, 并且其各阶模式同光学设计中的 Sedel 像差(如离焦、像散、彗差等)相对应, 因此是圆瞳孔径上常用的正交基。

在极坐标下, Zernike 多项式 $V_n^l(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$ ^[15]的形式如下式:

$$V_n^l(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = R_n^l(\rho) e^{il\theta} \quad (2-10)$$

其中 $R_n^l(\rho)$ 的形式如下式:

$$R_n^{\pm m}(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{1}{2}(n-m)} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+m}{2} - s\right)! \left(\frac{n-m}{2} - s\right)!} \rho^{n-2s} \quad (2-11)$$

而实数形式的多项式可以写成如下形式:

$$\begin{cases} U_n^m = \frac{1}{2}(V_n^m + V_n^{-m}) = R_n^m(\rho) \cos m\theta \\ U_n^{-m} = \frac{1}{2i}(V_n^m - V_n^{-m}) = R_n^m(\rho) \sin m\theta \end{cases} \quad (2-12)$$

有了实际 Zernike 多项式的定义后, 就可以把孔径范围内的波前相位展开成 Zernike 多项式:

$$\Phi = \sum_{k=0}^K a_k z_k(\rho, \theta) \quad (2-13)$$

而实际波前重构中选用的是有限项的 Zernike 多项式, 如上式中选用了 K 个 Zernike 项来拟合相位。合理地选择 Zernike 多项式才能更精确的重构出畸变波前, 本论文中所使用的 Zernike 多项式前 35 项的编号 k 如表 2-1 所示。而前 35 项 Zernike 多项式的极坐标形式如表 2-2 所示。

由于夏克-哈特曼波前传感器检测到是波前平均斜率信息, 因此式(2-7)可以用 Zernike 多项式来表示:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_i = \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{S_i} \iint_{S_i} \frac{\partial z_k(x, y)}{\partial x} dx dy \\ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_i = \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{S_i} \iint_{S_i} \frac{\partial z_k(x, y)}{\partial y} dx dy \end{cases} \quad (2-14)$$

式中 i 表示子孔径编号为 i , S_i 表示该子孔径的面积, K 表示选用的 Zernike 公式的项数。设光束全孔径范围内一共有 N 个子孔径, 重构阶数为, K 第 i 个孔径内检测得到的波前斜率为 G_x^i, G_y^i , 第 k 项 Zernike 项在子孔径 i 内的平均偏导数为 Z_{xk}^i, Z_{yk}^i , 则可以得到如下方程组:

$$\begin{bmatrix} G_x^1 \\ G_y^1 \\ G_x^2 \\ G_y^2 \\ \vdots \\ G_x^N \\ G_y^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{x1}^1 & Z_{x2}^1 & Z_{x3}^1 & \cdots & Z_{xK}^1 \\ Z_{y1}^1 & Z_{y2}^1 & Z_{y3}^1 & \cdots & Z_{yK}^1 \\ Z_{x1}^2 & Z_{x2}^2 & Z_{x3}^2 & \cdots & Z_{xK}^2 \\ Z_{y1}^2 & Z_{y2}^2 & Z_{y3}^2 & \cdots & Z_{yK}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{x1}^N & Z_{x2}^N & Z_{x3}^N & \cdots & Z_{xK}^N \\ Z_{y1}^N & Z_{y2}^N & Z_{y3}^N & \cdots & Z_{yK}^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_K \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

上式可以简写为:

$$\mathbf{G} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{A} \quad (2-16)$$

表 2-1 Zernike 多项式编号, m, n 代表式(2-12)中的字母

m\ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		3		8		15		24		35
1	1, 2		6, 7		13, 14		22, 23		33, 34	
2		4, 5		11, 12		20, 21		31, 32		
3			9, 10		18, 19		29, 30			
4				16, 17		27, 28				
5					25, 26					

通过求解上述矩阵方程, 得到向量 $\mathbf{A}$ 个元素的值, 便可以由式(2-13)计算出入射波面全孔径范围内任意点的相位信息。

表 2-2 极坐标形式下的 Zernike 多项式前 35 项

$z_0 = 1;$	Piston or Bias
$z_1 = \rho \cos[\theta];$	Tilt x
$z_2 = \rho \sin[\theta];$	Tilt y
$z_3 = -1 + 2\rho^2;$	Power
$z_4 = \rho^2 \cos[2\theta];$	Astigm x
$z_5 = \rho^2 \sin[2\theta];$	Astigm y
$z_6 = \rho(-2 + 3\rho^2) \cos[\theta];$	Coma x
$z_7 = \rho(-2 + 3\rho^2) \sin[\theta];$	Coma y
$z_8 = 1 - 6\rho^2 + 6\rho^4;$	Primary Spherical
$z_9 = \rho^3 \cos[3\theta];$	Trefoil x
$z_{10} = \rho^3 \sin[3\theta];$	Trefoil y
$z_{11} = \rho^2(-3 + 4\rho^2) \cos[2\theta];$	Secondary Astigmatism x
$z_{12} = \rho^2(-3 + 4\rho^2) \sin[2\theta];$	Secondary Astigmatism y
$z_{13} = \rho(3 - 12\rho^2 + 10\rho^4) \cos[\theta];$	Secondary Coma x
$z_{14} = \rho(3 - 12\rho^2 + 10\rho^4) \sin[\theta];$	Secondary Coma y
$z_{15} = -1 + 12\rho^2 - 30\rho^4 + 20\rho^6;$	Secondary Spherical
$z_{16} = \rho^4 \cos[4\theta];$	Tetrafoil x
$z_{17} = \rho^4 \sin[4\theta];$	Tetrafoil y
$z_{18} = \rho^3(-4 + 5\rho^2) \cos[3\theta];$	Secondary Trefoil x
$z_{19} = \rho^3(-4 + 5\rho^2) \sin[3\theta];$	Secondary Trefoil y
$z_{20} = \rho^2(6 - 20\rho^2 + 15\rho^4) \cos[2\theta];$	Tertiary Astigmatism x
$z_{21} = \rho^2(6 - 20\rho^2 + 15\rho^4) \sin[2\theta];$	Tertiary Astigmatism y
$z_{22} = \rho(-4 + 30\rho^2 - 60\rho^4 + 35\rho^6) \cos[\theta];$	Tertiary Coma x
$z_{23} = \rho(-4 + 30\rho^2 - 60\rho^4 + 35\rho^6) \sin[\theta];$	Tertiary Coma y
$z_{24} = 1 - 20\rho^2 + 90\rho^4 - 140\rho^6 + 70\rho^8;$	Tertiary Spherical
$z_{25} = \rho^5 \cos[5\theta];$	Pentafoil x
$z_{26} = \rho^5 \sin[5\theta];$	Pentafoil y
$z_{27} = \rho^4(-5 + 6\rho^2) \cos[4\theta];$	Secondary Tetrafoil x
$z_{28} = \rho^4(-5 + 6\rho^2) \sin[4\theta];$	Secondary Tetrafoil y
$z_{29} = \rho^3(10 - 30\rho^2 + 21\rho^4) \cos[3\theta];$	Tertiary Trefoil x
$z_{30} = \rho^3(10 - 30\rho^2 + 21\rho^4) \sin[3\theta];$	Tertiary Trefoil y
$z_{31} = \rho^2(-10 + 60\rho^2 - 105\rho^4 + 56\rho^6) \cos[2\theta];$	Quaternary Astigmatism x
$z_{32} = \rho^2(-10 + 60\rho^2 - 105\rho^4 + 56\rho^6) \sin[2\theta];$	Quaternary Astigmatism y
$z_{33} = \rho(5 - 60\rho^2 + 210\rho^4 - 280\rho^6 + 126\rho^8) \cos[\theta];$	Quaternary Coma x
$z_{34} = \rho(5 - 60\rho^2 + 210\rho^4 - 280\rho^6 + 126\rho^8) \sin[\theta];$	Quaternary Coma y
$z_{35} = -1 + 30\rho^2 - 210\rho^4 + 560\rho^6 - 630\rho^8 + 252\rho^{10};$	Quaternary Spherical

2.3.2 区域法重构波前

由于式(2-9)所描述的平均斜率计算涉及到一个未知波前的不定积分,所以在区域法实际的波前重构过程这种方法是不可行,必须对该模型下的平均斜率进行一个近似改进。根据平均斜率的不同近似法,目前通常有三种比较重要的区域法重构波前模型: Fried 模型^[18]、Southwell 模型^[19]和 Hudgin 模型^[20]。下面分别对这三种模型逐一加以比较介绍。

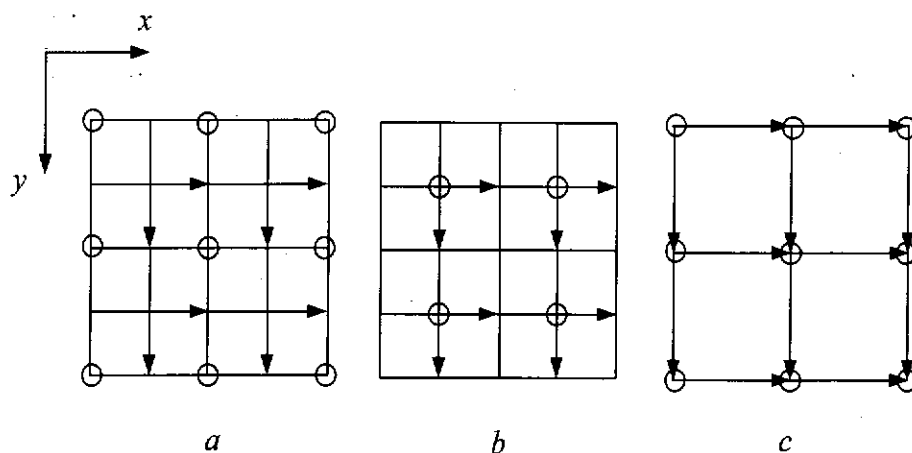


图 2-2 重构网点模型

图中从左到右: a 为 Fried 模型; b 为 Southwell 模型; c 为 Hudgin 模型。方格为子透镜孔径区域, 圆圈为待计算相位点, 带箭头线为测量的波前斜率位置和方向。

2.3.2.1 Fried 模型

如图 2-2 中 a 所示, Fried 模型对平均波前斜率做如下近似:

$$\begin{cases} \overline{G_{ij}^x} = \frac{1}{2P} [(\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i+1,j+1}) - (\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j+1})] \\ \overline{G_{ij}^y} = \frac{1}{2P} [(\Phi_{i,j+1} + \Phi_{i+1,j+1}) - (\Phi_{i,j} + \Phi_{i+1,j})] \end{cases} \quad (2-17)$$

这一模型的波前斜率在区域内是连续的, 相位是线性变化的, 在边界上是不连续的。

2.3.2.2 Southwell 模型

在 Southwell 模型 (图 2-2 b) 中, 平均波前斜率做了如下近似:

$$\begin{cases} \left(\overline{G_{i+1,j}^x} + \overline{G_{ij}^x} \right) = \frac{2}{p} (\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j}) \\ \left(\overline{G_{i,j+1}^y} + \overline{G_{ij}^y} \right) = \frac{2}{p} (\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}) \end{cases} \quad (2-18)$$

按照这一模型, 区域内部的斜率是连续变化的, 所以待计算点的相位按抛物线规律变化, 这有利于提高波前重构的精度。

2.3.2.3 Hudgin 模型

在 Hudgin 模型 (图 2-2 c) 中, 平均波前斜率做了如下近似:

$$\begin{cases} \overline{G_{ij}^x} = \frac{1}{p} (\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j}) \\ \overline{G_{ij}^y} = \frac{1}{p} (\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}) \end{cases} \quad (2-19)$$

根据式(2-17)-(2-19), 可以写出类似于模式法的矩阵方程:

$$\mathbf{G} = \mathbf{B} \cdot \Phi \quad (2-20)$$

式(2-20)中 $\mathbf{G}$ 为斜率向量, $\mathbf{B}$ 为系数矩阵由(2-17)-(2-19)来决定, Φ 波前相位矩阵。因此区域法波前重构同样可以归结于矩阵方程的求解问题。

2.3.3 矩阵方程的求解方法

模式法和区域法重构波前最后都涉及到矩阵方程的求解问题, 如式(2-16)、(2-20)。假设光束孔径范围透镜阵列的数目为 $n \times n$, 那么式(2-16)中: 矩阵 $\mathbf{G}$ 为 $2n^2 \times 1$, 矩阵 $\mathbf{Z}$ 为 $2n^2 \times k$, 向量 $\mathbf{A}$ 为 $k \times 1$, 在实际情况中 $2n^2 \gg k$ 。以 Southwell 模型为例, 式(2-20)中, 向量 $\mathbf{G}$ 为 $2n(n-1) \times 1$, 矩阵 $\mathbf{B}$ 为 $2n(n-1) \times n^2$, 向量 Φ 为 $n^2 \times 1$, 在实际情况下 $2n(n-1) \gg n^2$ 。综合考虑这两种情况, 可以把波前重构的矩阵方程求解问题统一如下:

$$\mathbf{G} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \quad (2-21)$$

式(2-21)中 $\mathbf{A}$ 是 $M \times N$ 矩阵, 且 $M \gg N$ 。而矩阵方程的求解方法是多样的, 只有选择合理的矩阵方程解法, 才能获得可靠的波前信息。目前适合于波前重构矩阵求解的方法有: 最小二乘法^[21]、格兰-施密特正交解^[1]、奇异值分解法^[22]和迭代法^[19], 下面分别对这四种方法做一一的介绍。

2.3.3.1 最小二乘解

是(2-21)中, 可以得到 $\mathbf{X}$ 的最小二乘最小范数解为:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{G} \quad (2-22)$$

2.3.3.2 格兰-斯密特 (Gram-Schmidt) 正交解

由于直接求解 $(A^T A)^{-1}$ 的计算误差可能使得矩阵奇异, 同时变为法方程系数矩阵 A_e 后, 解的条件数会大大增加, 故引入格兰-斯密特法。这种方法适合模式法的波前重构, 它的具体实施方法为: 先给定正交函数 q , 用 q 展开波前相位 Φ , 再通过最小二乘解求得展开系数 B , 最后根据 B 与 Zernike 多项式展开系数 A 之间的关系, 求出系数 A 。

2.3.3.3 奇异值分解法 (Singular Value Decomposition, SVD)

对于矩阵 $A \in R^{M \times N}$, 则存在正交矩阵 $U \in R^{M \times N}$ 和 $V \in R^{M \times N}$ 使得:

$$A = U \Sigma V^T \quad (2-23)$$

式中 $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 且 $\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$, 其中 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$,

$r = \text{rank}(A)$ 。

A 的广义逆可以表示为: $A^+ = V \Sigma^+ U^T$, 于是可以解得方程(2-21)的最小二乘最小范数解为:

$$X = A^+ G \quad (2-24)$$

奇异值分解法是一种稳定性非常好的算法, 不管矩阵条件数如何都可以得到矩阵的广义逆, 因此可以解得最小二乘最小范数的稳定解。由于奇异值分解法具有这种优点, 所以在波前重构的求解过程中得到很广泛的应用。

2.3.3.4 迭代法

在区域法重构波前的计算中, 式(2-1)中的矩阵 A 为大型的稀疏矩阵, 可以采用迭代法^[19]进行求解。写出式(2-18)的非零矩阵元素的方程, 可以得到:

$$g_{jk} \Phi_{jk} - [\Phi_{j+1,k} + \Phi_{j-1,k} + \Phi_{j,k+1} + \Phi_{j,k-1}] = [G_{j,k-1}^y - G_{j,k}^y + G_{j-1,k}^x - G_{j,k}^x] P \quad (2-25)$$

式中:

$$g_{jk} = \begin{cases} 2 & j=1 \text{ or } N; k=1 \text{ or } N \\ 3 & \begin{cases} j=1 \text{ or } N; k=2 \text{ to } N-1 \\ k=1 \text{ or } N; j=2 \text{ or } N-1 \end{cases} \\ 4 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2-26)$$

式 (2-25) 可以改写为:

$$\Phi_{jk} = \overline{\Phi_{jk}} + b_{j,k} \quad (2-27)$$

$$\text{式中 } \overline{\Phi}_{jk} = [\Phi_{j+1,k} + \Phi_{j-1,k} + \Phi_{j,k+1} + \Phi_{j,k-1}] \frac{1}{g_{jk}},$$

$$b_{j,k} = [G_{j,k-1}^y - G_{j,k}^y + G_{j-1,k}^x - G_{j,k}^x] \frac{P}{g_{jk}}.$$

从(2-27)中看出, Φ_{jk} 的值可以由与其相邻的四个点的相位值和波前斜率来决定。这样可以采用迭代的方法来求解, 迭代前先给定每个待计算点的初始相位值(如零), 求出 Φ_{jk}^1 , 再以 Φ_{jk}^1 计算做改进的 $\overline{\Phi}_{jk}^1$, 然后再进行第二次计算, 得到 Φ_{jk}^2 , 如此迭代下去, 设一个迭代结束的判定条件 $|\Phi_{jk}^{m+1} - \Phi_{jk}^m| < \varepsilon$, ε 为一小量。

若每次迭代过程中用于计算 $\overline{\Phi}_{jk}$ 的方阵栅格点的相位保持不变, 这种方法是雅克比 (Jacobi) 法。若每计算一栅格点, 便用计算的结果来更新 $\overline{\Phi}_{jk}$ 的值, 用更新后的值来计算其它点相位, 这种方法叫做高斯-赛德 (Gauss-Seidl) 法。通常高斯-赛德法比雅克比法收敛的速度要快。

为了提高迭代收敛的速度, 再引进一种超松弛法 (Successive Over-Relaxation), 就是在同一点的每次迭代过程中加入上一次迭代的结果, 如下式所示:

$$\Phi_{jk}^{m+1} = \Phi_{jk}^m + \omega(\overline{\Phi}_{jk} + b_{j,k} - \Phi_{jk}^m) \quad (2-28)$$

选择合适的超松弛系数 ω , 可以有效地加快收敛。在区域法波前重构的过程中最佳的 $\omega^{[19]}$ 选用:

$$\omega = \frac{2}{1 + \sin(\frac{\pi}{N+1})} \quad (2-29)$$

在以上四种矩阵解法中奇异值分解法有明显的优势, 本论文的工作中采用的正是这种方法。在区域法重构波前的过程中由于矩阵比较大(远大于模式法中的矩阵), 文献^[19]中介绍了迭代法来求解以减少计算过程中对计算机内存的需求量, 但是随着计算机技术的飞速发展, 内存问题已经不是制约矩阵计算的瓶颈, 而是对计算速度有更高的要求, 而迭代法的一个劣势就是它的收敛速度慢, 所以可以使用奇异值分解法来取代之。

2.3.4 模式法与区域法波前重构对比

本节通过建立理论模型,来仿真个各种畸变波面经过微透镜阵列后的光强分布。然后通过一个完整的波前重构过程拟合出仿真波前信息来。焦距为 f 的微透镜的投射系数可以表示为:

$$\tilde{t}(x_1, y_1) = P(x_1, y_1) \exp\left(-ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2f}\right) \quad (2-30)$$

式中 $P(x_1, y_1)$ 为微透镜阵列的孔径函数。假设入射光波在透镜前表面的光场分布为 $\tilde{E}(x_1, y_1)$, 那么该光波透过微透镜在其后表面的光场分布为:

$$\tilde{E}'(x_1, y_1) = \tilde{E}(x_1, y_1) \tilde{t}(x_1, y_1) \quad (2-31)$$

光波从紧靠透镜后表面的平面传播到透镜的后焦面是菲涅耳衍射, 此时焦平面的光场分布 $\tilde{E}(x, y)$ 为:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y) = & \frac{\exp(ikf)}{i\lambda f} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2f}\right) \iint_s \tilde{E}'(x_1, y_1) \exp\left(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2f}\right) \times \\ & \exp\left[-i2\pi \times \left(\frac{x}{\lambda f} x_1 + \frac{y}{\lambda f} y_1\right)\right] dx_1 dy_1 = FT[\tilde{E}(x_1, y_1)]_{u=\frac{x}{\lambda f}, v=\frac{y}{\lambda f}} \end{aligned} \quad (2-32)$$

式中 $FT[]$ 表示傅里叶变换。通过公式(2-32)就可以根据入射波光场分布仿真出子透镜后焦面的光场分布了。对于整个微透镜阵列后焦面的光场分布计算, 可

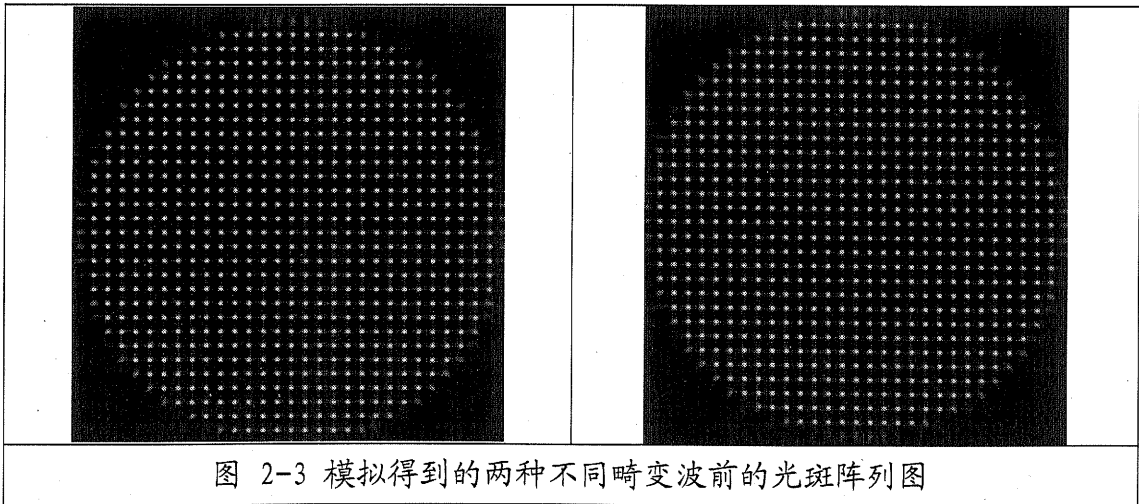


图 2-3 模拟得到的两种不同畸变波前的光斑阵列图

以先把全孔径范围内入射波的信息用各个子透镜来分割采样,并分别聚焦到

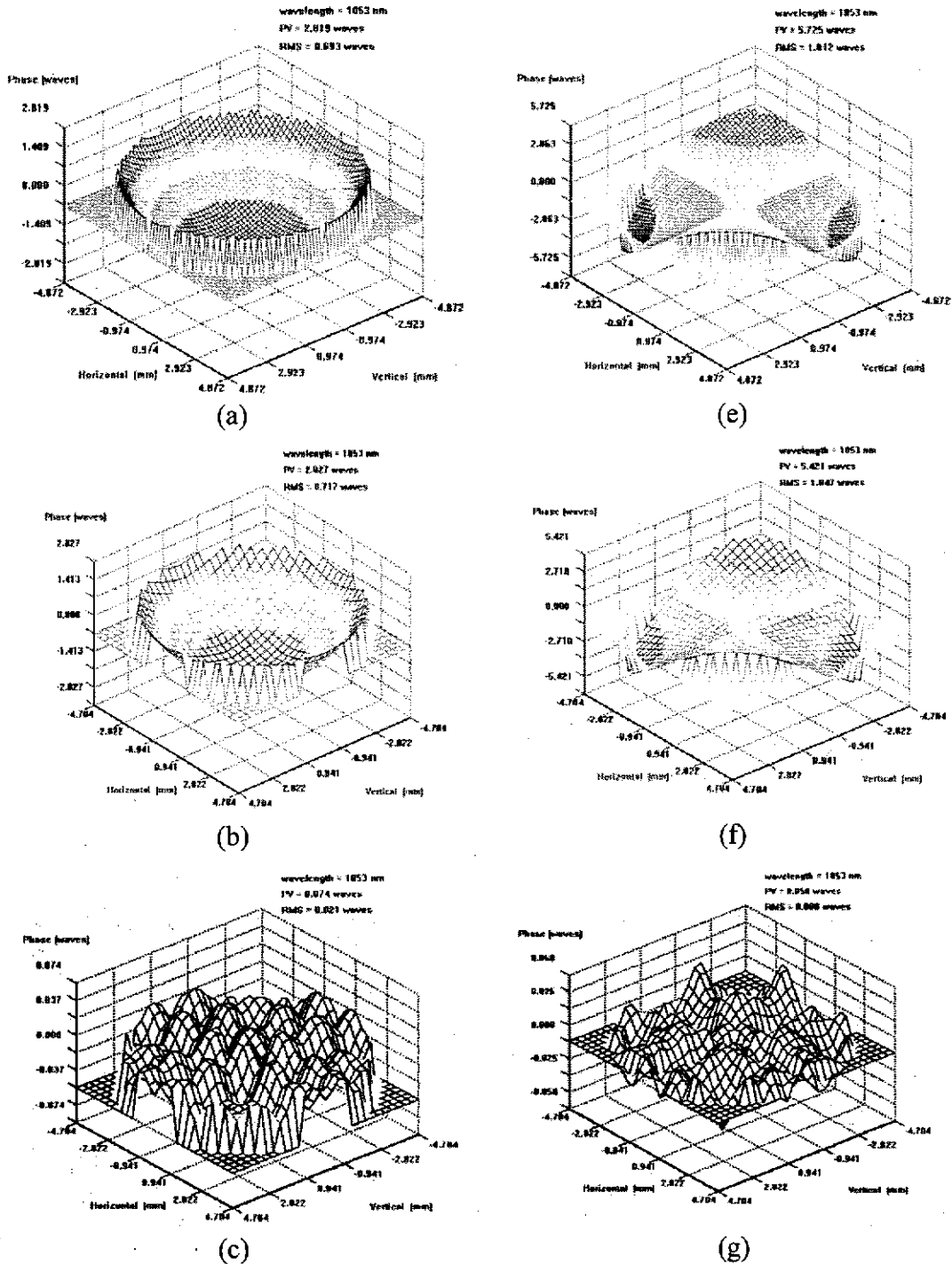


图 2-4 模式法和区域法 Southwell 模型波前重构对比,左右两列代表的是两种不同的入射波前:最上面图(a)(b)是模式法重构的结果,中间图(b)(d)是区域法 Southwell 模型的重构结果,最下面图(c)(g)是模式法和区域法结果差值图

各自的焦面上,然后再进行一个相干叠加便可以得到一个完整的光场分布。采用该方法就可以模拟夏克-哈特曼波前传感器的探测过程。

我们模拟了一系列 Zernike 公式所代表的畸变波前的焦斑分布阵列图,并同时使用模式法和区域法对它们进行波前重构。模拟数据和重构结果表明模式法和区域法对 Zernike 多项式所代表的畸变波前有很好的重构能力。图 2-3 所示的两种不同畸变波前的光斑阵列图,左图是半径为 4mm 的球面波前,右边的是使用表 2-2 中 Z5 所生成的畸变波前。其中使用到的参数为:子透镜孔径为 0.336mm,焦距 30mm,入射波面波长为 1053nm,入射波面全孔径直径尺寸约占 30 个子透镜孔径范围。从图中可以看出这两种重构方法的计算结果是很一致的。

2.4 夏克-哈特曼波前传感技术误差分析

夏克-哈特曼波前传感器的误差来源是多方面,大致可以分为三类:机械装配误差^{[23]-[25]},质心探测误差^{[26]-[30]}和重构算法误差^[19]。要做一个夏克-哈特曼波前传感器,必须首先最大限度地消除机械装配误差给波前检测带来的影响。质心探测是夏克-哈特曼波前传感技术的基础,质心探测误差是制约该波前传感技术探测精度提高的一个瓶颈。重构算法误差与重构模型,矩阵方程求解和具体的畸变波前都有关系,而在低阶波前畸变情况下该误差并不是夏克-哈特曼波前传感器误差的主要来源。本节将重点分析前两种误差源给波前探测带来的影响。

2.4.1 装配误差分析

如图 2-5 所示, z 方向为光轴方向,假设以微透镜阵列 (microlens array) 为基准, CCD 相对微透镜阵列的装配误差有以下四类^{[23][24][25]}: 横向平移 (沿 x 、 y 轴)、轴向平移 (沿 z 轴)、绕 x 或 y 轴旋转和绕光轴 z 旋转。下面分别对这四种

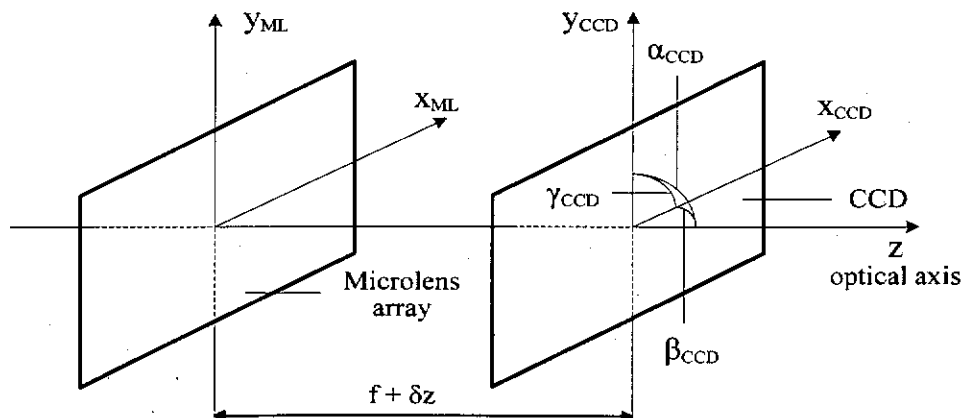


图 2-5 夏克-哈特曼波前传感器装配误差示意图

装配误差加一分析,并得出它们对波前检测的影响。

2.4.1.1 横向平移

设沿 x 和 y 轴的平移量分别为 δx 和 δy , 此时波前相位的微分方程可写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\delta x}{f} \\ \frac{\partial \Phi'}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\delta y}{f} \end{cases} \quad (2-33)$$

式中 Φ 为实际波前, Φ' 为具有横向平移误差的重构波前。可以得出:

$$\Phi' = \Phi + \frac{1}{f} \times (x\delta x + y\delta y) \quad (2-34)$$

所以横向平移的结果相当于在实际波前基础上增加上一个倾斜畸变量, 消除该误差的方法是更新参考波前信息, 重新使用参考波面来校准传感器。

2.4.1.2 轴向平移

存在轴向平移误差的波前和实际波前的关系为:

$$\Phi' = \left(1 + \frac{\delta z}{f}\right) \times \Phi \quad (2-35)$$

重构波前相当于是实际波前相位量的缩放值。要消除该误差可以通过检测已知波前的波面(如球面波), 然后通过比对检测值和实际值来计算出离焦量信息, 最后在实际的检测中把该离焦量加入到后续的数据处理中做补偿。

2.4.1.3 绕 x 或 y 轴旋转误差

图 2-6 中 xOy 平面表示 CCD 没有发生任何偏转的坐标平面, $x'Oy$ 平面表示 CCD 绕 y 轴旋转了 β 角后的坐标平面。直线 AB 表示某一入射波面经在 A 点所在子透镜会聚后的主光线, 设 A 点坐标为 $(x_0, y_0, -f)$, 与 xOy 平面交点 B 的坐标为 $(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y, 0)$, 记直线 AB 与 $x'Oy$ 平面交点为 C。从几何关系可以得出直线 AB 方程为,

$$\frac{x - x_0}{\tan \theta_x} = \frac{y - y_0}{\tan \theta_y} = z + f \quad (2-36)$$

式中, $\tan \theta_x = \delta x / f$, $\tan \theta_y = \delta y / f$ 。

平面 $x'Oy$ 方程为:

$$x \tan \beta = z \quad (2-37)$$

由直线 AB 和平面 $x'Oy$ 方程可以解出它们的交点坐标为:

$$\begin{cases} x = \frac{f \tan \theta_x + x_0}{1 - \tan \theta_x \times \tan \beta} \\ y = \tan \theta_y \frac{f + x_0 \tan \beta}{1 - \tan \theta_x \times \tan \beta} \end{cases} \quad (2-38)$$

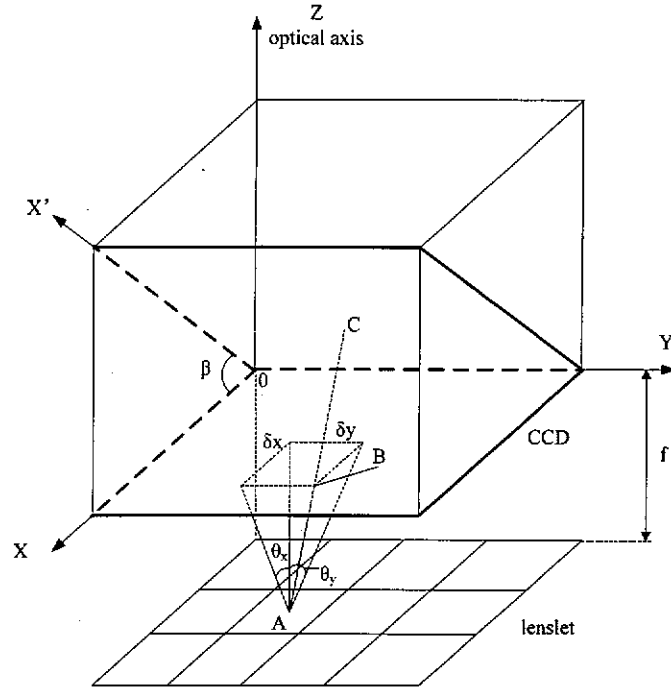


图 2-6 CCD 绕 x 或 y 轴旋转误差示意

坐标变换后，在平面 $x'o'y'$ 下的坐标为：

$$\begin{cases} x' = \frac{f \tan \theta_x + x_0}{\cos \beta (1 - \tan \theta_x \times \tan \beta)} \\ y = \tan \theta_y \frac{f + x_0 \tan \beta}{1 - \tan \theta_x \times \tan \beta} + y_0 \end{cases} \quad (2-39)$$

考虑到偏转角 β 较小，而且入射波前畸变不太大的情况下， $\tan \theta_x \times \tan \beta$ 是个二阶小量，因此式(2-39)可以化简为：

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{\cos\beta}(f \tan\theta_x + x_0) \\ y = \tan\theta_y(f + x_0 \tan\beta) + y_0 \end{cases} \quad (2-40)$$

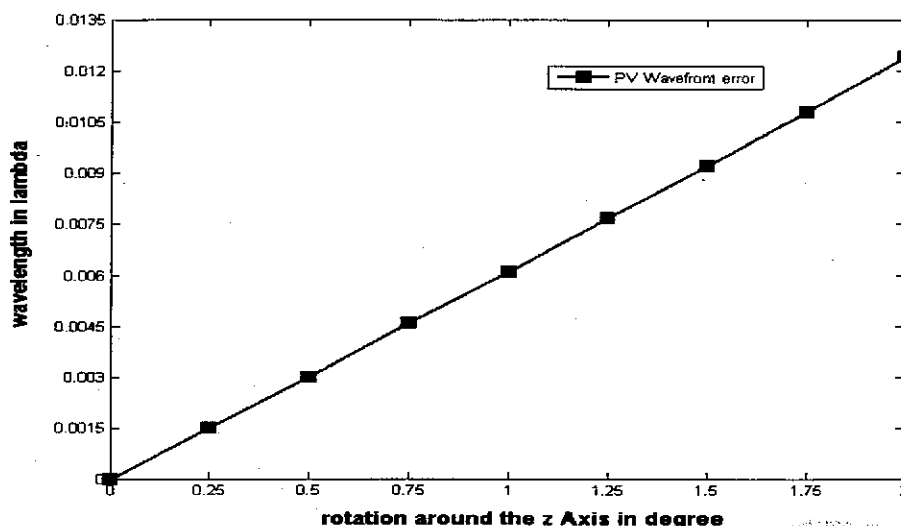


图 2-7 绕 y 轴偏转, 情况 I 重构波前误差量的 PV 值
入射波前由 zernike 多项式第六项产生, PV 设为 10 个波长

下面对该装配误差的影响分两种情况加以分析:

情况 I, CCD 与 lenslet 装配误差, 残余的偏转角。因此参考波面的光斑位置信息也发生同样的变化, 此时的误差波前的微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial\Phi'}{\partial x} = \frac{1}{\cos\beta} \times \frac{\partial\Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\Phi'}{\partial y} = \left(1 + \frac{x \tan\beta}{f}\right) \frac{\partial\Phi}{\partial y} \end{cases} \quad (2-41)$$

使用参考波面来校准 CCD 和 lenslet 的位置, 如果入射的是理想平面波, 那么 θ_x, θ_y 为 0, 在此情况下, 假设 lenslet 的间距为 0.336mm, CCD 像素大小为 7.4 μ m, 质心算法可以区分的最小位移为 0.02 个像素, 即由偏转引起的相邻光斑间距大于 lenslet 的间距 0.02 个像素时, 可以得出 $\cos\beta = 0.336 / (0.336 + 1.48 \times 10^{-4})$, $\beta_{\min} = 1.7^\circ$ 。此时, 在 x 方向将引起 0.044% 的微分误差, y 方向将引起最大 0.278% 的偏差, 因此保守估计最大波前重构误差在 0.5% 以内。

采用 zernike 多项式第六项 $z = -2x + 3x(x^2 + y^2)$ 生成一个直径 10mm, PV 值为 10 个波长的入射波前, 其重构误差量的 PV 值与偏转角的关系如图 2-7 所示。当偏转角度较小, 基本成线性。

情况 II, CCD 与 lenslet 位置已经校准, 由于装配的机械结构的不稳定性引起的偏转, 姑且称之旋转公差。偏转前的参考波面的光斑位置信息不带有此误差, 因此误差波前微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} = \frac{1}{\cos \beta} \times \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{x}{f} \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) \\ \frac{\partial \Phi'}{\partial y} = \left(1 + \frac{x \tan \beta}{f} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{cases} \quad (2-42)$$

如果用平面波入射, 与原来参考波前得到的光斑位置产生 0.02 个像素的可探测最小位移, 可以得到 $\cos \beta = \frac{x}{x + \Delta x}$, $\beta_{\min} = \arccos \frac{x_{\max}}{x_{\max} + \Delta x} = 0.44^\circ$ 。这是通过比较平面波信息可以察觉出的最小旋转角度。

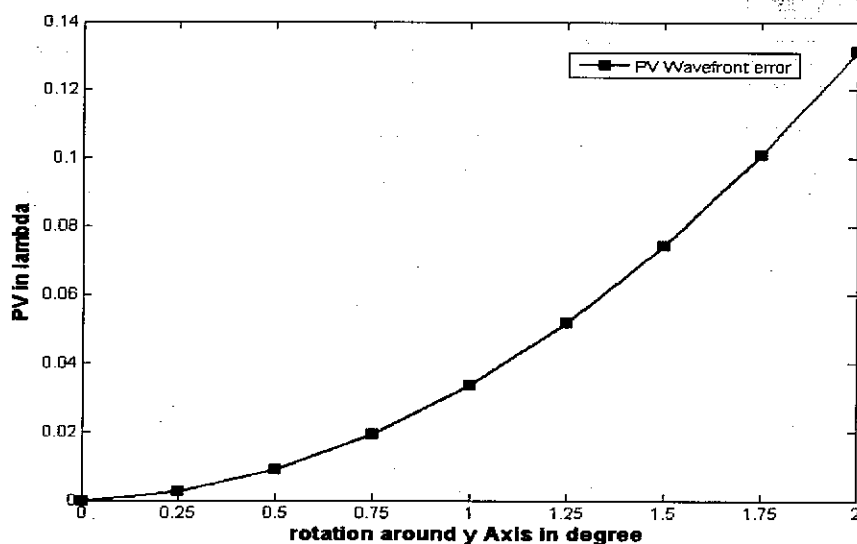


图 2-8 绕 y 轴偏转, 情况 II 重构波前误差量的 PV 值
入射波前由 zernike 多项式第六项产生, PV 设定为 10 个波长

同情况 I, 采用 zernike 多项式第六项 $z = -2x + 3x(x^2 + y^2)$ 生成一个直径 10mm, PV 值为 10 波长的入射波前, 其重构误差量的 PV 值与偏转角的关系如图 2-8 所示。

从图中可以看出,在小角度下,相应的误差量比情况 I 高一个数量级。同时重构误差量的 PV 值和偏转角成二次曲线关系,用 matlab 二次曲线拟合的结果是:

$$\Delta\Phi_{PV} = 105.7019\beta^2 + 0.0740\beta + 0.0001 \quad (2-43)$$

在小角度偏转的情况下,式(2-42)可以化简为(2-44)式,可以看出与倾角平方成正比。

$$\begin{cases} \frac{\partial\Phi'}{\partial x} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{x\beta^2}{2f} \\ \frac{\partial\Phi'}{\partial y} = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \end{cases} \quad (2-44)$$

因此误差波前可以表示为式(2-45),与式(2-43)吻合。

$$\Delta\Phi_{PV} = \frac{(x^2)_{\max} - (x^2)_{\min}}{4f} \times \beta^2 = \frac{5^2 - 0}{4 \times 53.4 \times 1.053e-3} \times \beta^2 = 111.2\beta^2(\lambda) \quad (2-45)$$

从上述分析,可以得出装配精度的要求不是很高,2度以内误差都较小。而机械公差引入的误差随角度变化较大,但是实际的公差量也不会有这么大。校准方法,将 CCD 固定在一个二维角度调节台(如图 4 所示)上,用调整光照射 CCD,通过调节俯仰使 CCD 上的反射光与入射光路重合。实际情况,如果调整光路长 0.5m,调节 CCD 反射光在 x 方向重合度偏差 1mm,CCD 绕 y 轴的旋转角度约为 0.115°;俯仰调节台(58×58)最小分辨率为 0.005°,螺纹间距应为 0.25mm,假设回程高达半个螺距,产生的偏差约为 0.125°。这两个角度都是在可以接受的范围内。

2.4.1.4 绕光轴 z 旋转

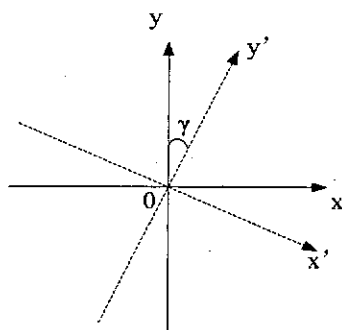


图 2-9 CCD 面绕光轴旋转了 γ 角度示意图

CCD 的坐标系如图 2-9 所示,原坐标系 x_0y_0 下的坐标 (x, y) ,在新坐标系 $x'y'$ 下的坐标为 (x', y') ,它们的关系为:

$$\begin{cases} x' = x \cos \gamma - y \sin \gamma \\ y' = y \cos \gamma + x \sin \gamma \end{cases} \quad (2-46)$$

仍然分两种情况加以分析:

I、CCD 与 lenslet 装配误差, 残余的旋转角。此时的误差波前微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cos \gamma - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \sin \gamma \\ \frac{\partial \Phi'}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cos \gamma + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \sin \gamma \end{cases} \quad (2-47)$$

这种情况的误差值比较复杂, 与入射波前的畸变情况以及旋转角度有关。选择 zernike 多项式前十八项 (除去倾斜项和对称项) 逐一生成波前, 发现一小部分多项式对旋转比较敏感一些 (6, 13), 还有一些项不是很敏感 (3, 8, 15), 剩下的项在相同角度下误差 PV 值基本一致 (4, 9, 11, 16, 18)。在旋转角度小于 0.25 度时, 所有项的误差 PV 值小于 0.1 个波长 (入射波前的 PV 值 10 个波长)。下面以第 zernike 多项式 3, 4, 6 项为代表, 分析其特性。如图 2-10 所示, 在小角度下误差 PV 值基本与旋转角度成线性关系。

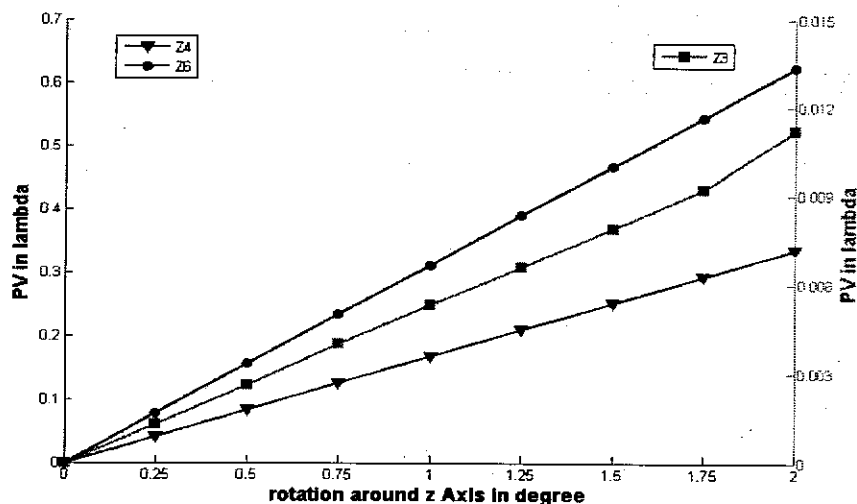


图 2-10 绕 z 轴偏转, 情况 I 重构波前误差量的 PV 值

入射波前分别由 zernike 多项式第三、四、六项产生, PV 设定为 10 个波长
方形代表第三项对应的 PV 误差、三角为第四项、圆形为第六项

如图 2-11 所示, 在偏转角度恒为 0.25° 时误差 PV 值与入射波前 PV 值的成线性关系。由图 2-10、图 2-11 中可以看出, 在小角度下, 误差 PV 值与入射波前 PV 值、旋转角的关系近视为:

$$\Delta\Phi_{PV} = k \times \Phi_{PV}\beta \quad (2-48)$$

式中 k 为比例系数。

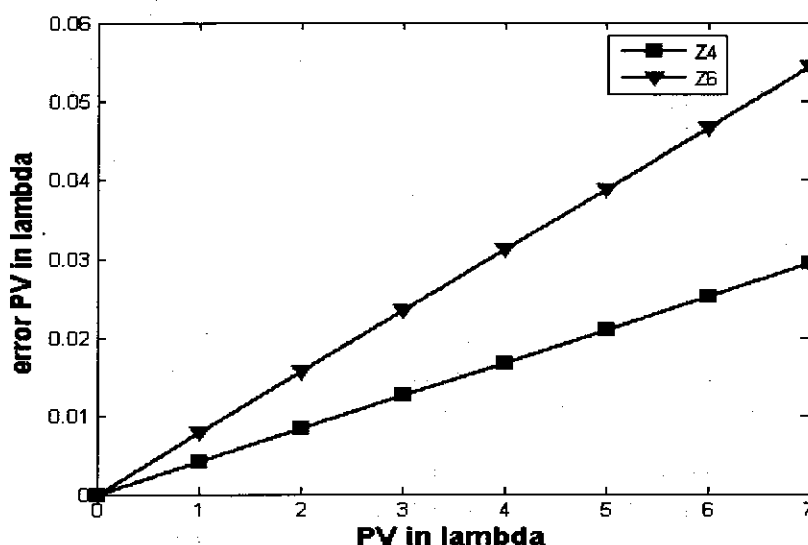


图 2-11 绕 z 轴旋转为 0.25 度, 误差 PV 值与入射波前 PV 值的关系
入射波前分别由 zernike 多项式的第四、第六项生成。三角为第六项、方形为第四项

II、CCD 与 lenslet 位置已经校准, 由于装配的机械结构的不稳定而引起入射波前旋转量。

此时保存的参考光的光斑位置保持为未偏转的情况, 得到其误差波前微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial\Phi'}{\partial x} = \left(\frac{x}{f} + \frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) \cos\gamma - \left(\frac{y}{f} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) \sin\gamma - \frac{x}{f} \\ \frac{\partial\Phi'}{\partial y} = \left(\frac{y}{f} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) \cos\gamma + \left(\frac{x}{f} + \frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) \sin\gamma - \frac{y}{f} \end{cases} \quad (2-49)$$

当采用平面波前入射, 比较前后的位移量, 理论上可以探测到的最小偏转角为:

$$\gamma_{\min} = \frac{0.148}{5000} = 29\mu rad$$

这种情况下, 平面波前的重构误差如图 2-12 所示, 从图中可以看出误差 PV 值与旋转角度成线性关系, 在 1.75 度附近斜率发生变化。

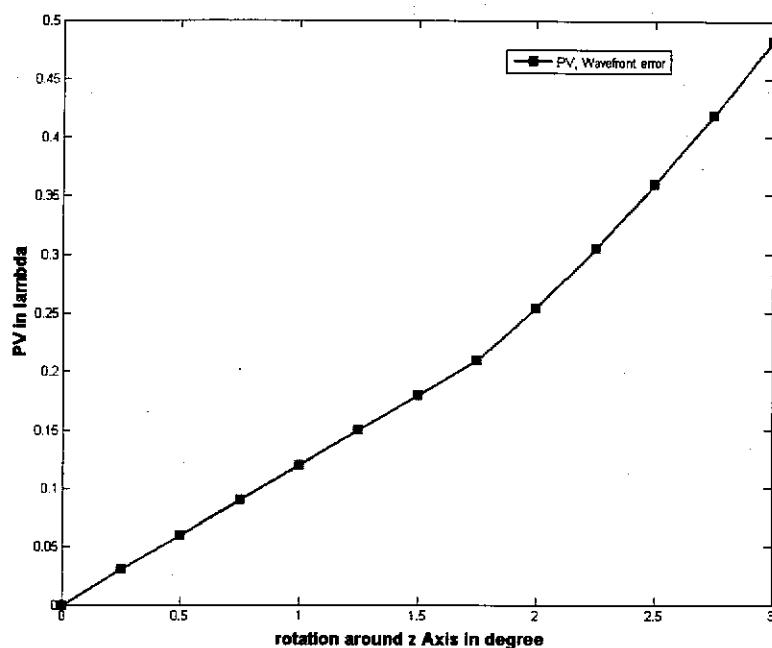


图 2-12 平面波前入射误差 PV 值与绕光轴旋转角度的关系

而其它波前入射时,波前误差的 PV 值可以近视为情况 I 的误差量再加上相应的平面波前入射的误差量。因此不稳定性引入的角度尽量越小越好,如果该值较大,可以实时更新参考波面光斑位置数据。

如果装配误差较大时,要达到较好的测量精度,可以测出其旋转度,然后在后续的数据处理中加入角度补偿量。

2.4.2 质心探测误差

在本章2.2节介绍了离散质心计算方法,如式(2-4)所示,式中光强 I 在夏克-哈特曼波前探测器中通常采用 CCD 相机来检测,因此质心探测的误差也主要来源于 CCD 相机光强检测的误差。质心探测误差可以分为以下几类:

- (1) CCD 相机的读出噪声^{[26][28][31]}。它包括前放和 A/D 转换噪声,是一种高斯分部的随机噪声,用方差 σ_r^2 来表示。
- (2) 光子噪声^{[28][31]}。它是一种泊松分布的随机噪声。
- (3) CCD 相机背景暗电平,可以简单地用常数来表示。
- (4) CCD 离散采样误差。文献^[26]研究表明当光斑尺寸与 CCD 像素尺寸的比值 $\sigma_A/a > 0.5$ 时,由离散采样引入的质心探测误差的均方根值将小于 $0.02\sigma_A$,因此可以忽略该误差带来的影响。

(5) CCD 像素响应不均匀, 可以通过标定补偿。

(6) 透镜阵列之间串扰。当两个相邻孔径的焦斑距离较近时, 它们的部分光强值会形成叠加, 影响质心计算的结果。

文献^[28]把质心探测的总误差归结为:

$$\sigma_{xc}^2 = \left(\frac{snr}{1+snr} \right)^2 \left\{ \frac{\sigma_r^2}{V_b^2} \left[\frac{LM(L^2-1)}{12} + LM X_b^2 \right] + snr^2 \frac{K\sigma_A^2}{V_p} + (\overline{X_b} - \overline{X_p})^2 \right\} \quad (2-50)$$

式中 snr 表示信号光与暗背景的比率, σ_r^2 是每个像素的噪声方差, LM 表示 $L \times M$ 像素窗口, V_b 是该窗口范围内暗背景和读出噪声的总和, X_b 是暗背景的平均位置坐标, X_p 是没有背景电平和读出噪声时信号光的质心坐标, K 代表一个光子事件导致的 ADU 数目。由式(2-50)可以看出, 制约质心探测精度的因素有:

- (1) 子孔径内信号的总光字数。
- (2) 子孔径内暗背景的总和及信噪比。
- (3) 每个像素的读出噪声方差。
- (4) 每个子孔径在 CCD 上的探测窗口大小。
- (5) 子光斑的强度及等效高斯宽度。
- (6) 暗背景的质心位置。
- (7) 实际信号光斑质心与暗背景质心位置的距离。

由于决定波前传感器测量动态范围的窗口远大于信号光斑的尺寸, 通过以上分析可以得出, 背景电平和读出噪声极大的影响了光斑质心探测精度。为了提高夏克-哈特曼波前传感器的精度, 必须减小这两个因素的影响。文献^[28]提出一个最佳阈值概念, 即背景电平加上读出噪声的 3 倍 rms 值。在计算质心坐标时, 将每个像素的读出值减去该阈值并把负值置零, 这样可以有效消减上述 (2)、(3)、(4)、(6)和(7) 因素的影响。

而目前对质心精度还有很多其他的研究, 包括计算窗口的选择, 质心计算法的改进, 光斑灰度图滤波去噪等。本文将在下一章对质心算法做一个全面的研究。

2.5 夏克-哈特曼波前传感器的测量动态范围

特曼波前传感器的动态范围由微透镜阵列子透镜的焦距和孔径大小所决定, 因为微透镜阵列的子孔径将 CCD 探测器的光敏面分割成相应假设的子区域 (如图所示), 超出该子区域限制的光斑将无法被正确识别。

图 2-1 所示的夏克-哈特曼波前传感器, 文献^[29]把动态范围以角度的定义为:

$$\theta_{\max} = \frac{Dh}{f} \quad (2-51)$$

式中 h 表示一个不定的系数, 根据实际检测波前的情况而定, h 可以最小为 0.5。本文认为定义动态范围还必须考虑光斑质心计算窗口的大小

$$\phi_{\max} = \pm \frac{D-L}{2f\lambda} D \quad (2-52)$$

式中 $\phi_{\max}$ 代表的是每个子孔径波前检测的最大量程 (单位是波长), D 代表的子孔径的孔径尺寸大小, f 是子透镜的焦距, λ 是待检测光束的波长, L 代表的光斑质心计算的窗口大小。

2.6 小结

本章对夏克-哈特曼波前传感技术进行了详细的分析, 内容包括: 技术原理、质心算法、波前重构算法, 检测误差和测量动态范围等。根据分析的结果, 本文将采用模式法和 Southwell 模型的区域法两种方法作为波前重构算法, 并选择奇异值分解法来求解矩阵方程。而分析结果还表明主要的几种装配误差, 如横向平移 (沿 x 、 y 轴)、绕 x 或 y 轴旋转和绕光轴 z 旋转等, 可以通过适当的装校来消除。而轴向平移 (沿 z 轴) 误差对检测结果影响较大, 需要设计适当的实验来校正, 具体方法将在第五章做详细的分析。同时传统的质心算法对噪声抑制能力有限, 需要采用改进的计算方法来提高质心计算的精度, 本文第三章将重点研究各种质心算法。而传统的夏克-哈特曼波前传感器的测量动态范围制约该传感器的使用范围, 本文将在第四章对这方面进行研究。

3 夏克-哈特曼波前传感器质心探测研究

3.1 引言

因为夏克-哈特曼波前传感器的装配误差可以被消减到可以忽略的程度,所以传感器误差的主要来源于质心探测误差。传统质心算法被叫做一阶距法,由于一阶距法对噪声的影响特别敏感,在光斑面积较小的情况下,计算的结果精度很低。在此基础上,人们提出了一系列改进的算法,主要有以下几种:(1)有窗口限制的一阶距算法,该方法是通过设定计算窗口位置和大小来降低光斑边缘噪声对质心探测精度的影响;(2)带阈值的一阶距法^{[28][32][33]},由于探测信号和噪声的不相关性,可以通过加一定的阈值来有效地调高信号比,抑制噪声和改善探测精度;(3)高阶距法^[37],根据图像处理理论,图像信噪比和灰度强度的平方成正比,通过对像素的灰度值加一个大于一的指数可以有效地提高图像的信噪比,进而提高了质心探测的精度;(4)带权重一阶距法^{[42][43]},由于光斑边缘像素点的噪声比较大,而且质心计算时的坐标权重也很大,因此对质心探测的精度有比较大的影响,加权一阶距法就是对光斑不同像素点的灰度值加上不同的权重值,如高斯模型, sinc^2 函数模型,来达到抑制噪声而提高探测精度的方法。另外人们还提出了一些其它的算法,如 Maximun a Posteriori(MAP)和最大似然算法^{[44]-[46]}(ML)等来改善质心探测的精度。

本章将对上述几种质心算法进行了分类介绍,其中把高阶距法归并为权重一阶距法,同时比较这些方法各自的优劣。本章还提出了一种新的优化窗口法,并且把它与传统算法,阈值法和权重一阶距法相结合,根据具体的实验结果来分析比较各种算法的抑噪效果,为具体的质心计算方法选取提供参考依据,小结部分将给出本文质心算法的选择结果。

3.2 光斑质心探测精度分析

传统质心计算采用的算法是把光斑区域范围内 CCD 像素点灰度值加权平均,权重为每个像素点的坐标,这种算法即所谓的一阶矩算法。该算法是目前最

常用的质心探测方法之一,涉及到的数学运算简单、计算量小,尤其适合与图像信噪比较高的情况。一阶距法可以表示为:

$$x_c = \frac{\sum_{ij} x_i I_{ij}}{\sum_{ij} I_{ij}} \quad y_c = \frac{\sum_{ij} y_j I_{ij}}{\sum_{ij} I_{ij}} \quad (3-1)$$

式中, x_c 和 y_c 分别表示质心的 x 、 y 方向的坐标, x_i 和 y_j 分别是每个像素的 x 、 y 方向的坐标(单位为像素), I_{ij} 是每个像素对应的光强信号。

在实际的光斑质心探测中, I_{ij} 由两部分组成,即每个像素的无噪声信号量 P_{ij} 和每个像素的背景噪声量 n_{ij}

$$I_{ij} = P_{ij} + n_{ij} \quad (3-2)$$

将式(3-2)带入到式(3-1),可以得到:

$$x_c = \frac{\sum_{ij} x_i P_{ij} + \sum_{ij} x_i n_{ij}}{\sum_{ij} P_{ij} + \sum_{ij} n_{ij}} = \frac{snr}{1+snr} x_p + \frac{1}{1+snr} x_n \quad (3-3)$$

公式(3-3)中的每个参量表示如下:

$$snr = \frac{\sum_{ij} P_{ij}}{\sum_{ij} n_{ij}} = \frac{V_p}{V_n}, \quad x_p = \frac{\sum_{ij} x_i P_{ij}}{\sum_{ij} P_{ij}}, \quad x_n = \frac{\sum_{ij} x_i n_{ij}}{\sum_{ij} n_{ij}} \quad (3-4)$$

由公式(3-3)可以得知,质心探测的平均坐标^[28]为:

$$\bar{x}_c = \frac{snr}{1+snr} \bar{x}_p + \frac{1}{1+snr} \bar{x}_n \quad (3-5)$$

其中 x_p 是信号光斑的平均质心坐标, x_n 为暗背景的平均坐标位置。由上式可以看出,探测器探测到的质心坐标是实际光信号质心和暗背景噪声质心的加权平均值,权重为 snr ,即由信号光与暗背景之比决定的。

由此可见,由光子噪声和 CCD 读出噪声这类随机噪声引起的探测误差随探测窗口的大小增加而增大。夏克-哈特曼波前传感器中,微透镜阵列把被测波面分割成子孔径,与每个微透镜所对应的子孔径区域为子孔径窗口,而光斑质心坐标的计算区域为探测窗口。

3.3 计算窗口大小对光斑质心计算的影响

因为随着质心探测窗口增大,参与计算的背景噪声增多,引起的质心探测误差也随之增大。同时光斑边缘的噪声较大,而距离权重却较大,会在质心计算时产生较大的误差。而当计算窗口小于光斑尺寸是,质心探测的误差也会增加。因

此计算窗口尺寸与光斑分布区域匹配的越好, 质心计算的误差越小^{[34][35]}。如图 3-1 所示, 计算窗口大小与质心计算误差的关系, 比较好的反映了这种趋势, 在图中窗口大小为 24×24 附近(接近光斑的零级衍射的理论尺寸), 计算误差最小。

文献^[36]提出了一种逐步缩小探测窗口尺寸的方法, 其步骤为:

- 1) 对于第 j 个光斑, 取一系列子探测窗口, 第一个子探测窗口是与透镜阵列中第 j 个微透镜相对应的子孔径窗口, 在该窗口内应用阈值方法和公式(3-1)来计算光斑的质心坐标。
- 2) 以上一步计算得到的质心为基准, 在 x 、 y 方向整个窗口向距该质心近的一侧移动 1 个像素, 并在距该质心远的一侧减少 1 个像素, 在新的探测窗口下再应用阈值方法和方程(3-1)计算新的质心位置。
- 3) 按上述步骤重复, 直到求出最后一个探测窗口的质心。最后一个探测窗口是第 j 个微透镜零级衍射的理论尺寸, 该质心位置即为所求的光斑质心坐标。

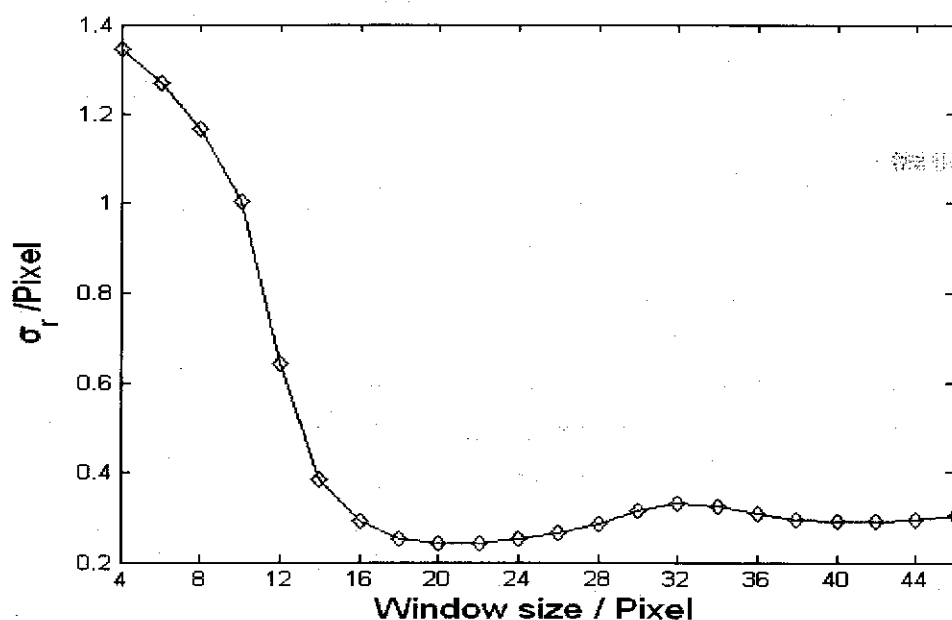


图 3-1 计算窗口大小对质心探测精度的影响

该算法是一种质心计算迭代法, 然而这种迭代条件的设置导致其迭代收敛速度较慢, 对于子孔径区域对应 CCD 像素点较多时需要几十次的迭代计算。对于呈几何对称分布的光斑, 可以简化为直接使用第 j 个微透镜零级衍射的理论尺寸来设置计算窗口, 这样子可以提高迭代收敛的速度。本文提出的方法如下:

- 1) 对于第 j 个光斑, 第一个计算的子探测窗口是与透镜阵列中第 j 个微透镜相对应的子孔径窗口, 然后通过离散积分算出该子孔径内每行及每列像素的光强之和。分别找出光强和最大的行和列对应像素点作为新计算窗口的中心, 并使用 j 个微透镜零级衍射的理论尺寸来重新设置计算窗口。
- 2) 以上一步计算得到的质心为基准, 在该窗口内应用公式(3-1)来计算光斑的质心坐标, 并将计算质心坐标对应的像素点作为新计算窗口的中心, 并使用 j 个微透镜零级衍射的理论尺寸来设置计算新的窗口。
- 3) 重复步骤2), 迭代结束条件为当前计算坐标值与上一次计算值差值小于设定的阈值时结束迭代, 并把当前的计算结果作为最终 j 子透镜对应光斑的质心坐标值。

采用该方法改进的光斑探测窗口, 光斑分布均在窗口内, 而且窗口尺寸和光斑尺寸相匹配, 质心探测误差较小。而且该方法迭代收敛性比较好, 一般经过 5 次迭代就可以得到收敛结果。图 3-1 中的计算结果就是采用了这种计算方法, 不同的地方就是在步骤 2) 中计算窗口的设定了不同尺寸大小, 从图中可以得知设置合理的计算窗口才能提高质心计算的精度。

3.4 阈值法

因为目前在图像装置中, CCD 作为光子探测器得到广泛的应用。通过 CCD 我们可以观察光斑的离散光强分布 I_{ij} , 其中离散采样点称为像素点。在实际情况中, 如果忽略光子噪声的影响, 实际输出的光强值主要受到均值为零的加性高斯噪声的影响:

$$I_{ij} = I_{ij}^0 + N_{ij}, \quad \langle I_{ij} \rangle = I_{ij}^0 \quad (3-6)$$

式中尖括号代表的是时域平均, i, j 代表的是像素点的编号, I_{ij}^0 是无噪声光强, n_{ij} 是噪声扰动。

阈值法是给每个像素点的灰度值做了一次非线性的变换, 先设定一个阈值, 如果该像素的灰度值大于此阈值的保持不变, 如果灰度值小于阈值的择置零, 该变换可以表示成如下式子:

$$I_{ij}^T = \begin{cases} I_{ij} & \text{if } I_{ij} \geq T_{ij} \\ 0 & \text{if } I_{ij} < T_{ij} \end{cases} \quad (3-7)$$

假定背景暗电平和像素读出噪声为高斯型随机分布, 均值为 0, 方差为 σ_n^2 , 其概率分部函数为:

$$f(N_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_{ij}^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (3-8)$$

当使用了阈值后 $f(n_{ij})$ 并不是理想的高斯分布，而是被截断^[39]的。而像素点该分布是否被截断与无噪声光强和阈值的差值直接相关：

$$P(N_{ij}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_{ij}^2}{2\sigma_n^2}\right) & T_{ij} - I_{ij}^0 \leq -3\sigma_n \\ \delta(N_{ij} + I_{ij}^0) \times \int_{-\infty}^{T_{ij} - I_{ij}^0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{t_{ij}^2}{2\sigma_n^2}\right) dt & 3\sigma_n > T_{ij} - I_{ij}^0 \geq -3\sigma_n \\ 0 & T_{ij} - I_{ij}^0 > 3\sigma_n \end{cases} \quad (3-9)$$

式中 $P(N_{ij})$ 代表的是编号 i, j 像素点的 n_{ij} 可能分布。 $3\sigma_n$ 是一个近似，因为对于高斯分布函数在 $[-3\sigma_n, 3\sigma_n]$ 区间占到了 99% 的分布概率。通过对式(3-9)中前两项的直接积分可以得到噪声均值和方差：

$$\langle N_{ij} \rangle = \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{T_{ij} - I_{ij}^0}{2\sigma_n^2}\right) - \frac{I_{ij}^0}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{T_{ij} - I_{ij}^0}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] \quad (3-10)$$

$$\sigma_{N_{ij}}^2 = \frac{\sigma_n^2}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{T_{ij} - I_{ij}^0}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma_n (T_{ij} - I_{ij}^0) \exp\left(-\frac{(T_{ij} - I_{ij}^0)^2}{2\sigma_n^2}\right) - \frac{1}{2\pi} \sigma_n^2 \exp\left(-\frac{(T_{ij} - I_{ij}^0)^2}{2\sigma_n^2}\right) + (I_{ij}^0)^2 \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{T_{ij} - I_{ij}^0}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] \quad (3-11)$$

文献^[39]对此做了数值模拟，其结果如图 3-2 所示，图中圆圈代表的是模拟计算值，实曲线代表的是公式(3-10)、(3-11)的理论值。同时该文还做了实验验证如图 3-3 所示，图中圆圈代表的是实验值，实曲线代表的是公式(3-10)、(3-11)的理论值。从图 3-2、图 3-3 中可以看出无论模拟情况和实验情况都和理论的结果吻合得很好。

重新考察式(3-3)，对于均值为零的高斯噪声，我们可以得到光斑质心时间均值为：

$$\langle x_c \rangle = \frac{\sum_{ij} x_i I_{ij}^0}{\sum_{ij} I_{ij}^0 + \sum_{ij} \langle N_{ij} \rangle} + \frac{\sum_{ij} x_i \langle N_{ij} \rangle}{\sum_{ij} I_{ij}^0 + \sum_{ij} \langle N_{ij} \rangle} \quad (3-12)$$

当没设置阈值时, 噪声的时域平均 $\langle N_{ij} \rangle$ 为零, 因此由式(3-12)计算得到的质心坐标为实际光斑的质心坐标。

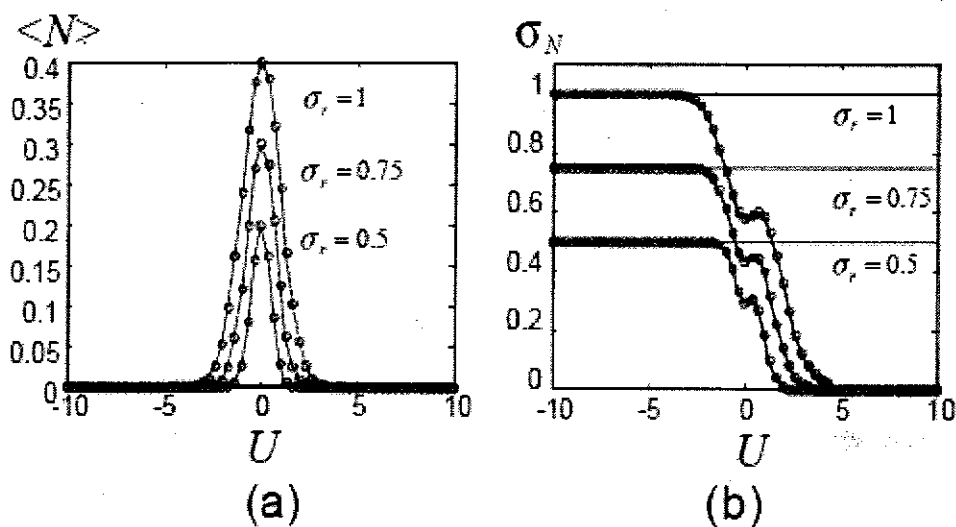


图 3-2 CCD 加性高斯高斯 (a) 均值 (b) 方差在不同阈值下的模拟值

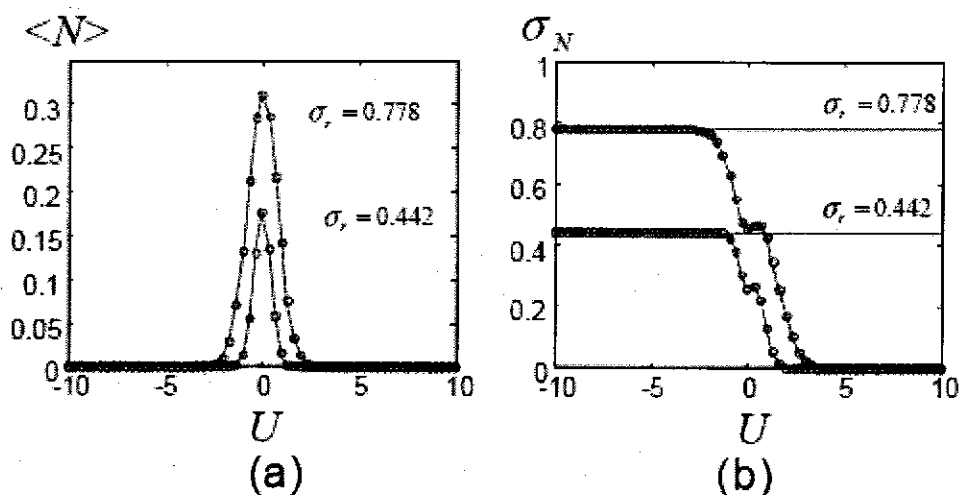


图 3-3 CCD 加性高斯高斯 (a) 均值 (b) 方差在不同阈值下的实验值

然而当采用阈值时,由上面的分析可以得知阈值使得有效噪声的均值并不一定为零,只有选择合理的阈值才能得到精确的光斑质心。如文献^[28]所提出的最佳阈值法,即背景电平加上读出噪声的 3 倍 rms 值。

对于非中心对称分布的光斑,采用阈值法来质心计算将产生一个额外的误差量^[39],该误差并不是由于光斑分布空间截断引起的,而是由于阈值法导致的。

对于阈值法对光斑质心探测的影响,文献^[40]给出一个十分详尽的分析。只有选择合理的阈值才能提高光斑质心探测的精度。

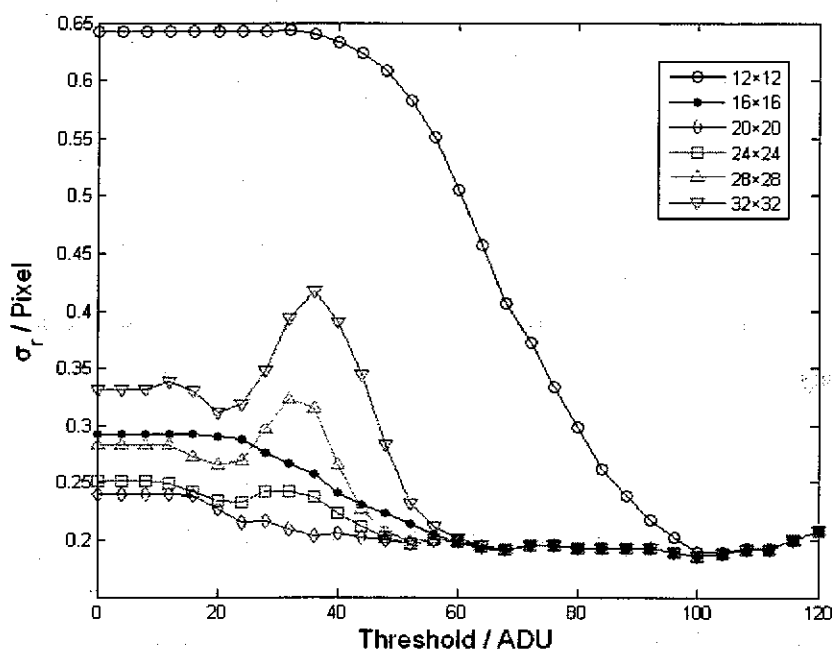


图 3-4 在不同的计算窗口尺寸下阈值法对质心探测精度的影响

图中不同的曲线代表了不同的质心计算窗口大小(如圆圈曲线代表的是 12×12 的计算窗口,其它曲线如图中标注所示)

图 3-4 是具体实验中采用的阈值和光斑质心计算均方根误差之间的关系图,图中采用了五个不同的计算窗口。从图中可以看出选择合理的阈值和计算窗口可以进一步提高质心计算的精度,如果盲目采用阈值可能会适得其反。

3.5 权重一阶距法

权重一阶距法是一种改进的质心计算方法,它给传统质心算法中不同像素点的灰度值乘以一个权重函数。由于远离光斑中心像素的性噪比较低,而所占的坐标权重值却很大,权重一阶距法是对光斑不同区域的像素点分配以不同权重值,从而可以减小 CCD 背景噪声,CCD 读出噪声等误差对光斑质心计算的影响,提高了光斑质心计算的精度。

这种方法可以归纳为如下的式子:

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i w(x, y) I_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w(x, y) I_{ij}} \\ y_c = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_i w(x, y) I_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w(x, y) I_{ij}} \end{cases} \quad (3-13)$$

式中 $w(x, y)$ 即所谓的权重函数。它可以选用如高斯函数、 sinc^2 函数分布,实际的探测光强分布等。例如当选用二维高斯分布函数作为权重函数时, $w(x, y)$ 可以用如下式子来表示:

$$w(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-x_c)^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-y_c)^2} \quad (3-14)$$

式中 x_c 、 y_c 分别为光斑质心在 x 、 y 方向的坐标。从式子(3-13)、(3-14)中可以看出权重一阶距法的目的就是增强靠近光斑中心像素点的灰度值,而削弱远离光斑中心像素点的灰度值。同时从式(3-14)可以得出权重分布中涉及到了光斑质心坐标 x_c 、 y_c , 如何合理地设置它们关系到该方法能否提高光斑质心计算的精度。实际中可以采用迭代^[43]的方法来解决该问题,先使用传统的光斑质心法的计算结果来设置 x_c 、 y_c , 然后采用权重一阶距法计算质心坐标设为 x_c^1 、 y_c^1 , 并用该结果来重新设置权重函数同时做下一次的计算得到光斑质心 x_c^2 、 y_c^2 , 然后继续做如此迭代, 设置一个迭代终止的判据为:

$$|x_c^{n+1} - x_c^n| < \varepsilon, |y_c^{n+1} - y_c^n| < \varepsilon \quad (3-15)$$

式中 ε 为一小量。根据文献^[43]给出的结果,该方法收敛速度比较快,一般通过四次迭代就可以得到收敛结果,因此在实际的计算中也可以通过设置迭代次数来作为迭代中止的判据。

同样的采用二维 sinc^2 函数做权重函数可以表示为:

$$w(x, y) = \left[\frac{\sin(\pi T x / 2)}{\pi T x / 2} \right]^2 \left[\frac{\sin(\pi T y / 2)}{\pi T y / 2} \right]^2 \quad (3-16)$$

而高阶距法^[37], 其实也是一种权重一阶距法, 它所采用的权重函数就是实际的探测的光强分布。根据高阶距法的定义, 可以使用如下式子来表示:

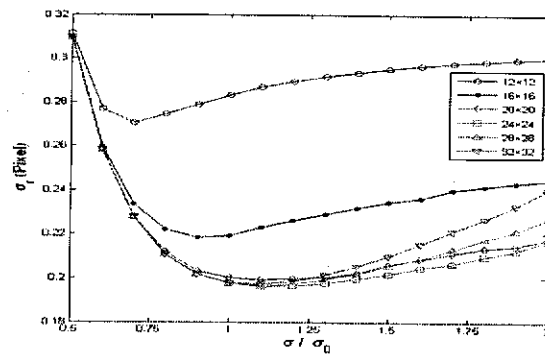
$$\left\{ \begin{aligned} x_c &= \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i I_{ij}^{\alpha-1} I_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}^{\alpha-1} I_{ij}} \\ y_c &= \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_i I_{ij}^{\alpha-1} I_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}^{\alpha-1} I_{ij}} \end{aligned} \right. \quad (3-17)$$

式中 α 为光强附加的指数项。从式(3-17)中可以看出高阶距法实际上可以归属于权重一阶距法的一种, 它的权重函数为:

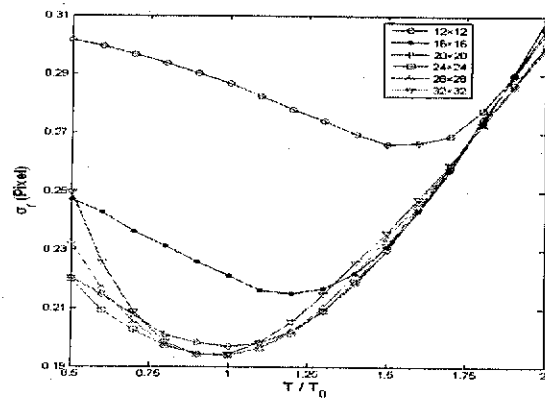
$$w(x, y) = I_{ij}^{\alpha-1} \quad (3-18)$$

下面采用实验方法来分析权重一阶距法对质心探测精度的影响。图 3-5 中(a) 权重分布函数采用的是高斯函数, 图中 σ/σ_0 代表的是高斯函数的相对均方差, σ_0 是微透镜焦斑等效高斯分布的均方差。从图中可以看出当选用的高斯分布均方差跟光斑实际等效高斯分布的均方差相匹配时, 可以得到最好的质心计算精度。(b) 中选用的权重函数是 sinc^2 函数, 从图中同样可以看出在选择了合适的计算窗口大小时, 即权重函数(3-16)中的 T 参数与光斑微透镜零级衍射的理论尺寸相匹配时得到最优的质心计算结果。(c) 中采用权重函数是实际探测的光斑光强分布, 也就是高阶距法。在图中可以看出对于不同的计算窗口大小对应一个最优的 α 值。

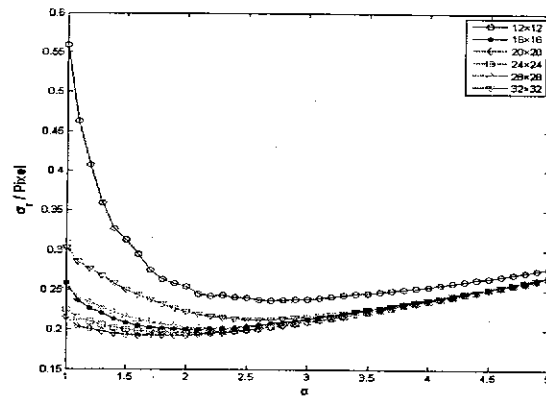
通过比较可以得出两个结论: 1) 当质心计算窗口达到合适大小时, 选用的高斯分布或 sinc^2 函数分布有更明显的优势, 因为它们最优权重函数参数的选择与窗口大小无关, 而高阶距法的最佳权重参数选择与计算窗口大小有关; 2) 采用高斯分布时, 随着其相对均方差的增大, 质心计算误差变化比其它两种权重函数要平缓的多, 因此当权重高斯分布均方差跟光斑实际等效高斯分布的均方差失配时, 只要它们的相对值大于 1 仍有良好的计算精度。



(a)



(b)



(c)

图 3-5 权重一阶距法对质心探测精度的影响, 上图 (a) 权重函数是高斯分布函数, 中图 (b) 权重函数是 Sinc^2 分布函数, (c) 权重函数是实际的光强分布。图中不同的曲线代表了不同的质心计算窗口大小

3.6 小结

本章对光斑质心计算方法加以了分析研究,并介绍了目前三种优化质心计算的算法:窗口法、阈值法和权重一阶距法。而在实际的质心计算过程中,不同算法都要涉及到一个计算窗口大小选取的问题。图 3-6采用不同光斑质心计算方法时,计算窗口尺寸与质心计算均方差的关系。图中标注的 sinc^2 、Gaussian 和 index 分别表示的权重法权重函数为 sinc^2 函数分布 (T 取 T_0 时的情况)、高斯分布 (σ 取 σ_0) 和实际探测光强分布 (α 取 2) 的情况, NULL 代表传统的一阶距法, Threshold 是阈值法计算的结果。从图中可以看出: 1) 采用优化算法计算的结果都要比传统方法精度高; 2) 权重一阶距法, 尤其权重函数采用 sinc^2 函数分布和高斯分布时, 在小窗口情况下就可以得到比较好的质心计算精度, 这对提高夏克-哈特曼波前传感器的测量动态范围有很大的帮助。

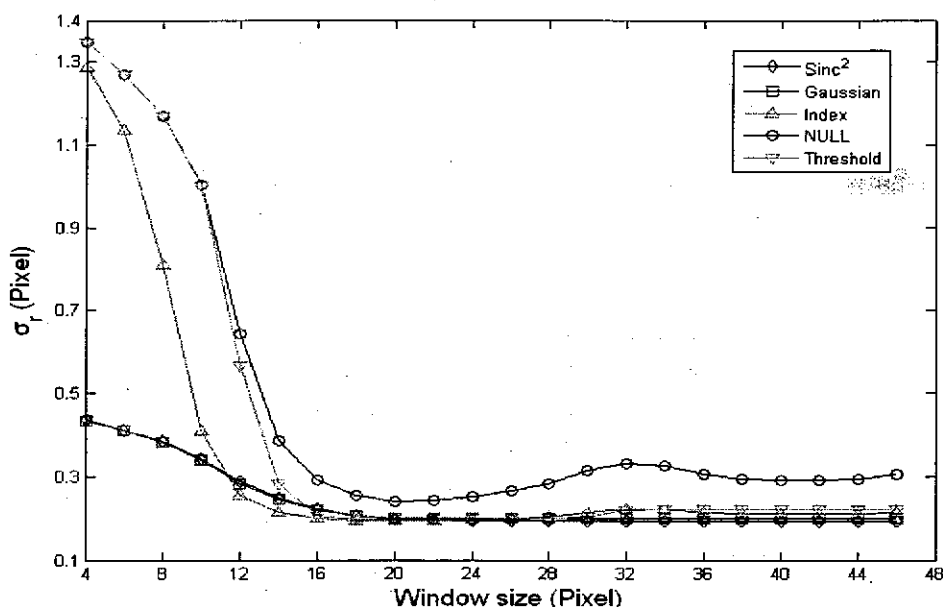


图 3-6 采用不同光斑质心计算方法时, 计算窗口尺寸与质心计算均方差的关系

前一节的研究表明, 高斯分布函数比其它两种权重函数有更明显的优势, 因此本文中使用的质心计算法是在优化窗口情况下的权重一阶距法, 权重函数为高斯分布函数, 其中相对均方差取 1。

4 夏克-哈特曼波前传感器动态范围研究

4.1 引言

传统哈特曼波前传感器的动态范围由微透镜阵列子透镜的焦距和孔径大小所决定,因为微透镜阵列的子孔径将 CCD 探测器的光敏面分割成相应假设的子区域,超出该子区域限制的光斑将无法被正确识别。当微透镜阵列的子透镜的焦距和孔径大小固定后,哈特曼波前传感器的动态范围也就随之确定了,因此为了满足不同动态范围和精度的光学波前检测要求,就得设计不同参数的哈特曼波前传感器。

目前对测量动态范围的研究是如何打破传统子孔径范围约束条件的限制,主要方法可以分成两类:第一类是通过改进的软件算法^{[47]-[50]}来识别出越界光斑实际所属的区域;另一类方法是通过改进硬件来识别越界的光斑的实际所属的区域,如使用柱状透镜阵列^[51]来代替传统的微透镜阵列,或则给每个子透镜加入不同的缺陷^[29]以实现对光斑的标识。使用了这些方法可以大大提高夏克-哈特曼波前传感器的测量动态范围。

本章将介绍一种提高测量动态范围的新方法。该方法对传感器的硬件部分做了改进,并且增加了光斑子区域识别算法。本章还将对畸变波前做了模拟检测,验证了该方法的可行性。

4.2 一种提高动态范围的方法

从公式(2-52)中可知,夏克-哈特曼测量动态范围与子透镜孔径的尺寸同光斑质心计算窗口之差($D-L$)成正比,同焦距 f 反比。

因此可以通过增大 D 、减小 f 和 L 来提高动态范围。然而提高 D 的代价是降低了传感器测量高阶像差的能力,而减小 f 的结果是降低了传感器的灵敏度(最小量程)。因此虽然增大 D 和较小 f 能够提高动态范围,但是以牺牲传感器的其它参数如灵敏度和精确度为代价的。

本文提出一种提高夏克-哈特曼波前传感器测量动态范围的方法,如图 4-1 所示。跟传统的夏克-哈特曼波前传感器相比增加了一平移台 7,光电探测器阵列 6 固定在该平移台 7 上,通过驱动平移台 7 可以带动光强探测器阵列 6 沿其光敏面的法线方向移动。

该方法包括下列步骤:

①输入待测的入射波前 1, 光强探测器阵列 (CCD) 6 的光敏面位于波面分割阵列 (微透镜阵列) 5 的焦平面并采集光斑阵列图输入所述的计算机;

②将采集到的图像传输给计算机进行数据处理, 计算出每个光斑的质心坐标。根据光斑的质心坐标, 对该光斑阵列图进行波前畸变量大小预判断机制: 如果图中出现了子区域光斑缺省或者子区域有多光斑的情况, 则判定为大畸变波前, 反之判定为小畸变波前;

③当入射波前为小畸变波前时, 根据初始状态下已计算的光斑质心坐标, 算出其与参考波前相应孔径内光斑质心坐标的差值, 获得每个子孔径区域上的波前

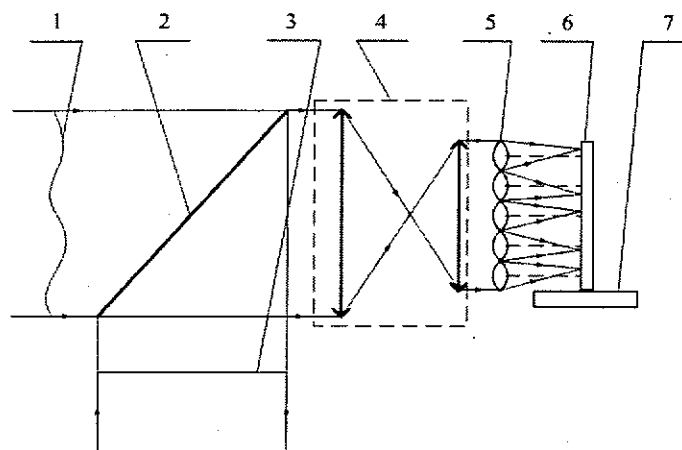


图 4-1 大动态范围夏克-哈特曼波前传感器的结构示意图

图中 3-平面波参考源、2-分光镜、4-光学匹配系统、5-波面分割阵列、
6-光电探测器阵列、7-平移台

斜率信息, 最后通过波前重构算法计算出入射波前的波面形状;

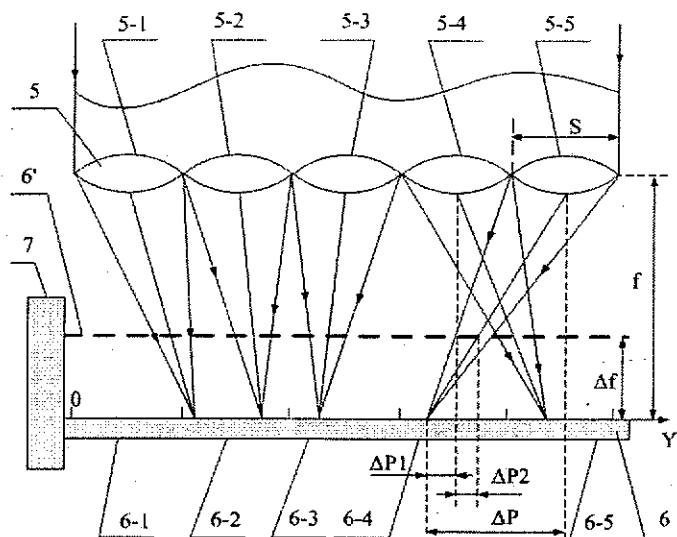


图 4-2 大动态范围夏克-哈特曼波前传感器的原理图

④当入射波前为大畸变波前时，由于初始状态下的光斑阵列图中部分光斑发生越界，需要额外信息来识别越界光斑的所属子孔径区域，采用光斑所属子孔径识别算法进行数据处理：

如图 4-2，首先在光电探测器阵列（6）初始位置下，已计算得焦斑 Y 方向质心坐标 Y_{t1} ，而该光斑所属子区域参考光斑 Y 方向质心坐标为 Y_{r1} ，相对位移量为 $Y_{t1} - Y_{r1}$ ；

然后控制一维平移台（7）运动，带动所述的光电探测器（6）移动到离焦量为 Δf 的位置（6'），再次计算出此时的光斑质心相对位移量为 $Y_{t2} - Y_{r2}$ ；

最后根据离焦量 Δf 、位移量差值 $Y_{t1} - Y_{r1} - Y_{t2} + Y_{r2}$ 和微透镜阵列的焦距 f ，计算出该光斑相对于实际的归属孔径区域的坐标偏差量为 $f \times (Y_{t1} - Y_{r1} - Y_{t2} + Y_{r2}) / \Delta f$ ，由此可以准确识别该光斑实际归属的区域；

在二维坐标下，只要再增加一次在 X 方向上的识别过程，方法跟 Y 方向识别过程相同；

⑤完成了越界光斑所属子孔径的识别后，便可以得到光电探测器阵列（6）在初始状态下每个光斑质心坐标和它实际所属参考光斑质心坐标的差值，从而获得每个子孔径区域上的波前斜率信息，最后通过波前重构算法计算出入射波前的波面形状。

4.3 模拟结果

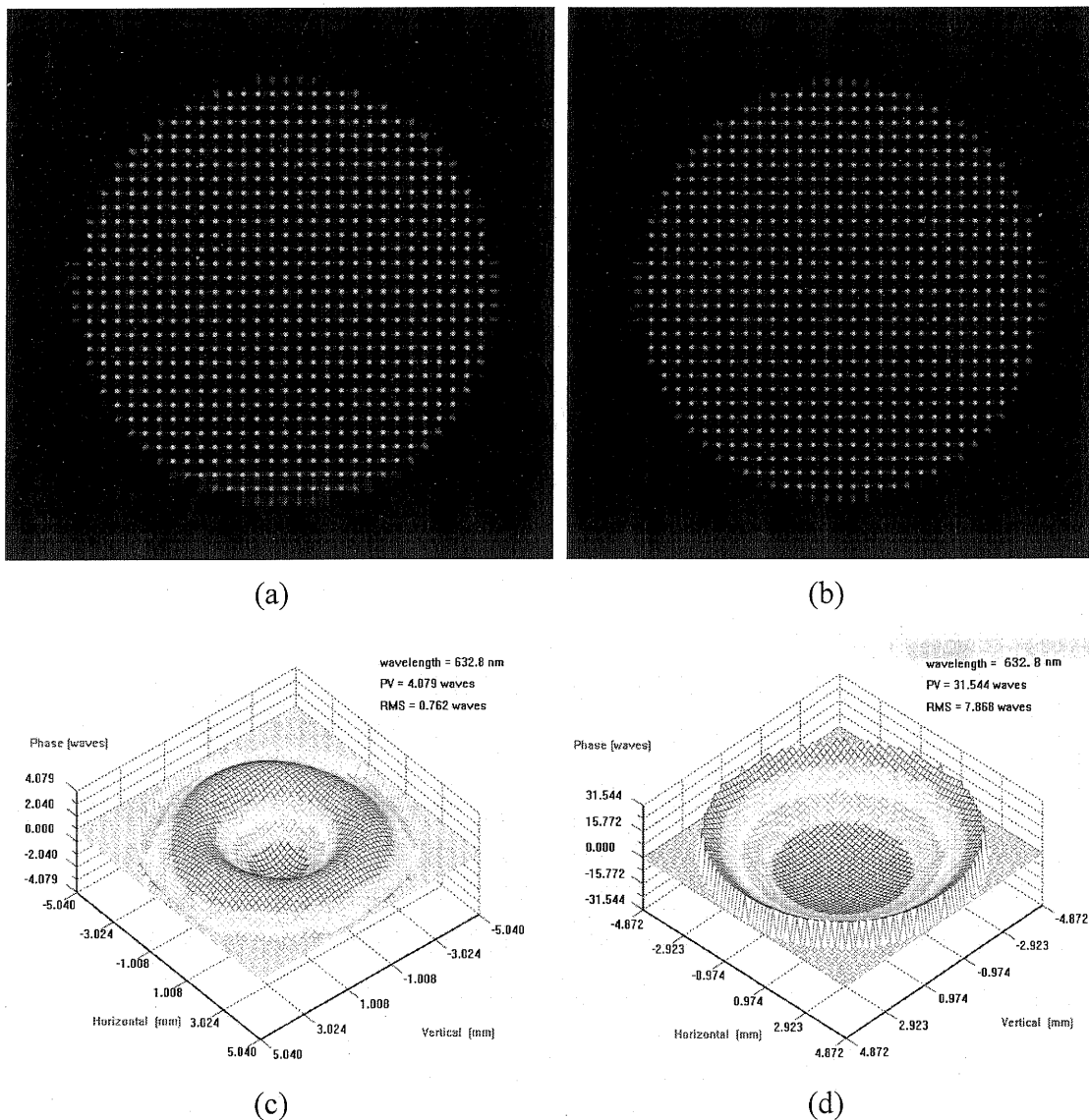


图 4-3 一种大动态范围波前检测过程

上图 (a) (b) 表示的是 CCD 采集到的光斑阵列图, 其中 (a) CCD 光敏面在微透镜焦面位置上, (b) CCD 光敏面距离微透镜焦面 5mm 位置上; 左下图 (c) 表示的是传统算法计算得到的波前结果, 右下图 (d) 代表的是采用新算法的结果

采用 2.3.4 节介绍的模拟方法, 模拟了波长为 632.8nm, 曲率半径为 1.667m^{-1} 的球面波, 光束全孔径大小为 9.744mm, 微透镜阵列子孔径为 $0.336 \times 0.336\text{mm}$, 焦距为 53.4mm, CCD 像素尺寸为 $14 \times 14\mu\text{m}$ 。图 4-3 中 (a) (b) 分别是 CCD 在

微透镜焦面和离焦量为 5mm 位置上的光强分布图,通过分析可得知在光束外围的光斑已经严重偏离其所属的子孔径范围。(c)表示的是传统方法重构的波前轮廓图,可以看出光束外围的重构结果是完全错误的,造成这个结果的原因是对越界光斑的误识别。(d)表示的本文提出方法重构的波前轮廓信息,通过分析波前 PV 值(波前重构结果为 31.544,理论结果为 31.258)和 Zernike 第 3 项系数值(波前重构结果为 15.757,理论值为 15.629),可知该方法有比较高的精度。当然这个模拟没有加入任何噪声量和其它误差量,所以计算结果十分地好,在真实情况下,实际的精度要比这个差。

对于激光波前的检测,尤其是脉冲光的检测,需要对该方法进行一个改进。可以通过在微透镜阵列后实施分束,然后采用两个 CCD 进行图像采集,并把 CCD 光敏面与微透镜之间的间距设置成不同。然后对同时采集的图像信息可以采用 4.2 节给出光斑越界识别的算法对光斑进行所属孔径的正确识别。

4.4 小结

本章分析了限制夏克-哈特曼波前传感器测量动态范围的因素,介绍了目前提高测量动态范围的方法。提出了一种提高夏克-哈特曼测量动态范围的新方法。并且对该方法通过模拟检测做了验证,得出的结论是该新方法可以大幅度提高夏克-哈特曼波前传感器的测量动态范围。

5 激光波前检测实验

5.1 引言

前面的章节已经对夏克-哈特曼波前传感技术有了一个全面的分析和研究，本章的工作是在前面章节研究的基础上，开发一台可以实用的夏克-哈特曼波前传感器。本章将重点介绍所开发的传感器的硬件构成、软件设计、参数校正和波前检测实验等四个部分内容。

5.2 夏克-哈特曼波前传感器的硬件构成

一个典型的夏克-哈特曼波前传感器的主要硬件构成如图 5-1 所示，下面对其中对核心硬件的作用做一个说明：微透镜阵列对待测波面实施分割采样和聚

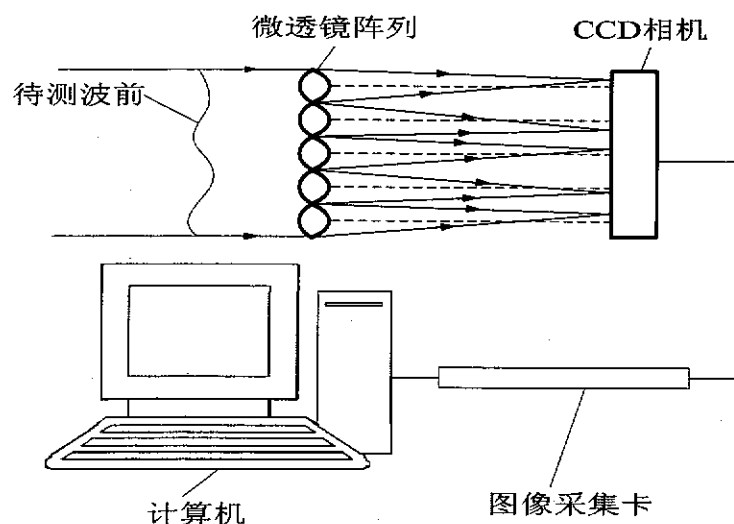


图 5-1 夏克-哈特曼波前传感器的硬件构成框图

焦, CCD 相机探测微透镜阵列集焦平面上光强分布, 图像采集卡把 CCD 相机采集到的数据进行 AD 转换并传输给计算机, 计算机负责总体控制和数据处理。

在具体的元器件选购上, 我们选用了美国 Wavefrontsciences 公司生产的微透镜阵列, 这是一种二元光学器件, 采用光刻方法制作而成, 它的具体参数如表 5-1 所示。而 CCD 相机选择了加拿大 Dalsa 公司生产的 DS-22-04M15, 这是一种可编程控制的 CCD 相机, 它的参数如

表 5-2 所示。图像采集卡采用的是 dalsa 公司的 X64-CL iPro。

对于涉及到光学部分的元件微透镜阵列和 CCD 相机的位置关系必需满足两条件: 1) 微透镜阵列的焦平面应与 CCD 相机的光敏面相重合; 2) 微透镜阵列的子透镜分布方向与 CCD 相机像素的分布方向角度要一致。因此微透镜阵列和 CCD 相机之间的耦合装置必须能够实现俯仰可调、绕光轴可旋转、垂轴和沿轴位置可调。只有选择了合适的装配元件才能够通过调节来消除章节 2.4.1 所给出的各种装配误差。本文所采用的耦合方法如图 5-2 所示。

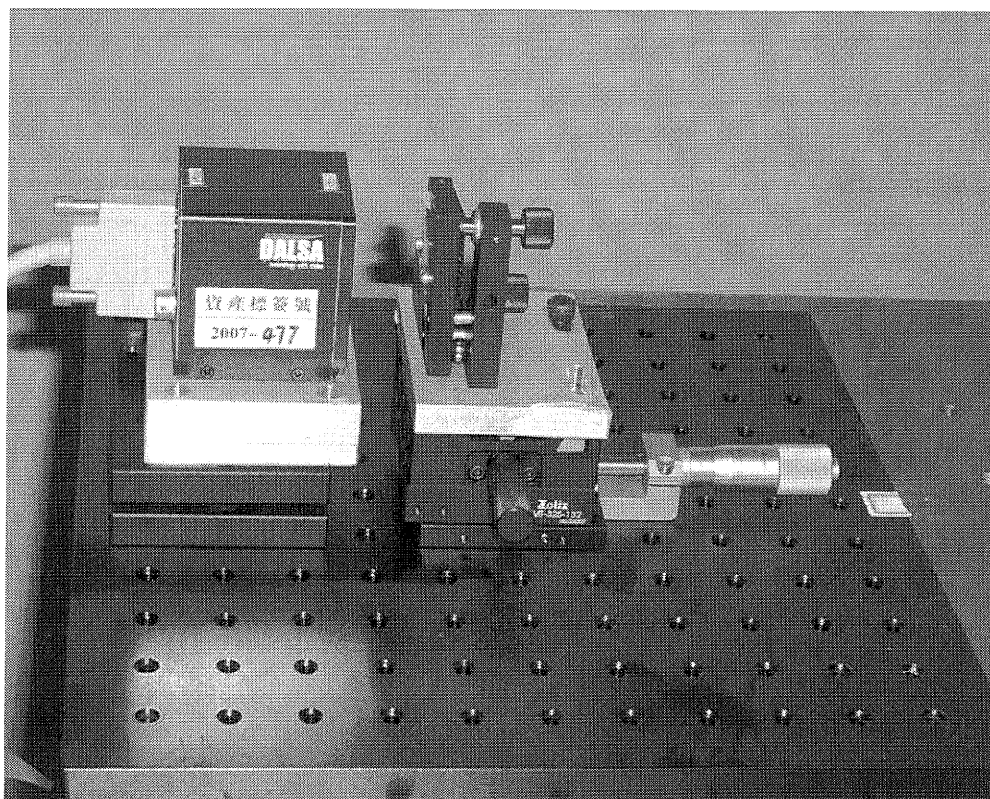


图 5-2 夏克-哈特曼波前传感器硬件图

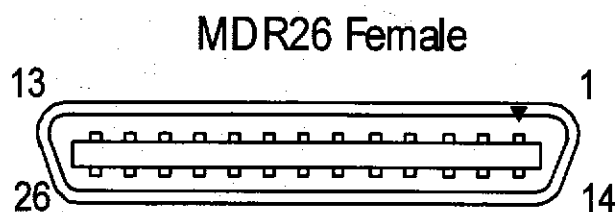
表 5-1 微透镜阵列参数

参数	值	单位	说明
全孔径尺寸	14.34×14.34	Mm	
空间分辨率	42×42		
子透镜孔径尺寸	0.336	Mm	
焦距	53.4	Mm	波长@325nm
动态范围	±96	Λ	波长@325nm

表 5-2 CCD 相机主要参数

参数	值	单位	说明
分辨率	2048×2048		
像素尺寸	7.4×7.4	Mm	
相机尺寸	56×56×56	Mm	
数据格式	8 或 10	Bit	相机设置中可选
帧频率	最大 16	Fps	
工作电压	12-25	V	

采集卡和 CCD 相机之间使用 Camera Link 传输数据, Camera Link 使用 MDR26 接口连接如图 5-3所示, 而采集卡安装在计算机主板的 PCI 插槽上。



Mating Part: 3M 334-31 series

Cable: 3M 14X26-SZLB-XXX-0LC**

图 5-3 MDR26 Connector

5.3 夏克-哈特曼波前传感器的软件设计

数据处理软件是夏克-哈特曼波前传感器的重要组成部分,一个完整的处理软件主要包括四个部分:图像采集与传输控制模块、光斑处理模块、波前重构模块和波前信息显示模块。一个完整的检测过程如图 5-4所示,本节根据具体的软件设计对这四个部分做一个全面的阐述。

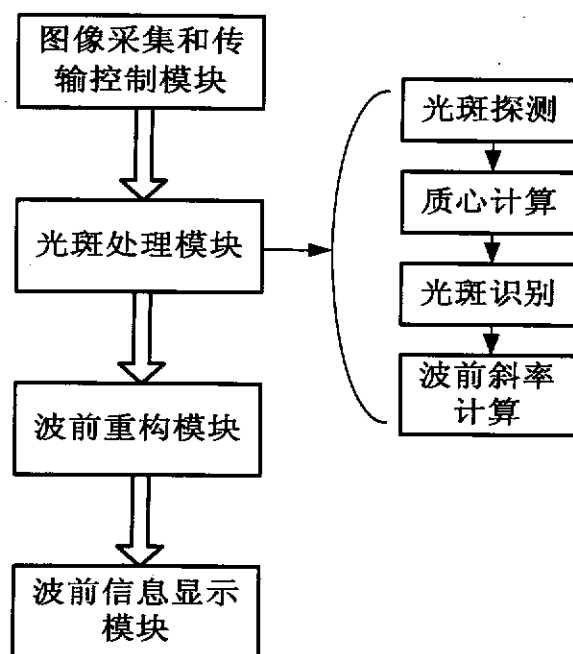


图 5-4 夏克-哈特曼波前传感器软件组成模块示意

5.3.1 图像采集和传输控制模块

该模块的作用是控制 CCD 采集图像,并且将所采集到的图像传输给计算机。本文所使用的 CCD 相机是 DS-22-04M15,采集卡为 X64-CL iPro,该采集卡提供了完整的 c 和 c++的库文件,适合在 Visual C++环境下编程控制 CCD 相机。

CCD 的图像采集既可以使用采集卡控制也可以使用外触发信号来控制。如果要检测脉冲光的波前信息时必须采用外触发信号来控制,这时候的外触发由同步机生成。而在普通检测的情况下使用采集卡来控制,因此可以在程序中自由控制 CCD 采集图像信息。图 5-5是一个完整的图像采集和传输控制模块流程图。在开环检测中,为了减小 CCD 读出噪声的影响,一般采用连续采集的方法,然

后对采集结果做平均处理，这样可以有效降低高斯噪声对光斑质心计算的影响。

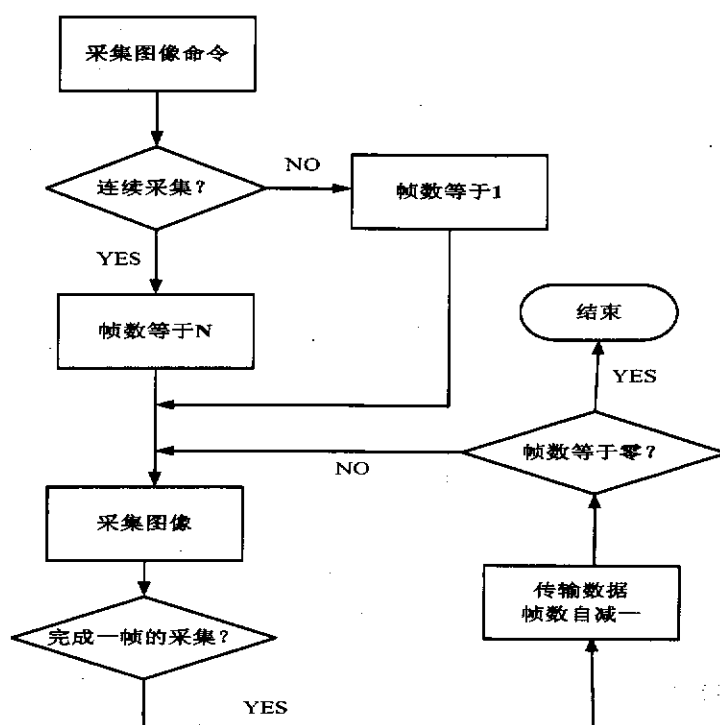


图 5-5 图像采集和传输控制模块流程图

5.3.2 光斑处理模块

光斑处理模块是夏克-哈特曼波前传感器软件的重要组成部分，它为波前重构提供每个子孔径的波前斜率信息。一个完整的光斑处理模块须遵循以下四个步骤：1) 光斑探测；2) 质心计算；3) 光斑所属区域识别；4) 波前斜率计算。所谓光斑探测是在光斑阵列图中找出所有的光斑，只有找出光斑才能进行质心计算；而光斑识别是将探测到的光斑根据其质心坐标等信息确定其所属的子孔径，也只有完成了光斑识别后才可以计算光斑的波前斜率。

然后由于参考波前光斑阵列和畸变波前光斑阵列性质的不同，实际处理步骤也有所不同。对于参考波前光斑阵列的处理只需要前两个步骤。为了提高光斑模块处理速度，可以充分利用参考光波前光斑阵列排列整齐的特性，对该光斑阵列实行行列识别的方法，而不是逐一识别。该算法的具体实施过程如下：

- 1) 划分光斑阵列图的全孔径区域。对于分辨率为 $N \times N$ 的 CCD 相机图像，光斑阵列对应的全孔径区域可以表示为： $i \in [x_0, x_n]$, $j \in [y_0, y_m]$, i 、 j 分别表示全孔径区域内像素点的列和行编号， $1 \leq x_0 < x_n \leq N$, $1 \leq y_0 < y_m \leq N$ 。

- 2) 计算出全孔径范围内每行和每列像素点光强之和, 可以表示为:

$$S_i^x = \sum_{j=y_0}^{y_n} I_{ij}, \quad S_j^y = \sum_{i=x_0}^{x_n} I_{ij} \quad (5-1)$$

式中 I_{ij} 是编号为 ij 像素点的光强值。然后找出阵列 S_i^x 、 S_j^y 的每个峰值, 分别记录下这些峰值对应的编号分别为 $V_l=i$, $H_k=j$, l 为光斑阵列的列编号, $0 < l < L$, k 为光斑阵列的行编号, $0 < k < K$, L, K 表示光斑阵列的列数和行数。而 V_l 和 H_k 的物理意义是第 l 列、第 k 行光斑强度分布的近似中心点。

- 3) 把 V_l 和 H_k 值作为第 l 列、第 k 行光斑质心计算的计算窗口初始窗口, 采用章节3.3介绍的算法做质心计算。
- 4) 重复步骤3) 计算全孔径范围内所有光斑的质心坐标。

对于待测畸变波前光斑阵列图的处理可以分成两种情况来处理: 情况一畸变波前未超出夏克-哈特曼波前传感器动态范围; 另一种情况就是超出测量动态范围。对于第一种情况, 由于光斑阵列图中的所有光斑都被限制在各自所属子孔径范围内, 所以可以利用参考波前光斑阵列质心信息来简化光斑处理过程, 可以把光斑处理模块中的步骤1)和3)合为步骤1), 在光斑检测的同时实际上已经完成了光斑识别。使用参考波前每个光斑的质心坐标作为该子孔径的中心, 使用子孔径的尺寸定义计算窗口的初始大小, 然后便可以使用章节3.3定义的算法计算畸变波前的质心坐标了, 就可以计算出光斑的波前斜率了。而对于情况二, 必须严格按照光斑处理模块定义的四个步骤来处理, 其中质心计算和波前斜率计算的方法是固定的, 问题的难点在于光斑探测和光斑识别上。针对这种情况给出一种准模板匹配法^[52]来检测光斑。具体为:

- 1) 如果光斑分布的大小为 $L \times L$ 像素, 则设定一个尺寸为 $(L+1) \times (L+1)$ 或 $(L+2) \times (L+2)$ 像素的模板, 要求模板宽度为奇数。初始情况将模板置于图像的左上角。
- 2) 设定模板中心像素坐标为 (i, j) , 判断下列条件是否成立:

$$I_{ij} \geq I_{i+n, j+m}, \quad n, m = -1, 0, 1 \quad (5-2)$$

I_{ij} 代表的是模板中心像素的光强, $I_{i+n, j+m}$ 是模板中心周围邻接的8个像素的光强。如果此条件不成立, 移动模板的位置, 直到条件满足为止。

- 3) 设 I_c 为模板区域中心的 3×3 模块的光强之和, 再设与该中心块临近的8

个 3×3 的强度为 $I_{(p,q)}$, 即:

$$I_c = \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 I_{i+n, j+m} \quad (5-3)$$

$$I_{(p,q)} = \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 I_{(i+p)+n, (j+q)+m}, p, q = -3, 0, 3, \text{且不同时取零}$$

设定一个系数 C , 判定下面的条件是否成立:

$$I_c > C \times I_{(p,q)} \quad (5-4)$$

如果上述条件满足, 可以判定此时模板中心区域是该光斑最亮的位置。光斑的强度分布从最强的中心向周围下降, 中心一定大小区域和其周围一定大小区域强度积分(离散采样为求和)具有一定的比值。在理想情况下这个比值大小是确定。对于存在噪声的情况下, 这个比值在一定范围内变化, 可以设定一个比值 C 来作为下限。

- 4) 将满足条件 3) 的模板中心点作为质心计算窗口的中心, 模板的尺寸作为质心计算窗口的初始大小, 采用章节 3.3 定义的算法计算光斑质心坐标。
- 5) 将模板中心向右移动一个距离, 该距离模板宽度。如果此时超出了图像的宽度, 则将模板中心向下移动模板宽度大小的距离, 模板的左边和图像的左边重合。然后重复步骤 2)-4) 直到完成所有光斑的检测。

而此时的光斑识别可以采用扩大夏克-哈特曼波前传感器的算法来实现, 具体见前面的章节。

5.3.3 波前重构模块

波前重构的算法在章节 2.3 已经作了详细的阐述, 本文中使用到的重构算法包括 Southwell 模型的模型法和基于 Zernike 多项式的模式法, 在程序中可以选择不使用哪种方法进行数据处理。而具体的矩阵方程求解采用了奇异值分解法(SVD)。

5.3.4 波前信息显示模块

波前信息显示模块的作用是把重构的波前以图和数据的形式显示出来。本文采用的波前轮廓图采用 OpenGL 语言编写, 实现 3D 显示、可缩放和可旋转观察, 比较直观。自 1992 年由三维图形处理技术领导厂商 SGI 公司发布了 OpenGL 以来, OpenGL 迅速成为目前应用最为广泛的二维和三维图形编程接口。数据的显示包括: 波长, 波前 PV 值, rms, 模式法各阶多项式的系数等。

5.4 夏克-哈特曼波前传感器的校准

5.4.1 理论分析

在2.4节中详细介绍了夏克-哈特曼波前传感器的各种 CCD 相对微透镜阵列的装配误差有：横向平移、轴向平移、绕 x 或 y 轴旋转和绕光轴 z 旋转误差。在实际的校正过程中，首先消除绕 x 或 y 轴旋转的误差量，可以通过调节 CCD 装配台的俯仰来把误差消减到可以忽略的程度。然后是消除绕光轴 z 旋转误差，这个同样可以通过调节 CCD 装配台来往常。剩下的工作是要消除轴向平移误差，只有精确测定出 CCD 光敏面与微透镜阵列之间的距离，才能可以消除该误差。

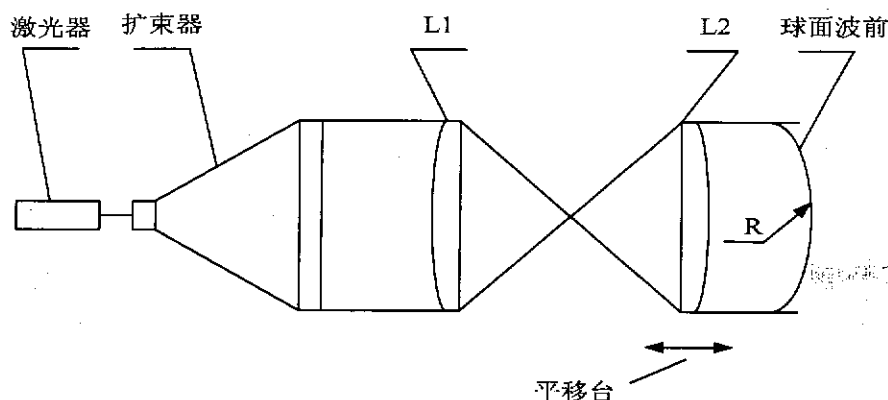


图 5-6 球面波前生成方法示意

要测定 CCD 光敏面与微透镜阵列之间的距离，可以通过间接的方法来测量：先检测已知波前信息的波面，然后通过比对检测值和实际值来计算出离焦量信息。由于球面波相位信息简单，所以通常使用球面波来作为已知波面。球面波生成方法有多种，其中一种常用的方法如图 5-6 所示，通过精确控制图中的透镜对的间距来得到所需的球面波前。还有一种方法是有使用单模光纤端面输出光作为点光源，在远离该端面不同的距离位置上就可以得到不同曲率的球面波。

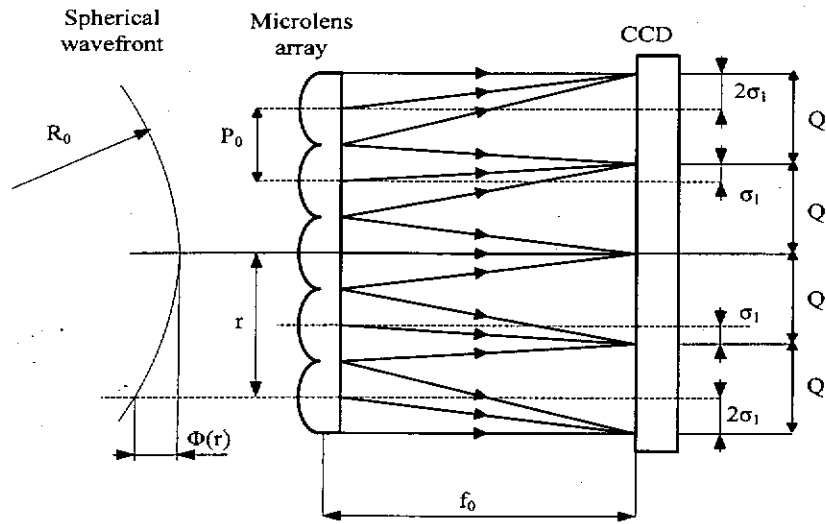


图 5-7 球面波入射 S-H 波前传感器后的光斑分布模型

球面波来作为夏克-哈特曼波前传感器的参考波前的情况如图 5-7 所示。定义几个参数，微透镜阵列与 CCD 光敏面间距为 f_0 ，子透镜的孔径为 P_0 ，CCD 像素尺寸为 S_0 。距离光轴 r 位置的球面波前光程差为 $\Phi(r)$ ：

$$\Phi(r) = R_0 - \sqrt{R_0^2 - r^2} = \frac{r^2}{2R_0} + \frac{r^4}{8R_0^3} + \dots \quad (5-5)$$

CCD 上每个光斑相对于相应子透镜光轴的偏移量可以表示为：

$$\sigma(r) = f_0 \nabla \Phi(r) \quad (5-6)$$

当 $R_0 \gg r$ ，第 k 个子孔径 ($r = kP_0$) 所成光斑的偏移量等于：

$$\sigma(r_k) = f_0 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \approx \frac{r_k f_0}{R_0} \quad (5-7)$$

由公式(5-7)可以得出相邻光斑间的该偏移量差值为 $\sigma_1 = \sigma(r_{k+1}) - \sigma(r_k)$ ，因此相邻光斑之间的距离为固定值：

$$Q = P_0 \left(1 + \frac{f_0}{R_0}\right) \quad (5-8)$$

实际检测结果 Q 值的大小是用 CCD 像素数目 N 来表示的。当有了参数 f_0 , P_0 和 S_0 , 那么由式(5-8)入射波前曲率半径($\rho_0=1/R_0$)可以表示为:

$$\rho_0 = \left(\frac{NS_0}{P_0} - 1 \right) \frac{1}{f_0} \quad (5-9)$$

而设计参数值 f_0 , P_0 和 S_0 的实际值并不是精确已知的, 设计值和实际参数值 (S, P, f) 之间存在一个误差量 ($\delta S, \delta P, \delta f$), 实际值与实际值可以表示为:

$$\begin{aligned} S &= S_0 + \delta S, & P &= P_0 + \delta P, & f &= f_0 + \delta f \\ \delta S/S &\ll 1, & \delta P/P &\ll 1, & \delta f/f &\ll 1 \end{aligned} \quad (5-10)$$

有了参数 (S, P, f), 可以得到波前曲率半径的计算结果为 ρ_{meas} , 它与实际波前曲率半径间的差值可以使用泰勒级数来表示:

$$\delta\rho = \rho_{meas} - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\delta f}{f_0} - \frac{NS_0}{P_0 f_0} \left(\frac{\delta P}{P_0} - \frac{\delta S}{S_0} \right) \quad (5-11)$$

当 $R_0 \gg f_0$ 时, σ_1 远小于 P_0 , 所以 $Q \approx P_0$, 因此(5-11)可以近似转化为:

$$\delta\rho = -\rho_0 \frac{\delta f}{f_0} - \frac{1}{f_0} \left(\frac{\delta P}{P_0} - \frac{\delta S}{S_0} \right) \quad (5-12)$$

公式(5-11)中的 ρ_0 是球面波的实际曲率半径, 通过直接检测光纤端面与微透镜阵列的距离 R_0 , 可以计算获得 $\rho_0=1/R_0$ 。而实际检测 R_0 的过程中, 为了较小测量难度, 可以选定与微透镜阵列距离为 δR 的某一参考位置, 然后检测该位置与光纤端面间距为 R_{ref} , 因此 R_0 可以表示为 $R_{ref} = R_0 + \delta R$ 。所以球面波的实际曲率半径 ρ_0 可以由下式表示:

$$\rho_0 = \frac{1}{R_{ref} - \delta R} \approx \rho_{ref} + \rho_{ref}^2 \delta R \quad (5-13)$$

将(5-13)带入式(5-12)中可以得到^[53]:

$$\delta\rho = \rho_{ref}^2 \delta R - \rho_{ref} \frac{\delta f}{f_0} - \frac{1}{f_0} \left(\frac{\delta P}{P_0} - \frac{\delta S}{S_0} \right) \quad (5-14)$$

公式(5-14)表征了球面波的真实曲率与检测曲率间的差值。在公式中共涉及到四个未知的误差量 ($\delta R, \delta S, \delta P, \delta f$), 可以通过检测一系列球面波来计算出这些误差量。式中像素尺寸误差 δS 和微透镜孔径尺寸 δP 引入了的是误差常量, 而

且它们是相互关联的, 没法同时独立解出它们的实际值, 而在波前检测过程中微透镜的孔径大小是用 CCD 像素数来表征的, 同样它们还是相互关联的。因此没有必要同时计算出 δS 和 δP , 可以设定 δP 为零, 来计算 δS 。

5.4.2 实验校正

校正夏克-哈特曼波前传感器的光路如图 5-8 所示, 具体的操作按照以下步骤进行:

- 1) 调整图中的反射镜 (图中为 M) 和分束器 (图中为 beam splitter, short in BS), 使得激光器 2 (图中为 Laser2) 发出的光经 M 反射并通过分束器最终和出射点重合。
- 2) 在主光路上加入 CCD, 并在 BS 和 M 间加入挡板, 调整 CCD 的上下、左右位移以及俯仰, 使得 Laser2 发出的光经过 BS 反射的那支光打在 CCD 的中央, 并且 CCD 反射回来的光束与入射光束重合。
- 3) 在 CCD 前加入微透镜阵列 (图中为 Lenslet), 调节好其与 CCD 间的间距。然后在 Lenslet 和 CCD 间加入挡板, 调节微透镜阵列的上下、左右以及俯仰使得 Laser2 发出的光经过 BS 反射的那支光打在微透镜阵列的中央, 并且 CCD 反射回来的光束与入射光束重合。

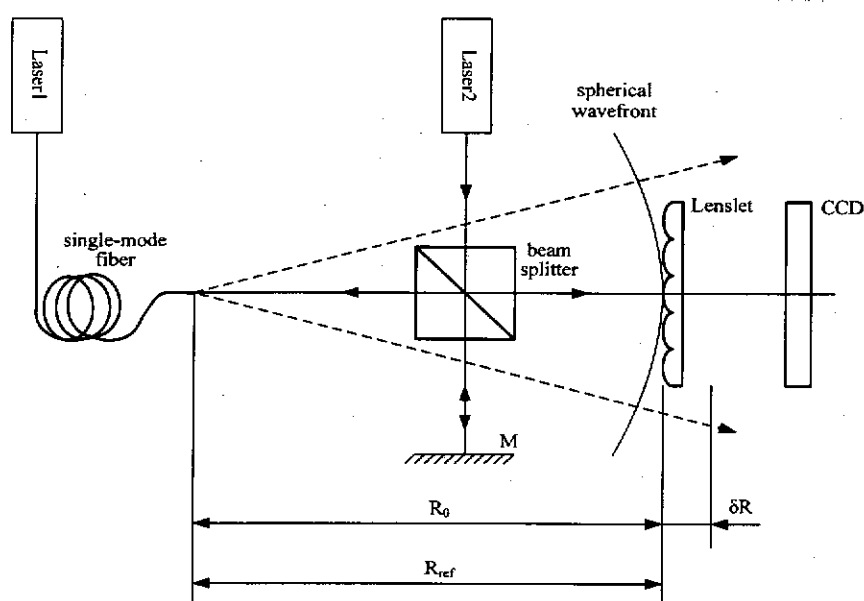


图 5-8 校正 S-H 波前传感器的光路图

- 4) 调节微透镜阵列的绕轴旋转量, 使得其子透镜在水平和竖直方向上的分布与 CCD 像素分布一致。具体的方法是, 对 CCD 输出图象灰度值按行

(或列)积分,按行(或列)画出其积分灰度值的分布图,微调 Lenslet 的绕轴旋转量使得该图中的峰的宽度最窄幅度最高。也可以通过目测的方法,微调 Lenslet 的绕轴旋转量,使得光斑阵列图中的同一行光斑中心位置基本在 CCD 同一行像素上,这样的调节误差在微弧度量级,根据2.4.1.4的分析可以忽略其对测量结果的影响。

- 5) 加入耦合了激光器 1 (图中为 Laser1) 输出光的单模光纤 (图中为 single mode fiber, 缩写为 SMF), 并调整 SMF 出射端面的位置, 使得 Laser2 发出的光经 BS-M-BS 反射后光束打在 SMF 出射端面上。
- 6) 然后撤掉图 5-8 中的 Laser2 和 Beam splitter, 测定单模光纤输出端面与微透镜阵列的距离即球面波半径 R_1 , 并且使用 CCD 采集在该球面波的光斑阵列分布图。
- 7) 然后改变单模光纤的输出端的位置, 并重新加入 Laser2 和 Beam splitter, 重复上面的调节步骤 1)、5)、6)。
- 8) 重复步骤 7)。

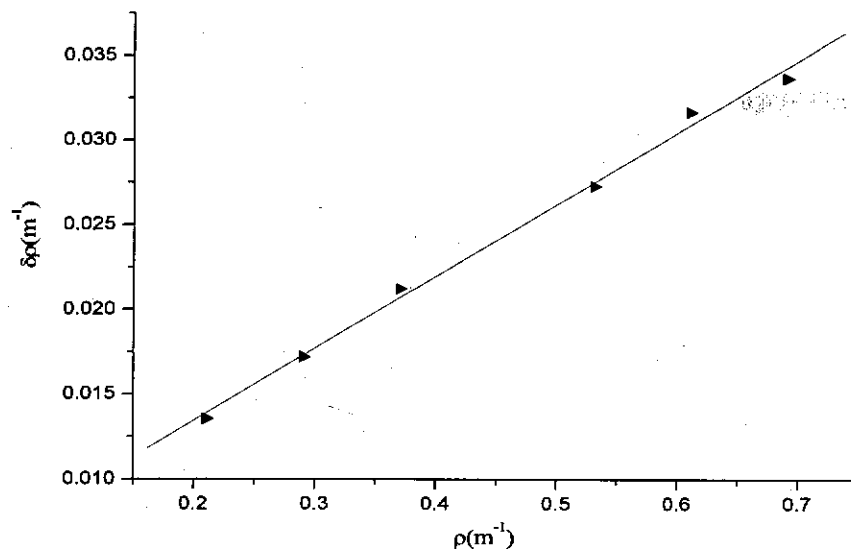


图 5-9 根据初始参数计算出的波前曲率半径与实际波前曲率半径的差值图。图中实心三角代表离散检测点, 直线代表式(5-12)拟合的曲线。

通过步骤 1)-4)就可以基本消除 CCD 相对微透镜阵列的装配误差中的两种: 绕 x 或 y 轴旋转和绕光轴 z 旋转误差。而步骤 5) 加入的单模光纤激光输出端是给夏克-哈特曼波前传感器提供了生成球面波的点光源。通过步骤 6)-8)就可以得到一系列曲率半径的球面波的检测结果, 然后根据公式(5-14)可以计算出待校正

参数的校正量 (δS , δP , δf)。

公式(5-14)成立的结果是忽略了光斑质心计算误差的影响, 根据章节5.2所介绍的微透镜阵列和 CCD, 经过计算要忽略光斑质心计算误差的影响, 那么光斑质心计算误差的均值必须小于 0.01 个像素点, 这个对质心计算精度要求很高。而且每个球面波前得到的光斑阵列图的质心计算误差均值也是不一样的, 因此这个不确定量大大影响了二次曲线拟合的精度。在具体实验中, 尽可能地减小 δR , 从而采用式(5-12)来计算校正量 (δS , δP , δf)。

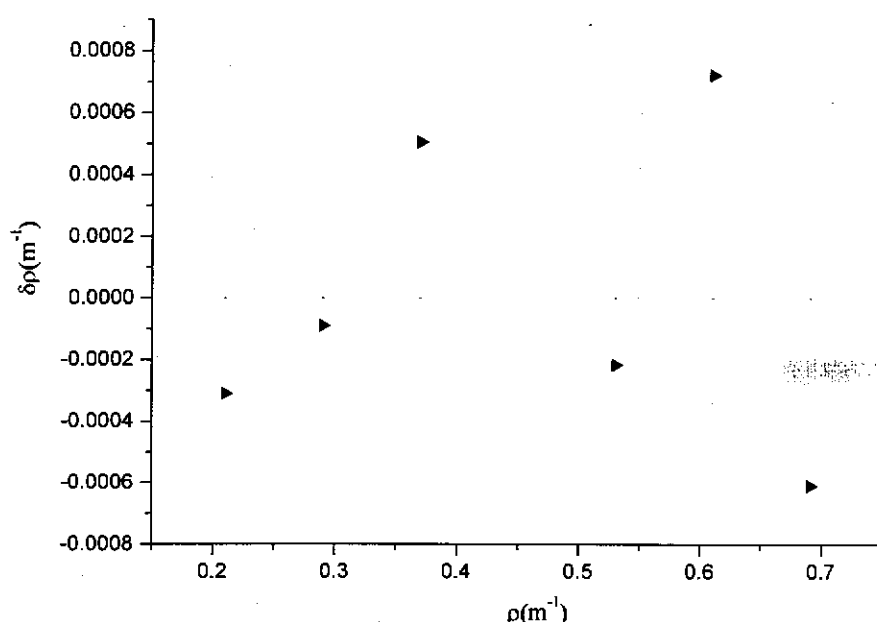


图 5-10 根据校正参数计算出的波前曲率半径与实际波前曲率半径的差值图, 图中实心三角代表离散检测点。

如图 5-9所示, 实验中检测了 6 个不同曲率半径的球面波前。图中实心三角代表离散检测点, 是根据初始参数计算出的波前曲率半径与实际波前曲率半径的差值, 直线代表式(5-12)拟合的曲线。图 5-10根据拟合的结果计算得到, 微透镜阵列与 CCD 光敏面的间距 f 为 57.7mm, CCD 像素尺寸大小 P 为 7.4158 μm 。是使用了校正后的 f 和 P 计算出波前曲率半径与实际波前曲率半径的差值图。通过对比图 5-10和图 5-9可知, 校正后的波前曲率半径误差量减小了两个数量级。通过校正夏克-哈特曼波前传感器对提高其检测精度有明显的帮助。

5.5 波前检测实验

5.5.1 参考波前

实验中采用了 Zygo 干涉仪输出的探测光作为标定夏克-哈特曼波前传感器的参考波前。Zygo 干涉仪输出的为红光，而且光束平行度高，作为参考波前的优点有：

- 1) 输出功率较高，红光波长靠近本文选用 CCD 的中心响应波长，得到光斑阵列图的信噪比高，因此该参考光的光斑质心探测精度高；
- 2) 该光束的平行度好，用作参考波前可以将参考波前引入的误差降到最小。

图 5-11 (a) 显示的是 CCD 采集到的一个 18×18 的光斑阵列图，该图代表的是平面波参考光入射的情况。

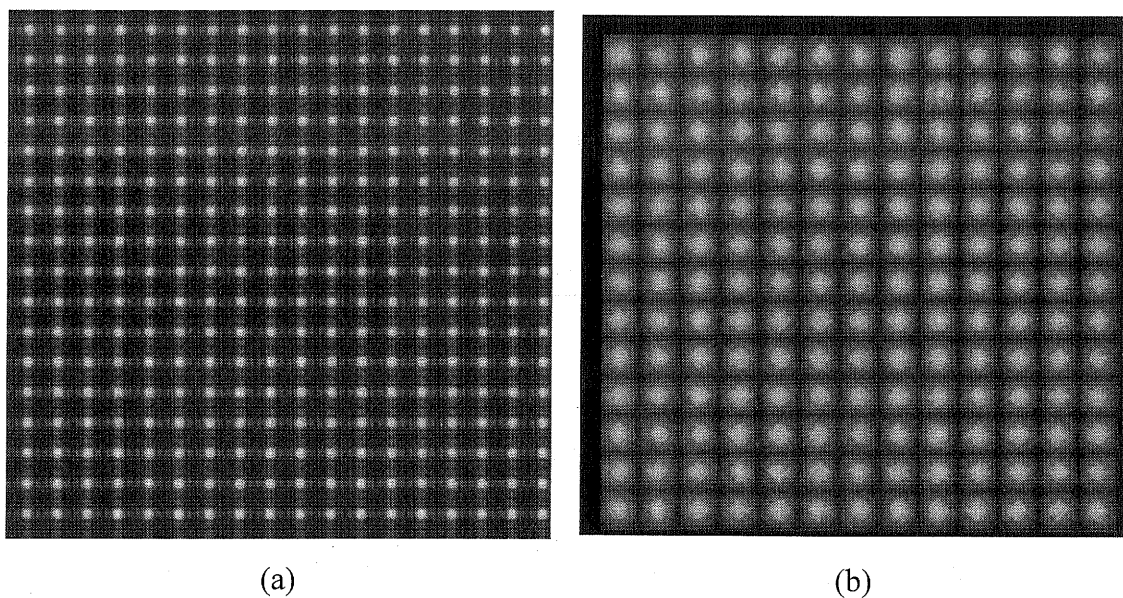


图 5-11 光斑阵列图

左图 (a) 为平面波的光斑阵列图，右边图 (b) 是球面波的光斑阵列图

5.5.2 检测实验

实验中对球面波前进行波前检测,如图 5-11 (b) 所示的是球面波(球面半径为 1348.9mm)的光斑阵列分布图。其波前检测的结果如图 5-12所示, (a)(c)表示使用模式法的结果,而(b)(d)区域法 Southwell 模型的结果。其中(a)(b)是原始的计算数据, (c)(d)是(a)(b)的基础上减掉代表倾斜的项后得到的结果。

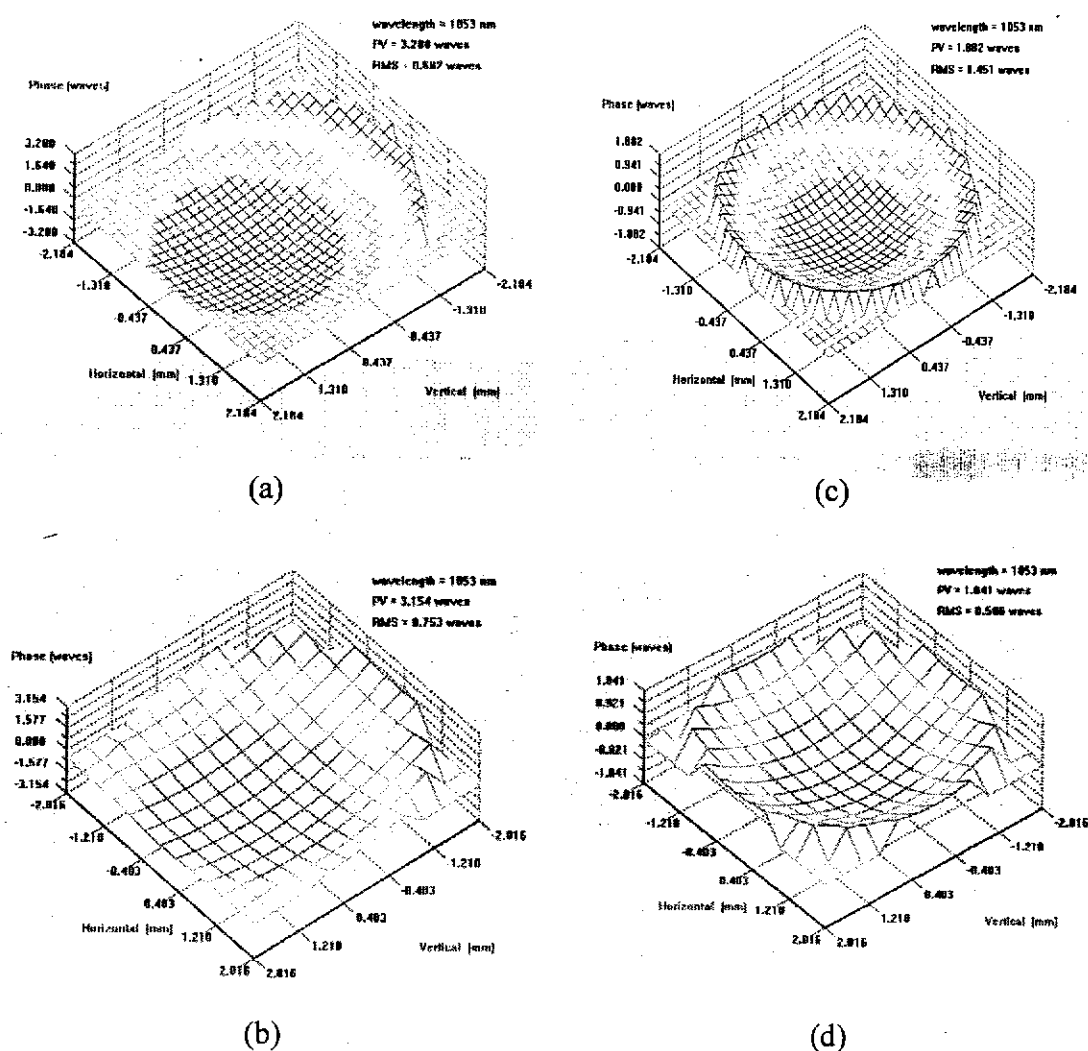


图 5-12 波前检测的结果, (a) (b)未减去倾斜量, (c) (d)减掉了倾斜量
上图 (a) (c)采用的是模式法, 下图 (b) (d)采用的是 Southwell 模型区域法

模式法重构波前得到的 Zernike 前 18 项系数如表 5-3所示, 从表中可以看出

检测结果的权重主要集中在代表球差的第3项上,因此检测结果还是可信的。另外表中的编号为1和2的这两项代表的波前倾斜误差量。消去这两项的模式法检测结果如图5-12中的(c)所示,图中光束的半径为2.184mm,波前PV值为1.841(单位是波长),RMS为0.441(单位是波长)。根据公式(5-7),我们估算一下在距离点光源1188.5mm的面上半径为2.184mm孔径范围内的波前PV值近似为:

$$PV \approx \frac{r^2}{2R_0\lambda} = 2.0243 \quad (\text{波长}) \quad (5-15)$$

因此代表球面信息量的第3项Zernike的系数为1.01215,比较表5-3中的第3项的值为0.941468,相对误差是6.99%。

表 5-3 模式法重构波前得到的 Zernike 前 18 项系数

编号:	系数		编号:	系数:
1	-0.165480		10	-0.000525
2	-1.208371		11	0.010355
3	0.941468		12	-0.001329
4	-0.013219		13	0.004914
5	0.010242		14	0.001625
6	-0.001672		15	-0.001752
7	0.000084		16	-0.002207
8	0.005260		17	-0.002065
9	0.000800		18	0.002488

5.5.3 误差分析

根据前文的分析,本实验中采用了相应的措施把各种机械装配引起的误差量都降低到可以忽略其影响的程度,同时使用了各种模拟波面生成的无噪声光斑阵列图来验证了所编写的程序的波前重构精度,因此本实验最主要的误差来源是光斑质心探测误差。

首先我们对平面参考波面的光斑阵列图做了统计计算,以每行光斑x方向(即水平方向)质心坐标的平均值作为该行子透镜孔径所对应于x方向的坐标,以每列光斑y方向(即竖直方向)质心坐标的平均值作为该行子透镜孔径所对应于y方向的坐标。然后使用光斑质心坐标与前行(列)的差值来表示该光斑所

对应子透镜孔径的大小。子透镜孔径大小的计算统计平均的结果是 45.4131(单位是像素)，而微透镜阵列的设计值是 45.4054(单位是像素)，差值是 0.0077(单位是像素)，所以设计值用于作为波前重构计算参数是可信的。而子透镜孔径大小的计算统计均方差的结果 0.2043(单位是像素)。这个均方差来源有两个：1) 是微透镜阵列的加工误差；2) 是质心探测误差。

根据前文的分析当球面波半径 R 远大于微透镜阵列的焦距 f 时，光斑阵列质

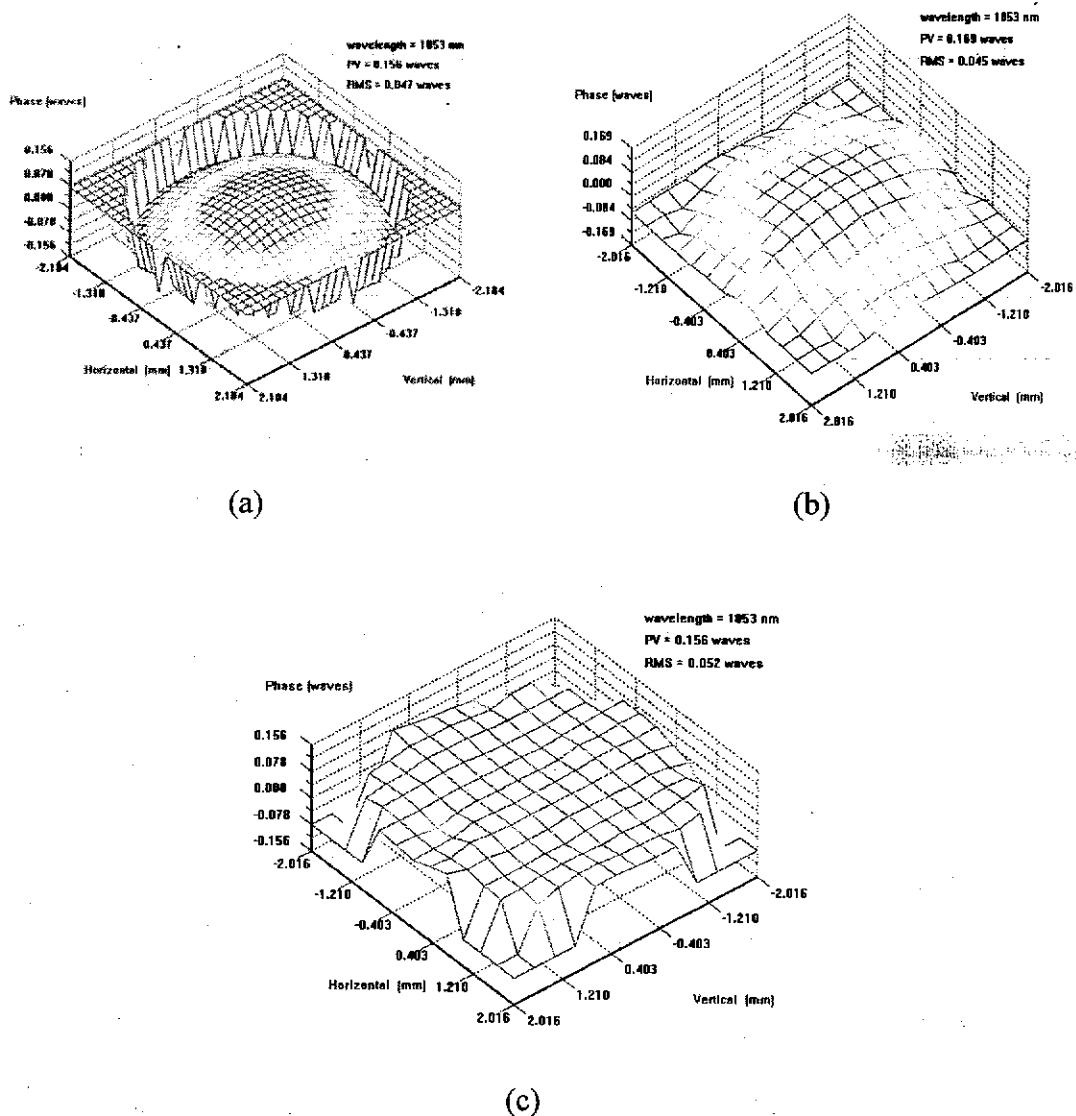


图 5-13 波前检测结果的误差图

左上图 (a) 采用的是模式法的情况，右图 (b) 是 Southwell 模型区域法的情况，下图 (c) 为模式法与区域法的 Southwell 模型计算结果的差值

心间距是近似相等的。同时我们对球面波前的情况做了一个类似的统计,采用不同曲率半径的球面波做统计对象的结果是均方差在 0.5-1.0 (单位是像素) 之间。

如果把上述统计均方根结果作为相应的质心探测误差,且取上限、误差不相消,那么每个光斑用计算波前斜率时的位移量的误差达到 1.2 个像素点。那么一个采样孔径内的计算误差可以近似为:

$$\delta = \frac{1.2 \times \sqrt{2} S}{f \lambda} D = 0.07 (\lambda) \quad (5-16)$$

实际检测结果与理想情况下波面波前信息的差值图如图 5-13 所示,图中左上图(a)采用的是模式法的情况,右图(b)是区域法的 Southwell 模型的情况,下图(c)为模式法与 Southwell 模型的区域法计算结果的差值。以(a)为例,误差量的 PV 值为 0.156 (单位是波长),误差的 RMS 为 0.047 (单位是波长),结果还是比较令人满意的。而模式法和区域法波前重构的结果差值图如图 5-13(c)所示,差量的 PV 值为 0.156 (单位是波长),误差的 RMS 为 0.052 (单位是波长),因此这两种方法给出的结果都是可信的。

5.6 小结

本章介绍了一款独立开发的夏克-哈特曼波前传感器,内容包括传感器的硬件架构、软件设计、参数校正和实验结果。硬件架构和参数校正充分考虑了传感器的各种装配误差,并采取适当的方法将这些误差消减的可以忽略的程度。软件设计部分则利用了前面章节中所涉及算法方面的研究结果,采用了 C++ 编程语言实现图像采集和传输、光斑处理、波前重构和波前信息的显示等四大功能。该软件有良好的用户交互式功能,可以输出三维分布的激光波前轮廓图,同时可以输出波前 PV 值, RMS 值和模式法各阶多项式的系数等参数。最后使用该传感器对发散球面波进行了检测,并进行了误差分析,得出的结论该传感器有良好的测量精度。

6 激光补偿技术初探

文献^{[1][54]}所述的变形镜模型,如图 6-1所示。左边的图代表该变形镜的一个结构图,而右边的是其驱动器分布图。图 6-1中变形镜的设计有以下几个特征^[55]:

- 1) 该变形镜驱动器是通过圆盘形簧片弹性压缩固定的,而不是直接连接到变形镜上。这样可以一方面防止驱动器因为周边的驱动器前推而被拉伸,另一方面可以避免驱动器承受切向的应力,从而对驱动器起到保护的作用。
- 2) 不锈钢杯跟变形镜突出柱端是在切向使用环氧树脂固定的,而且变形镜突出端面镀了一成铝膜。这种结构是为了保护环氧树脂,防止它被强激光透射部分的能量给损坏。

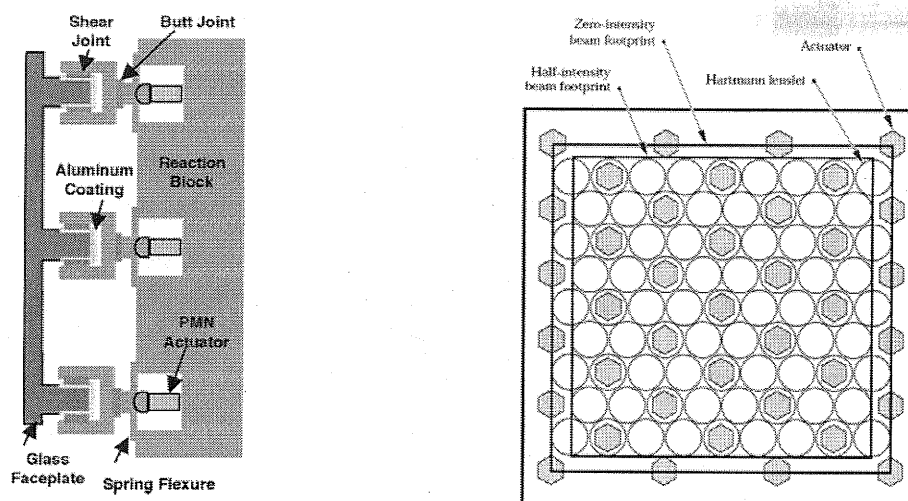


图 6-1 NIF 装置的变形镜结构图 (左) 和驱动器分布图 (右)

对如图 6-1结构的变形镜, 本文采用 Ansys 有限元分析软件建立了如图 6-2 所示的模型, 对它受力应变情况做了一个模拟。模拟结果如图 6-3所示。

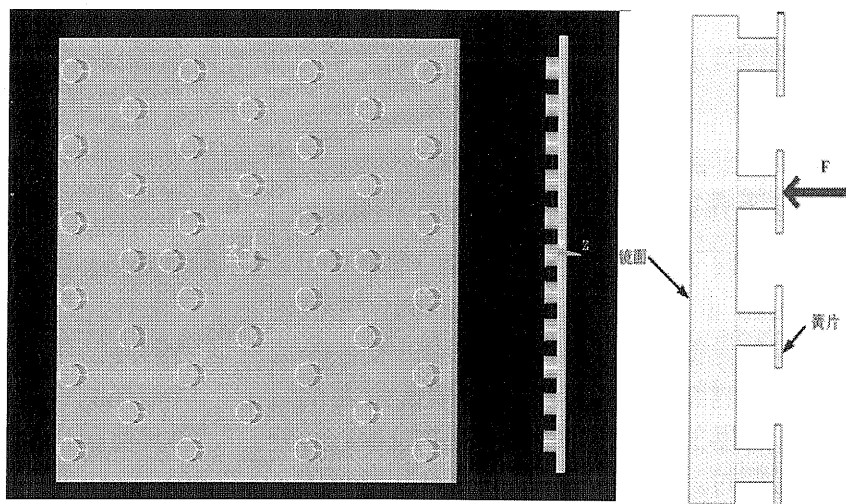


图 6-2 左 Ansys 有限元分析软件对变形镜建立的模型图, 右—变形镜的受力情况

图 6-3 的模拟结果显示, 两种情况下变形镜最大的位移量都达到了 4 个微米, 由于是两程放大, 相当于对波前补偿了 4 次, 最大补偿量为 16 微米, 能基本满足 ICF 装置上的波前畸变补偿量的要求。由于实验条件限制, 这方面的工作只做了一些模拟。

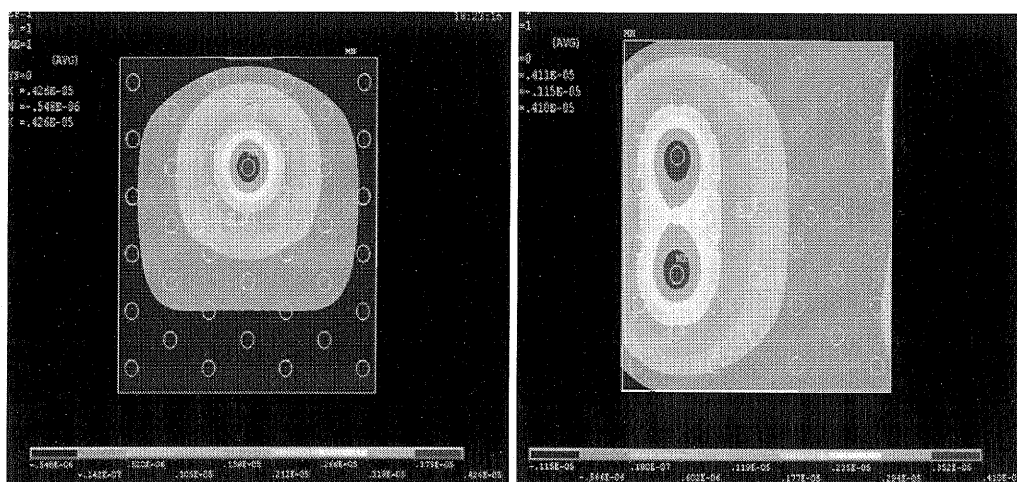


图 6-3 左图为簧片的胡克系数为 $20\text{N}/\mu\text{m}$, 对单个施加 310N 时的形变图
右图簧片的胡克系数为 $20\text{N}/\mu\text{m}$, 对两个同时施加 270N 时的形变图

7 总结

本文以夏克-哈特曼波前检测技术为研究核心,同时简单调研了变形镜技术,主要完成了以下几方面的工作:

1. 详细调研了夏克-哈特曼波前传感技术。根据调研结果,本文选用了基于 Zernike 多项式的模式法和 Southwell 模型的区域法作为波前重构算法,采用奇异值分解法来求解矩阵方程,并选用适当的方法消除装配误差对波前检测结果的影响。而当装配误差消除后,质心探测误差则成了限制该传感器的精度提高的最主要因素。另外当畸变波前超出传感器测量动态范围时,测得的波前信息是不准确的。
2. 提出了一种确定质心计算窗口的算法,并采用该算法分别与传统质心计算法、阈值法和权重一阶距法相结合来计算光斑的质心坐标。根据对实验数据进行的研究表明,权重一阶距法计算精度最高,阈值法次之,传统法最差。研究进一步表明,采用合适的 Sinc^2 函数和高斯函数作为权重函数的权重一阶距法,在相对较小的质心计算窗口的情况下就可以获得较高的质心计算精度,因此可以显著提高夏克-哈特曼波前传感器的测量动态范围。所以本文选择了权重函数是高斯函数分布的权重一阶距法来计算光斑的质心。
3. 首次提出了一种提高夏克-哈特曼波前传感器测量动态范围的方法,并申请了相关的专利。分析了限制夏克-哈特曼波前传感器测量动态范围的因素,给出了目前已有的提高测量动态范围方法。通过数值模拟的结果,验证了本文所提出的方法可以大幅度提高传感器的测量动态范围。
4. 基于上述工作完成了一台夏克-哈特曼波前传感器的开发,包括硬件架构和软件设计,并且完成了传感器的参数校正和波前实验检测。硬件部分采用了适当的机械结构来耦合微透镜阵列和 CCD 相机。软件设计部分充分利用了 1-3 中对传感器算法分析和研究的结果,采用了 C++ 编程语言实现图像采集与传输、光斑处理、波前重构和波前信息显示等四大模块的功能。已完成的软件可以输出激光波前轮廓三维分布图,同时可以输出波前 PV 值, RMS 值和模式法多项式各阶的系数等参数。经过误差分析,本传感器测量误差的 RMS 值在 0.07λ 以内。

5. 分析了目前实用的波前补偿技术,并且采用 Ansys 软件对变形镜做了一个补偿能力的模拟,得出了有一定参考价值的数据。

本论文虽然完成了开题时所提出的大部分工作,但是由于时间和实验条件等的限制,还有以下几方面的工作需要完善:

1. 上面所介绍的编号 3 和 5 这两部分的工作只做了数值上的模拟,缺少具体的实验数据支持。
2. 编号 4 所述的夏克-哈特曼波前传感器的软件部分仍需要进一步完善,如开发更加友善的人机交互界面,以提供更全面的波前信息。