

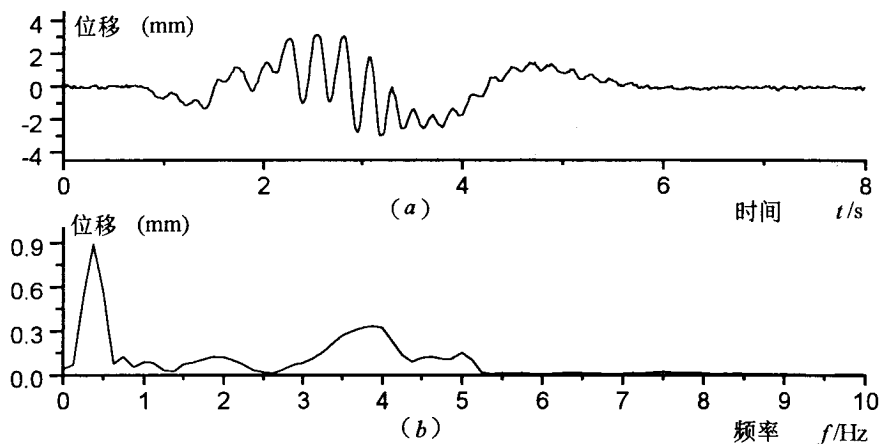


图5.7 用DP型地震式低频位移计拾取动挠度

信号分析时间截取为 $T=8\text{s}$, 此时, DP型地震式低频位移传感器的响应已基本复原至零。以 T 作为周期, 对图5.8的信号作人为的周期化处理, 从而可把传感器对瞬态激励的响应当作稳态过程处理。决定信号波形形状的第一根谱线为 $1/T = 0.125\text{Hz}$ 。

应用第四章的恢复方法, 即按式(4-11)直接反滤波获得的结果如图5.8所示。

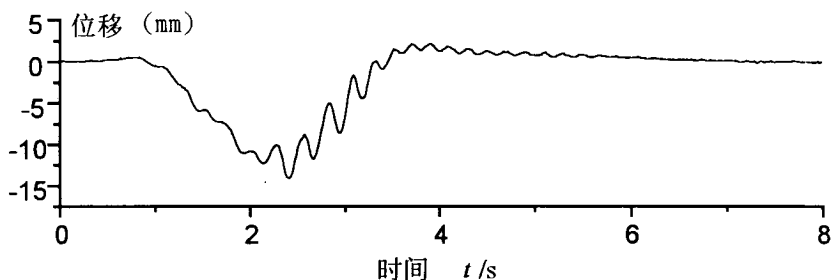


图5.8 直接反滤波结果

与图5.5相比, 我们看到, 在 $t=3.6\text{s}$ 以后的时间段, 实际动挠度信号为零, 表明梁体的动态形变已复原至零。直接反滤波结果, 在 $t>3.6\text{s}$ 的区间, 信号向上反弹, 与实际不符。事实上, 这是由于噪声污染所致。

图5.9b给出了直接反滤波频谱(曲线 $\times$)与挠度计测试信号频谱(曲线 $*$)的比较。我们看到 0.25Hz 以上的谱线, 两者十分吻合。主要差别在于 0.125Hz 的谱线。

利用所测动挠度信号时长有限的特征, 约束 $t=3.6\text{s}$ 以后时间段的挠度信号恢复结果为零, 抑制噪声的影响。运用本节介绍的含零点系统的约束最小平方反卷积算法, 恢复处理的结果如图5.9所示。这里取 $\varepsilon = 10^{-5}$

此时, 误差能量最小, 为:

$$L_m = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |Y(k) - X_e(k) \cdot H(k)|^2 = 0.03$$

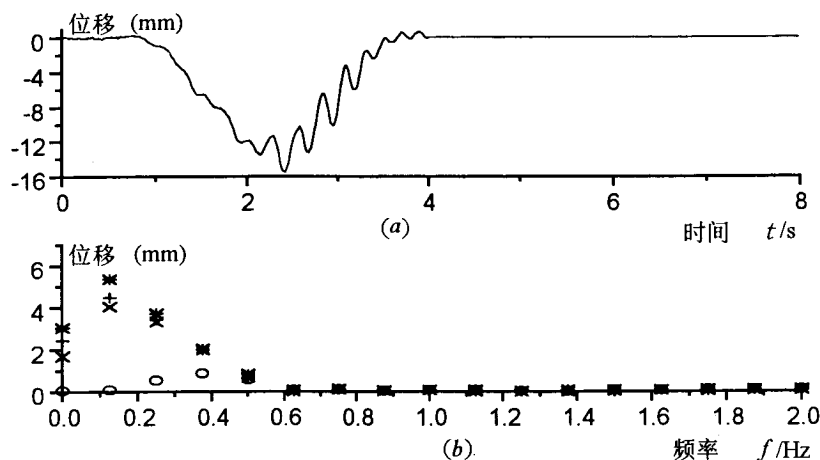


图5.9 约束最小平方卷积反演的结果

(a). 恢复的时域波形 (b). 频谱比较

(*为挠度计输出频谱, O为DP输出频谱, x为简单反滤波谱, +为约束反演谱)

从图5.9b还可以看到, 与简单反滤波(曲线x)相比, 约束最小平方反演得到的0.125Hz谱线(曲线+)更加接近于挠度计测试结果(曲线*).

3. 讨论

本节实验处理的信号, 持续时间不长. 决定波形形状的低频谱线还不太低, 信噪比较好, 用约束最小平方卷积反演技术抑制噪声, 恢复结果令人满意.

约束最小平方卷积反演技术, 利用被测信号应该为零的区间段对噪声的幅相作出估计, 进而在处理中抑制噪声, 这种处理方法对于较高频段噪声的抑制更为理想. 对于低频信号, 如果信噪比不够好, 就不一定能由信号应为零的区间段很好地估计噪声的幅相, 约束最小平方反卷积获得的对信号的估计就不一定最优.

在后续章节中, 我们将更加深入地探讨用DP型位移计测量动挠度的问题, 将会涉及持续时间更长的动挠度信号的恢复处理. 此时, 用约束最小平方卷积反演技术就不能很好地抑制噪声.

实际上, 持续时间有限信号是很特殊的一类信号, 约束最小平方卷积反演技术并没有充分利用信号所包含的可利用的信息. 理论上, 时限信号可以由部分频段重构全部频谱, 在后续章节中, 我们将针对动挠度类时限信号展开深入的研究, 给出更为有效的反演方法, 更加充分地利用信号的先验知识, 约束求逆过程, 获得更为满意的结果.

§ 5.5 本章小结

本章讨论了噪声下信号恢复的病态问题,研究了抑制噪声影响的最优补偿方法,探讨了约束最小平方技术在瞬态信号恢复中的应用。研究结果表明:

1).当系统存在零点,或者,在某频率附近,系统频率响应函数幅值很小时,受噪声影响,信号恢复处理将表现出病态。

2).考虑到噪声影响,信号恢复问题演化为某种意义下的最优估计问题。一般有两种设计原则,即:控制恢复结果与真实被测信号的平方误差最小原则和控制系统对恢复结果的响应与系统实际输出信号的平方误差最小原则。前者称为准则1,后者称为准则2。

3).对于时长有限的信号,采用约束最小平方卷积反演技术,利用信号应为零的区间段估计噪声幅相,进而抑制噪声影响,获得对被测信号在准则2意义下的最优估计。实践表明,持续时间不长的信号,约束最小平方卷积反演技术能够有效地抑制噪声对恢复结果的影响,获得满意的反演结果。

4).对桥梁动挠度信号的初步探讨表明,动挠度信号是低通型瞬态信号。用高通型的DP位移计拾取桥梁动挠度信号,输出必然畸变。利用动挠度信号有限时长特点,应用约束最小平方卷积反演技术校正DP的输出,获得对真实动挠度信号的最优估计。处理结果与应变计测试结果吻合,效果令人满意。该工作为桥梁动挠度的测试开辟了一条新路。

第六章 瞬态信号频谱重构的研究

在瞬态信号测量中, 往往由于测量系统频响范围不够宽, 只能不失真地获得信号部分频谱, 导致波形畸变。瞬态信号的测量一直是困扰工程测试人员的难题。用DP型地震式低频振动传感器测量瞬态信号, 固有频率附近及低于固有频率的振动分量, 幅度受到衰减、相位失真, 输出存在畸变。

本章将研究由瞬态信号部分频谱重构信号的有关问题。主要针对瞬态信号的低频频谱重构展开讨论, 给出相应的迭代算法, 研究算法收敛到真实解的条件, 并通过实例加以说明。

针对具体问题, 人们往往对被测信号的部分特征可以有某些先验认识。本章将讨论综合先验信息的频谱重构技术, 给出相应的迭代算法, 研究算法收敛条件, 并用实例考察算法的正确与有效。

§ 6.1 引言

§ 6.1.1 研究瞬态信号频谱重构的意义

瞬态信号是一种持续时间有限的非周期确定性过程, 具有宽广的频谱, 理论上从零赫兹至无穷。为了正确反映频率成分丰富的瞬态信号, 保证波形形状不失真, 应符合不失真测试条件^[12]。因而, 对测量系统提出很高的要求, 即在宽广的频率范围内, 测量系统的幅频特性保持水平, 且相频特性也应保持线性。一般地, 为保证被测瞬态信号波形形状不失真, 峰值相对误差小于5%时, 要求测量系统工作频率上限 f_H 与下限 f_L 应满足^[11]:

$$f_H \geq 10/\tau, \quad f_L \leq 0.01/\tau \quad (6-1)$$

其中, τ 为瞬态信号持续时间。

实际的测量系统, 很难在宽广的频率范围内满足不失真测试条件。在其工作频率范围内, 幅频特性基本保持水平, 称之为测量系统的通带; 对应于系统零点或频响函数幅值很小的频率范围, 称之为测量系统的阻带; 频响函数幅值有一定的衰减, 介于通带与止带之间的频率范围, 形成了测量系统的过渡频带。

加速度计型传感器具有低通特性, 固有频率以下的频带, 系统幅频特性基本保持水平, 是系统的通带。固有频率以上的频带, 信号幅度将受到衰减, 相位失真, 成为系统的过渡带。对应于信号衰减严重的频带, 信号十分微弱, 信噪比很差, 此时, 实际上成为系统的止带。

DP型地震式低频振动传感器具有高通特性, 其通带对应于固有频率以上的频率范围。直流及附近小邻域内, 信号衰减严重, 对应于系统的止带。而在

固有频率以下部分频段内, 信号受到一定程度的衰减, 但信号仍保持足够强的幅度, 信噪比足够高, 形成该系统的过渡带。

因测量系统低频响应不足而导致信号畸变, 称为有限低频效应。有限低频响应往往表现为信号有所偏移。因测量系统高频响应不足而导致信号的畸变, 常表现为信号波形出现波纹, 形成有限高频效应。

应用信号恢复技术, 可以由测量系统已畸变的输出, 经数字补偿反演系统的输入, 达到进一步扩展系统可测频率范围的目的。在信噪比较高时, 实践表明, 信号恢复处理可以获得唯一稳定的结果。

在系统过渡带, 信号虽已衰减, 但幅值尚足够强, 信噪比足够高, 恢复所获得的结果是可靠的。而在系统的止带, 信号衰减严重, 信噪比很差。而且, 恰恰在这样的频段, 恢复处理需要对信号作很高分贝的放大, 噪声也因而同倍同步放大。虽然, 各频率成分信噪比恢复前后保持不变, 但由于止带信号与噪声放大倍数很高, 导致恢复之后, 在时域看, 信号完全淹没在噪声里。

因而, 实际测量中往往只能可靠地获得信号部分频谱。被测信号幅值越强, 测量系统频率响应范围越宽, 能够可靠获取的信号频带也越宽。

瞬态信号, 也称时限信号, 是信号处理领域一种十分特殊的信号。根据信号恢复理论, 由时限信号部分频段的信息就可以重构信号完整的频谱, 从而获得原信号。这就意味着, 对于具有时限性质的这一类特定信号的测量, 并不需要测量系统工作频带宽于被测信号频带。比如, 用 DP 型低频振动传感器测量时限信号, 并不需要由传感器不失真地获取低至 $1/T$ 的频率成分 (T 为周期化处理所截取的分析时长)。被测信号的低频频谱完全可以由信号本身的已知属性确定。这就为瞬态信号的测量开辟了一条新路。

由信号的部分已知数据, 重构信号未知数据, 或是已被严重污染的数据, 这就属于信号重构问题。

§ 6.1.2 信号重构理论的研究内容

信号重构技术是近年来发展十分迅速的一种信号处理技术, 它主要是研究如何从观测得到的部分数据重构完整的信号。在实际问题中, 有三种情况:

- (1). 只知道部分时域或频域的信号值, 希望由此恢复整个信息;
- (2). 要求利用部分信号值来表示整个信号, 以达到数据压缩的目的;
- (3). 观测数据被干扰而产生部分失真, 希望由没有失真的部分数据恢复数据的整体原貌, 以消除干扰的影响。

这些都是信号重构问题。在语音处理、地震勘探数据处理、通讯、图象处理等领域中, 信号重构理论都有着广泛的应用。

由部分已知数据重构信号, 从概念上来说, 并不是指无条件地可以从部分已知的信息去恢复未知的信息。这里所讨论的由部分数据重构信号是指在一定

条件下,可以仅由部分数据确定全部信号,也就是说,给定的条件和已知的部分数据中已含有信号的全部信息。因而,所讨论的问题并不是去“恢复”或“重构”没有的信息,而是利用包含全部信息的部分已知数据和条件去恢复整个信号的全部面貌。为此,信号重构理论研究的是这样两方面的问题:一、在什么样的条件下,可以用较少的数据唯一地重构原来的信号。即首先在理论上证明在这样的条件下,部分已知数据已全部包括整个信号的信息,重构是可行的。二、如何利用这些数据和条件,用计算机来产生全部信号,这就是说要解决重构信号的算法问题。一般地说,我们得到的数据总是有误差的,因此,重构信号的算法要求对误差不敏感,而且计算量也不能太大,这样才能实用^[70]。

由信号的采样值来重构整个连续信号就是信号重构的一个实例。对于普通信号,重构的条件即采样定理所规定的:信号是频谱有限的,采样率足够高。而已知的部分数据就是信号的采样值。

在地震勘探领域中,需要由部分已知频谱及井测信号作频谱外推,以提高过井地震剖面分辨率。其重构的条件是:地震信号是限带的,已知条件是部分已知频谱及包含高频信息的井测信号^{[65][66]}。

富里叶变换给信号引进了两种表达形式,即时域表达(信号波形)和频域表达(幅度谱和相位谱)。从信号的表达形式上来看,信号重构理论研究的具体问题分为下列三种情形^[65]:

(1). 已知信号的幅度谱,希望重构它的相位谱,即所谓的相位补偿问题。比如,在光学、电子显微学与X射线结晶学中,往往只知道一个电磁波富氏变换的幅度谱,希望由此而重构原信号。对于一维实信号的相位补偿问题,一般必须引进最小或最大相位条件,才能从幅度谱唯一地重构原信号^[67]。

(2). 已知信号的相位谱,希望重构它的幅度谱,即所谓的幅度补偿问题。比如图像处理中,由于散焦导致图像模糊的恢复问题。实际上,光学镜头具有对称性,因而,获得的图像相位没有失真。*A.V.Oppenheim*等人深入研究了这种幅度补偿问题^{[68][69]}。研究结果表明,如果离散信号是一个有限长度的实序列,其 Z 变换为有理分式,收敛域包括单位圆, Z 变换不存在任何成倒数对的零点,单位圆上也没有任何零点,在这样的条件下,仅仅由相位谱就可以在一个比例系数的范围内唯一地确定此离散信号。

(3). 已知信号的部分频域信息(部分幅度谱、部分相位谱,或两者兼而有之)和部分时域信息,希望恢复整个信号的原貌。

第三种情形问题研究得最为广泛,其中很重要的一类问题是带限信号的外推问题,即已知带限信号在某一区间的值,希望由此求出带限信号在该区间以外的值。而时限信号的外推问题则是已知时限信号在某一频段的值,希望由此求出时限信号在该频段以外的频谱。由于时域、频域的对偶关系,时限信号的频谱外推问题与带限信号的时域外推问题是等价的^[70]。

本章将针对时限信号低频频谱重构问题展开讨论。研究重构的原理、迭代算法以及算法的收敛条件,并通过实际数据的重构处理,验证重构方法的正确与有效。

本章中有关信号恢复基本迭代方程及其收敛性分析是在文献[40]及[66]中已作出的。本论文的工作是有关瞬态离散信号低频频谱重构迭代方法及收敛性的研究,噪声对迭代恢复结果的影响分析,以及结合约束信息的信号低频重构迭代方法及收敛性的研究。

§ 6.2 瞬态信号低频频谱重构算法的研究

§ 6.2.1 瞬态信号频谱重构的理论基础

在实际问题中,经常遇到这么两类信号,即带限信号和时限信号。

设信号 $f(t)$ 是带限信号,即 σ 频谱有限信号,一般表示为: $f(t) \in L_2^\sigma$, 且: $f(t) \in L_2(-\infty, +\infty), t \in (-\infty, +\infty)$, 式中 L_2 表示欧氏赋范空间。

并且, 当 $|\omega| > \sigma$ 时, $F(\omega) = 0$ 。

式中 $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 的富氏变换。

所谓时限信号, 即 τ 时间有限信号, 是指信号 $f(t)$ 满足:

当 $|t| > \tau$ 时, $f(t) = 0$

且, $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < \infty$

由于时域、频域之间具有对偶关系, 以后所有对带限信号的讨论都适用于时限信号。

对于 σ 带限信号 $f(t)$, 其 $f(z)$ (z 为复数) 是在全平面解析的整函数。因此, 在不考虑任何误差的情况下, 完全可以利用解析延拓原理, 由 $f(t)$ 在 $(-T, +T)$ 内的值确定整个 Z 平面上 $f(z)$ 的值, 从而得到 $f(t)$ 的所有值。

此时, 可以用泰勒级数展开表达 $f(t)$, 有:

$$f(t) = f(t_0) + \frac{f'(t_0)}{1!}(t-t_0) + \frac{f''(t_0)}{2!}(t-t_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(t_0)}{n!}(t-t_0)^n + \dots \quad (6-2)$$

其中: $t \in (-\infty, +\infty), t_0 \in [-T, T]$

这就是说, 可以由 $f(t)$ 的已知时间片断 $[-T, T]$, 确定整个信号。在理论上这是一个很简单地外推公式, 但是在实际中它是不能用于计算的。这里存在两个问题: 第一是求导运算对于噪声影响非常敏感。实际系统总是存在噪声的, 由于噪声的存在, 使得在计算各阶导数时存在很大误差。第二是当不足以计算高阶导数时, 将有很大的截断误差。

还有一种方法是将 $f(t)$ 作长球波函数(*Prolate Spheroidal Wave Function* 简称 *PSWF*) 展开^{[71][72]}, 表示成无穷级数和形式。由于 *PSWF* 在观测区间 $[-T, T]$ 以及无穷区间 $(-\infty, +\infty)$, 都保持正交性, 因此, 可以由有限长度区间确定 *PSWF* 系数, 再由此系数去重构全部信号 $f(t)$, $t \in (-\infty, +\infty)$ 。这种方法由于长球波函数系数求取非常困难, 运算量、存储量非常大, 且这种方法也易受到噪声干扰和序列截断误差的影响, 因此也不实用。

比较实用的算法是由 *A. Papoulis* 和 *R. W. Gerchberg* 分别独立提出的, 称为 *Papoulis-Gerchberg* 算法^{[71][73][74][75]}。这是一种反复应用富氏变换与反变换, 并分别在时域、频域加入已知条件的迭代算法, 也称作时频交替约束迭代法。该算法以降低重构的信号与原始完整信号之间误差能量为准则, 随着迭代次数的增加, 误差能量逐渐减少, 二者相似性增大。最终迭代次数取决于重构精度的要求。

基于时域、频域之间的对偶关系, 对于时间有限的连续信号, 在不考虑噪声的条件下, 只要已知信号的部分频谱, 应用上述三种方法之任一种, 即可以重构出信号在此已知频带以外的频谱, 从而重构出完整的原始信号。

§ 6.2.2 瞬态信号低频频谱重构的迭代算法

瞬态实信号 $f(t)$ 低频频谱重建问题, 数学上描述就是: 信号 $f(t)$ 为一时限信号, 已知信号在频率 ω_L 以上至 π 的频谱, 希望重建频谱 $0 \sim \omega_L$ (对于实信号, 其富氏变换具有共轭镜对称的特点, 我们只研究 $0 \sim \pi$ 的频谱)。

这个问题实际上也可以表述为: 信号 $f(t)$, 经过理想高通滤波器 $H(j\omega)$, 且:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega < \omega_L \\ 1 & \omega_L \leq \omega < \pi \end{cases} \quad (6-3)$$

得到输出 $g(t)$, 希望由 $g(t)$ 反演该滤波器的输入 $f(t)$ 。

普通信号, 该问题无法确定地获得唯一解。只有某些特殊信号, 比如, 信号具有时限特征, 该问题才有唯一解。

A. Papoulis 与 *R. W. Gerchberg* 提出的迭代算法, 是信号重构的一种实用算法。该算法反复使用富氏变换与逆变换, 从而交替地在时域和频域施加约束条件, 逐步缩小迭代结果与真实值的误差能量, 直至获得满意结果。该方法便于针对具体问题施加相应的约束, 从而在给定的约束曲面上求得重构结果。这一迭代约束过程也可以理解为通过迭代处理, 逐步向各个约束空间投影, 直至找到这些约束空间的交集, 即外推解。

实际处理中, 连续信号往往抽样成离散信号。在作 *DFT* 处理时, 实际上隐含了对信号作无限周期延拓, 从而演变成周期为 N 的离散周期信号 $f(n)$ 。

本节将针对利用高通型地震式传感器测量瞬态信号的低频频谱重构问题, 讨论离散形式的Papoulis迭代算法, 给出相应的迭代步骤。

设序列 $f(n)$ 为某一时间有限的离散周期信号, 周期为 N , 且有: 当 $n(\bmod N) > M$ 时, $f(n)=0$, M 为信号持续的长度。

信号 $f(n)$ 通过测量系统, 输出序列为 $g(n)$ 。 $g(n)$ 保持了 $f(n)$ 的高频信息, 而低频成分, 或者认为已受噪声污染, 或者因测试系统频率特性, 相对于原被测信号 $f(n)$ 已畸变。设 $G(k)$ 是 $g(n)$ 的离散富氏变换, 即:

$$G(k)=DFT\{g(n)\}$$

以及:

$$F(k)=DFT\{f(n)\}$$

有:

$$G(k)=F(k), \text{ 当 } L \leq k < \frac{N}{2} \text{ 时} \quad (6-4)$$

重构的目的, 就是要由信号 $g(n)$, 也即信号 $f(n)$ 的序号为 $(L \sim \frac{N}{2})$ 的谱线, 利用信号 $f(n)$ 的时限性质, 恢复出 $f(n)$ 的序号为 $0 \sim L-1$ 的 L 根低频谱线。

具体处理步骤如下:

(1). 预处理

对获取的信号 $g(n)$ 作离散富氏变换, 得频谱 $G(k)$ 。通过理想高通, 即用频域窗 $P_L(k)$ 裁剪信号的频谱, 截去 $G(k)$ 的序号为 $0 \sim L-1$ 的 L 根已不可靠的低频谱线, 得到 $G_0(k)$ 。

$$G_0(k)=G(k) \cdot P_L(k) \quad (6-5)$$

其中, $P_L(k)$ 满足:

$$P_L(k)=\begin{cases} 0 & 0 \leq k < L; \\ 1 & L \leq k < \frac{N}{2} \end{cases} \quad (6-6)$$

对 $G_0(k)$ 作富氏逆变换, 得到时域迭代初值 $g_0(n)$, 有:

$$g_0(n)=IDFT\{G_0(k)\} \quad (6-7)$$

(2). 第一次迭代 (见图6.1)

施加时限约束, 即用时域窗 $p_M(n)$ 裁剪 $g_0(n)$, 有:

$$f_1(n)=p_M(n) \cdot g_0(n) \quad (6-8)$$

其中:

$$p_M(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n < M; \\ 0 & M \leq n < N \end{cases} \quad (6-9)$$

对 $f_1(n)$ 作富里叶变换, 有:

$$F_1(k) = DFT\{f_1(n)\} \quad (6-10)$$

构造函数:

$$\begin{aligned} G_1(k) &= F_1(k) + [G_0(k) - F_1(k)] \cdot P_L(k) \\ &= \begin{cases} G_0(k) & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ F_1(k) & 0 \leq k < L \end{cases} \end{aligned} \quad (6-11)$$

求出 $G_1(k)$ 的富氏逆变换:

$$g_1(n) = IDFT\{G_1(k)\} \quad (6-12)$$

(3). 第 m 次迭代 (见图 6.2)

对 $g_{m-1}(n)$ 施加时限约束, 有:

$$f_m(n) = p_M(n) \cdot g_{m-1}(n) \quad (6-13)$$

并对 $f_m(n)$ 作离散富里叶变换, 得 $F_m(k)$, 有:

$$F_m(k) = DFT\{f_m(n)\} \quad (6-14)$$

构造函数:

$$\begin{aligned} G_m(k) &= F_m(k) + [G_0(k) - F_m(k)] \cdot P_L(k) \\ &= \begin{cases} G_0(k) & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ F_m(k) & 0 \leq k < L \end{cases} \end{aligned} \quad (6-15)$$

求出 $G_m(k)$ 的富氏逆变换, 得 $g_m(n)$, 有:

$$g_m(n) = IDFT\{G_m(k)\} \quad (6-16)$$

(4). 迭代终止判断

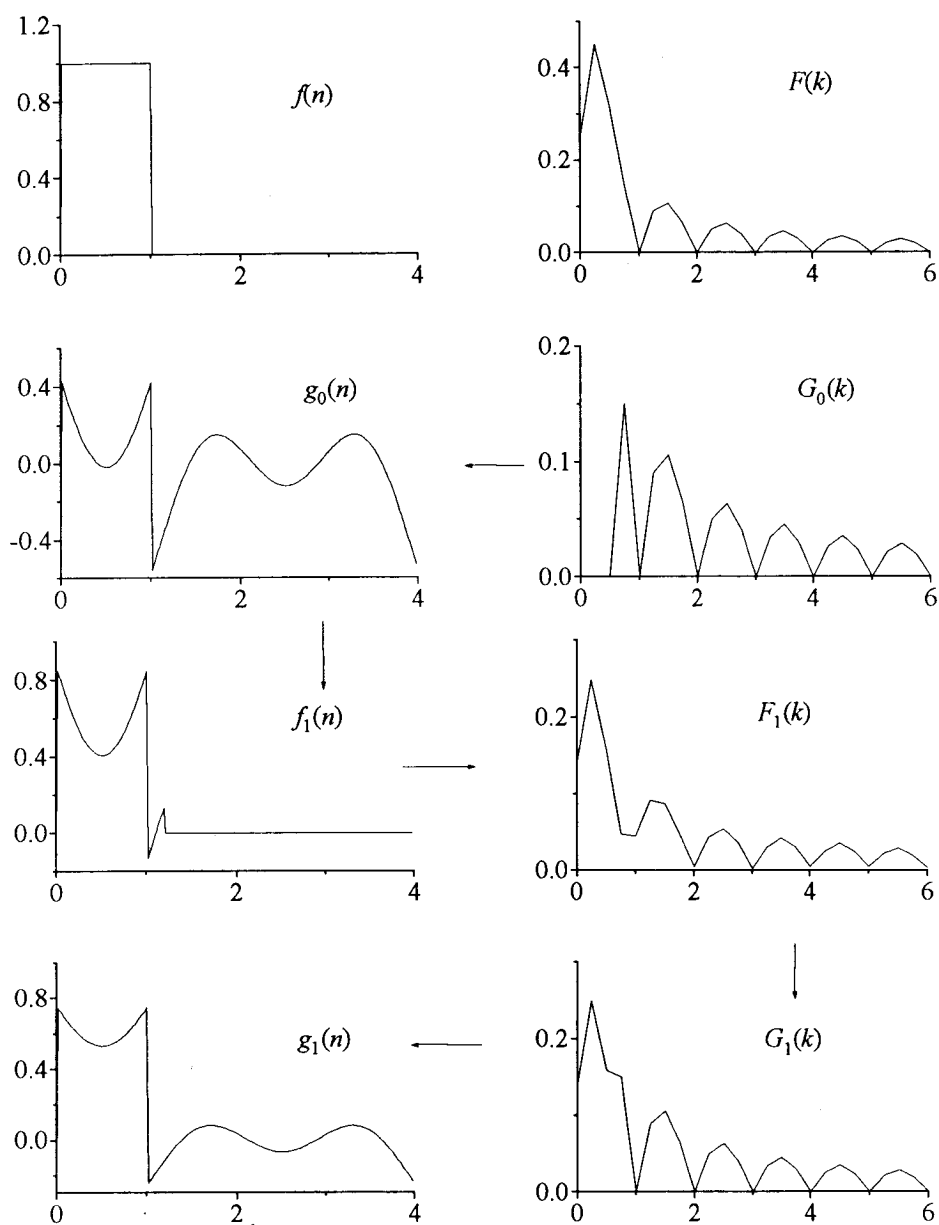
迭代误差为 E , 有:

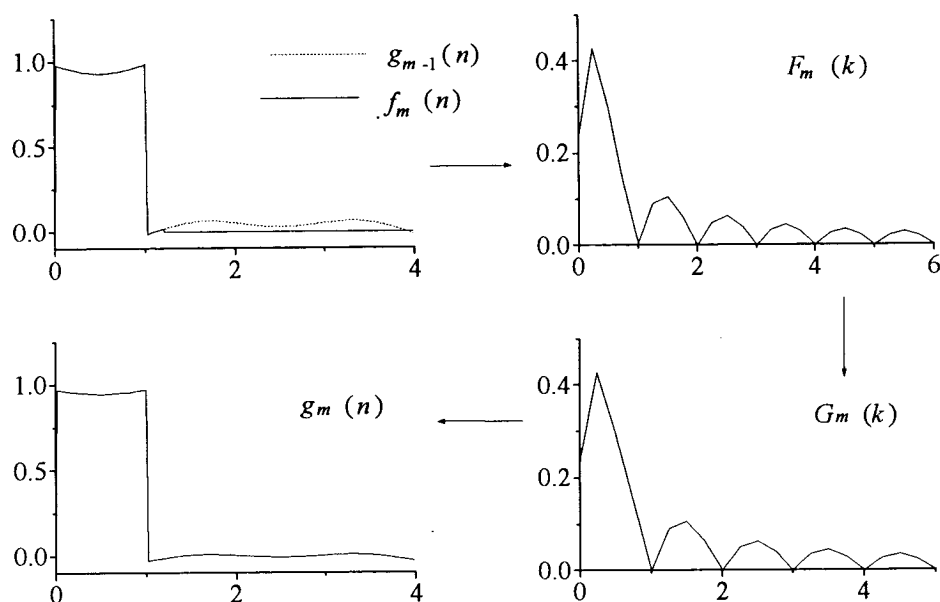
$$E = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N [g_m(n) - g_{m-1}(n)]^2 \quad (6-17)$$

当 E 小于设定误差时, 迭代终止。

由式 (6-13) 可以看到, 函数 $f_m(n)$ 经裁剪已成为一个时间有限函数。即当 $M \leq n < N$ 时, $f_m(n) = 0$ 。从式 (6-15) 可以看到, $G_0(k)$ 中序号为 $L \sim N/2$ 的高

频分量是已知的，由该已知频段替代函数 $f_m(n)$ 的相应频谱即得到 $G_m(k)$ 。如此，我们充分利用了信号在时域和频域的有关信息，每一次施加约束的过程均可以看作一次向解空间投影的过程。

时间 t/s 频率 f/Hz 图6.1 未知变换对 $f(n) \leftrightarrow F(k)$ 及第一次迭代示意图

图6.2 第 m 次迭代示意图

§ 6.3 信号迭代外推算法收敛分析

上节介绍了用高通传感器测量瞬态信号后, 利用给定条件, 作信号恢复(重构)的迭代算法。一个重要的问题是这种迭代算法是否收敛。文献[40]、[66]及[76]曾对收敛问题有一般性讨论, 本节就此问题进行分析。

§ 6.3.1 信号恢复的基本迭代方程及其收敛条件

在信号处理中, 经常遇到对失真信号进行恢复(重构)的问题, 这一问题用数学表达式可以表示为:

$$y = Dx \quad (6-18)$$

其中, x 是输入信号, y 是输出信号, D 为失真算子。给定 D 和 y , 求 x 称为信号的恢复或重构。我们可以通过求出 D 的逆算子 D^{-1} 来得到 x 。然而实际应用中, 求 D 有可能很困难, 甚至无法求出, 用高通型传感器测量瞬态信号的低频频谱重构就是这样的情形。通过迭代方法来恢复信号。一方面可以克服上述困难, 同时, 可以在信号的迭代恢复过程中很方便地加入各种先验信息, 获得比较好的结果。定义约束算子 C 表示先验信息, 在失真算子 D 和约束算子 C 的共同作用下, 有:

$$y = DCx \quad (6-19)$$

迭代方法通过产生一个序列 $\{x_k\}$ 来逼近 x 。用 x_k 表示对 x 的估计, 而 e_k 表示 x_k 与 x 之间的误差。基本的迭代过程如下:

$$x_{k+1} = Cx_k + e_k \quad (6-20)$$

实际上得不到 e_k 的精确值, 而以它的估值 $\hat{e}_k$ 代替, $\hat{e}_k$ 用下式表达:

$$\hat{e}_k = \lambda(y - DCx_k) \quad (6-21)$$

将式(6-21)代入式(6-20), 得到:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Cx_k + \lambda(y - DCx_k) \\ &= \lambda y + Gx_k \end{aligned} \quad (6-22)$$

其中:

$$G = (I - \lambda D)C$$

I 是单位算子, λ 为调整参数。式(6-22)还可以表示成:

$$x_{k+1} = Fx_k = \lambda y + Gx_k \quad (6-23)$$

如果有 $x = Fx$ 成立, 则称 x 是变换(映射) F 的不动点。

在 $l_2(-\infty, +\infty)$ 空间中定义范数。

$$\|x\| = \left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6-24)$$

对于压缩映射 F , 有:

$$\|Fx_i - Fx_j\| \leq r \|x_i - x_j\|, \text{ 且, } 0 \leq r < 1 \quad (6-25)$$

第 k 次迭代结果为:

$$\|x - x_k\| \leq \frac{r^{k+1}}{1-r} \|x - x_0\| \quad (6-26)$$

此时, 迭代最终收敛于不动点 x , 即:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x - x_k\| = 0$$

如果 F 是非扩展映射, 即 $r=1$, F 可能有许多不动点, 最终迭代有可能不收敛。

由式(6-23)可以得到:

$$\|Fx_i - Fx_j\| = \|Gx_i - Gx_j\| \quad (6-27)$$

这就是说, 若算子 G 是压缩映射, 则迭代收敛。算子 $G=(I-\lambda D)C$, 它取决于算子 D 、 C 和参数 λ 。

§ 6.3.2 瞬态信号低频频谱重构迭代算法的收敛性分析

瞬态信号是持续时间有限的信号, 因此, 前面所述的约束算子 C 即为时限算子 T 。对应于 § 6.2.2 节的迭代算法, 算子 T 就是算子 $p_M(n)$ 。

式(6-15)经富氏逆变换可以得到:

$$g_m(n) = f_m(n) + (g_0(n) - f_m(n)) * p_L(n) \quad (6-28)$$

其中, “*” 表示卷积关系, $p_L(n)$ 为理想高通滤波器 $P_L(k)$ 的脉冲响应时间序列。

定义失真算子 B , B 实际上就是理想高通滤波器 $P_L(k)$, 且:

$$\begin{aligned} Bf(n) &= f(n) * p_L(n) \\ &= \text{IDFT}\{P_L(k)F(k)\} \end{aligned} \quad (6-29)$$

从而, 式(6-28)可以进一步写为:

$$\begin{aligned} g_m(n) &= f_m(n) + Bg_0(n) - Bf_m(n) \\ &= (I - B)f_m(n) + Bg_0(n) \end{aligned} \quad (6-30)$$

因 $g_0(n)$ 就是截去低频成分后的迭代初值, 所以, $Bg_0(n) = g_0(n)$ 。

又由于 $f_m(n) = Tg_{m-1}(n)$, 所以有:

$$g_m(n) = g_0(n) + (I - B)Tg_{m-1}(n) \quad (6-31)$$

可见, 带限算子 B 相当于式(6-22)中的失真算子 D , 时限算子 T 相当于约束算子 C 。 $G = (I - B)T$ 。

计算范数:

$$\|Gx_i - Gx_j\| = \|(I - B)(Tx_i - Tx_j)\| \quad (6-32)$$

令 $\tilde{x}_i = Tx_i$, $\tilde{x}_j = Tx_j$, 由 Parseval 定理:

$$\begin{aligned} \|Gx_i - Gx_j\| &= \|(I - B)(Tx_i - Tx_j)\| \\ &= \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2} [1 - \omega(k)] [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2} \end{aligned} \quad (6-33)$$

其中:

$$\omega(k) = \begin{cases} 1 & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ 0 & 0 \leq k < L \end{cases}$$

于是有:

$$\begin{aligned}
\|Gx_i - Gx_j\| &= \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2} [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2 - \frac{2}{N} \sum_{k=L}^{N/2} [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2} \\
&\leq r_1 \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2} [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2} \\
&= r_1 \|\tilde{x}_i - \tilde{x}_j\|
\end{aligned} \tag{6-34}$$

其中, $0 \leq r_1 \leq 1$, 且取 $r_1 = 1$ 的条件是: 在 $L \leq k < \frac{N}{2}$ 的区间内, 对于所有频率点, $\tilde{X}_i(k)$ 与 $\tilde{X}_j(k)$ 都对应相同。

由式(6-34), 得到

$$\begin{aligned}
\|Gx_i - Gx_j\| &\leq r_1 \|Tx_i - Tx_j\| \\
&= r_1 \sqrt{\sum_{n=0}^M [x_i(n) - x_j(n)]^2} \\
&\leq r_1 r_2 \sqrt{\sum_{n=0}^N [x_i(n) - x_j(n)]^2}
\end{aligned} \tag{6-35}$$

并且, $0 \leq r_2 \leq 1$, 取 $r_2 = 1$ 的条件是在 $M \leq n < N$ 的区间内, 恒有: $x_i(n) = x_j(n)$ 。

从而: $\|Gx_i - Gx_j\| \leq r_1 r_2 \|x_i - x_j\|$

因 $0 \leq r_1 r_2 \leq 1$, 表明 G 是一个非扩展算子。进一步, 要证明 G 是一个压缩算子, 必须有 $r_1 r_2 < 1$ 。因为 r_1 、 r_2 都不大于 1, 显然, $r_1 r_2 = 1$ 成立的条件只能是 $r_1 = 1$, 同时, $r_2 = 1$ 。这就意味着, 存在两个不同的函数 $x_i(n)$ 与 $x_j(n)$, 在信号持续区间 $[0, M-1]$ 以外, 即在区间 $[M, N-1]$ 内, 它们具有相同的时域值, 称之为

为时域约束。同时在频域里, 序号为 $L \sim \frac{N}{2} - 1$ 的频段内, 两者频谱也相同, 称之为频域约束。此时, G 为非扩展算子, 迭代过程将有可能不收敛, 迭代值与真实结果的误差能量不能进一步缩小。

由上述分析可以看到, 进一步确定 G 是否为压缩算子, 问题的实质就是要研究满足上述时域约束及频域约束的离散周期信号是否唯一。如果这两个条件唯一确定离散周期信号, 则上述讨论中的 $x_i(n)$ 与 $x_j(n)$ 就是同一个函数了, 因此, 在迭代收敛到真值前, r_1 、 r_2 不可能同时为1, G 为压缩算子。反之, G 为非扩展算子。

考虑离散周期信号 $f(n)$, $n=0, 1, \dots, N-1$, N 为周期。假设在区间段 $[M, N-1]$, 信号 $f(n)$ 时域值是已知的, 且其序号为 $L \sim \frac{N}{2}-1$ 的频谱也是已知的。讨论迭代算法收敛问题, 实质就是研究这两个条件是否能唯一确定 $f(n)$ 。

由于 $f(n)$ 是实信号, 其富氏变换具有共轭镜对称的特点。因而, 分析中只

考虑序号为 $0 \sim \frac{N}{2}-1$ 的频谱, 序号为 $N/2$ 的频率对应Nyquist频率。

设 $F(k)$ 是信号 $f(n)$ 的频谱, 有:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) W_N^{nk}, \quad k=0, 1, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (6-36)$$

其中, $W_N^{nk} = \frac{2}{N} e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}$ 。

用矩阵形式表达, 有:

$$\tilde{F} = \tilde{W} \cdot \tilde{f} \quad (6-37)$$

其中, 矩阵 $\tilde{F} = \left[F(0), F(1), \dots, F\left(\frac{N}{2}-1\right) \right]^T$, 对应信号频谱;

$\tilde{f} = [f(0), f(1), \dots, f(N-1)]^T$, 对应时间序列;

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} W_N^{00} & W_N^{01} & \dots & W_N^{0(N-1)} \\ W_N^{10} & W_N^{11} & \dots & W_N^{1(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^{(\frac{N}{2}-1)0} & W_N^{(\frac{N}{2}-1)1} & \dots & W_N^{(\frac{N}{2}-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

将 $\tilde{F}$ 分割成两个分块矩阵, 即:

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} \tilde{F}_L \\ \tilde{F}_H \end{bmatrix}$$

且, $\tilde{F}_L = [F(0), F(1), \dots, F(L-1)]^T$, 对应低频

$$\tilde{F}_H = \left[F(L), F(L+1), \dots, F\left(\frac{N}{2}-1\right) \right]^T, \text{ 对应高频}$$

令:

$$\tilde{W}_H = \begin{bmatrix} W_N^{L0} & W_N^{L1} & \dots & W_N^{L(N-1)} \\ W_N^{(L+1)0} & W_N^{(L+1)1} & \dots & W_N^{(L+1)(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^{(\frac{N}{2}-1)0} & W_N^{(\frac{N}{2}-1)1} & \dots & W_N^{(\frac{N}{2}-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

从而, 有:

$$\tilde{F}_H = \tilde{W}_H \cdot \tilde{f} = \tilde{W}_{H1} \cdot \tilde{f}_1 + \tilde{W}_{H2} \cdot \tilde{f}_2 \quad (6-38)$$

其中:

$$\tilde{f}_1 = [f(0), f(1), \dots, f(M-1)]^T$$

$$\tilde{f}_2 = [f(M), f(M+1), \dots, f(N-1)]^T$$

$$\tilde{W}_{H1} = \begin{bmatrix} W_N^{L0} & W_N^{L1} & \dots & W_N^{L(M-1)} \\ W_N^{(L+1)0} & W_N^{(L+1)1} & \dots & W_N^{(L+1)(M-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^{(\frac{N}{2}-1)0} & W_N^{(\frac{N}{2}-1)1} & \dots & W_N^{(\frac{N}{2}-1)(M-1)} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W}_{H2} = \begin{bmatrix} W_N^{LM} & W_N^{L(M+1)} & \dots & W_N^{L(N-1)} \\ W_N^{(L+1)M} & W_N^{(L+1)(M+1)} & \dots & W_N^{(L+1)(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^{(\frac{N}{2}-1)M} & W_N^{(\frac{N}{2}-1)(M+1)} & \dots & W_N^{(\frac{N}{2}-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

进一步可以将式(6-38)写为:

$$\tilde{W}_{H1} \cdot \tilde{f}_1 = \tilde{F}_H - \tilde{W}_{H2} \cdot \tilde{f}_2 \quad (6-39)$$

这是一个线性方程组, 以 $\tilde{f}_1$ 中各元素为未知量, 共有 M 个未知数。 $\tilde{F}_H$ 与 $\tilde{f}_2$ 为已知, 所以方程个数为 $(N/2-L) \times 2$ 。(考虑到频谱实部与虚部)。

分析方程组(6-39), 当 $M > (N/2-L) \times 2$ 时, 方程组欠定, 解数目无穷多, 即满足时域约束与频域约束的函数不唯一。此时, 前文中算子 G 为非扩展算子, 迭代可能不收敛。

一般地, 需要外推的频谱区间都较窄, 已知频段宽, 所以实用中的问题有 $M < (N/2 - L) \times 2$, 此时, 方程组(6-39)超定。

不考虑误差影响, 方程组(6-39)唯一确定函数 $f(n)$, 此时 G 为压缩算子, 迭代收敛。

但考虑到误差影响, 比如已知数据段含噪, 或者时域采样造成频域混迭, 带来频域截断误差。此外, *Papoulis* 迭代过程中, 由于计算机分析数据长度有限, 这意味着时域与频域中不断地施加矩形窗, 从而, 时域与频域总存在截断误差与泄漏的影响。因此, 离散形式的 *Papoulis* 迭代过程总存在各种干扰因素。

如果 $f(n)$ 在区间 $[M, N-1]$ 内的时域值存在偏差, 或者序号为 $L \sim N/2-1$ 的谱线存在误差, 方程组(6-39)的求解是一个病态问题, 由此方程组确定的解 $f'(n)$, 在区间 $[0, M-1]$ 内的 M 个时域值就可能与 $f(n)$ 相应的时域值偏差较大。而此时, $f(n)$ 与 $f'(n)$ 满足下述条件:

- (1). 序号为 $L \sim N/2-1$ 的频谱差别不大;
- (2). 序号为 $M \sim N-1$ 的时域值也仅仅存在微小的偏差。

在这种条件下, r_1 与 r_2 几乎都非常接近于 1, 而 $f(n)$ 与 $f'(n)$ 在 $[0, M-1]$ 区间差别很大。故而, G 不是压缩算子, 迭代算法将可能不再收敛。

对于时限连续信号, 相当于采样率无限高, 分析时窗无限长。这种信号不存在采样混迭、截断误差等因素的干扰。若不考虑原始数据本身的误差, 迭代总是收敛的。然而对于离散信号, 鉴于各种误差的干扰, 外推受到限制。在本章的实验中将会看到, 对于低频重构而言, 低频误差是主要的影响因素。

第二章讨论了瞬态信号的频谱结构。瞬态信号的频谱分布基本上集中在低

于 $10/\tau$ 的频率范围以内 (τ 为脉宽)。比如矩形脉冲^[65], 在区间 $\left[-\frac{2}{\tau}, \frac{2}{\tau}\right]$ 频段内, 能量约占信号总能量的 95%。因此, 决定信号的主要频段即在此区间内。若由该区间以外的频谱确定信号, 理论上是可行的。但易受干扰, 往往不能收敛到真实结果。低频瞬态信号测量, 应尽可能多地获取并利用低频信息, 确保低频频段幅值足够强, 信噪比足够高, 受干扰影响小, 从而保证迭代收敛到真实结果。

在用高通型传感器测量瞬态信号低频频谱重构的问题中, 因为低频分量正是需要重构的频段, 如果缺失低频分量过多, 有可能导致迭代算法不能收敛到真实结果。不增加其他信息, 一般只能重构有限的几个低频谱线。实践表明至少可以重构序号为 $0 \sim 2$ 的谱线。

§ 6.4 瞬态信号低频频谱重构实验

应用前几节讨论的信号重构算法, 重构瞬态信号所缺失的低频频谱。本节将对信号重构实验展开讨论, 研究算法的收敛情况以及噪声干扰对重构结果的影响。

图6.3为实际采集获得的瞬态信号, 采样频率设定为64Hz。分析时长取为16s, 相应地, 频域分辨率为0.0625Hz, 分析点数(即延拓周期)为 $N=1024$ 。从图中可以看出, 信号持续时间约6s。在0s至2.8s及8.8s至16s属于信号为零的区间段。

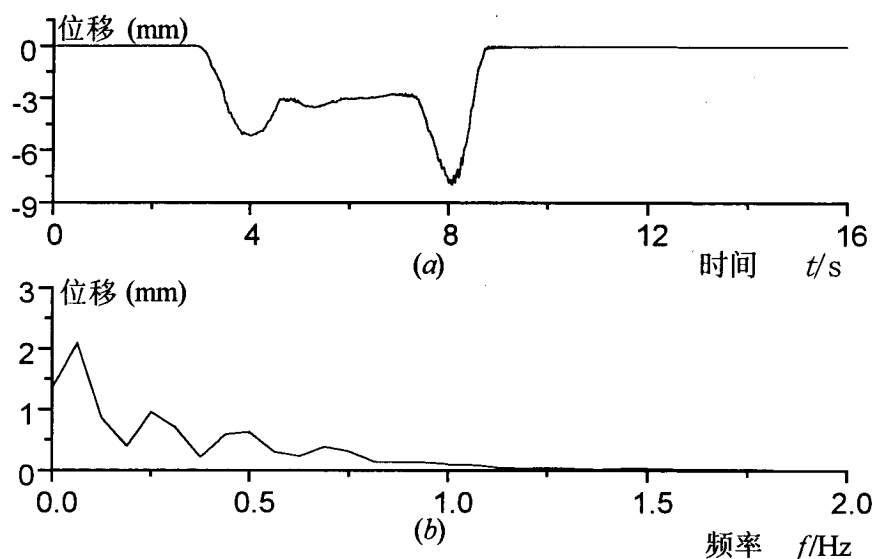


图6.3 实际采集得到的瞬态信号

a. 时域 b. 频谱

图6.3信号是模拟一串移动质量(如列车)通过一跨度较大的梁(跨度大于两移动质量间距)时梁的变形曲线。该信号的频谱能量集中在0~2Hz以内, 如图6.3b。

采用高通型的DP位移计(固有频率0.5Hz, 灵敏度1mV/ μm , 积分、隔直时间常数均为2.2s)拾取此信号, 得到如图6.4的输出。

在信号处理中截取分析时间为16s, 离散谱线的间距是 $\frac{1}{16}=0.0625\text{Hz}$ 。因为传感器固有频率为0.5Hz, 可以认为在0.5Hz以上的谱线是足够可信的。对0.25Hz~0.5Hz这段谱线也有较好的信噪比, 对0.25Hz以下(0.01875Hz及以下)谱线则可能有严重失真。

对于图6.3的信号, 假设只有序号 $L \sim (N/2-1)$ 的谱线是已知的($L=3$)。我们将探讨由此部分高频重构真实信号的有关实验。由此部分高频对应的时域波形如图6.5所示。

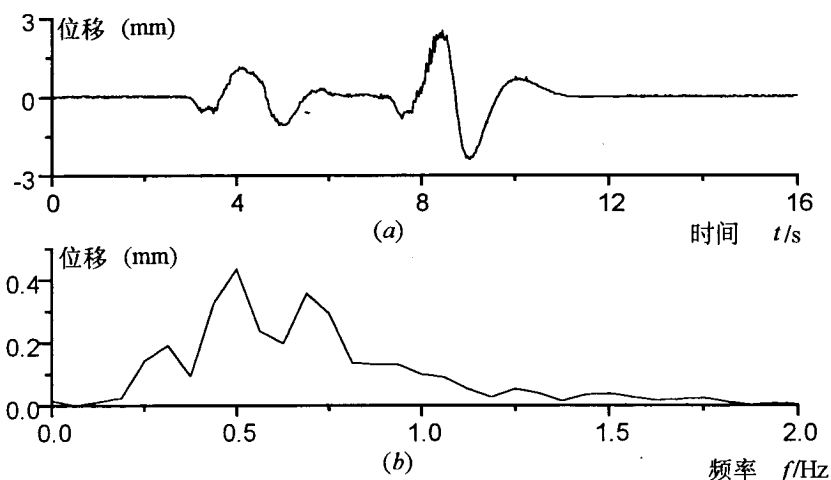


图6.4 DP型位移计测量图6.3信号的输出

a. 时域 b. 频谱

该波形也可以看作真实信号经过理想高通的输出，理想高通 $H(k)$ 为：

$$H(k) = \begin{cases} 0 & 0 \leq k < L; \\ 1 & L \leq k < N/2 - 1 \end{cases}$$

只有当信号具有时限特征时，才可能由该系统的输出反演真正的输入。

1. 重构实验

实验一：

利用 § 6.2.2 中讨论的迭代外推算法重构信号的低频频谱，结果如图 6.6 所示。其中，图 6.6a 为重构的时域波形与真实结果的比较，图 6.6b 为重构的频谱与真实信号频谱的比较。外推结果与真实信号几乎重合，效果令人满意（迭代 42 次，迭代误差 0.9×10^{-4} ）。

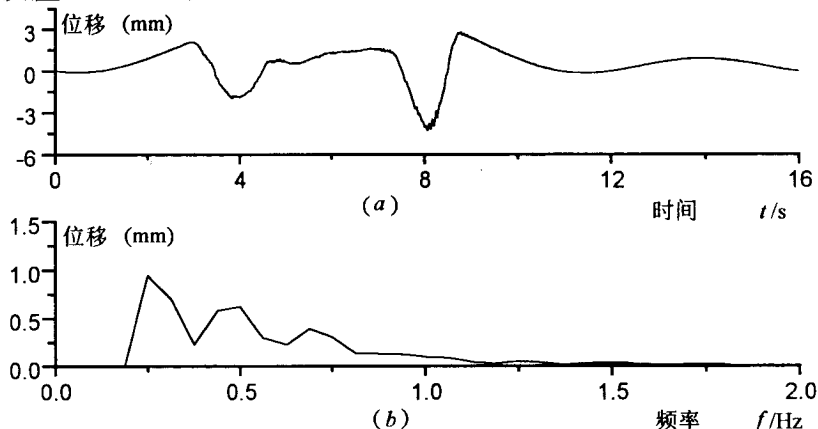
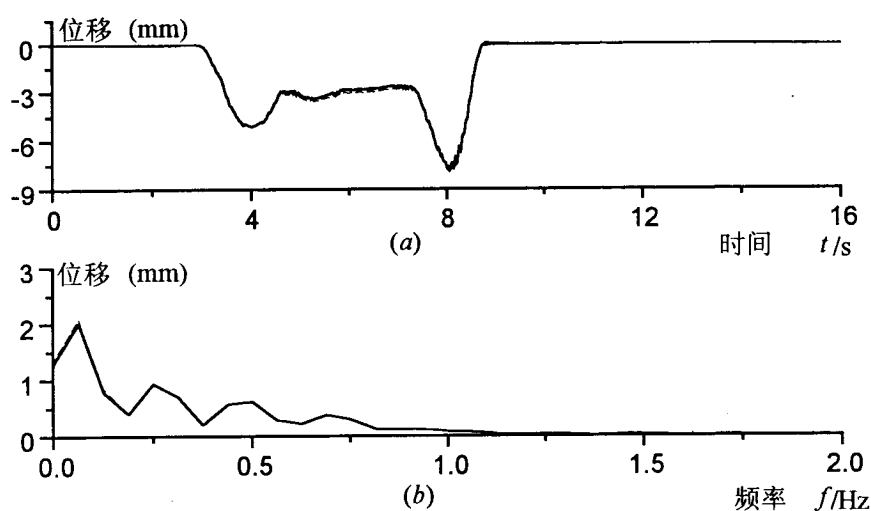


图6.5 截去图6.3信号中序号0~(L-1)的谱线所对应的时域波形(L=3)

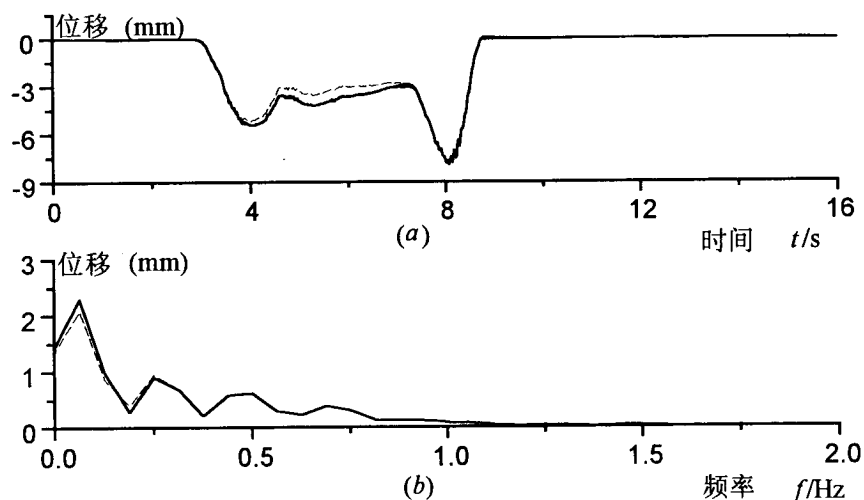
a. 时域波形 b. 频谱

图6.6 由序号 $L \sim (N/2-1)$ 的谱线重构的结果($L=3$)

a. 时域波形 b. 频谱(实线为重构结果, 虚线为真实信号)

实验表明, 决定该信号波形的第一根谱线为 0.0625Hz , 但由于信号的时限特性, 只需已知低至 0.25Hz 的频谱就可以重构信号。那么, 测量这样的信号, 只要求测量系统能不失真地拾取低至 0.25Hz 的频谱即可, 从而, 降低了对测量系统频率特性的要求。

进一步, 如果截去更多的低频谱线, 比如, $L=5$, 由序号($L \sim N/2-1$)的谱线重构的结果如图6.7所示(迭代60次, 迭代误差 1.9×10^{-4})。恢复结果与实际信号差别较大, 这表明离散形式的Papoulis迭代算法能够外推的谱线根数是有限的。

图6.7 由序号 $L \sim (N/2-1)$ 的谱线重构的结果($L=5$)

a. 时域波形 b. 频谱(实线为重构结果, 虚线为真实信号)

信号重构对噪声的影响是十分敏感的,下面通过一组实验研究噪声对重构的影响。

实验二:

本实验研究中高频段噪声对瞬态信号低频频谱重构的影响。

现在我们研究图6.3信号的5~10Hz频段存在干扰时的重构结果。

假定噪声干扰致使信号5~10Hz频段的幅值存在10%的扰动,这时,图6.3的信号受噪声影响成为如图6.8所示的波形。

由0.1875Hz以上的频谱(不含)重构的波形如图6.9所示。(迭代42次,迭代误差 0.5×10^{-3})。

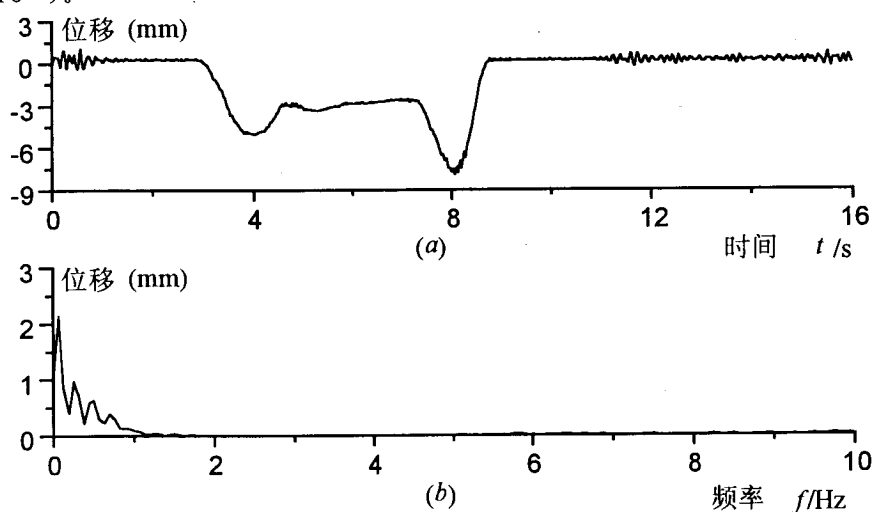


图6.8 5~10Hz频段幅值受到10%扰动的时域波形

a. 时域波形 b. 频谱

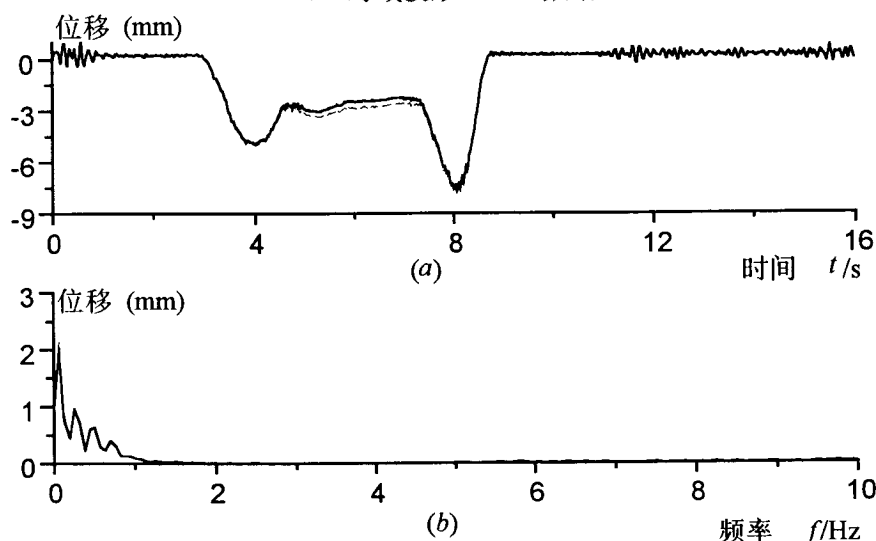


图6.9 由0.1875Hz以上谱线(不含)重构的结果(5~10Hz频段幅值受到10%扰动)

a. 时域波形 b. 频谱(实线为重构结果,虚线为受干扰的真实信号)

由0.125Hz以上的频谱(不含)重构的波形如图6.10所示。(迭代27次, 迭代误差 0.6×10^{-4})。

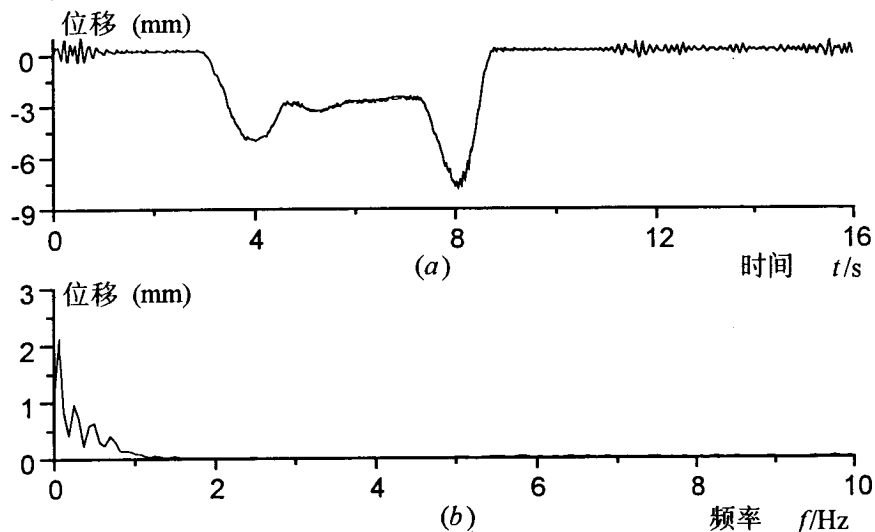


图6.10 由0.125Hz以上谱线(不含)重构的结果(5~10Hz频段幅值受到10%扰动)

a. 时域波形 b. 频谱(实线为重构结果, 虚线为受干扰的真实信号)

实验结果表明, 对于瞬态信号低频频谱重构而言, 中高频段的扰动对重构结果有一定的影响, 但影响不大。由0.125Hz以上频谱(不含)重构的结果与图6.8的波形十分吻合, 比由0.1875Hz以上频谱(不含)重构的结果要好, 表明已知的低频谱线越多, 恢复结果受噪声影响就越小, 且收敛速度快。

实验三:

本实验研究低频噪声对瞬态信号低频频谱重构的影响。假定受噪声影响, 致使图6.3信号中0~0.5Hz频段的幅值受到10%的扰动, 成为如图6.11的波形。

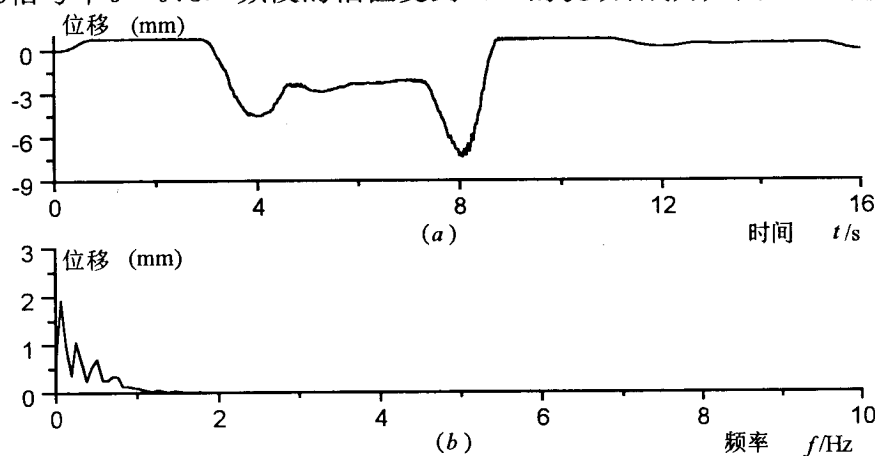


图6.11 0~0.5Hz频段幅值受到10%扰动的时域波形

利用§6.2.2讨论的重构算法恢复信号, 由0.1875Hz以上的频谱(不含)重构的波形获得结果如图6.12所示, 迭代不再收敛。(迭代30次, 迭代误差 3×10^{-4})。

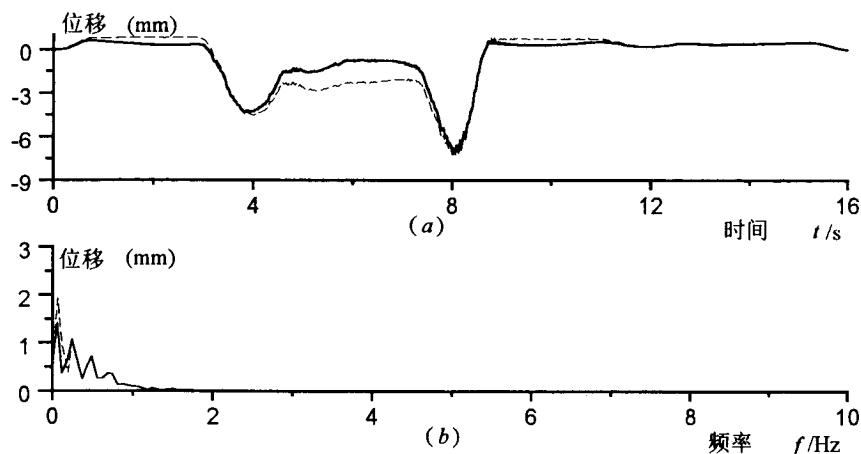


图6.12 由0.1875Hz以上谱线(不含)重构的结果(0~0.5Hz频段幅值受到10%扰动)

a. 时域波形 b. 频谱(实线为重构结果, 虚线为受干扰的真实信号)

重构的结果与真实信号相比出入很大, 实验表明, 低频噪声的干扰对瞬态信号低频频谱重建影响比较大, 迭代不能收敛到真实结果。此时, 仅仅利用时限这一约束已不能进一步获得满意的结果, 必须引入必要的低频信息。我们将在下一节讨论有关引入约束信息的重构算法。

2. 低频频谱重构讨论

对于时限连续信号, 由部分已知频谱, 完全可以重构全部信号。但是实际处理中, 应用计算机重构离散信号, 由于采样造成的混迭, 加窗造成的泄漏, 以及数据本身含有噪声, 都有可能影响迭代算法不能收敛到真实结果。

应用重构技术重构信号的部分低频谱线, 实践表明, 一般至少可以重构序号为0~2的3根低频谱线。这对于低频振动测量是很有意义的。比如频域分辨率为0.05Hz(对应周期化处理中取周期为20s), 那么, 只要系统给出0.15Hz以上(含)的频谱即可。而并不需要测量系统无失真地给出0Hz、0.05Hz和0.1Hz这3根谱线。这就是说, 可以相应地降低对测量系统的要求。换一句话说, 对频率特性一定的DP型地震式传感器, 可以相应地扩展其可测瞬态振动的周期。

如果要求重构更宽范围的低频成分, 或者希望当数据含低频噪声时, 能够重构信号低频谱线, 此时, 仅仅靠信号时限特征, 用离散形式的Papoulis迭代外推方法已不能进一步收敛到真实结果。在下节中, 我们将介绍引入波形约束的办法, 抑制各种干扰, 以期获得满意解。

§ 6.5 综合信号先验知识的瞬态信号低频频谱重构方法

在实际问题中, 我们往往对被测信号的某些性质或特征具备先验的认识。信号的这种可以被预先认识, 或者说可以被预先确定的特征可以是时域的某些特征, 也可以是频域的某些特征。比如说, 对于图像处理而言, 信号为负没有意义, 信号应该保持正性。正性约束实际上是对信号下界的约束。有时, 我们还会了解一些有关信号上界的信息。比如, 吸收光谱吸收率在0~100%之间。这些都是时域先验知识。在地震勘探中, 往往能够获得地震信号的中频信息。即10Hz~60Hz的频谱, 高频子波被衰减。为了提高分辨率, 有必要对高频信息作恢复处理。一般地, 人们利用测井信号提供的高频信息重构信号, 这就是利用信号在频域的已知信息^{[77][78]}。

对于不同的实际问题, 信号可以被预先认识(确定)的信息, 其形式各不相同。因而, 信号重构中约束的施加方法也因具体问题而各不相同。利用重构的迭代算法, 可以很方便地在每一步迭代中逐步把信号的先验知识作为约束施加到信号重构中去。本节讨论综合时域波形约束信息的迭代外推算法, 研究算法的收敛问题, 并给出实际处理结果。

§ 6.5.1 综合时域波形约束信息的迭代外推方法

利用先验知识约束重构结果, 实质上就是对信号作某一变换, 使变换后的结果与真实信号更为接近, 或者说使它们的能量差减小。

用数学语言描述, 就是对信号 $f(n)$ 作用算子 p , 如果 $f(n)$ 已满足相应特征的约束, 则有:

$$f(n) = p\{f(n)\} \quad (6-40)$$

一般地, 假设, $f_0(n)$ 是 $f(n)$ 的真实信号, $f(n)$ 是 $f_0(n)$ 的退化(畸变)信号。施加约束算子 p , 有:

$$\|p\{f(n)\} - f_0(n)\| \leq \|f(n) - f_0(n)\| \quad (6-41)$$

综合各种约束信息的瞬态信号低频频谱重构迭代算法具有如下形式:

- (1). 预处理, 同 § 6.2.2 节中迭代算法的步骤(1);
- (2). 第一次迭代

施加时限约束, 即用时限窗 $p_M(n)$ 裁剪 $g_0(n)$, 再用波形约束算子 p , 对信号时域形状作约束, 得到 $f_1(n)$, 有:

$$f_1(n) = p\{p_M(n)g_0(n)\} \quad (6-42)$$

其中, $p_M(n)$ 形如式(6-9)。

求 $f_1(n)$ 的富氏变换:

$$F_1(k) = DFT\{f_1(n)\} \quad (6-43)$$

构造函数:

$$\begin{aligned}
 G_1(k) &= F_1(k) + [G_0(k) - F_1(k)]P_L(k) \\
 &= \begin{cases} G_0(k) & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ F_1(k) & 0 \leq k < L \end{cases}
 \end{aligned} \quad (6-44)$$

其中, $P_L(k)$ 形如式(6-6)。

$$g_1(n) = IDFT\{G_1(k)\} \quad (6-45)$$

(3). 第 m 次迭代

对 $g_{m-1}(n)$ 作用时限的约束算子 $p_M(n)$, 和波形约束算子 p , 有:

$$f_m(n) = p\{p_M(n)g_{m-1}(n)\} \quad (6-46)$$

求 $f_m(n)$ 的富氏变换:

$$F_m(k) = DFT\{f_m(n)\} \quad (6-47)$$

构造函数:

$$\begin{aligned}
 G_m(k) &= F_m(k) + [G_0(k) - F_m(k)]P_L(k) \\
 &= \begin{cases} G_0(k) & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ F_m(k) & 0 \leq k < L \end{cases}
 \end{aligned} \quad (6-48)$$

$$g_m(n) = IDFT\{G_m(k)\} \quad (6-49)$$

(4) 迭代误差为 E , 有:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N [g_m(n) - g_{m-1}(n)]^2 \quad (6-50)$$

当 E 小于设定误差时, 迭代终止。

迭代过程如图6.13所示。

§ 6.5.2 算法收敛性证明

仿照 § 6.3.2 的证明, 综合时域波形形状约束的迭代过程可以写为:

$$g_m(n) = g_0(n) + (I - B)PTg_{m-1}(n) \quad (6-51)$$

其中, 算子 B 、 T 和 P 分别为带限算子、时限算子和波形形状约束算子。

相应地, 映射算子 G 为:

$$G = (I - B)PT$$

仿照 § 6.3 的证明(详见附录C), 可以得到:

$$\begin{aligned}
\|Gx_i(n) - Gx_j(n)\| &\leq r_1 \|PTx_i(n) - PTx_j(n)\| \\
&\leq r_1 r_3 \|Tx_i(n) - Tx_j(n)\| \\
&\leq r_1 r_2 r_3 \|x_i(n) - x_j(n)\|
\end{aligned} \quad (6-52)$$

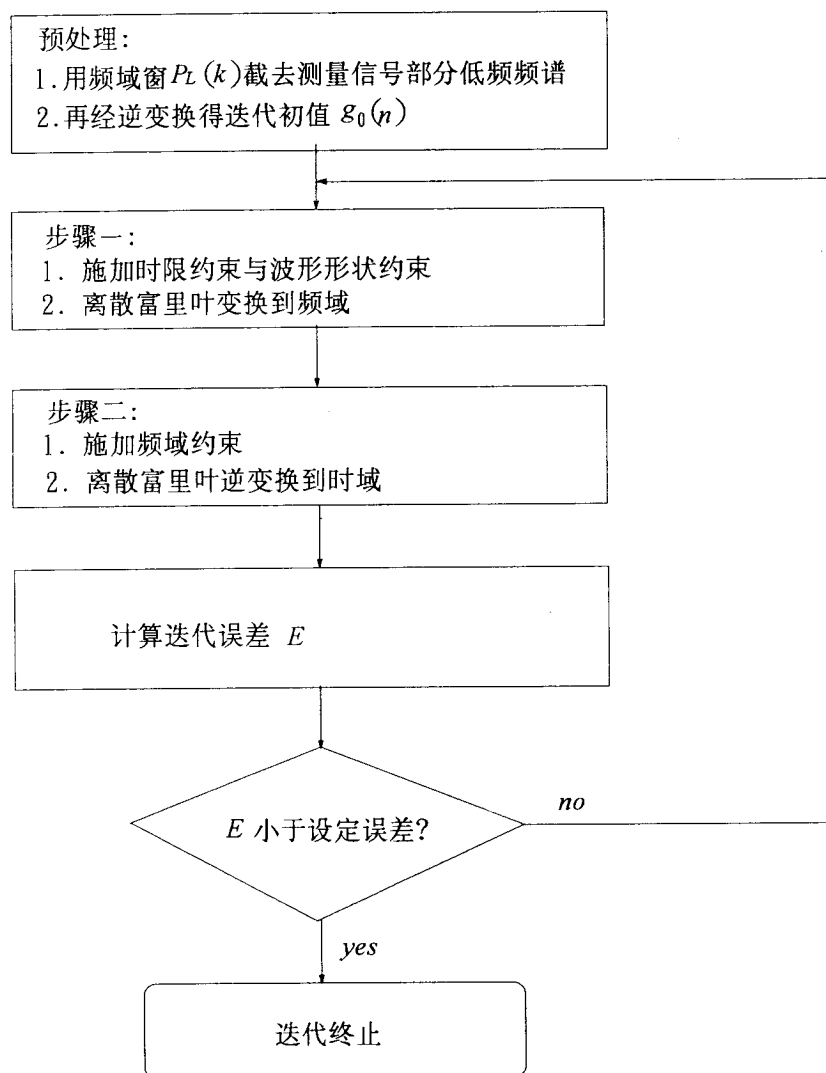


图6.13 迭代过程框图

其中, $0 \leq r_1 \leq 1$, $0 \leq r_2 \leq 1$, $0 \leq r_3 \leq 1$, 因而 $0 \leq r_1 r_2 r_3 \leq 1$.

$r_1 = 1$ 的条件为: 在区间 $L \leq k < \frac{N}{2}$ 内, 对应各频率点, $\tilde{X}_i(k)$ 与 $\tilde{X}_j(k)$ 都相同, 其中:

$$\tilde{X}_i(k) = DFT\{PTx_i(n)\}, \quad \tilde{X}_j(k) = DFT\{PTx_j(n)\}.$$

$r_2 = 1$ 条件是在区间 $M \leq n < N$, 恒有 $x_i(n) = x_j(n)$ 。

$r_3 = 1$ 的条件是, $x'_i(n)$ 与 $x'_j(n)$ 都已满足波形形状的约束, 或是虽未满足波形形状的约束, 但两者完全相同。其中:

$$x'_i(n) = Px_i(n) = p\{x_i(n)\}, \quad x'_j(n) = Px_j(n) = p\{x_j(n)\}.$$

由 § 6.3 节的分析, 我们知道, $r_1 = 1$ 与 $r_2 = 1$ 同时成立的条件是在时域区间段 $0 \leq n < M$ 内, $x_i(n)$ 与 $x_j(n)$ 不同。如果此时 $x_i(n)$ 与 $x_j(n)$ 已满足波形形状的约束, 则 r_3 为1, 迭代至此将不再收敛。选择合适的波形约束, 此时, 因 $x_i(n)$ 与 $x_j(n)$ 波形形状不同, r_3 就不同时为1。从而, 可以确保 $r_1 r_2 r_3 < 1$ 。另外, 因为 $0 \leq r_3 \leq 1$, 所以, $0 \leq r_1 r_2 r_3 < r_1 r_2$ 。这表明, 引入波形形状约束, 不仅确保迭代收敛, 同时还加速了迭代收敛速度。

根据具体问题的不同, 波形形状约束算子具有不同的形式。比如信号 $f(n)$ 具有非负特征, 形状约束算子 p 可以定义为:

$$p\{f(n)\} = \begin{cases} f(n) & f(n) \geq 0; \\ 0 & f(n) < 0 \end{cases} \quad (6-53)$$

若信号 $f(n)$ 满足最大值为 β , 最小值为 α 的约束, 则形状约束算子 p 可以有两种形式:

$$p\{f(n)\} = \begin{cases} f(n) & \alpha \leq f(n) < \beta; \\ \alpha + [\alpha - f(n)] & f(n) < \alpha; \\ \beta - [f(n) - \beta] & f(n) \geq \beta \end{cases} \quad (6-54)$$

或:

$$p\{f(n)\} = \begin{cases} f(n) & \alpha \leq f(n) < \beta; \\ \alpha & f(n) < \alpha; \\ \beta & f(n) \geq \beta \end{cases} \quad (6-55)$$

与式(6-55)的约束相比, 式(6-54)的约束有利于保持极大与极小峰的形状。文献[44], 分别利用非负及如式(6-54)的最大值与最小值约束, 处理几种时限信号的重构问题, 抑制噪声影响, 获得了满意的重构结果。

§ 6.5.3 约束重构实验

在 § 6.4 的实验三中, 我们看到, 对于图6.3的信号, 0Hz ~ 0.5Hz的频谱受到10%的扰动, 成为如图6.11所示的波形。此时, 假定0Hz ~ 0.1875Hz的频谱未知, 需要重构。实验结果表明, 仅利用时限约束已无法进一步缩小误差能

量,不能收敛到真实解。本节讨论运用 § 6.5.1 给出的约束迭代算法重构信号低频频谱。

分析图 6.3 信号,在区间 4.5s 至 7.4s 信号变化比较平稳,这一段的均值约相当于信号最大幅值的 1/3。在工程中,列车通过跨度较大的简支型桥梁就有类似情况。由于机车的重量较车厢重,各节车厢之间重量相差不致太远,故实际桥梁的动载变形曲线有一段相对平稳的挠度和振动。假定我们能预先确定信号平稳段相对于峰值的比例范围,下面研究如何利用这些特征约束迭代结果。

设信号绝对值最大的时域值为 $A = f(l)$, $|f(l)| \geq |f(n)|, n = 0, \dots, N (n \neq l)$ 。在区间 4.5s 至 7.4s 之间信号 $f(n)$ 时域值应满足约束条件: $f(n)$ 绝对值最大不大于 $-\lambda_1 \cdot A$, 最小不小于 $-\lambda_2 \cdot A$ 。定义形状约束算子 p , p 具有如下形式:

在区间 4.5s 至 7.4s 内,有,

$$p\{f(n)\} = \begin{cases} f(n) & -\lambda_2 \cdot A \leq -f(n) < -\lambda_1 \cdot A; \\ \lambda_2 \cdot A + [\lambda_2 \cdot A - f(n)] & -f(n) < -\lambda_2 \cdot A; \\ \lambda_1 \cdot A - [f(n) - \lambda_1 \cdot A] & -f(n) \geq -\lambda_1 \cdot A \end{cases} \quad (6-56)$$

将此信息作用于迭代过程的具体方法如下:

- (1). 找出信号 $f_m(n)$ 绝对值最大的时域值 A , $f_m(n)$ 是第 m 次迭代值;
- (2). 约束区间段 4.5s 至 7.4s 的时域波形,使其满足式 (6-56) 的波形形状约束。

实验四:

对于 § 6.3 节中实验三,利用波形形状来约束求解重构结果,取 λ_1 为 0.45、 λ_2 为 0.33 时,由 0.1875Hz 以上 (不含) 频谱重构信号,结果如图 6.14 所示 (迭代 15 次,迭代误差 2×10^{-2})。

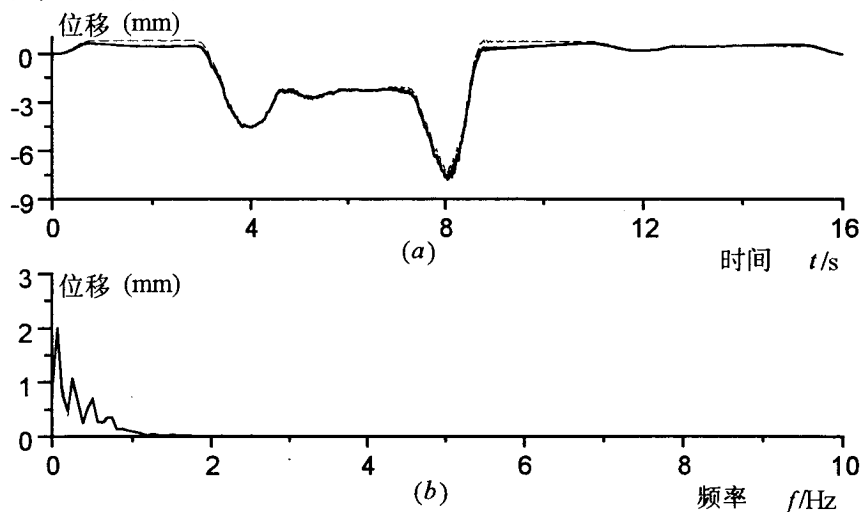


图 6.14 由 0.1875Hz 以上谱线 (不含) 约束重构 (0 ~ 0.5Hz 频段幅值受到 10% 扰动)

a. 时域波形 b. 频谱 (实线为重构结果, 虚线为真实信号)

此时, 迭代误差比图6.12的无约束迭代误差大。这是因为, 在原信号为零的区间里, 受噪声污染后的信号并不为零。而我们仍然当作时限信号处理, 每次施加时限约束, 令该区间信号迭代值为零。从而, 导致迭代误差不能进一步减小, 表现为该区间恢复效果无法进一步改善。

但对应原信号不为零部分, 恢复结果与原信号吻合较好。这正是在波形形状约束下, 抑制噪声影响获得的结果, 形状约束的作用是明显的。

由于波形形状约束本身实际上就包含了必要的低频信息, 引入波形形状约束, 对低频噪声的干扰起到了很好的抑制作用, 重构的结果是令人满意的。采用Papoulis迭代算法, 把波形约束信息加入重构的信号中, 从而求得波形形状约束、时限约束以及信号高频已知信息这三者的交集。

§ 6.5.4 约束重构小结

本节讨论了约束重构算法。利用信号某些可以预先确定的特征作为约束, 施加于求逆过程。实验表明, 约束重构算法可以很好地抑制噪声影响, 获得十分满意的结果。

对于DP型传感器, 固有频率以下频段将存在畸变。因此, 该段谱线需要经过谱线修正后才能用于频谱重构。我们将在第七章详细讨论DP传感器输出的谱线修正与低频重构问题。这里先给出图6.4的DP输出信号的约束重构结果, 如图6.15所示(迭代30次, 迭代误差 2.2×10^{-4})。具体处理方法将在下一章介绍。

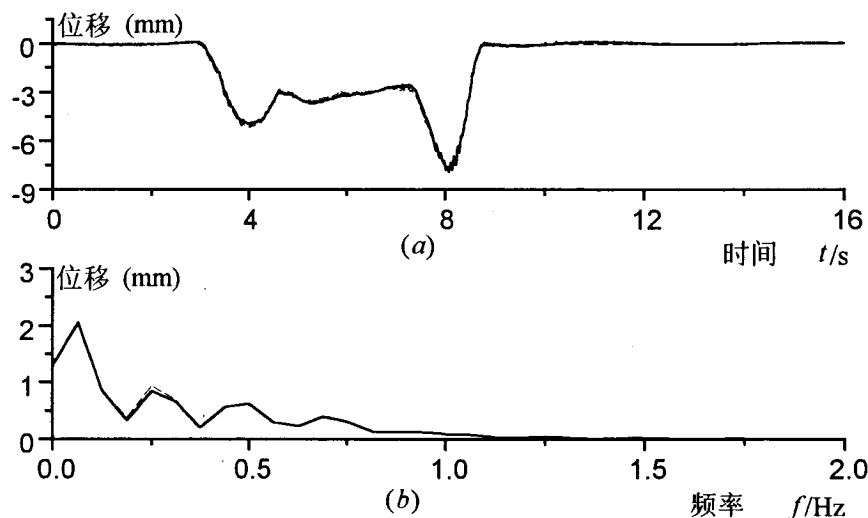


图6.15 图6.4DP输出信号由0.1875Hz以上谱线(不含)约束重构的结果
a. 时域波形 b. 频谱(实线为重构结果, 虚线为真实信号)

§ 6.6 本章小结

DP型地震式低频振动传感器具有高通特性, 测量低频瞬态信号, 输出将因传感器的有限低频响应而失真。实际上我们往往只能可靠地获得信号的中高频分量。为此, 本章讨论了有关瞬态信号频谱重构的问题。

1). 本章针对瞬态信号低频频谱重构讨论了离散形式的迭代算法, 给出了具体迭代步骤。

2). 讨论了瞬态信号低频重构迭代算法的收敛条件。由于时频域采样以及分析窗长等因素的影响, 离散形式的迭代重构只能外推有限的几根谱线, 不象连续形式, 理想条件下可以无限外推。实践表明, 瞬态信号低频重构至少可以重构序号0~2的3根谱线。因此, 瞬态信号重构技术的应用, 可以在一定程度上降低对测量系统频率特性的要求。

3). 瞬态信号低频重构对高频噪声不敏感, 但对低频噪声十分敏感, 这要求测量系统应确保低频信噪比, 以保证重构的结果。

4). 引入信号波形形状约束, 可以抑制噪声影响, 并能加速迭代收敛速度, 本章给出了相应的迭代算法, 分析了算法的收敛性质。重构实验说明迭代算法有效。

第七章 用绝对振动传感器测量桥梁动挠度的信号处理方法

在前几章的讨论中, 我们已指出, 应用绝对振动传感器测量低频瞬态信号, 因传感器的有限低频响应, 输出存在畸变。

桥梁动挠度是一种低频瞬态信号, 低频丰富。本章首先详细分析动挠度信号的特征, 讨论运用DP型地震式低频振动传感器测量动挠度信号的测后处理办法。本章将研究第六章讨论的瞬态信号低频重构技术在桥梁动挠度信号恢复处理中的实际应用, 即研究如何由部分已准确获得的频谱(包括经数字修正获得的过渡频带)重构动挠度信号, 外推信号中已不可靠的部分低频分量。本章还将进一步研究基于车—桥作用动力学模型的约束重构技术, 通过对车—桥作用动力学模型的分析, 确定有关动挠度波形形状的先验知识, 约束重构结果。

§ 7.1 桥梁动挠度信号波形分析

§ 7.1.1 动挠度波形形状的基本特征

列车驶经桥梁, 在列车移动荷载的作用下, 桥梁梁体发生动态形变, 即动挠度。动挠度波形取决于列车编组形式、桥梁的结构形式等因素。

单个移动荷载匀速通过简支梁时, 跨中截面的挠度时间曲线近似一种半正弦曲线。若 P 为一个移动的集中荷载, 如图7.1。由材料力学我们知道, 跨中的挠度与 P 的作用位置满足如下关系^{[79][80]}:

(1). 当 $x < l/2$ 时, 跨中截面位于AC段, 此时, 跨中挠度为:

$$y_c = \frac{-P(l-x)}{48EI} [3l^2 - 4(l-x)^2] \quad (7-1)$$

(2). 当 $x > l/2$ 时, 跨中截面位于CB段, 此时, 跨中挠度为:

$$y_c = \frac{-P(l-x)}{48EI} [3l^2 - 4(l-x)^2] - \frac{P}{6EI} \left(\frac{l}{2} - x\right)^3 \quad (7-2)$$

(3). 当 $x = l/2$ 时, 即 P 作用于跨中, 此时, 跨中截面挠度最大, 有:

$$y_c = \frac{-Pl^3}{48EI} \quad (7-3)$$

跨中截面挠度与集中荷载 P 作用位置的关系曲线如图7.2所示。跨中动挠度时间曲线与之形状相同, 只是横坐标轴应除以集中荷载 P 的移动速度。

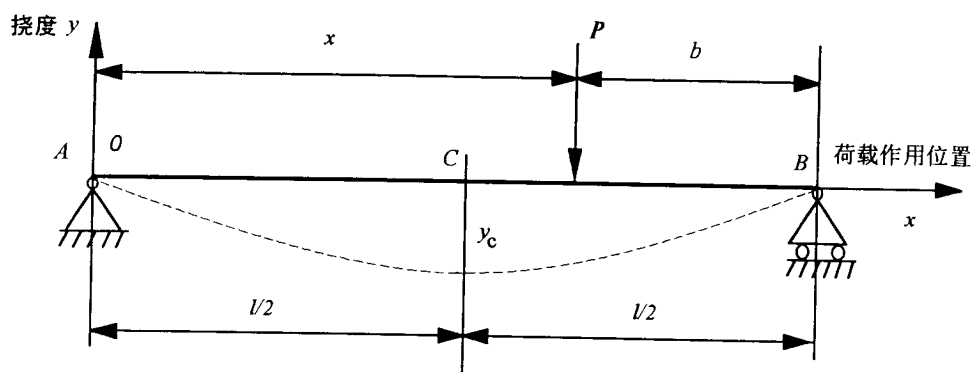


图7.1 单个移动荷载匀速通过简支梁

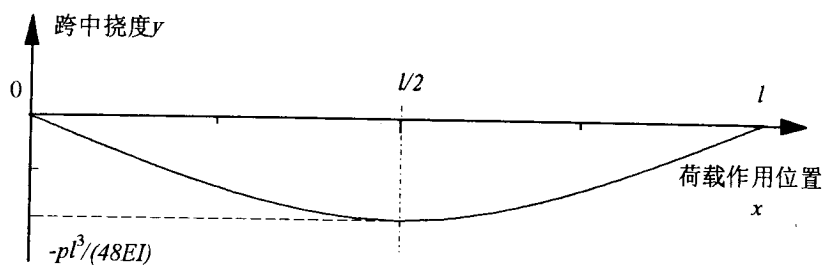


图7.2 单个移动荷载匀速通过简支梁时跨中截面挠度曲线

列车通过桥梁，等效于一串移动的荷载列作用于桥梁。每根轮轴对应于一个集中荷载，荷载力大小即轮轴的轴重，荷载列的间距取决于机车或车厢轮轴的间距。图3.9给出的是东风11型机车加挂客车车厢的荷载列。

对应于不同跨度、不同支承形式的桥梁，跨中截面的动挠度波形形状可以归纳为以下四种基本类型：

1). 短跨简支型桥梁

对于简支型桥梁，梁体不会出现向上的挠曲变形。若定义向下挠度变形为负，则简支型桥梁的动挠度信号始终不大于零。当桥梁跨度小于车厢前后转向架间距时（客车车厢前后转向架间距为15.6m），在列车过桥过程中，车厢前转向架已出桥，后转向架尚未上桥。此刻，桥梁不承受荷载，梁体挠曲变形复原至零。当后转向架上桥，梁体再次产生动态变形。从而桥梁动挠度信号类似于一次次有时限的半正弦迭加而成的波形。图7.3a给出了8m简支梁跨中动挠度的实测波形（应变式挠度计测试结果），列车编组为东风11型机车加挂11节客车车厢。

2). 大跨度简支型桥梁

在列车移动荷载作用下，动挠度信号如同情形(1)所述，始终不大于零。由于桥梁跨度大于车厢前后转向架间距，列车过桥过程中，始终有轮轴（即荷载）作用于桥梁。自机车上桥以后，桥梁发生挠曲变形，紧接着一节节车厢依次上桥，梁体始终维持有向下的挠曲变形，直至最后一根轮轴出桥，梁体的变

形才能复原至零。机车重量约为车厢的2倍,因此,机车过桥过程中,梁体动态形变达到最大。仅由车厢引起的挠度变形比机车引起的挠度变形小。各节车厢重量变化不大,因而,各节车厢过桥时,挠度曲线呈现平稳的曲线段。图7.3b是64m跨简支梁跨中实测挠度曲线(摄像法测试结果),列车编组是东风11型机车加8节车厢,并于尾部又加挂一台东风11型机车。故而,动挠度时间曲线中,相应于列车头尾部的区间,出现两次峰值。两峰值间为平稳段,对应于车厢作用下的挠度。

3). 小跨度连续梁

对于连续梁来说,邻近跨受到荷载作用时,所测跨有可能出现向上的挠度变形,动挠度信号不再具有恒不大于零的特征。当桥跨度小于车厢前后转向架间距时,动挠度的特征为:所测跨有轮轴作用时,梁体向下挠曲变形。而当轮轴驶离所测跨,此时,所测跨没有轮轴作用,但邻近跨却承受轮轴作用,从而导致所测跨向上挠曲变形。图7.3c是 $3 \times 10\text{m}$ 连续梁的边跨中实测动挠度信号(应变式挠度计测试结果),动挠度信号波形形状表现为,每节车厢自上桥至离桥的过程中,动挠度出现一次向下变形过程和一次向上反弹过程。(列车编组东风11型机车加8节车厢,尾部加挂一台东风11型机车和1节试验车)。

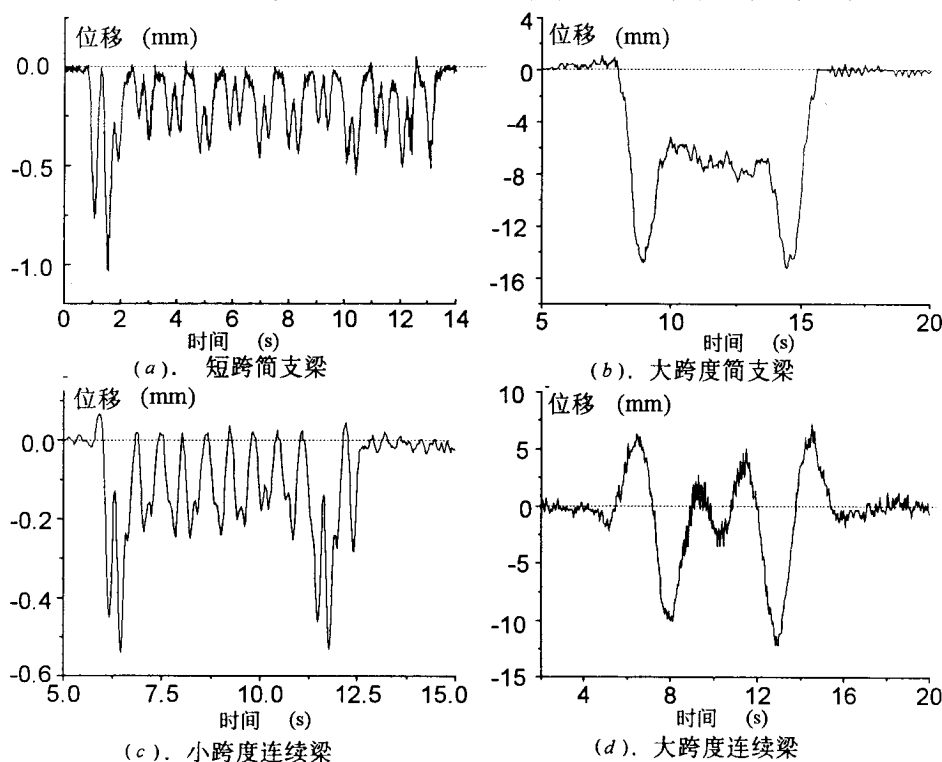


图7.3 动挠度波形的四种基本类型

4). 大跨度连续梁

列车驶上所测跨以前,轮轴作用于邻近跨,所测跨梁体向上挠曲变形,跨中挠度逐渐达到最大。随着列车驶上所测跨,并到达一定位置以后,梁体表现

为向下挠曲变形,并在一定位置所测跨跨中的向下挠曲变形达到最大。随着列车逐渐驶离所测跨,在邻跨作用下,梁体又会在一定时刻表现为向上挠曲变形,直至列车完全驶离相关的连续邻跨。图7.3d是 $(40+3 \times 72+40)$ m连续梁中跨中的实测动挠度信号。(列车编组同情形(2))。

§ 7.1.2 列车过桥时桥梁位移的计算

在§ 7.1.1中,我们讨论了列车过桥时,桥梁动挠度信号的基本特征。动挠度信号取决于车桥相互作用,根据车桥作用的动力学模型,通过相应的理论计算,可以确定桥梁动挠度信号的部分特征,本节讨论动挠度的理论计算问题。

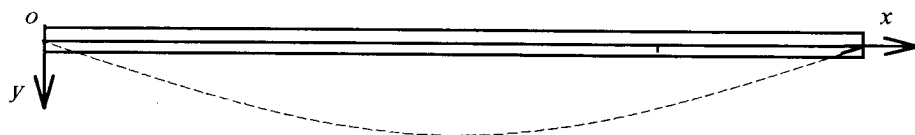
当列车以一定速度通过桥梁时,桥跨除了承受列车的静力荷载外,还要承受动力作用,从而,实际动挠度比相同的静力作用时要大。列车过桥时桥梁跨中的动挠度响应一般包括两部分。一部分是由于移动荷载产生的静力效应,也称为桥梁的静位移;另一部分是由于荷载的速度效应和列车、轮轨以及桥梁组成的系统相互作用引起的振动。振动产生的惯性力将增大桥梁的位移,这一部分称为桥梁的振动位移。桥梁动挠度信号就由这两部分迭加而成^[81]。

桥梁静位移和考虑惯性力作用的动挠度可以由以下方法求解得出^{[82][83][84]}。

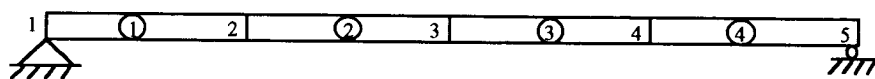
1). 桥梁静位移的计算

仅由移动荷载静力效应产生的桥梁位移,一般采用解析法和有限单元法求解,相应的桥梁模型如图7.4所示。对于简单结构桥梁,采用解析法就可以获得比较好的计算结果。现对解析法简述如下:

假定如图7.4a所示的梁具有对称平面,且在梁的弯曲中,梁的轴线始终保持在这一对称平面内。取梁未变形时的轴线方向为 x 轴,取对称平面内与 x 轴垂直方向为 y 轴。梁的挠曲线随时间变化为 $y(x,t)$,梁的挠曲方程可表示为式(7-4):



(a). 桥梁连续模型



(b). 桥梁有限元模型

图7.4 桥梁模型

(a)连续模型 (b)有限元模型

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \sum_{i=1}^n P_i \delta_i \quad (7-4)$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & x = x_i; \\ 0 & x \neq x_i \end{cases}$$

式中, P_i 为第 i 个作用力, x_i 为 P_i 的作用位置;

E : 弹性模量, I : 惯性矩, EI 表示截面刚度。

边界条件为:

1. 支点处位移为0: 即 $y|_{x=0} = y|_{x=l} = 0$

2. 铰支点弯矩为0, 即 $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$

通过方程(7-4)及相应的边界条件即可得出桥梁位移。图7.5给出64m简支梁桥静位移的计算结果, 车速140km/h。列车编组为东风11型机车加挂6节车厢, 尾部另加挂一台东风11型机车。

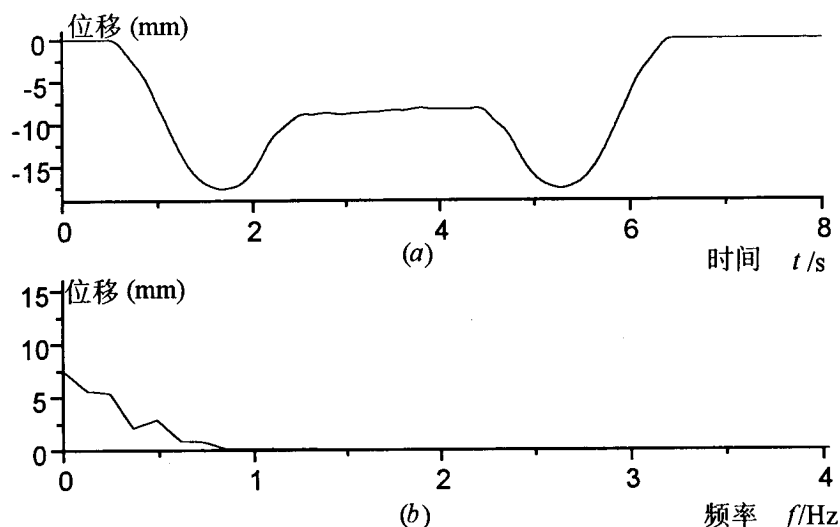


图7.5 64m简支梁静位移理论计算结果

(a). 时域波形 (b). 频谱

2). 桥梁动挠度的计算方法

考虑到惯性力作用, 桥梁动挠度计算的主要步骤是, 首先建立列车车辆与桥梁相互作用的运动方程, 编制模拟计算程序, 用逐步积分法求解某一时刻的动挠度。列车车辆一般采用双层悬挂的动力学模型, 如图7.6所示。

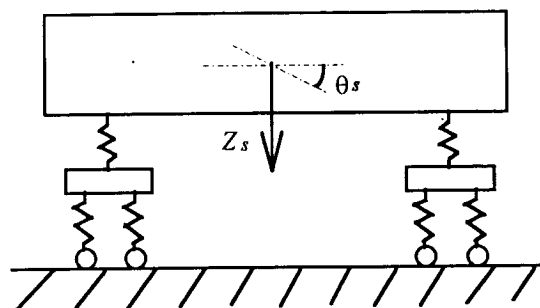


图7.6 车辆动力学模型

桥梁的动力学模型有模态模型和有限元模型两种。列车车辆与桥梁之间通过位移协调或轮轨力传递来建立车桥联合方程。这里不详细讨论具体计算步骤，图7.7给出石滩64m简支梁动挠度的计算结果。桥梁动力学模型为模态模型，考虑了竖向弯曲振型的模态频率。列车编组同图7.5的算例(车速140km/h)。

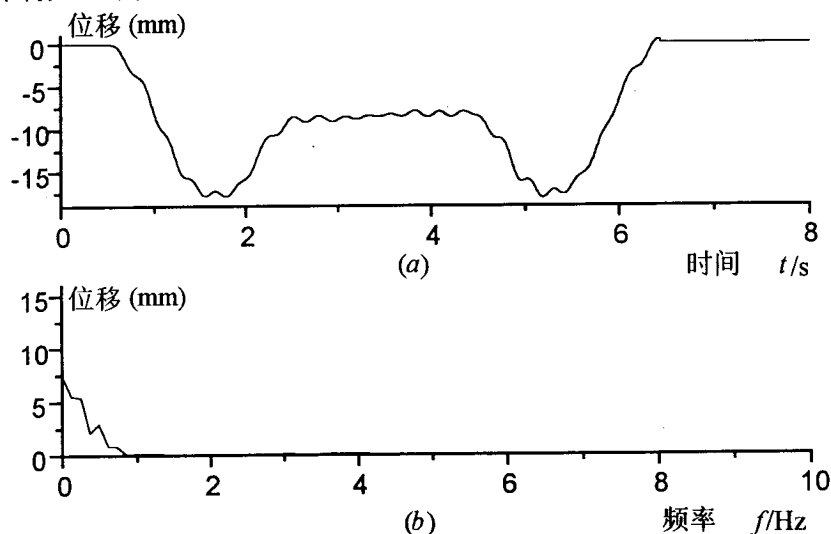


图7.7 64m简支梁动挠度计算结果

(a. 时域波形 b. 频谱)

3). 列车过桥时桥梁位移计算的讨论

列车过桥时桥梁发生动态形变。移动荷载静力效应产生的桥梁静位移，可以通过理论计算获得较好的结果。

由于理论计算模型及计算参数与实际结构的参数存在差异，计算得出的静位移绝对数值与实测静位移可能有一定的误差。这种差异主要是因为理论给定的有关参数不准确。但是，通过理论计算可以较精确地确定静位移波形的有关特征。比如，图7.5中机车与车厢共同作用下的最大挠度与仅由车厢作用时梁体挠度之比，可以由理论计算精确给出。

在桥梁动挠度计算中，应该包含桥梁的振动位移。桥梁振动受列车、线路以及桥梁动力性能和参数的影响，有些参数误差较大，有些因素还受相互相位关系的影响，表现为呈一定的随机性。所以，用列车与桥梁相互作用动力模型

计算得出的桥梁振动位移难以给出很高的精度。目前对于桥梁在列车荷载作用下的振动问题，主要是通过动载试验来解决。

从本节的讨论可以看到，根据车桥作用模型计算动挠度的结果是不准确的。但是，动挠度中静力效应部分可以给出比较好的计算结果，尤其是可以精确给出静位移波形特征。

动挠度信号由静位移和振动位移迭加而成。静位移信号也是一个时间有限信号，具有无限宽广的频谱。但实际上其频谱主要集中在低频区，如图7.5b所示。所以，可以在足够精度下截去静位移信号高频部分，认为是一个低频的有限带宽信号。图7.8中虚线为图7.5的静位移波形，点划线对应的曲线为采用截止频率1.5Hz的数字低通滤波器滤除静位移高频分量所得到的波形。两者几乎重合。

如果滤除动挠度信号中的振动位移部分，所获得部分即对应静位移。将图7.7理论计算动挠度波形中的振动位移滤除（同样采用线性相位的有限脉冲响应数字低通滤波器，截止频率1.5Hz），所得结果如图7.8中的细实线。与按静力作用模型计算的静位移十分吻合。说明理论计算动挠度信号的静力效应部分可以通过静力计算模型获得。

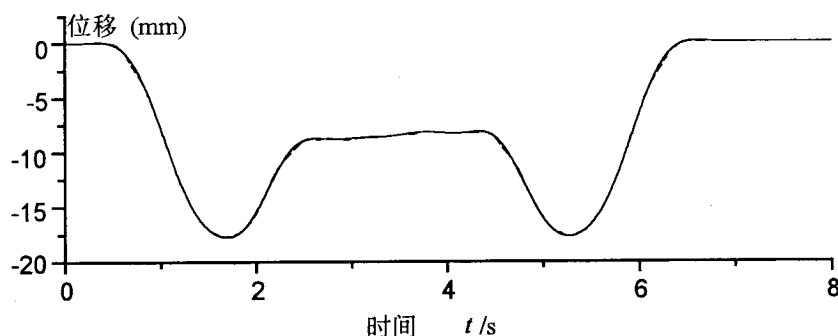


图7.8 理论计算动挠度的静力效应部分与静力计算模型获得的结果一致
(细实线对应动挠度滤波的结果，虚线为静位移，点划线为静位移滤波结果)

下一节我们将讨论如何把理论计算给出的静位移波形特征作为先验信息，约束重构过程。对DP型传感器测量桥梁动挠度的输出信号作重构处理，获得满意结果。

§ 7.2 频谱外推与桥梁动挠度惯性测试方法

§ 7.2.1 用DP型传感器拾取动挠度与测后信号处理基本方法

应用惯性传感器测量桥梁动挠度,在现场不需要静止不动的参考点。传感器固定于被测梁体上,随梁体一起振动,其输出即反映梁体相对于惯性空间的振动,故而,称为动挠度的惯性测试方法。运用惯性传感器测量动挠度信号,便于现场使用。

惯性传感器在输出反映振动位移时,都存在着有限低频响应问题。本节针对第二章讨论的DP型地震式低频振动传感器,研究其应用于动挠度信号测量的有关问题及基本的测后信号处理方法。

DP型地震式低频振动传感器,其频率特性等效于一个二阶高通环节。一般地讲,可测测率范围应高于传感器的固有频率。目前DP型传感器的固有频率低至0.5Hz。进一步优化补偿电路,选择低固有频率、高灵敏度的磁电式地震检波器变换振动信号,可望经校正后获得固有频率低至0.1Hz的频率特性。

在第五章§5.4节仿真实验中,用数字手段仿真DP型传感器拾取某实际桥梁动挠度信号的输出。仿真结果表明,对于持续时间仅为3s的动挠度信号,为不失真拾取该信号,要求DP型传感器的固有频率低于0.01Hz。在实际工程测量中,列车过桥的持续时间可能会更长一些,相应地要求DP型传感器固有频率更低。很显然,仅仅依靠地震式振动传感器不失真拾取动挠度信号是不可能的,其输出必然存在畸变,必须结合测后信号恢复处理技术,根据传感器的频率特性修正已畸变的频谱,反演被测信号。

对于DP型传感器,1.15倍固有频率以上的频段(考虑相位的影响)可以不失真反映,成为传感器的通带。在固有频率附近,以及低于固有频率的部分频段,信号的幅度谱受到一定程度的衰减,相位存在一定的失真,成为传感器的过渡带。零频对应于DP型传感器的零点,在零频及邻近的低频段,信号受到高分贝衰减,信号微弱,信噪比差。该频段信息已不可靠,实际上成为DP传感器的止带。

对应于测量系统过渡带的频率分量,虽然存在一定的畸变,但仍具有足够高的信噪比。通过信号恢复处理即可以获得该频段信息。对于零频附近的止带,信号受到大幅度衰减,信噪比差。恰恰在这样的频段,频谱修正时需要作高倍放大,噪声也被高倍放大,从而,逆变换到时域表现为信号完全淹没于噪声中。

应用DP型传感器测量动挠度信号,结合测后信号恢复,我们可以获得被测信号相应于传感器通带与过渡带的频谱。对于零频附近的止带,信号衰减严重,并受到噪声严重污染,该频段信息已失去价值。此时,我们面临的问题是:仅由对应于传感器过渡带与通带的频谱,能否重构被测信号?以及如何重构该信号?

第六章的讨论指出,对于瞬态连续信号,仅由部分频谱完全可以重构信号。实际处理中,需要将信号抽样为离散信号,用离散形式的有关算法重构信号。实践表明,至少可以外推序号为0~2的三根谱线。

至此, 我们已把对测量系统的要求降低为: 由测量系统给出序号为 $3 \sim (N/2-1)$ 的频谱(N 为周期化处理截取的周期长度), 并保证足够高的信噪比。这里, 并不要求由测量系统本身不失真地给出所有有关频谱。因为, 即使因测量系统频响存在失真, 只要信噪比足够高, 可以如第四章所述, 交由测后信号恢复处理, 获得正确的幅值与相位。

用 DP 型地震式低频振动传感器测量桥梁动挠度信号, 测后信号恢复处理包括两个基本步骤:

(1). 由传感器的输出, 根据传感器频率特性对其频谱作修正, 谱线修正方法如第四章的式(4-11);

(2). 截去已不可靠的前几根低频谱线, 应用第六章讨论的瞬态信号低频频谱重构技术重构信号。

低频频谱重构对低频噪声是敏感的。针对具体问题, 我们往往能对被测信号有某些先验认识。将独立于测量过程的先验知识作为约束条件, 施加于求逆过程, 抑制噪声影响, 无疑有助于我们获得更为满意的结果。

在下一节, 我们将讨论基于车—桥作用动力学模型的约束重构技术。

本节的讨论主要针对动挠度信号的测后处理。实际上, 在利用 DP 型传感器测量低频瞬态信号时, 其输出因传感器的频率特性一般总存在着畸变。测后恢复处理是必须的。这是一个具有普遍意义的问题。本节讨论的处理方法也适用于对一般低频瞬态信号的测后处理。

§ 7.2.2 实验

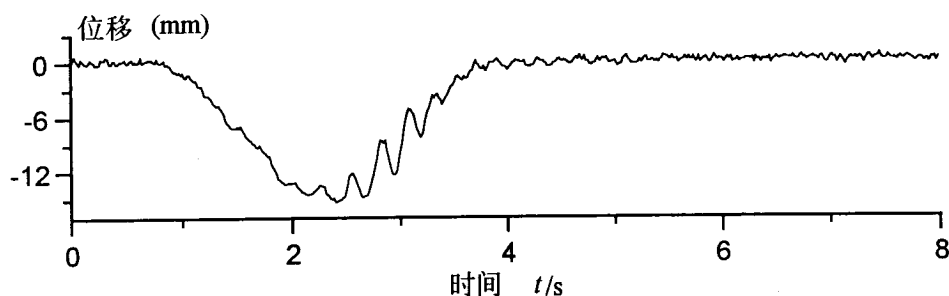
第五章实验中, 对 DP 型传感器拾取的动挠度信号作恢复处理。图5.9给出简单反滤波所得的频谱与实际被测信号的频谱的比较。时窗长8s, 频率分辨力为0.125Hz, 它就是决定动挠度波形形状的第一根谱线。简单反滤波修正得到的0.125Hz谱线相对于实际被测信号出入较大, 导致恢复结果受噪声影响仍存在失真。

运用约束最小平方卷积反演技术, 获得了较为满意的结果。处理中, 依据被测信号应该为零的区间段估计噪声幅相, 从而通过噪声抑制获得对被测信号在最小方差意义下的最优估计。本节研究如何结合低频频谱重构技术恢复信号。

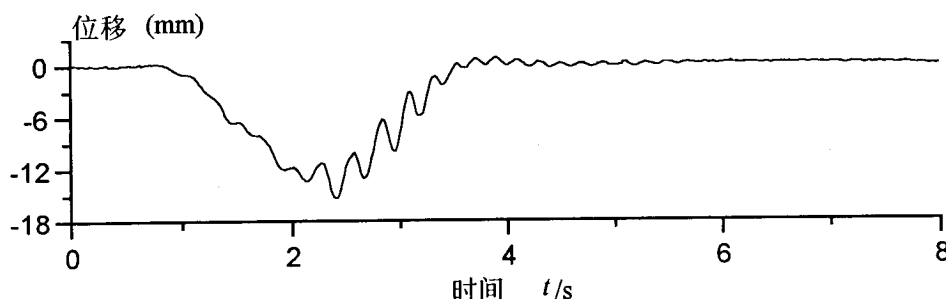
DP 输出中0.125Hz以上的频谱, 经反滤波修正后与实际信号十分吻合, 即我们可靠地获得了信号的序号为 $(2 \sim N/2-1)$ 的谱线(N 为周期化处理所截取的周期长度), 如图7.9所示。

截去0.125Hz谱线, 由0.25Hz以上(含)的频谱重构此瞬态信号, 外推0.125Hz谱线。重构结果见图7.9。重构的0.125Hz谱线比较接近于挠度计输出, 恢复处理也获得了十分满意的结果。

处理中, 信号持续时间较短, 分析时长选择为8s。DP传感器拾取该信号, 0.25Hz (含) 以上的频段衰减不大, 信噪比高, 因此重构处理效果令人满意。



(a) 挠度计测试结果



(b) 重构的时域波形

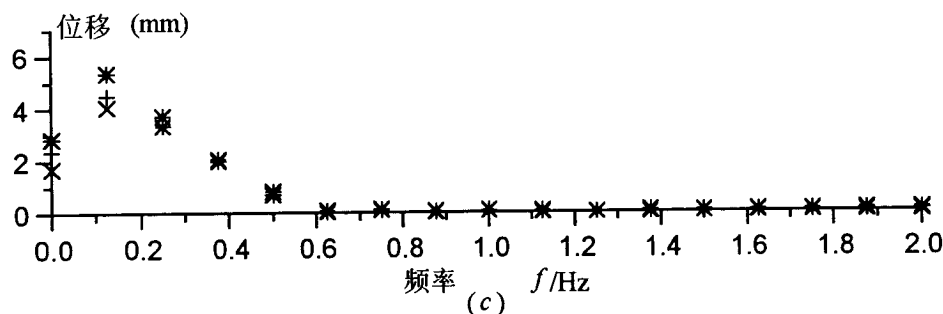


图7.9 由0.25Hz (含) 以上的频谱重构信号(迭代15次, 迭代误差 2.8×10^{-4})
(c): *为挠度计输出频谱, ×为简单反滤波的频谱, +由0.25Hz以上频谱重构结果

在动挠度工程测量中, 经常遇到持续时间更长的信号。为此, 首先要求测量系统低频可测频率范围尽可能低一些。同时, 要求测量系统灵敏度高一些, 以保证系统输出的信噪比, 为测后恢复处理提供高信噪比的信号。

另一方面, 适当地引入先验信息, 约束重构结果, 也可以达到抑制噪声的目的。在 § 7.3 中我们将讨论如何通过引入适当的约束条件, 获得满意的重构结果。

§ 7.3 基于车——桥作用动力学模型的约束重构技术

§ 7.3.1 原理

用固有频率为0.5Hz的DP型位移传感器拾取动挠度信号, 0.2赫兹以下的频谱分量因传感器频率特性衰减严重, 信噪比差。对这种受噪声严重污染的频带, 实际处理中只能舍弃, 通过频谱外推予以重构。列车过桥时间越长, 决定动挠度波形形状的低频分量越低, 更多的低频谱线因信噪比差无法利用, 需要重构获得。

借助计算机实现信号重构, 需要将信号抽样为离散信号。处理中总需要施加时域窗与频域窗。因此瞬态信号低频重构只能外推有限几根低频谱线。丢失的低频谱线过多有可能导致低频信息量不足。

§ 7.1的讨论告诉我们, 利用车—桥作用模型可以比较精确地确定桥梁动挠度中对应于列车静力效应部分的特征, 即桥梁静位移波形特征。本节讨论如何把可以预先确定的静位移波形特征作为先验信息, 约束重构结果。

列车过桥时桥梁的动挠度信号由桥梁静位移和振动位移迭加而成。低速行驶, 振动位移部分很小。动挠度与静位移基本一致, 可以直接将静位移形状用来约束动挠度。本节讨论车速较高的情形, 此时振动位移影响不可忽略, 动挠度波形与静位移波形有较大差异。

桥梁振动位移一般取决于以下因素^[81]:

(1). 移动荷载的速度效应, 设行车速度为 V , l 为荷载列的间距尺寸(如车体长度, 定距、轴距等), 作用频率为 f , 有 $f = V/l$ 。若行车速度为36km/h(10m/s), $l=20$ m, 则移动载荷的作用频率在0.5Hz以上。行车速度越高, 作用频率也越高。

(2). 车辆的振动。因车厢悬挂系统固有频率一般在1.5Hz以上, 故此作用频率一般在1~30Hz。

(3). 对于蒸汽机车而言, 动轮不平衡重的周期性锤击力, 作用频率为:

$$f = V/\pi D, \quad D \text{ 为动轮直径。若行车速度 } 36\text{km/h, 锤击力频率约 } 4\text{Hz}.$$

由以上分析我们知道, 桥梁振动位移部分的频率分量一般在0.5Hz以上。随着车速的提高, 强振频率相应提高。当强振频率与桥梁某阶模态频率相吻合时, 极有可能发生共振效应, 此时振动位移较大。

一般中小跨桥梁固有频率在1Hz以上。因此, 对于振动位移, 主要考察1Hz以上的频谱。用DP型传感器可以较好地反映振动位移分量, 需要重构的分量一般低于 f_2 , 这对应于桥梁的静位移部分。对于固有频率0.5Hz的DP型传感器, 取 $f_2=0.2$ Hz。

对动挠度作数字低通滤波, 过滤掉强振部分, 所获得部分对应于桥梁静位移, 满足静位移的有关先验信息, 从而可以利用静位移形状约束波形。设低通滤波截止频率为 f_1 , 一般可以取 f_1 为1Hz。图7.10 和图7.11为摄像法实测动挠度信号及滤除振动位移后的结果(FIR数字低通滤波器截止频率为1.5Hz)。

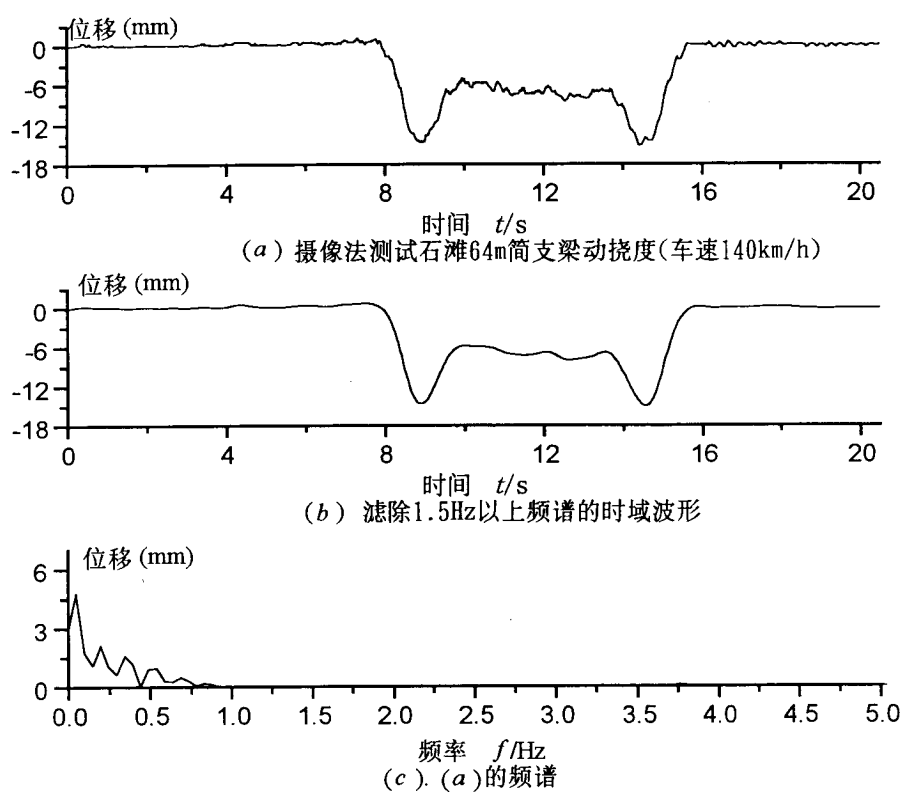


图7.10 摄像法实测64m桥动挠度信号及滤除振动位移后的结果

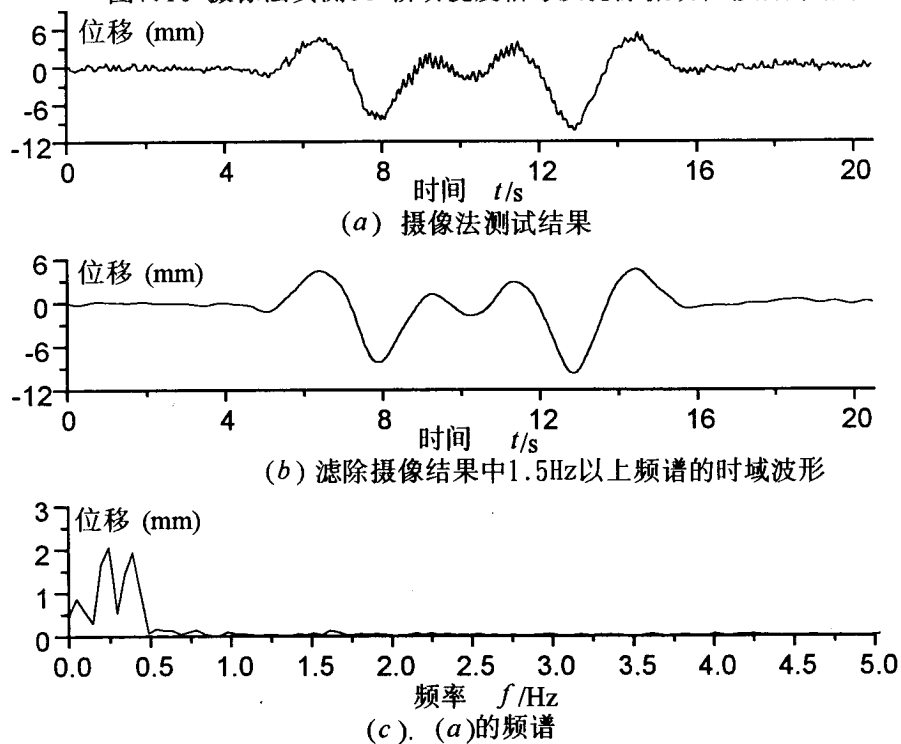


图7.11 摄像法实测(40+3×72+40)m桥中跨中动挠度信号及滤除振动位移后的结果

利用桥梁静位移有关先验信息的约束重构方法具有如下的步骤:

(1). 预处理:

预处理分两步:

1). DP 输出 $g(n)$ 经离散富氏变换得频谱 $G(k)$. 对 $G(k)$ 作数字低通滤波, 滤波器截止频率为 f_1 , 得到滤除振动位移后的静力效应部分 $Y(k)$. 以 $P_f(k)$ 表示低通滤波变换, 有:

$$Y(k) = P_f(k) \cdot G(k) \quad (7-5)$$

2). 通过理想高通, 即用频率窗 $P_L(k)$ 裁剪频谱 $Y(k)$, 截去序号为 $0 \sim (L-1)$ 的 L 根已不可靠的低频谱线, 得到 $Y_0(k)$. 序号为 L 的谱线对应于前文所述的频率 f_2 . 一般有 $f_1 > f_2$, 即, 如果设频率 f_1 的序号为 L , 有: $L < L_2$

$$Y_0(k) = Y(k) \cdot P_L(k) \quad (7-6)$$

其中, $P_L(k)$ 形如式(6-6).

由 $Y_0(k)$ 逆变换得到 $y_0(n)$.

(2). 第一次迭代

施加时限约束, 即用时限窗 $p_M(n)$ 裁剪 $y_0(n)$, 再用波形约束算子 p 约束信号时域形状, 有:

$$f_1(n) = p\{p_M(n)y_0(n)\} \quad (7-7)$$

其中, $p_M(n)$ 形如式(6-9), M 对应信号持续时间.

经离散富氏变换得 $F_1(k)$:

$$F_1(k) = DFT\{f_1(n)\} \quad (7-8)$$

构造函数:

$$\begin{aligned} G_1(k) &= F_1(k) + [G_0(k) - F_1(k)] \cdot P_L(k) \\ &= \begin{cases} G_0(k) & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ F_1(k) & 0 \leq k < L \end{cases} \end{aligned} \quad (7-9)$$

其中: $G_0(k) = DFT\{g(n)\}$

作数字低通滤波, 得到:

$$Y_1(k) = P_f(k) \cdot G_1(k) \quad (7-10)$$

由 $Y_1(k)$ 逆变换得到 $y_1(n)$.

(3). 第 m 次迭代

对 $y_{m-1}(n)$ 作用时限约束算子 $p_M(n)$, 再用波形约束算子 p 约束时域波形, 有:

$$f_m(n) = p\{p_M(n)y_{m-1}(n)\} \quad (7-11)$$

经离散富氏变换得 $F_m(k)$:

$$F_m(k) = DFT\{f_m(n)\} \quad (7-12)$$

构造函数:

$$G_m(k) = F_m(k) + [G_0(k) - F_m(k)] \cdot P_L(k) \\ = \begin{cases} G_0(k) & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ F_m(k) & 0 \leq k < L \end{cases} \quad (7-13)$$

作数字低通滤波, 得到:

$$Y_m(k) = P_f(k) \cdot G_m(k) \quad (7-14)$$

由 $Y_m(k)$ 逆变换得到 $y_m(n)$ 。

(4) 考察迭代误差 E , 为:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N [g_m(i) - g_{m-1}(i)]^2 \quad (7-15)$$

当迭代误差 E 小于某设定误差时, 迭代停止。迭代过程如图7.12所示。

桥梁动挠度信号时域形状取决于桥梁结构形式与跨度, 以及列车的编组。在§7.1中讨论了不同跨度、不同结构桥梁的四种基本的动挠度形状。根据理论计算确定动挠度形状的基本特征, 应用本节介绍的约束重构方法, 无疑有助于取得满意的重构结果。

§7.3.2 约束重构技术应用于桥梁动挠度信号处理

本节针对大跨度简支梁与大跨度连续梁研究约束重构技术在实测动挠度信号处理中的应用。

1. 大跨度简支梁

在§7.1.2中, 我们讨论了大跨度简支型桥梁动挠度波形的基本特征。列车过桥时, 因机车重量约为车厢的2倍, 在机车过桥过程中, 梁体挠度变形达到最大。车辆过桥过程中, 因各节车厢重量相差不大, 在这个时间段, 梁体的挠曲变形起伏不大, 形成一段较平稳的过程。

只考虑列车过桥的静力效应, 根据车桥作用模型, 可以比较精确地确定波形特征。假设列车过桥时, 机车作用产生的绝对值最大的静位移为 y_m , 仅由车厢作用产生的静位移设为 $y(t)$ 。在车桥作用模型的理论的计算中, y_m 与 $y(t)$ 具体值的确定不太容易。然而, $y(t)$ 相对于 y_m 的比例可以比较精确地获得。

假设 $y(t)$ 绝对值最大不超过 y_m 绝对值的 λ_1 倍, 绝对值最小不小于 y_m 绝对值的 λ_2 倍。为能较好地保持极大、极小峰的形状, 我们定义波形形状约束如下:

在仅有车厢过桥的时间段，只考虑车厢静力效应的挠曲变形为 $y(t)$ 。因 $y(t)$ 、 y_m 为负，引入如式(7-16)的约束。

$$p\{y(t)\} = \begin{cases} y(t) & -\lambda_2 y_m \leq -y(t) < -\lambda_1 y_m \\ \lambda_1 y_m - (y(t) - \lambda_1 y_m) & -y(t) \geq -\lambda_1 y_m \\ \lambda_2 y_m + (\lambda_2 y_m - y(t)) & -y(t) < -\lambda_2 y_m \end{cases} \quad (7-16)$$

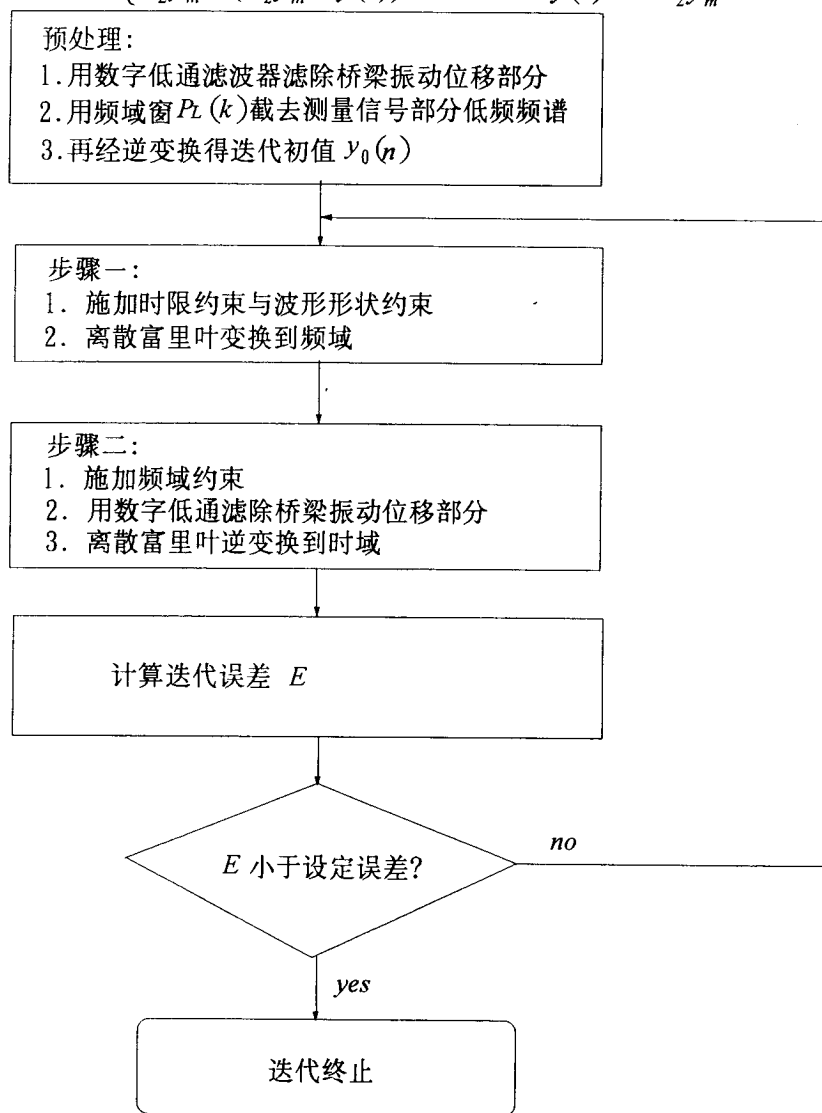


图7.12 利用静位移波形特征的约束重构框图

图7.5是石滩64m简支钢梁跨中截面静位移的计算结果。计算结果表明，仅有车厢过桥的时间段，挠度变化波动不大，并且相对于机车作用产生的最大挠度的比例在 $1/3 \sim 1/2$ 之间。

应用DP型位移传感器(固有频率0.5Hz, 灵敏度0.1mV/ μ m, 积分、隔直时间常数均为2.2s)测量该列车编组过桥时梁体跨中的动挠度, 如图7.13所示。所取周期化处理时窗为32s, 谱线分辨率为0.03125Hz。测量结果有畸变。并且, 低频频谱衰减严重, 0.2Hz频率幅度小于5mV, 这样的谱线信噪比已很差, 1Hz以上频谱对应于振动位移。

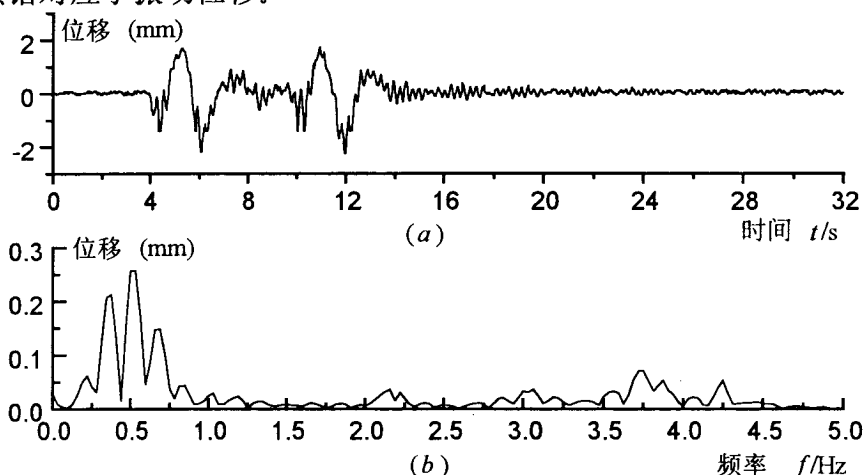


图7.13 DP实测动挠度信号输出

(a. 时域波形 b. 频谱)

应用 § 7.3.1 讨论的约束重构技术, 由DP的输出反演被测信号, 取波形形状约束如式(7-16), λ_1 为0.5, λ_2 为0.33, 重构结果如图7.14所示。

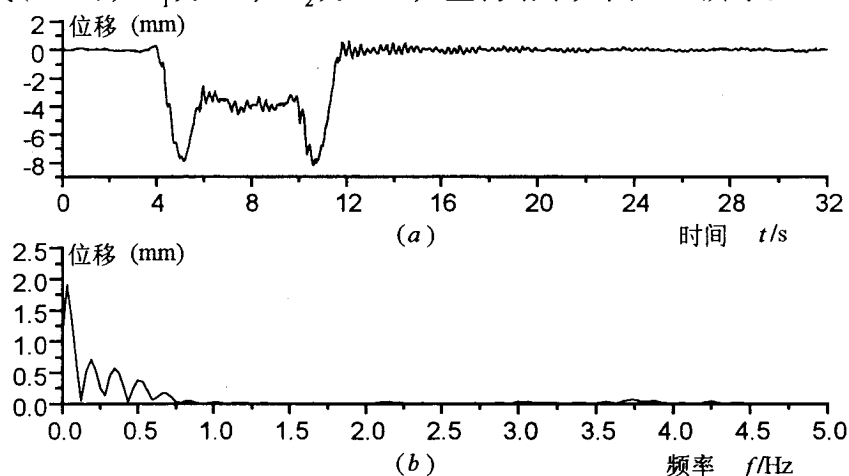


图7.14 DP输出的约束重构结果(迭代13次, 迭代误差 1.4×10^{-4})

a. 时域波形 b. 频谱

由于时域波形约束是关于静位移部分的, 因此, 施加时域波形约束前, 先通过FIR数字低通滤波器, 滤除1Hz以上的振动位移部分, 对滤波输出施加波形约束。随后, 在频域施加约束。0.2Hz以上的分量直接由原波形的相应频段(经频响特性修正)替代, 因而, 把振动位移部分通过频域约束的形式自动地加入处理信号中。如此交替在时、频域施加约束, 直至迭代收敛。

石滩桥是双线桥, DP 传感器用以拾取上行侧梁体动挠度。根据铁道部科学研究院有关安排, 在测试现场采用摄像法同时拾取下行侧梁体的动挠度, 测试结果如图7.10所示。

因列车对梁体的作用不在梁的对称轴线上, 梁体出现扭转。故而, 对于下行车来说, 上行侧挠度小于下行侧。图7.13的测次对应于下行车。 DP 测试信号的处理结果小于摄像法获得的下行侧挠度。

为了便于说明问题, 如第四章模拟实验, 用摄像法获得的测试结果激励振动台, 模拟列车过桥过程。用电涡流传感器与 DP 型位移传感器同时拾取台体的振动。电涡流传感器灵敏度 $7.2\text{mV}/\mu\text{m}$, DP 固有频率 0.5Hz , 灵敏度 $8\text{mV}/\mu\text{m}$, 积分、隔直时间常数均为 2.2s , 其输出经5倍增益后采样为数字信号。电涡流传感器的输出如图7.15a所示, 与图7.11a的信号形状吻合, 表明台体真实地模拟了火车过桥过程。 DP 传感器输出如图7.15b所示。

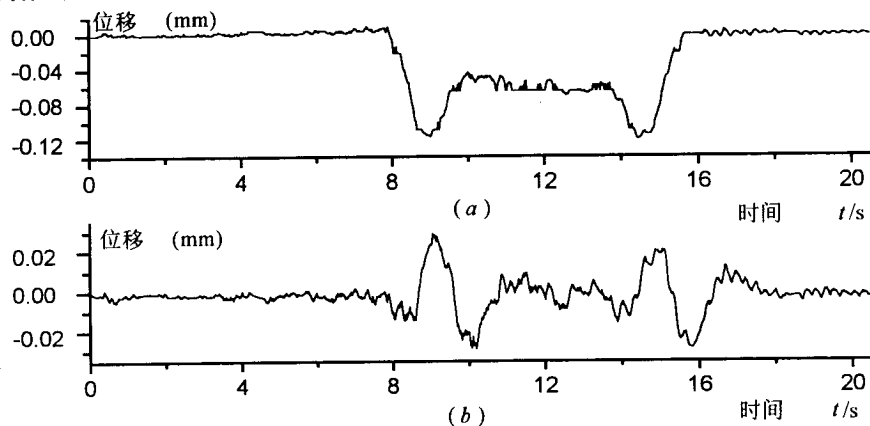


图7.15 模拟64m梁动态变形实验(a.电涡流传感器输出 b. DP 输出)

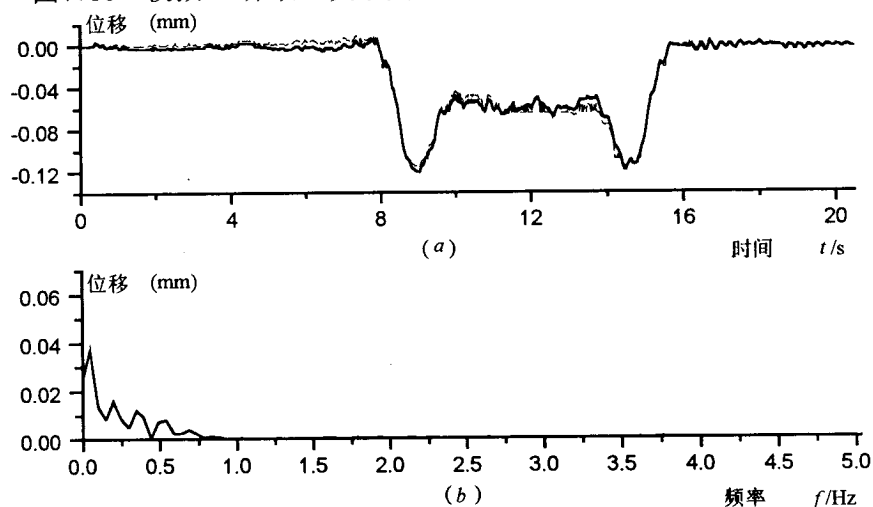


图7.16 DP 输出重构结果与电涡流输出的比较(a.时域波形 b.频谱)

约束重构结果与电涡流传感器输出的比较如图7.16所示(迭代7次, 迭代误差 2.4×10^{-6})。实验表明, 约束重构处理获得了十分满意的结果。

2. 大跨度连续梁

对于连续梁而言, 列车作用于某跨时, 除本跨梁产生向下的位移外, 邻近跨梁将产生向上的反向位移。列车过桥过程中产生的最大正向位移与最大反向位移的比例可以通过理论计算比较准确地确定。

图7.17是一座 $(40+3 \times 72+40)\text{m}$ 五跨连续梁中间跨的跨中动挠度实测信号(摄像法测试结果), 列车编组同图6.5。

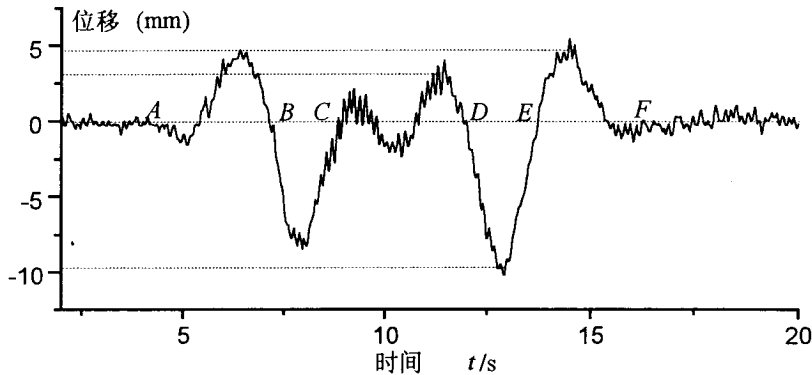


图7.17 五跨连续梁中间跨跨中动挠度

图中, AB 段反映了列车由邻近跨驶上中间跨的过程。此时, 中间跨存在反向位移, 列车在某位置反向位移最大。 BC 段是列车头部机车经过中间跨过程, 此时, 中间跨向下挠曲, 并出现最大挠度。 CD 段是列车头部机车驶出中间跨, 而尾部机车正作用于邻近跨的过程。中间跨只承受车厢的作用, 因而有可能出现反向位移。 DE 段是尾部机车驶上并经过中间跨过程, 此时, 中间跨向下挠曲, 并出现最大挠度。 EF 段是列车尾部机车驶离中间跨, 并逐渐离桥过程, 此时中间跨反向挠曲, 并出现最大反向位移。

用图7.11所示的摄像结果激励振动台, 模拟火车过桥过程。电涡流传感器及 DP 型位移传感器拾取台体振动如图7.18所示。电涡流传感器灵敏度 $7.2\text{mV}/\mu\text{m}$, DP 固有频率 0.5Hz , 灵敏度 $8\text{mV}/\mu\text{m}$, 积分、隔直时间常数均为 2.2s , 其输出经5倍增益后采样为数字信号。

振动台很好地模拟了列车过桥过程。

由 DP 传感器的输出反演被测信号, 由于 0.1Hz 以下谱线信噪比差, 失去价值。需要应用信号重构技术, 并结合已知信息的约束, 重建信号。

图7.19是中间跨跨中动挠度理论计算结果, 列车编组是东风11型机车加挂8节客车车厢, 未计及尾部机车。通过计算可以确定最大反向位移 $y(t)$ 不大于绝对值最大的正向位移 y_m 的绝对值 $|y_m|$ 的 λ_1 倍, 而 CD 段的反向位移不超过最大反向位移 y_m 的绝对值 $|y_m|$ 的 λ_2 倍。这里, 取 $\lambda_1=0.55$, $\lambda_2=0.48$ 。

利用§7.3.1讨论的约束重构技术恢复信号, 时域波形约束定义为:

$$(1). \text{ 对于 } AB、EF \text{ 段, 有: } p\{y(t)\} = \begin{cases} y(t) & y(t) \leq \lambda_1 |y_m|; \\ \lambda_1 |y_m| & y(t) > \lambda_1 |y_m| \end{cases}$$

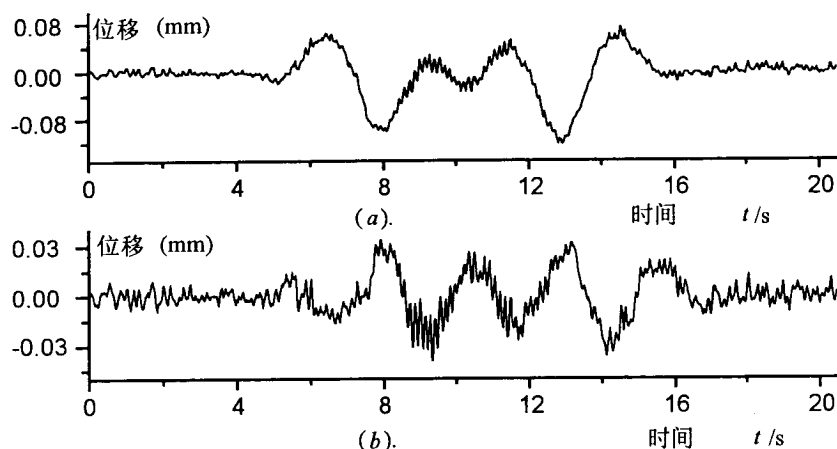


图7.18 模拟列车过桥实验

(a). 电涡流传感器拾取台体振动 (b). DP拾取台体振动

(2). 对于CD段, 有:
$$p\{y(t)\} = \begin{cases} y(t) & y(t) \leq \lambda_2 |y_m|; \\ \lambda_2 |y_m| & y(t) > \lambda_2 |y_m| \end{cases}$$

计算中, 定义向下挠度为负, 向上挠度为正。

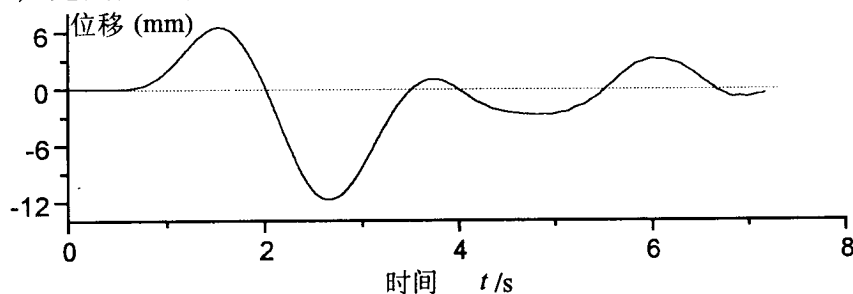


图7.19 五跨连续梁中间跨动挠度理论计算结果

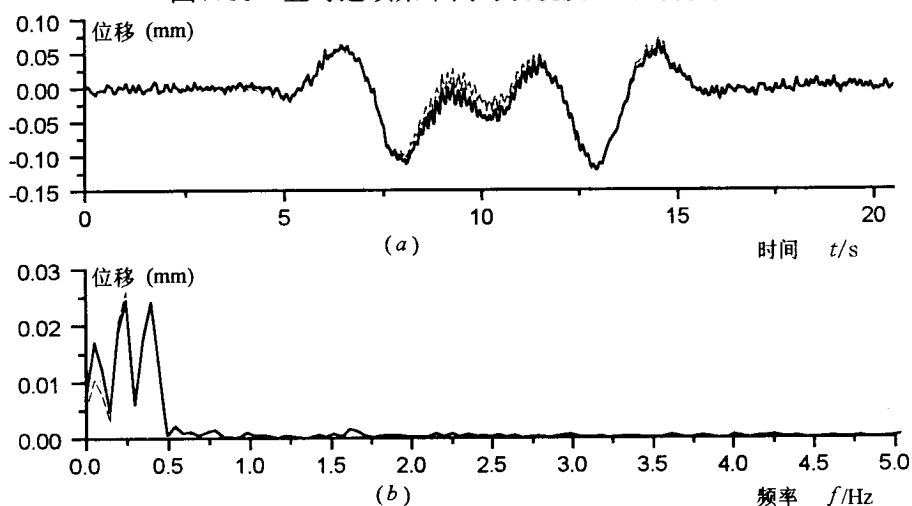

 图7.20 由DP输出重构的结果(a. 时域波形 b. 频谱)
(迭代22次, 迭代误差 1.3×10^{-7})

图7.20给出了由DP输出重构的结果。处理过程中, 每次施加波形约束前, 对信号作低通滤波。FIR数字低通截止频率为1.5Hz, 滤除振动位移部分, 以便对静位移部分施加形状约束。随即施加频域约束, 0.1Hz以上频谱直接由原波形的相应频段(经过谱线修正)替代。从而把振动位移部分自动地重新加入处理信号中。重构处理获得了满意的结果。

实际台体振动, λ_1 与 λ_2 准确值分别为 $\lambda_1=0.66$, $\lambda_2=0.66$, 重构结果如图7.21所示。同图7.20的结果相差别不大, 但与电涡流传感器拾取的信号更为吻合。表明, 理论计算比例有差时, 对重构结果影响不大。

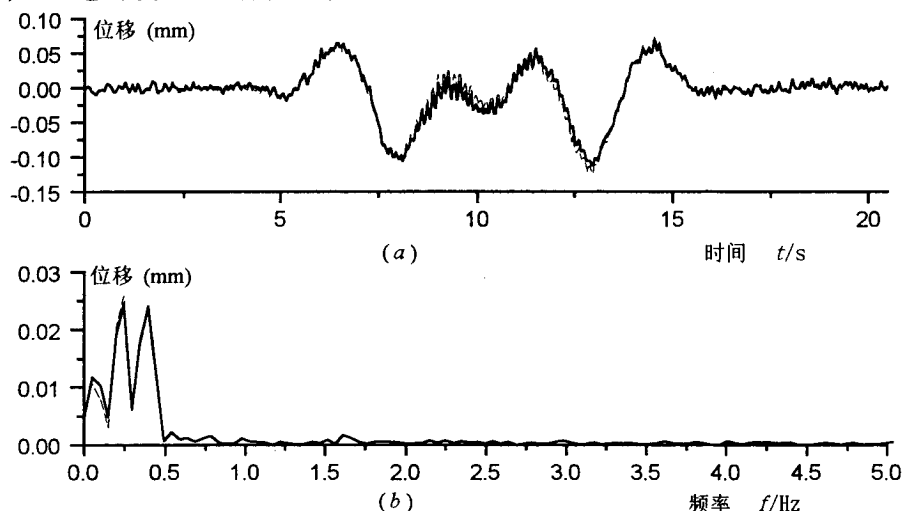


图7.21 由DP输出重构信号(a. 时域波形 b. 频谱)
(迭代15次, 迭代误差 1.8×10^{-7})

§ 7.4 本章小结

本章讨论了用DP型位移传感器测量桥梁动挠度的信号处理方法, 本章的研究表明:

1). 桥梁动挠度信号取决于桥梁跨度与结构, 以及列车的编组形式。其形状可归纳为四种类型, 即: 短跨简支梁、大跨简支梁、短跨连续梁与大跨连续梁。

2). 通过理论计算虽不能精确给出动挠度精确值, 但可以精确地确定静位移波形形状, 而振动位移则难以精确计算。

3). 用DP位移传感器测量动挠度信号, 输出失真。测后信号恢复是必需的。对于过低频段, 信噪比差, 需要利用动挠度信号的时限特征, 予以重构。

4). 利用理论计算确定的静位移形状, 约束动挠度信号的重构过程。实践表明, 算法可靠有效, 结果令人满意。

第八章 全文总结

§ 8.1 本文结论与主要贡献

1. 本文结论

低频绝对振动测量一直是工程测量的难题。尤其是持续时间较长的低频瞬态信号(如火车过桥), 决定信号波形形状的频谱很低, 信号对低频谱线的幅度与相位失真都有严格限制, 为此, 对测量系统低频特性提出了更高的要求。本文针对低频瞬态振动测量这一具有实际意义并且有一定难度的课题开展研究, 经过理论分析与实验研究工作得到如下重要结论。

1). *DP*型地震式低频振动传感器仍具有二阶高通特性, 其可测频率范围, 一般高于传感器系统输出特性的固有频率。应用*DP*型传感器测量低频瞬态振动, 信号必然畸变, 并且, 信号失真的根源即在于*DP*的频率特性, 这不仅是因为低频振动幅值衰减, 更主要的是因传感器的相频特性而引起严重的相位畸变。理论分析表明, 对于半正弦激励, 保证峰值测量误差小于5%, 要求传感器无阻尼固有周期至少大于半正弦脉宽的25倍。

2). 桥梁振动测试的工程实践表明, *DP*型地震式低频振动传感器用于低频绝对振动测量是可行的。对于固有频率0.5Hz的*DP*传感器, 可以不失真拾取0.75Hz以上的低频振动, 而低于0.75Hz的振动分量, 幅度衰减、相位畸变。桥梁动挠度信号在0.75Hz以下含有丰富的频率分量, 因此, 传感器的输出存在着失真。通过实测数据的分析, 我们得到了列车动荷载作用下桥梁振动的若干规律, 这些规律验证了桥梁振动的有关理论。即:

①. 在一定行车速度下, 桥梁某阶模态频率与移动荷载列移动频率接近, 此时, 该频率振动分量达到最大, 出现共振。

②. 对于双线桥, 列车偏载作用下, 桥梁产生扭转, 竖向振动中包含有一阶横向弯曲模态的响应。而横向振动中, 则几乎没有竖向弯曲模态的响应。

3). 应用信号恢复技术进一步校正*DP*传感器动态特性, 即利用传感器的已知频率特性校正其畸变的输出, 完全适用于稳态信号。对于瞬态信号, 经过“周期化”处理, 从而当作稳态过程, 仍可以依据传感器的频率特性作信号恢复。理论与实践研究表明, 通过频域恢复处理, 利用*DP*传感器能够测量低频瞬态信号。因为在频域信号处理中, 只要信号的信噪比足够好, 可以通过已知的传感器的频响特性对已畸变的信号进行校正, 故可以突破*DP*传感器固有频率至少低于信号持续时间倒数1/25的要求。

4). *DP*传感器的零点对应零频。在零频及附近的几根极低频谱线, 信号衰减严重, 信噪比差, 信号恢复处理将表现出严重的病态。考虑到噪声影响, 信

号恢复问题演化为某种意义下的最优估计问题。对于时长有限的信号,采用约束最小平方卷积反演技术,利用信号应为零的区间段估计噪声幅相,进而抑制噪声影响,获得对被测信号的最优估计。实践表明,持续时间不长的信号,约束最小平方卷积反演技术能够有效地抑制噪声对恢复结果的影响,获得满意的反演结果。

5). *DP*型地震式低频振动传感器具有高通特性,测量低频瞬态信号,输出将因传感器的有限低频响应而失真。实际上我们往往只能可靠地获得信号的中高频分量。此时,时限信号的恢复问题演化为瞬态信号低频频谱重构。

由于时频域采样以及分析窗长等因素的影响,离散形式的低频频谱迭代重构只能外推有限的几根谱线,不象连续形式,理想条件下可以无限外推。实践表明,瞬态信号低频重构至少可以重构序号0~2的3根谱线。因此,瞬态信号重构技术的应用,可以在一定程度上降低对测量系统频率特性的要求。

瞬态信号低频重构对高频噪声不敏感,但对低频噪声十分敏感,这要求测量系统应确保低频信噪比,以保证重构的结果。引入信号波形形状约束,可以抑制噪声影响,并能加速迭代收敛速度。

6). 桥梁动挠度信号取决于桥梁跨度与结构,以及列车的编组形式。通过理论计算虽不能精确给出动挠度精确值,但可以精确地确定静位移波形形状,而振动位移则难以精确计算。用*DP*位移传感器测量动挠度信号,输出失真。测后信号恢复是必需的。对于过低频段,信噪比差,需要利用动挠度信号的时限特征,予以重构。利用理论计算确定的静位移形状,约束动挠度信号的重构过程。桥梁动挠度实测数据及振动台比对实验数据的处理结果表明,算法可靠有效,结果令人满意。

2. 本文主要贡献

1). 首次全面而详细地从理论与实验两方面分析了*DP*测量低频瞬态振动的信号失真问题,提出结合信号恢复处理的测试方法。

2). 针对*DP*输出反演处理中的系统零点问题及病态问题展开研究,分析了病态的机理。研究并发展了约束最小平方反演技术、信号低频频谱重构技术,及综合先验信息的约束重构技术,有效地抑制了噪声对恢复结果的严重影响,从而,使结合信号恢复处理的低频振动测试技术走向实用。

3). 首次针对*DP*测量桥梁动挠度信号的失真问题开展恢复研究,提出综合桥梁动挠度部分已知特性的约束重构方法,从而有效地反演真实被测信号。本课题的研究为采用惯性式传感器测量动挠度奠定基础。目前,虽然有应用摄像、激光等技术的测挠方法,但这些光学方法极易受外界的干扰及其他一些环境因素的干扰,有些测试现场难于找到合适的仪器安装点,实用中受到限制。

此外造价高,不利于多点同时测量。通过本课题的研究,采用惯性式传感器测量动挠度,将传统的振动测量与动挠度测量统一起来。惯性式传感器现场使用方便,这不仅使测试效率大为提高,而且,可以实现对桥墩、桥面、桁架等多点的同时监测,从而实现对桥梁空间振动形式的测试分析。

4). 本文通过实测数据研究了高速行驶时桥梁的空间振动形式,并验证了“随着车速提高,在一定速度下,移动荷载的作用频率极有可能引起桥梁的共振”的有关理论。这一研究尚是我国高速铁路工程中的一项空白。

5). 本文研究了基于信号恢复处理的瞬态信号测量的有关理论与方法,为瞬态信号测量开辟了一条新路。

§ 8.2 今后工作的展望

本文的研究工作在很多方面还只是开了一个头,为更加适应工程测量的要求,以下几方面工作需要作进一步的研究:

1). 研制便携式微机化测量系统,便于工程现场测试与信号分析。现场直接将测试信号数字化,避免了中间记录与回放环节(如磁带机)带来的噪声,有利于保证好的信噪比;

2). 进一步降低DP传感器输出特性固有频率,增强低频信号的幅度,提高信噪比,以利于低频信号恢复;

3). 研究基于车-桥作用模型的智能化动挠度信号处理系统。针对不同桥式、不同的列车编组形式,系统自动分析、提供有关先验信息,由系统的信号恢复子模块实现测试信号的恢复。

参考文献

- [1] 机械工程手册编委会, 机械工程手册, 第21篇, 机械振动, 机械工业出版社(北京), 1978.
- [2] 袁希光(主编), 传感器技术手册, 国防工业出版社(北京), 1986.
- [3] 李方泽、刘馥清、王正, 工程振动测试与分析, 高等教育出版社(北京), 1992.
- [4] 李德葆、张元润, 振动测量与试验分析, 机械工业出版社(北京), 1992.
- [5] 谷口修(主编)[日], 振动工程大全, 下册, 尹传家译, 机械工业出版社(北京), 1986.
- [6] Harris C. M., C. E. Crede, Shock and Vibration Handbook, Second Edition, McGraw-Hill Book Company, INC., 1976.
- [7] 王珂仑, 水力机组振动, 水利电力出版社(北京), 1986.
- [8] 铁道建筑研究所、北京控制工程研究所专题研究小组, 惯性基准法轨道高低检测装置的研究, 中国铁道科学, 1979, Vol.1, No.1, P75~90.
- [9] 何度心, 列车动载, 地震工程与工程振动, 1988, Vol.8, No.4, P78~98.
- [10] 胡聿贤、时振梁(主编), 重要工程中的地震问题, 地震出版社(北京), 1987, P76-88.
- [11] 石沅, 振动量测与分析, 同济大学出版社(上海), 1990, P129~136.
- [12] 严普强、黄长艺, 机械工程测试技术基础, 机械工业出版社(北京), 1985.
- [13] 杨学山、王友琴、黄振平, 超低频振动测量中振动参量及仪器的选择, 地震工程与工程振动, 1993, Vol.13, No.1, P72~76.
- [14] 周汉安、杨立志、严普强等, 高稳定速度传感器(特殊低频)(“七·五”攻关项目75-53-03-21/02)研制总结, 1990, 清华大学精仪系, P2~3.
- [15] 周宣菁、周汉安, 伺服式超低频振动传感器的研究, 庆祝全国高校机械工程测试技术研究会、《振动、测试与诊断》杂志成立十周年学术论文集, 1990, 武汉, P390~395.
- [16] 沈梦培, 电子放大地震仪, 地震出版社(北京), 1982, P124~127.
- [17] 杨立志, 智能化测量方法与低频绝对振动测量, 清华大学博士学位论文, 1992.

- [18] G.N.Solopchenko, Inverse problems in measurement, Measurement, 1987 Vol.5, №.1, P10 ~ 19.
- [19] J.E.Brignell, Software techniques for sensor compensation, Sensors and Actuators, 1991, Vol A 25-27, P29 ~ 35.
- [20] J.E.Brignell, Digital compensation of sensors, J.Phys.E: Instrum., Sept. 1987, Vol.20, P1097 ~ 1102.
- [21] W.J.Shi, N.M.White, J.E.Brignell, Adaptive filters in load cell response correction, Sensors and Actuators, 1993, Vol A 37-38, P280 ~ 285.
- [22] 徐雷, 有关信号恢复、搜索技术与模式识别的研究, 清华大学博士学位论文, 1986.
- [23] 姚若河, 一个时域离散反卷积的后向迭代算法, 信号处理, 1989, Vol.5, №.1, P49 ~ 55.
- [24] Sedki M.Riad, The Deconvolution Problem: An Overview, Proceedings of the IEEE, 1986, Vol.74, №.1, P82 ~ 85.
- [25] N.S.Nahman, M.E.Guillaume, Deconvolution of time domain waveforms in the presence of noise, NBS TECH. Note 1047, 1981.
- [26] 胡聿贤、朱镜清等, 频域中的结构振动输入反演, 地震工程与工程振动, 1981, Vol.1, №.1, P41 ~ 55.
- [27] 王广福, 地震观测系统的标定与检查(北京), 地震出版社, 1986.
- [28] 程乾生, 信号数字处理的数学原理, 石油工业出版社(北京), 1985, P385 ~ 387.
- [29] 舒勤、张有正, 最小平方卷积反演的一种快速算法, 电子学报, 1991, Vol.19, №.4, P113 ~ 115.
- [30] H.L.Taylor, S.C.Banks, and J.F.McCoy, Deconvolution with l_1 norm, geophys., 1979, Vol.44, №.1, P39 ~ 52.
- [31] J.Bee Bednar, Rao Yarlagadda, Terry L.Watt, L_1 Deconvolution and its Application to Seismic Signal Processing, ICASSP(Tampa), 1985, P453 ~ 456.
- [32] Rao Yarlagadda, J.Bee Bednar, Terry L.Watt, Fast Algorithms for L_p Deconvolution, IEEE Transactions on Acoustis, Speech, and Signal Processing, 1985, Vol.ASSP-33, №.1, P174 ~ 182.
- [33] 朱文武, 线性退化二值图象的最大熵复原法, 电子科学学刊, 1989, Vol.11, №.5, P509 ~ 517.
- [34] 黄煦涛主编, 徐元培译, 图片处理和数字滤波, 科学出版社(北京),

- 1980.
- [35] 刘政凯、瞿建雄, 图象恢复与重建, 中国科学技术大学出版社(合肥), 1989, P39 ~ 40.
 - [36] 朱扬明、庄天戈、韦钰, 用逼近定理解决有限角图象重建问题, 电子学报, 1994, Vol.22, No.1, P26 ~ 31.
 - [37] A.Bennia, Sedi.M.Riad, An optimization technique for iterative frequency-domain deconvolution, IEEE Transactions on Instrumentation and measurement, 1990, Vol.IM-39, No.2, P358 ~ 362.
 - [38] A.Bennia, N.S.Nahman, Deconvolution of Causal Pulse and Transient data, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1990, Vol.IM-39, No.6, P933 ~ 939.
 - [39] P.H.Van Cittert, Zum Einfluss der Spaltbreite auf die Intensitätsverteilung in Spektrallinien II, Z.Phys., 1931, Vol.69, P298 ~ 308.
 - [40] R.Schafer, R.Mersereau, and M.Richards, Constrained Iterative Restoration Algorithms, Proc.IEEE,1981, Vol.69, No.5, P432 ~ 450.
 - [41] P.B.Crilly, Enhancing the deconvolution of noisy chromatographic data by Jansson's method, J.Chemometrics, 1990, Vol.4, No.1, P51-59.
 - [42] P.A.Jansson, Deconvolution With Applications in Spectroscopy, New York: Academic, 1984, ch.3-4, P67 ~ 134.
 - [43] G.Thomas,R.prost, Iterative constrained deconvolution, Signal processing, 1991, Vol.23, No.1, P89-98.
 - [44] R.Prost, and R.Goutte, Discrete constrained iterative deconvolution algorithms with optimized rate of convergence, Signal Processing 1984, Vol.7, No.3, P209-230.
 - [45] R.B.Whitted, and, P.B.Crilly, A digital signal processing architecture for iterative deconvolution restoration algorithms, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1992, Vol.41, No.1, P147 ~ 151.
 - [46] Paul Benjamin Crilly, A Quantitative Evaluation of Various Iterative Deconvolution Algorithms, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1991, Vol.40, No.3, P558 ~ 562.
 - [47] 日本共和电业株式会社产品说明书, 1991.
 - [48] Schenck公司, Vibrosensors, 产品介绍, 1990.
 - [49] 清华大学精密仪器及机械学系精密仪器量测教研组, DP型地震式低频振动传感器说明书, 1993.

- [50] 郑君里、杨为理、应启衍, 信号与系统, 上册, 高等教育出版社(北京), 1981.
- [51] 铁道部科学研究院铁道建筑研究所, 广深准高速铁路运营线试验报告之三, 桥梁动载试验报告, 铁道部科学研究院研究报告, 1995年3月.
- [52] 刘俊章、陈允中, 浅述高速行车对桥梁的影响, 铁道建筑, 1987, No.9, P24~27.
- [53] 《铁路桥梁检定结构试验手册》编写组, 铁路桥梁检定结构试验手册, 中国铁道出版社(北京), 1981.
- [54] 吴章江、李湘敏, 计算机图象处理在铁路上的应用, 中国铁道科学, 1993, Vol.14, No.1, P36~41.
- [55] 孔凡年, 时域卷积反演的新方法, 电子学报, 1985, Vol.13 No.4, P8~14.
- [56] 孔凡年, 广义逆滤波, 中国科学, A辑, Oct.1986, No.10, P1065~1072.
- [57] Wai-Kwong Yeung, Fan-Nian Kong, Time Domain Deconvolution When the Kernel Has No Spectral Inverse, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, Vol.ASSP-34, No.4, P912~918.
- [58] 程乾生, S阶偶项信号和最小平方偶项卷积反演方法, 电子学报, 1987, Vol.15, No.4, P34~40.
- [59] 刘明亮、孙继, 用Z变换求解离散反卷积, 电子测量与仪器学报, 1993, Vol.7, No.2, , P27~31.
- [60] 阎鸣生、茅予海, 利用广义离散Fourier变换计算线性卷积与卷积反演, 电子学报, 1988, Vol.16, No.2, P90~95.
- [61] 舒勤、张有正, $X(k)$ 有零点的卷积反演的DFT算法, 电子学报, 1990, Vol.18, No.3, P83~89.
- [62] 舒勤、张有正, 再论 $X(k)$ 有零点的卷积反演的DFT算法, 电子学报, 1992, Vol.20, No.12, P79~81.
- [63] 吉洪诺夫, 不适定问题的解法, 地质出版社(北京), 1979.
- [64] 舒勤、张有正, 一种最小均方卷积反演方法, 电子学报, 1991, Vol.19, No.5, P122~125.
- [65] 罗晖, 提高过井地震剖面分辨率的理论和应用研究, 清华大学博士学位论文, 1994.
- [66] 张海云, 信号重构理论在地震勘探中应用的研究, 清华大学博士学位论文, 1993.

- [67] Lei Xu, Ping-fan Yan, and Tong Chang, Signal reconstruction from its end point and Fourier transform magnitude, Proc. of 1986 Digital Signal Processing Workshop sponsored by IEEE ASSP Society, Chatham, MA. Oct., 1986, P20 ~ 22.
- [68] A.V.Oppenheim, M.H.Hayes, and J.S.Lim, Iterative procedures for signal reconstruction from phase, SPIE Proc., Apr. 1980.
- [69] Tong Chang, Yenta Li, and Zhongze Wu, the Wavelet reconstructed with phase-only and a study of its uniqueness, IEEE ICASSP(Boston), 1983, P997 ~ 1000.
- [70] 李衍达、常迺, 信号重构理论及其应用, 清华大学出版社(北京), 1991, P144 ~ 148.
- [71] 关肇直、许文源、贾沛璋, 信号分析与处理, 科学出版社(北京), 1986.
- [72] D.Slepian, and H.O.Pollak, Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty- I, Bell Syst. Tech. J., Jan. 1961.
- [73] R.W.Gerchberg, Super-resolution through Error Energy Reduction, Opt. Acta., 1974, Vol.21, No.5, P709 ~ 721.
- [74] 帕普里斯, 信号分析, 科学出版社(北京), 1981.
- [75] A.Papoulis, A New Algorithm in Spectral Analysis and Band-limited Extrapolation, IEEE Trans. Circuits Syst., 1975, Vol.CAS-21, P735 ~ 742.
- [76] S.Singh, S.N.Tandon, and H.M.Gupta, An iterative restoration technique, Signal Processing, 1986, Vol.11, No.1, P1 ~ 11.
- [77] Hui Luo, Yanda Li, A new algorithm for signal reconstruction based on weighted least square solution over noisy data, Proc. of ICSP'93, Beijing, P77 ~ 81, Oct. 1993.
- [78] Haiyun Zhang, Yanda Li, Improving the resolution of seismic data by information integration, ICIPS'92, Beijing, P243 ~ 246, 1992.
- [79] 苏翼林, 材料力学, 高等教育出版社(北京), 1986.
- [80] 史述昭、常连芳、孙保立、彭立生等编, 结构力学, 水利水电出版社(北京), 1987.
- [81] 曹雪琴、刘必胜、吴鹏贤, 桥梁结构动力分析, 中国铁道出版社(北京), 1987.
- [82] 许慰平, 大跨度铁路桥梁车桥空间耦合振动研究, 铁道部科学研究院博士学位论文, 1988.

- [83] 相孚衡, 动态子结构法在车桥系统动力响应分析中的应用, 铁道部科学研究院硕士学位论文, 1988.
- [84] 汪庆山、陈新中、柯在田、张焱, 铁路桥梁与机车车辆竖向相互作用问题的理论研究, 铁道部科学研究院研究报告, 1990.
- [85] Sedi M.Riad, R.B.Stafford, Impulse Response Evaluation using Frequency Domain Optimal Compensation Deconvolution, in Proceedings of 23rd Midwest Symposium on Circuits and Systems(Toledo, OH), Aug. 1980, P521 ~ 525.
- [86] T.K.Sarkar, D.D.Weiner, V.K.Jain, and S.A.Pianat, Impulse response determination in the time domain, IEEE Transactions on Antennas and Propagations, 1982, Vol.AP-30, No.4, P657 ~ 663.
- [87] 应怀樵, 振动测试和分析, 中国铁道出版社(北京), 1987.
- [88] 应怀樵, 波形和频谱分析与随机数据处理, 中国铁道出版社(北京), 1985.
- [89] A.V.奥本海姆, R.W.谢弗, 数字信号处理, 科学出版社(北京), 1980.
- [90] 程佩青, 数字滤波与快速富立叶变换, 清华大学出版社(北京), 1990.
- [91] 宗孔德、胡广书, 数字信号处理, 清华大学出版社(北京), 1988.
- [92] 胡时岳、朱继梅, 机械振动与冲击测试技术, 科学出版社(北京), 1983.
- [93] 陈敬平, 旋转机械启停过程的状态监测及故障诊断, 清华大学博士学位论文, 1994.
- [94] 林明邦、赵鸿林, 机械量测量, 机械工业出版社(北京), 1990.
- [95] 刘迎春, 传感器原理设计与应用, 国防科技大学出版社(长沙), 1989.
- [96] 尹彦芝, C语言常用算法与子程序, 清华大学出版社(北京), 1991.
- [97] 王军政, Turbo C实用高级编程技巧, 上海科学普及出版社(上海), 1993.
- [98] 张正松、傅尚新、冯冠平、徐玉铮, 旋转机械振动监测及故障诊断, 机械工业出版社(北京), 1991.
- [99] 周明德等编著, 微型计算机接口电路及应用, 清华大学出版社(北京), 1987.
- [100] J.M.Mendel, Minimum-variance deconvolution, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1981, Vol.GE-19, No.3, P161 ~ 171.
- [101] H.J.Trussell, Convergence criteria for iterative restoration methods, IEEE Trans. on ASSP, 1983, Vol.31, No.1, P129 ~ 136.
- [102] H.J.Trussell, M.R.Civanlar, The feasible solution in signal restoration,

- IEEE Trans. on ASSP, 1984, Vol.32, No.2, P201 ~ 212.
- [103] J.L.C.Sanz, T.S.Huang, Some aspects of band-limited signal extrapolation: Models, Discrete approximations, and Noise, IEEE Trans. on ASSP, 1983, Vol.31, No.6, P1492 ~ 1501.
- [104] 谭云福编著, 宏汇编语言程序设计及实验, 机械工业出版社(北京), 1993.
- [105] 徐雷、阎平凡、常迥, 有限时宽序列的Semi-Blind反褶积: 线性问题(一), 中国科学, A辑, 1987, No.4, P423 ~ 436.
- [106] 朱杨明、庄天戈, 最小反交叉熵图象重建算法, 第12届全国生物医学电子学学术年会论文集, 上海, 上海交通大学, 1991:4.31 ~ 4.34.
- [107] Yuanmei Wang, Weixue Lu, Multiobjective optimization approach to image reconstruction from projections, Signal Processing, 1992, Vol.26, No.1, P17 ~ 26.
- [108] Aggelos K.Katsaggelos, Aerafim N.Efstratiadis, A class of iterative signal restoration algorithms, IEEE Transactions on ASSP, Vol.38, No.5, P778 ~ 786.

作者在博士生学习阶段发表的论文

- [1] 谢毅、严普强, 信号恢复技术在地震式低频绝对振动传感器特性校正中应用的研究, 中国振动工程学会动态信号分析分会第四届年会, 重庆, 1994, 收录于《动态信号分析及其工程应用》, 重庆大学出版社, 1994, P21 ~ 26.
- [2] 谢毅、严普强、杨倩、柯在田, 用地震式低频振动传感器测量桥梁动挠度, 清华大学学报, 1994, Vol.34, No.5, P48 ~ 56.
- [3] Xie Yi, Yan Pu-chiang, Zhai Hai-yun, Vibration measurement of bridge with seismic low frequency transducer based on signal reconstruction technique, SPIE's 1996 Symposium on Smart Structures and Materials, Bellingham(已投).

致 谢

本论文的研究工作，得到**国家自然科学基金**的资助。

本论文是在我的导师严普强教授的悉心指导下完成的。从攻读硕士到攻读博士，我一直在严先生的精心指导和严格要求下成长。先生严谨求实的品质、敏锐的学术思想和精益求精的科研作风，给我留下了深刻的印象，也将对我今后的工作和研究产生深远的影响。先生不仅指导和激励我完成了艰巨的科研工作和论文，还培养了我务实的学风和多方面的独立工作能力。这些将使我受益终生。同时，先生在生活上也给予了我许多关心与帮助。在此，我首先向我的导师表示衷心的感谢。

感谢靳怀义教授、毛乐山副教授、张海云博士所给予的指导与帮助。

感谢王伯雄副教授在我论文撰写期间所给予的指教。

铁道部科学研究院铁建所张焜、柯在田、潘家英等同志提供了现场试验条件，他们在桥梁振动理论分析与实际测试方面给予了许多帮助与指导，并提供了桥梁挠度的理论计算结果。

在信号恢复理论方面，曾多次与清华大学自动化系信息教研组李崇荣博士、罗晖博士、肖创柏博士进行有益的探讨。

论文完成期间还得到了实验室陈敬平博士、杨倩、张凯等同志的支持和帮助。张玉光师傅为桥梁振动模拟试验台的研制作了大量工作。在此一并表示感谢。

深深感谢我的父母和妻子对我学业的理解，他们在精神上和经济上都给了我很大的支持，这篇论文的完成，与他们的鼓励与鞭策是分不开的。

附录A

由式(5-15)展开为式(5-17)证明如下:

式(5-17)可以展开写成:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ |Y(k)|^2 - |Y(k) - \Phi(k)/H^*(k)|^2 + |X_1(k) \cdot H(k)|^2 + |Y(k) - \Phi(k)/H^*(k)|^2 \right. \\
 &\quad \left. - X_1(k) \cdot H(k) \cdot [Y^*(k) - \Phi^*(k)/H(k)] - X_1^*(k) \cdot H^*(k) \cdot [Y(k) - \Phi(k)/H^*(k)] \right\} \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ |Y(k)|^2 + |X_1(k) \cdot H(k)|^2 - X_1(k) \cdot H(k) \cdot Y^*(k) - X_1^*(k) \cdot H^*(k) \cdot Y(k) \right. \\
 &\quad \left. + X_1^*(k) \cdot \Phi(k) + X_1(k) \cdot \Phi^*(k) \right\}
 \end{aligned}$$

由于 $X_1(k)$ 与 $\Phi^*(k)$ 正交, 同样, $X_1^*(k)$ 与 $\Phi(k)$ 也是正交的, 即:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_1^*(k) \cdot \Phi(k) = 0$$

从而, 式(5-17)可以进一步写为:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ |Y(k)|^2 + |X_1(k) \cdot H(k)|^2 - X_1(k) \cdot H(k) \cdot Y^*(k) - X_1^*(k) \cdot H^*(k) \cdot Y(k) \right\} \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ |Y(k) - X_1(k) \cdot H(k)|^2 \right\} \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ |Y(k) - X(k) \cdot H(k)|^2 \right\} + \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_1(k) \cdot \Phi^*(k)
 \end{aligned}$$

证毕。

附录B

为便于表述, 设向量 $u(n)$, 有: $u(i+1) = \varphi(M_x + i)$, $i = 0, 1, \dots, N - M_x - 1$;

向量 $g(n+1) = x_1(M_x + n)$, $n = 0, 1, \dots, N - M_x - 1$ 。

$r(i+1) = r_1(i)$, $i = 0, 1, \dots, N - M_x - 1$, 方程求解过程是:

计算: $a_1^{(1)} = 1/r(1)$, $u^{(1)}(1) = g(1)/r(1)$

再计算:

$$\rho_n = r(n+1) \cdot a_1^{(n)} + r(n) \cdot a_2^{(n)} + \cdots + r(2) \cdot a_n^{(n)}$$

$$\beta_n = r(n+1) \cdot u^{(n)}(1) + r(n) \cdot u^{(n)}(2) + \cdots + r(2) \cdot u^{(n)}(n)$$

$$\begin{cases} a_1^{(n+1)} = \frac{1}{1-\rho_n^2} a_1^{(n)} \\ a_2^{(n+1)} = \frac{1}{1-\rho_n^2} (a_2^{(n)} - \rho_n \cdot a_n^{(n)}) \\ \vdots \\ a_n^{(n+1)} = \frac{1}{1-\rho_n^2} (a_n^{(n)} - \rho_n \cdot a_2^{(n)}) \\ a_{n+1}^{(n+1)} = \frac{1}{1-\rho_n^2} (-\rho_n \cdot a_1^{(n)}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^{(n+1)}(1) = u^{(n)}(1) + [g(n+1) - \beta_n] \cdot a_{n+1}^{(n+1)} \\ u^{(n+1)}(2) = u^{(n)}(2) + [g(n+1) - \beta_n] \cdot a_n^{(n+1)} \\ \vdots \\ u^{(n+1)}(n) = u^{(n)}(n) + [g(n+1) - \beta_n] \cdot a_2^{(n+1)} \\ u^{(n+1)}(n+1) = [g(n+1) - \beta_n] \cdot a_1^{(n+1)} \end{cases}$$

取: $n = 1, \cdots, N - M_x - 1$.

附录C

仿照 § 6.3.2 的证明, 综合时域波形形状约束的迭代过程可以写为:

$$g_m(n) = g_0(n) + (I - B)PTg_{m-1}(n) \quad (C-1)$$

其中, 算子 B 、 T 和 P 分别为带限算子、时限算子和波形形状约束算子。

相应地, 映射算子 G 为:

$$G = (I - B)PT$$

计算范数:

$$\|Gx_i - Gx_j\| = \|(I - B)(PTx_i - PTx_j)\| \quad (C-2)$$

令 $\tilde{x}_i = PTx_i$, $\tilde{x}_j = PTx_j$, 由Parseval定理:

$$\begin{aligned}\|Gx_i - Gx_j\| &= \|(I - B)(PTx_i - PTx_j)\| \\ &= \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2} [1 - \omega(k)] [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2}\end{aligned}\quad (C-3)$$

$$\text{其中: } \omega(k) = \begin{cases} 1 & L \leq k < \frac{N}{2}; \\ 0 & 0 \leq k < L \end{cases}$$

于是有:

$$\begin{aligned}\|Gx_i - Gx_j\| &= \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2} [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2 - \frac{2}{N} \sum_{k=L}^{N/2} [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2} \\ &\leq r_1 \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2} [\tilde{X}_i(k) - \tilde{X}_j(k)]^2} \\ &= r_1 \|\tilde{x}_i - \tilde{x}_j\|\end{aligned}\quad (C-4)$$

其中, $0 \leq r_1 \leq 1$, 且取 $r_1 = 1$ 的条件是: 在 $L \leq k < \frac{N}{2}$ 的区间内, 对于所有频率

点, $\tilde{X}_i(k)$ 与 $\tilde{X}_j(k)$ 都对应相同。

由式(C-4), 得到

$$\begin{aligned}\|Gx_i - Gx_j\| &\leq r_1 \|PTx_i - PTx_j\| \\ &= r_1 \|Px'_i - Px'_j\| \\ &\leq r_1 r_3 \|x'_i - x'_j\|\end{aligned}\quad (C-5)$$

并且, $0 \leq r_3 \leq 1$, 取 $r_3 = 1$ 的条件是在 $M \leq n < N$ 的区间内, $x'_i(n)$ 与 $x'_j(n)$ 都满足波形形状约束, 或是两者完全相同。

$$\begin{aligned}
\|Gx_i - Gx_j\| &\leq r_1 r_3 \|Tx_i - Tx_j\| \\
&= r_1 r_3 \sqrt{\sum_{n=0}^M [x_i(n) - x_j(n)]^2} \\
&\leq r_1 r_2 r_3 \sqrt{\sum_{n=0}^N [x_i(n) - x_j(n)]^2}
\end{aligned} \tag{C-6}$$

并且, $0 \leq r_2 \leq 1$, 取 $r_2 = 1$ 的条件是在 $M \leq n < N$ 的区间内, 恒有:
 $x_i(n) = x_j(n)$ 。

从而: $\|Gx_i - Gx_j\| \leq r_1 r_2 r_3 \|x_i - x_j\|$

其中, $0 \leq r_1 \leq 1$, $0 \leq r_2 \leq 1$, $0 \leq r_3 \leq 1$, 因而 $0 \leq r_1 r_2 r_3 \leq 1$ 。