

目录

- 一、前言
- 二、激光大气传输湍流效应及其自适应光学位相补偿的研究
 - 2.1 大气湍流相干长度及光束Strehl比的统计描述
 - 2.2 湍流效应自适应光学位相补偿的误差分析
 - 2.3 激光传输湍流效应自适应光学位相补偿的实验研究
- 三、高能激光大气传输热晕效应和湍流热晕相互作用及其位相补偿的理论分析与实验研究
 - 3.1 整束热晕效应位相补偿的物理分析
 - 3.2 小尺度热晕及其位相补偿不稳定性的线性化普遍理论
 - 3.3 小尺度热晕不稳定的模拟实验研究
- 四、高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟研究
 - 4.1 高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿数值模拟四维模式
 - 4.2 整束热晕效应位相补偿的数值模拟研究
 - 4.3 高能激光聚焦光束实际大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟分析
- 五、总结

参考文献

一 前言

激光大气传输有着极其广泛的应用背景。可以毫不夸大地说，任何在大气中应用的激光工程，从研究到实际应用，都需要大气对激光传输影响的重要数据，因此自激光问世以来，激光大气传输研究一直得到很大重视。

众所周知，激光在大气传输过程中将会产生一系列的线性和非线性效应。一方面由于不同的效应对激光传输有不同的影响，其物理机制也各不相同；另一方面激光在实际工程应用中，有时只考虑其中一种效应，有时要考虑多种效应对传输的影响。基于上述原因，在研究激光大气传输中单独考虑某一种效应与综合效应都具有非常重要的意义。大量研究表明，大气对激光传输的影响总是存在的，有时甚至是十分严重的，它严重地制约着激光在大气中的某些工程应用，如激光通讯、激光测距以及激光武器等等。因此长期以来，大量科学工作者试图寻找克服或部分克服大气对激光传输影响的方法，其中自适应光学位相补偿技术被视为目前最有效的也是最有实用前景的方法。正因为如此，自适应光学技术对激光大气传输进行位相补偿已成为激光大气传输研究不可分割的重要组成部分。在激光实际大气传输中，由于其综合效应及实际大气条件的复杂性，因此，除了近似理论研究、实验室单因子的模拟实验研究以及激光实际大气传输实验研究之外，高能激光(HEL)大气传输并含自适应光学位相补偿系统模拟的四维数值计算程序已成为对HEL在各种实际大气条件下传输进行较全面综合的定量分析研究的一个极为重要的手段。

激光大气传输及其自适应光学位相补偿问题的研究在理论和实验上都取得了很大进展，积累了大量有实际意义的可靠数据，众多文献综述和专著[1,2,3,4]做了系统论述。但是，由于大气湍流的随机性及实际大气状态的复杂性，同时自适应光学系统又是一个多元闭环控制系统，因此，激光实际大气传输及其自适应光学位相补偿的研究不仅是非线性、随机的理论问题，同时又是与实际应用有关的复杂的系统工程问题。直到目前为止，仍然有大量问题有待深入研究。本文主要在激光大气传输湍流效应的自适应光学位相补偿、高能激光大气传输非线性热晕效应和湍流热晕相互作用不稳定性及其自适应光学位相补偿不稳定等方面进行了更为深入的研究，建立并初步得到实验验证的含自适应光学位相补偿系统仿真的高能激光大气传输四维数值计算程序。

二 激光大气传输湍流效应及其自适应光学位相补偿的研究

湍流效应是激光大气传输中的非常重要的线性效应，它将导致光束强度和位相的起伏，使激光束的相干性严重退化。由于实际大气条件的复杂性，在实际大气中进行激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿的定量实验研究是非常困难的。基于此，我们在室内湍流模拟池湍流强度可控条件下进行了激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿的定量实验研究。激光大气传输湍流效应是一个随机问题，在自适应光学部分位相补偿的情况下仍然表现为随机特征，为此，我们提出了激光大气传输湍流效应中特征物理量(如大气湍流相干长度和光束Strehl比)的统计描述方法，并利用该方法对实验结果进行了定量分析。同时，利用实验参数对激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿进行了对比仿真计算分析，详细讨论了自适应光学系统的波前复原误差。

2.1 大气湍流相干长度及光束Strehl比的统计描述[5]

在均匀各向同性平稳(或具有平稳增量)的湍流情况下，激光大气传输湍流效应通常用光束质量因子(Strehl比)和大气湍流强度特征量(如湍流横向相干长度)的系综平均值来分析。然而实际大气湍流只是局地各向均匀同性的，且只是在有限的时间尺度上才是平稳的随机场，对其特征参数的测量统计时间尺度是有限的，而且较难满足各态历经定理条件以进行与系综平均等价的时间平均统计分析。另一方面，在许多实际工程应用中，有时也常常仅关心较短时间内的大气湍流特征以及激光大气传输特性(尤其是随机特征)。实际上在不满足各态历经定理条件下进行统计分析，随机场的各特征(物理)量的平均值仍然表现为随机性。我们利用随机函数理论对湍流强度和光束质量因子的随机起伏特征进行理论分析，给出了湍流横向相干长度和光束Strehl比的概率密度分布函数以及其系综平均值、起伏方差的递推关系式。

a. 大气湍流相干长度的概率密度分布

大气湍流相干长度 r_1 的测量通常都采用测量光束大气传输到达角起伏方差 σ_t^2 来换算即[4]

$$r_1 = \left[\frac{0.364d^{5/3}}{\sigma_t^2} (\lambda/d)^2 \right]^{0.6} \quad (2.1)$$

这里， d 为接收孔径， λ 为波长。在不满足各态历经定理统计条件的下， σ_t^2 和 r_1 仍表现为随机起伏特征。通常光束到达角是满足正态分布的随机变量，因此在统计独立条件下可以得到 r_1 的概率密度分布函数为[5]

$$p(r_1) = \frac{5}{3r_1(N-1)!} \left[N(r_0/r_1)^{5/3} \right]^N \exp \left[-N(r_0/r_1)^{5/3} \right] \quad (2.2)$$

其中， r_0 为相干长度的系综统计均值， N 为到达角起伏的不相关统计数量， N 约等于 T/τ ，其中， T 为观测时间， τ 为大气湍流的特征相关时间。 r_1 的均值和均方值满足下列递推关系[5]

$$\langle r_1(N) \rangle = \frac{1-8/5N}{(1-1/N)^{8/5}} \langle r_1(N-1) \rangle \quad (N \geq 2) \quad (2.3a)$$

$$\langle r_1(1) \rangle = \Gamma(2/5)r_0 \quad (2.3b)$$

$$\langle r_1^2(N) \rangle = \frac{1-11/5N}{(1-1/N)^{11/5}} \langle r_1^2(N-1) \rangle \quad (N \geq 3) \quad (2.4a)$$

$$\langle r_1^2(2) \rangle = 2\Gamma(4/5)r_0^2 \quad (2.4b)$$

从(2.3)和(2.4)式可以看到, 当N趋近于无穷时, r_1 的方差趋于零, r_1 的均值趋于满足各态历经定理条件下的系综统计均值 r_0 。上式的计算结果表明, 在N等于50时即观测时间是相关时间的50倍的情况下, r_1 相对于 r_0 仍然有8.69%的起伏。另外, 在实际大气湍流相干长度测量中, 可以由测量的平均值 $\langle r_1(N) \rangle$ 和(2.3)式得到系综平均值 r_0 。

b、光束Strehl比的概率密度分布

在不考虑振幅起伏影响的情况下, 当光束波前起伏方差 $\sigma_\phi^2 < 1.0$ 的时, 光束Strehl比近似满足

$$S_1 = \exp(-\sigma_\phi^2) \quad (2.5)$$

在较弱湍流或者是在自适应光学位相补偿的大多数情况下, (2.5)式均能较好地成立[4]。在不满足各态历经定理统计条件下, σ_ϕ^2 和 S_1 仍表现为随机起伏特征。通常大气湍流导致的光束位相起伏是满足正态分布的随机变量, 因此, 在统计独立条件下由正态分布随机函数的性质可以得到 S_1 的概率密度分布函为[5]

$$P(S_1) = -\frac{1}{S_1 \ln(S_1)(M-1)!} \left[\frac{M \ln(S_1)}{\ln(S_0)} \right]^M \exp\left[-\frac{M \ln(S_1)}{\ln(S_0)}\right] \quad (2.6)$$

式中, S_0 为Strehl比的系综统计值, M 为光束位相的不相关统计数量:

$$M \approx \frac{T}{2\tau} (D/\rho_0)^2 \quad (2.7)$$

式中, ρ_0 为位相相关距离, D 为光束直径。 S_1 的均值和均方值满足下列递推关系[5]

$$\langle S_1(M) \rangle = [1 - \ln(S_0)/M]^{-M} \quad (2.8a)$$

$$\langle S_1^2(M) \rangle = [1 - 2\ln(S_0)/M]^{-M} \quad (2.8b)$$

同样, 当M趋近于无穷时, S_1 的方差趋于零, S_1 的均值趋于满足各态历经定理条件下的系综统计均值 S_0 。类似于大气湍流相干长度的测量, 可以由测量的平均值 $\langle S_1(N) \rangle$ 和(2.8)式得到系综平均值 S_0 。

由上述分析可以看到, 在有限的统计时间内, 大气湍流相干长度和光束Strehl比仍然是围绕着其系综平均值变化的随机量, 因此, 仅仅用有限时间内的平均量来描述是不充分的, 其概率密度分布函数才能充分描述湍流相干长度和光束质量因子的统计特征。这一结果不仅具有理论意义, 而且说明, 在激光大气传输工程应用中, 只能在概率意义上对其可行性进行评估。在2.3节中, 我们将对上述问题做一步的实验研究, 而且在实验中, 将采用上述概率统计方法对实验数据进行定量分析。

2.2 湍流效应自适应光学位相补偿的误差分析[6,7,8]

自适应光学位相补偿技术在激光大气传输和天文望远镜系统中都是非常重要的研究课题，为此在理论和实验上都进行了广泛研究[4]。为定量研究自适应光学系统对激光传输湍流效应的位相补偿效率，需要对各中影响补偿效果的误差进行分析。本节利用自适应光学位相补偿系统的数值仿真模式对变形镜波前复原误差等做进一步的分析。

根据文献[4]，在对湍流效应进行自适应光学位相补偿情况下，光束Strehl比与光束剩余波前方差满足如下关系

$$S = \exp(-\sigma_x^2 - \sigma_\phi^2) \quad (2.9)$$

式中， σ_x^2 为振复起伏方差，在弱湍流条件下有

$$\sigma_x^2 = 0.157 N_r^{-5/6} \quad (2.10)$$

式中， $N_r = r_0^2 / \lambda z$ 湍流起伏Fresnel数，z为传输距离。

光束波前误差有多种影响因素，目前通常认为有以下几种：波前探测误差 σ_{sen}^2 、波前复原误差 σ_{fit}^2 、系统有限带宽误差 σ_{tmp}^2 、非等晕性误差 σ_{iso}^2 、变形镜非线性响应误差 σ_{non}^2 ，并且认为是统计独立的即满足如下关系

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_{sen}^2 + \sigma_{fit}^2 + \sigma_{tmp}^2 + \sigma_{iso}^2 + \sigma_{non}^2 \quad (2.11)$$

对于波前探测误差 σ_{sen}^2 、系统有限带宽误差 σ_{tmp}^2 、非等晕性误差 σ_{iso}^2 ，文献中都有详细描述，这里主要讨论波前复原误差 σ_{fit}^2 和变形镜非线性响应误差 σ_{non}^2 。

a. 波前复原误差

在以前的研究工作中，对系统的波前复原误差的分析都是基于已知光束畸变波前的条件下，利用波前最小方差法或将系统看做一理想的滤波器，从而得到所谓波前拟合误差(Fitting error)，并将此误差等同于波前复原误差。在变形镜驱动器均匀分布，大气湍流满足Kolmogorov谱的情况下可得到波前拟合误差(方差)为[4]

$$\sigma_{fit}^2 = \kappa_c (d/r_0)^{5/3} \quad (2.12)$$

式中，d为变形镜驱动器平均间距换算到望远镜孔径上的平均间距，对不同的影响函数和变形镜边缘固定方式，系数 κ_c 有所不同。文献[4]的数值分析结果表明，对高斯影响函数，耦合系数为0.15，当变形镜为自由边界时，可以得到 $\kappa_c=0.349$ 。然而，由于光束位相是不可能直接探测到的，一般都是测量波前斜率或曲率，因此实际系统中不可能直接应用波前最小方差法，而是间接地进行波前复原，如直接斜率法是通过波前斜率最小方差进行波前复原，在模式法波前复原中，也需要先利用斜率最小方差进行波前模式拟合，而后再进行波前复原计算。在影响函数为高斯型，耦合系数为0.15，自由变形镜边缘的情况下，我们利用直接斜率波前复原算法可得到 $\kappa_c=0.432$ [6]。模式波前复原计算也需要用斜率最小方差进行波前模式拟合，所以其波前复原误差与直接斜率法基本相同[7]。由此可见，实际系统中的间接波前复原误差比基于波前最小方差方法得到的波前拟合误差要大约0.24倍。

b、变形镜非线性响应误差

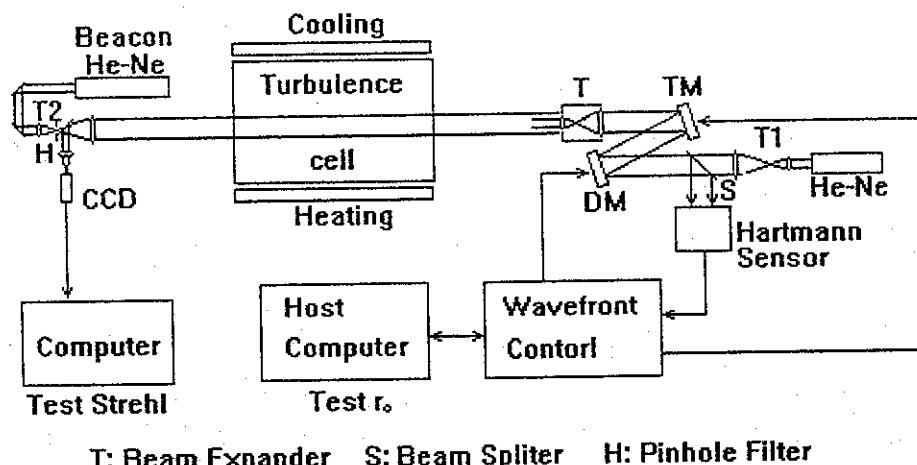
变形镜驱动器的行程是有限的，驱动器及变形镜的面形总是只有一定的线性响应范围，当驱动器驱动量达到非线性响应区域时，必然会给波前复原带来一定误差。我们对该误差进行了近似理论和数值模拟分析[8]，结果表明，变形镜的非线性响应误差为

$$\sigma_{\text{non}}^2 = K_n (d/r_0)^b \quad (2.13)$$

其中， b K_n 为定标系数，它决定于实际变形镜驱动器的线性响应范围等。近似理论分析表明， $b=13/3$ 。数值模拟分析表明，在较小的 d/r_0 条件下，近似理论能较好地描述非线性响应误差，但当 d/r_0 较大时， b K_n 有所不同，这在下面的实验研究中进一步讨论。

2.3 激光传输湍流效应自适应光学位相补偿的实验研究[8][9][10]

通过上述分析可知，对激光大气传输湍流效应的自适应光学位相补偿的影响因素很多，在湍流模拟池中进行实验研究能在可控的湍流强度下对众多因素分别进行单因子分析。我们利用成都光电所研制的37单元自适应光学系统*和安徽光机所研制的湍流模拟池**对准直激光传输湍流效应的自适应光学位相补偿进行了定量的实验研究，实验光路布局如图2.1所示，详细的参数见正文第二章第三节。



T: Beam Expander S: Beam Splitter H: Pinhole Filter

图2.1 准直光束湍流效应自适应光学位相补偿室内模拟实验系统示意图

在实验中，可以稳定控制湍流池湍流强度，因此，我们在系统开环情况下利用自适应光学系统的Hartmann波前传感器测量光束到达角起伏从而得到湍流相干长度[9]，然后再进行自适应光学系统闭环补偿下光束Strehl比的测量。利用Hartmann波前传感器测量湍流相干长度的优点在于可以得到较大的数据量以便于做统计分析。

图2.2、2.3所示分别为湍流相干长度 r_1 和位相补偿情况下光束Strehl比 S_1 的概率分布的实验与理论结果的比较。图中，□：为实验结果，实线为分别利用(2.2)(2.6)计算的理论结果。 r_1 和 S_1 的实验数据量分别为3700和1920，独立统计数 $N=M=10$ ； r_0 、 S_0 则是由测量平均值和(2.4)(2.8)计算得到。由图可以看到实验与理论结果非常一致，实验点的起伏主要是数据量不够大造成的。

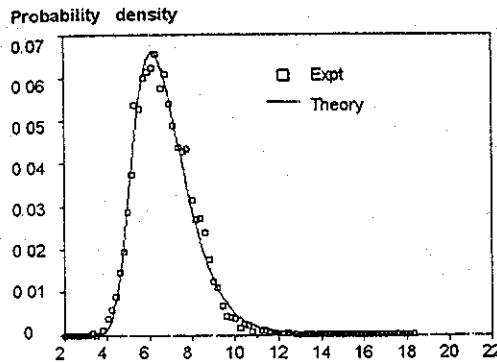


图2.2 相干长度概率密度

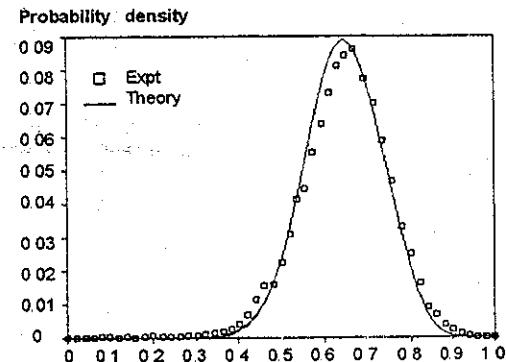


图2.3 Strehl 的概率密度

由于实测的湍流相干长度及光束Strehl比是一随机量，因此，要得到二者之间的定量关系，必须利用二者的概率密度分布函数进行统计描述。在相同的统计条件下，如果

$$\int_0^s P(S_1) dS_1 = \int_0^r P(r_1) dr_1 \quad (2.14)$$

由(2.2)(2.6)式可以得到

$$\frac{\ln S}{\ln S_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{5/3} \quad (2.15)$$

即S和r将满足与系统统计均值 S_0 和 r_0 同样的函数关系。当满足各态历经统计条件时， $r(r_1)$ 等于 r_0 ， $S(S_1)$ 等于 S_0 。实验中，在相同的统计条件下分别大量测量湍流相干长度 r_1 和Strehl比 S_1 ，得出二者的概率密度分布，然后再利用(2.14)式求出某一概率下S与r关系的定量实验结果。

图2.4所示为位相补偿情况下光束远场Strehl比与湍流相干长度关系的实验与数值仿真结果的对比，数值计算参数采用实验参数。为了减小系统静态误差等因素的影响，这里给出的实验结果是相对Strehl比即有湍流效应情况下的Strehl比与系统静态闭环情况下的Strehl比之比。在我们的实验条件下，信标光足够强，可以忽略波前探测误差 σ_{sen}^2 ；自适应光学系统带宽远大于模拟湍流起伏带宽，因此系统有限带宽误差 σ_{tmp}^2 可以忽略；调整主激光和信标光，使两者同光路反向传输，这样可以忽略非等晕性误差；因此，对Strehl比的影响主要来自于波前复原误差。

由图2.4可以看到，在 d/r_0 小于1.0情况下，数值计算与实验结果吻合非常好；而波前最小方差法过高地估计了波前复原误差，因此，相应计算的Strehl比高于实验结果。当 d/r_0 大于1.0时，数值计算结果与实验结果的差别将随着 d/r_0 而增大，这可能有下列两方面的原因：①数值计算中采用了自由的变形镜边界，这与实际变形镜存在一定差别，尤其是在较大的变形镜驱动器驱动量的情况下，不同的变形镜边缘固定方式下的位相补偿效果将有一定差别；②在较大的变形镜驱动器驱动量的情况下，自适应光学系统(如高压放大器、变形镜驱动器和面形响应)可能存在一定的非线性响应，从而使

波前复原误差增大。文献[8]在考虑到这一效应的情况下，得到了与实验更一致的结果。聚焦光束位相补偿室内模拟实验结果与准值光束位相补偿结果基本一致[10]。

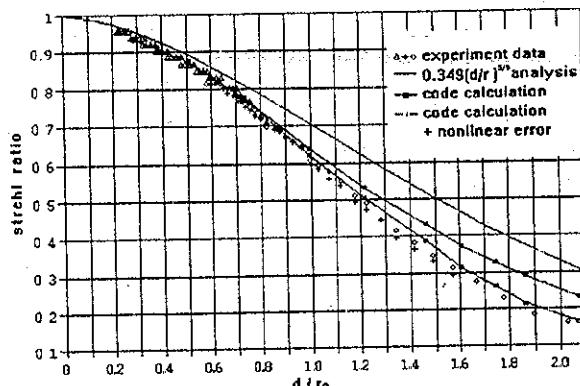
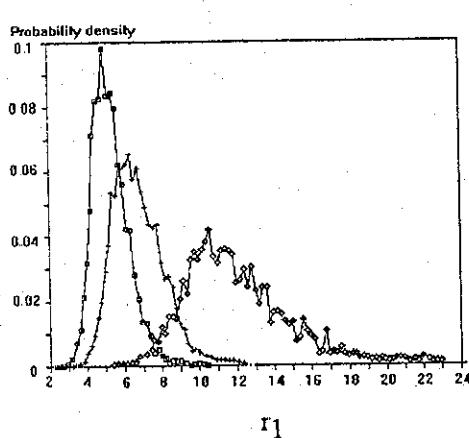
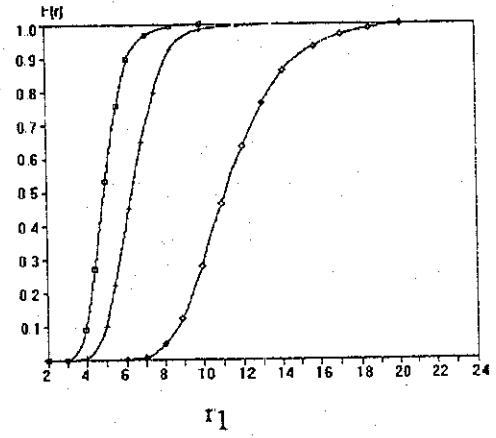


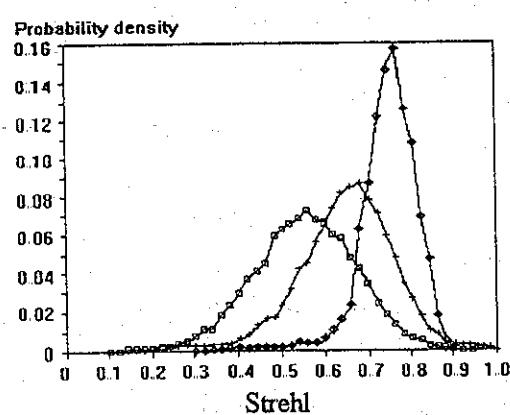
图2.4 所示为位相补偿情况下光束远场Strehl比与湍流相干长度关系的实验与数值仿真结果的对比，数值计算参数采用实验参数



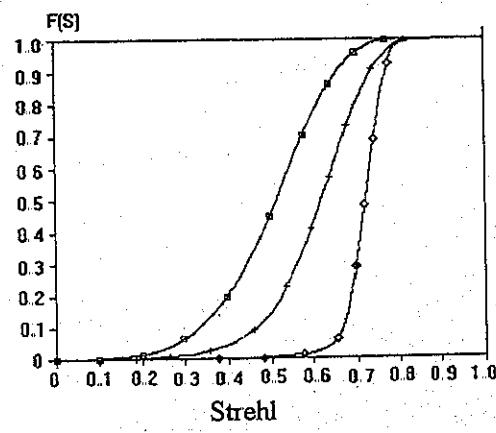
a 三种湍流条件下的相干长度的概率分布



b 三种湍流条件下的相干长度的积分概率



a 三种湍流条件下的Strehl比的概率分布



b 三种湍流条件下的Strehl比的积分概率

图2.5 三种湍流强度下湍流相干长度 r_1 和位相补偿后光束远场Strehl比 S_1 的概率分布及其积分概率的实验结果。

□、+、◇分别对应于 r_0 为5.19mm, 6.62mm, 11.72mm, S_0 分别等于0.55, 0.67, 0.76.

根据Strehl比的概率密度函数，我们还可以进一步讨论光束质量Strehl比的积分概率的意义。在湍流强度即湍流相干长度系统平均值 r_0 一定的情况下，由(2.6)式可以得到 S_1 大于某一期望值 S_c 的积分概率为

$$F(S \leq S_c) = \int_0^{S_c} P(S_1) dS_1 \quad (2.16)$$

由(2.16)式，我们知道，当将有限测量时间上的大气湍流随机过程看成是平稳随机过程的某一段(一次实现)时，光束Strehl比的测量值 S_1 是以一定概率发生在 $S_c < S_1 < S_c + dS$ 范围内的。图2.4给出的 d/r_0 随对应的Strehl比值所出现的概率是最可几概率，在该值附近的Strehl比 S_1 仍有某一概率出现。因此，仅就这个意义上讲，某些涉及激光大气传输的工程应用只能从概率统计意义上去论证其可行性。

图2.5为三种湍流强度下湍流相干长度 r_1 和位相补偿下的光束远场Strehl比 S_1 的概率分布及其积分概率的实验结果。□、+、◇分别对应于 r_0 为5.19mm，6.62mm，11.72mm， S_0 分别等于0.55，0.67，0.76。若定义 S_c 为0.5，三种湍流强度下 S_1 大于 S_c 的概率分别为47%，85%，96%。

在成功地进行了室内湍流模拟池中激光传输湍流效应自适应光学位相补偿的定量实验研究后，我们进一步利用37单元自适应光学系统进行了聚焦激光束在实际大气传输中湍流效应的自适应光学位相补偿的实验研究，实验光路如图2.6所示。由于实际大气湍流不可能长期稳定在某一湍流强度上，因此一次实验周期不能太长，必须在大气湍流的有限平稳过程中进行，这要求对湍流相干长度和光束Strehl比实时同步测量，才能保证相干长度和Strehl比的测量统计条件的一致性。为此，我们在信标光进入自适应光学系统之前，将信标分束到另一Hartmann传感器测量光束到达角起伏，如图2.6中H2，从而与目标端测量Strehl比同步地测量相干长度。

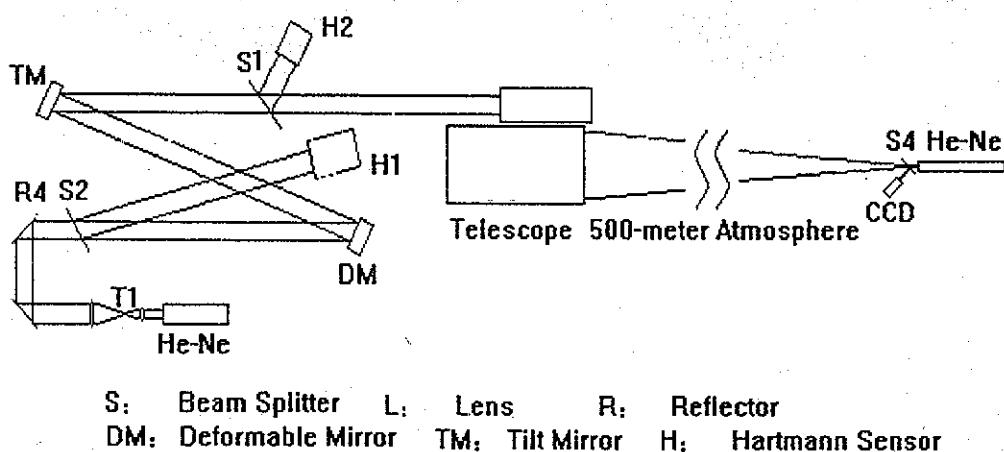
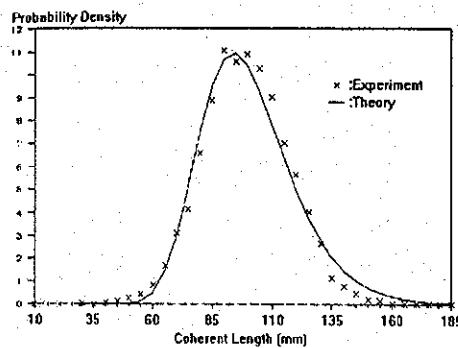
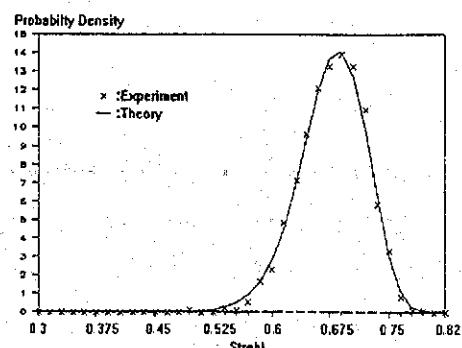


图2.6 聚焦光束500m水平大气传输自适应光学位相补偿实验光路示意图

如图2.7所示为聚焦激光束500m水平大气传输实验中实测到的大气湍流横向相干长度 r_1 和光束Strehl比 S_1 的概率密度分布与2.1节中的理论分析也非常一致，这也说明室内模拟湍流与实际大气湍流的相似性。



a 相干长度概率密度分布



b Strehl比的概率密度分布

图2.7 实际大气传输实验相干长度和Strehl 比的概率密度分布

图2.8为 $\Phi 500\text{mm}$ 发射孔径0.6328微米聚焦激光束500米实际大气传输及其自适应光学位相补偿情况下焦平面上光强分布的400帧(约50秒)长曝光结果,湍流相干长度 r_0 等于70.6mm。从开、闭环情况下的光强分布可以看到,校正效果是非常明显的,峰值强度增大了2.0倍,开、闭情况下相对包围能量Strehl比分别为0.16和0.67。

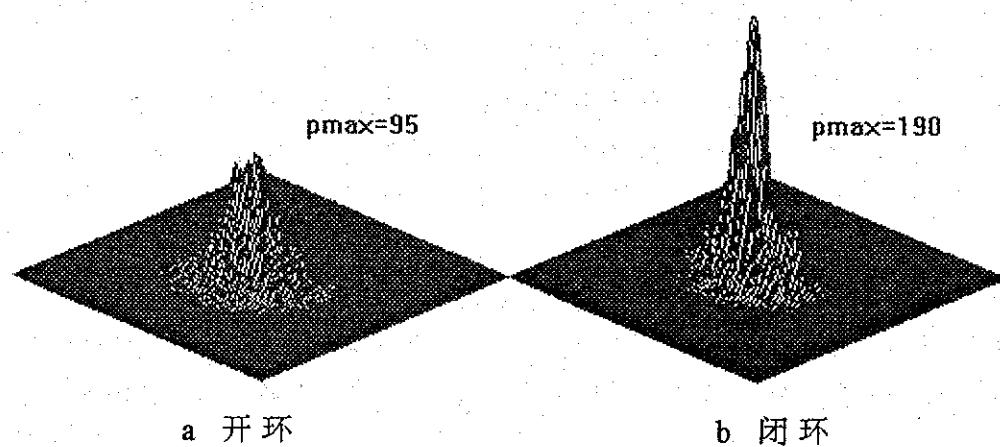


图2.8 聚焦光束500m水平大气传输焦平面上长曝光光强分布

* 中科院成都光电所姜文汉院士等。** 中科院安徽光机所曾宗泳研究员等。

三 高能激光大气传输热晕效应和湍流热晕相互作用及其位相补偿的理论分析与实验研究

在高能激光传输过程中，不仅要受到大气湍流的影响，同时还会产生非线性热晕效应。热晕效应的研究已有30年历史[3]，对其基本规律已有相当透彻的了解；利用线性化理论对发射光束的振幅和位相起伏以及均匀大气条件下湍流与热晕相互作用引起的小尺度热晕及其位相补偿不定性的物理规律也有了一定认识。尽管如此，但仍然有许多问题，尤其是热晕效应的位相补偿，需要做更深入细致的分析工作。本章我们首先对整束热晕效应位相补偿的物理规律进行了初步分析；然后利用线性化理论研究了非均匀吸收并伴有随机风场大气条件下的湍流热晕相互作用及其位相补偿不稳定性，详细讨论了随机风场对不稳定性的抑制作用；最后对小尺度热晕效应进行了模拟实验研究。

3.1 整束热晕效应位相补偿的物理分析[11]

众所周知，高能激光大气传输非线性热晕效应的位相补偿与大气湍流线性效应的位相补偿不同，非线性热晕效应与传输光束的光强分布密切相关，位相补偿在改善光束质量的同时加强了非线性热晕效应，即导致自适应光学系统与传输介质(大气)间的正反馈，在一定条件下将产生位相补偿的不稳定性，以致于使位相补偿不能够有效地校正非线性热晕效应，这样对自适应光学系统就有更严格的要求。另外，聚焦光束大气传输非线性热晕效应的位相补偿与准直光束热晕效应的位相补偿也有明显的不同之处。本节利用薄透镜近似对高斯光束整束热晕效应的位相补偿的基本规律进行初步分析。

类似于激光传输的相屏近似计算方法，对于较小的 Δz 薄层内光束半径近似不变，从而可将该层内光束位相畸变等效成一有像差的薄透镜的作用。用Sidel展开式(即几何像差函数)描述热晕效应引起的光束位相畸变[3]，可得高斯光束热晕效应等效负透镜的焦距为

$$f^{-1} = \frac{4}{\sqrt{\pi k D_0^2 D_r^3(z)}} N_D(z, \Delta z) \Delta z \quad (3.1)$$

$$N_D(z, \Delta z) = \frac{4\sqrt{2kP_T}\alpha(z)}{\rho c_p D_0 V(z)} \left| \frac{dn}{dt} \right| \exp[-\alpha_r(z)z] \quad (3.2)$$

式中， $D_r(z) = a(z)/a_0$ ， a_0 为发射光束的 $1/e$ 峰值功率点光斑半径， $a(z)$ 为 z 处的 $1/e$ 峰值功率点光斑半径， $k = 2\pi/\lambda$ ， λ 为波长， P_T 为激光功率， $D_0 = 2\sqrt{2}a_0$ ； $\alpha(z)$ 、 $\alpha_r(z)$ 分别为吸收、消光系数， $V(z)$ 为大气风速， ρ 、 c_p 、 $\left| \frac{dn}{dt} \right|$ 分别为大气密度、等压比热、折射率随温度的变化率。将 $N_D(z, \Delta z)$ 对 z 积分即为Bradely-Herrmann热畸变参数。

在位相补偿时，通过反向传输的高斯光束信标光求得须校正的畸变位相。这样，对距发射孔径处不同位置上的负透镜(离焦)，分别得到位相补偿开环和闭环情况下高斯光束束腰 z_ω 处的光斑半径为：

$$\frac{a^2(z_\omega)}{a_0^2} = \left(1 + \frac{z_\omega - z_b}{f}\right)^2 \frac{a_f^2}{a_0^2} + (1 + N_F^{-2}) \frac{(z_\omega - z_b)^4}{R^2 f^2} \quad (\text{open}) \quad (3.3\text{a})$$

$$\frac{a^2(z_\omega)}{a_0^2} = \left(1 + \frac{z_b}{f}\right)^2 B(z_b) + \left(1 + \frac{z_b}{f} - \frac{z_b^2}{fz_\omega}\right)^2 \frac{N_F^2}{(1 + N_F^2)^2} \quad (\text{close}) \quad (3.3\text{b})$$

$$B(z_b) = \left[\left(1 + \frac{z_b}{f}\right)^2 + \left(1 + \frac{z_b}{f} - \frac{z_b^2}{fz_\omega}\right)^2 N_F^2\right]^{-1} \quad (3.3\text{c})$$

R表示发射光束等位相面曲率半径， a_f 为真空衍射光束束腰处 $1/e$ 峰值功率点光斑半径，f为负透镜焦距， z_b 为透镜所在位置距发射孔径处的距离， $N_F = ka_0^2/R$ 为Fresnel数。

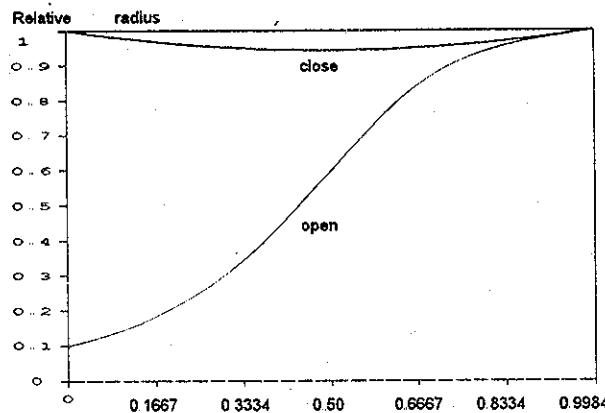


图3.1 f为常数时不同位置上的负透镜对焦平面上相对光斑半径的影响

图3.1所示为当f等于常数时，位相补偿前后的焦平面处相对光斑半径 $a_f^2/a^2(z_\omega)$ 随负透镜位置 z_b 与R之比的变化情况。可以看到，在没有位相补偿时，在 $z_b=0$ 处的位相畸变对光束的影响最大，位相畸变处于接收端即 z_b 等于 z_ω 时对 z_ω 处的光斑半径没有影响。而在位相补偿时， $z_b=0$ 处的位相畸变是可以完全补偿，越接近焦平面处的位相畸变补偿效果越差即越接近没补偿的结果。而在 $z_b=z_\omega/2$ 处的位相畸变对光束质量的影响最大。在准直光束均匀大气传输情况下，即 z_b 远小于 z_ω ， $D_f(z)$ 基本不变，不同位置上热晕效应的等效负透镜焦距近似相等，因此只要在 $z_b < R/2$ ， z_b 越大，位相校正效果越差。

图3.2所示为利用(3.3)式计算的聚焦光束热透镜效应位相补偿前后的焦平面处相对光斑半径 $a_f^2/a^2(z_\omega)$ 随负透镜位置 z_b 与R之比的变化结果， $N_F=25$ ，负透镜焦距 $f(z)$ 正比于 $D^3(z)$ 。图中，风速模式采用 $V(z)=V_0(1+N_v z/R)$ ， $N_v=\omega R/V_0$ ， ω 为光束扫描角速度。三条曲线分别对应于 N_v 等于0、4、8，显然，聚焦光束热晕效应位相补偿不同于

准直光束的热晕效应位相补偿，由于此时热晕效应导致的离焦位相畸变焦距正比于光束半径的三次方，因此，在接近焦点时，热晕效应相应变强，负透镜焦距越短，位相补偿效果将显著下降。均匀大气条件下， $N_v=0$ 时，在 $z_b/R=0.96$ 处的位相畸变对光束质量的影响最大。由于 $V(z)$ 的随 z 的增大将增大相应位置上的 $f(z)$ ，因此随着光束扫描角速度即 N_v 的增大，位相补偿效果将有明显的改善。由此也可以知道，对于斜程大气传输而言，若吸收系数随传输距离的增大而减小，从而增大负透镜焦距，对位相补偿是有利的。另外，在脉冲光束大气传输非线性热晕效应中，如没有大气风场的作用或脉冲宽度远小于风速渡越光束时间(即 D_0/V_0)的情况下， $f(z)$ 正比于相对光束直径 $D(z)$ 的四次方，这将更不利于位相补偿。

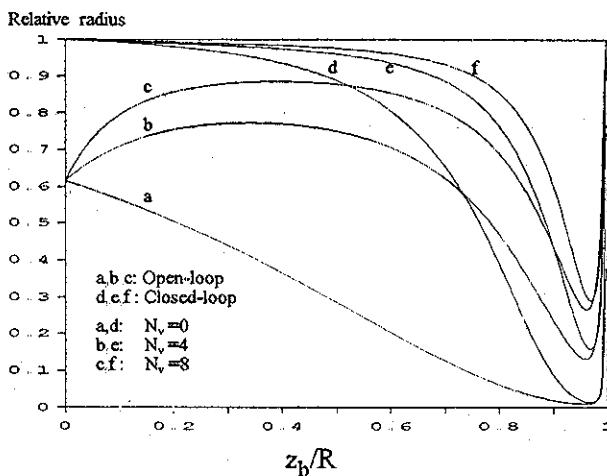


图3.2 当 f 正比于光斑半径的三次方时不同位置上的负透镜
对焦平面上相对光斑半径的影响

由以上分析可见，位相补偿可以部分地校正高能激光大气传输的非线性热晕效应，但是对光束传输路径不同位置上的位相畸变的校正效果不同。在较弱的热晕效应情况下，对准直光束而言，可将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜。然而，对聚焦光束而言，由于光束直径是随传输距离而显著变化的，不同位置上的位相畸变对光束传输的影响明显不同，因而，即使在较弱的热晕效应情况下，也不能将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜。

对于准直光束大气传输非线性热晕效应而言，若将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜，其所在位置距发射孔径的距离为

$$z_b = \frac{1}{N_D} \int_0^L N_D(z) dz \quad (3.4)$$

L 为传输距离，对均匀大气而言， $z_b \approx L/2$ 。这样可以得到位相补偿后 z_b 处的光束直径与无畸变时的光束直径之比为

$$\frac{D_c(z_b)}{D(z_b)} = \frac{1}{1 + z_b/f} \quad (3.5)$$

即位相补偿将导致光束直径的减小，从而使光强增强，热晕效应相应增强。位相补偿是一个迭代过程，由(3.1)可得位相补偿后新的等效透镜焦距为

$$\frac{f_c}{f} = \frac{D_c^3(z_b)}{D^3(z_b)} \quad (3.6)$$

令 $y = D_c(z_b) / D(z_b)$ ，则由(3.5)(3.6)式可得下列迭代关系

$$y(n) = \frac{y^3(n-1)}{y^3(n-1) + z_b / f} \quad (3.7)$$

要使该迭代过程稳定，即 $y(n)=y(n-1)$ ，由方程(3.7)可知应满足条件^[3]

$$0 \leq z_b / f \leq 4/27 \quad (3.8)$$

可见，在相同的发射光束情况下，准值光束整束热晕效应位相补偿不稳定性阈值可以由 Bradley-Hermann 参数 N_D 与光束 Fresnel 数^[3] $N_{FB} = kD_0^2/8z_b$ 之比描述。而不同的发射光束的整束热晕位相补偿不稳定性阈值有所不同。

(1) 高斯光束: $N_D/N_{FB}=0.525$

(2) 圆形平台光束: $N_D/N_{FB}=2.63$

对于聚焦光束而言，虽然不能将整个传输路径等效成一个薄透镜，但可以看到，由于越接近焦平面光强越强，对 z_b 的贡献越大，从而 N_D/N_{FB} 越大，因此就越容易造成位相补偿的不稳定性。

3.1 小尺度热晕及其位相补偿不稳定性的线性化普遍理论[12]

实际上，在高能激光大气传输中，不可能有所谓理想的整束热晕效应。这是因为发射光束中难以避免地会存在一定的高空间频率振幅和位相涨落，同时大气湍流效应也将导致光束位相和振幅的起伏，因此在高能激光大气传输过程中总会伴随着小尺度的热晕问题。热晕和大气湍流效应相互作用产生的小尺度热晕不稳定性[12]（简称 ITBI）以及相应的位相补偿不稳定性（简称 PCI）将导致高能激光光束质量的严重退化，从而限制了高能激光到达靶标上的最大能量密度，因此它已成为目前研究高能激光大气传输中的最重要和最活跃的前沿课题之一。利用线性化理论基本了解了小尺度热晕不稳定性的基本物理过程及其对光束质量影响的严重性，同时，定性的物理分析和数值模拟表明，大气风速切变和随机风场将会抑制小尺度热晕及其位相补偿的不稳定性。我们利用线性化理论，进一步分析了在非均匀吸收并伴有随机风场的大气中高能激光传输湍流热晕相互作用及其位相补偿不稳定性，给出了对数光强起伏和位相起伏及光束 Strehl 比的普遍解析表达式，并详细讨论随机风场对不稳定性的作用。

对无限平面波和有限宽光束，可忽略光束的边缘效应，在满足 Kolmogrov 谱湍流情况下，非均匀吸收并伴有随机风场的大气中高能激光传输湍流热晕相互作用及其位相补偿下光束 Strehl 比的普遍解析表达式为：

$$\ln(S) = -0.186 N_T^{-5/6} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} N_{\omega}^{n+m} \quad (3.9a)$$

$$A_{nm} = \frac{2^{n+m}}{(n!m!)^2} \left[\int_0^\infty \xi_0^{-\frac{11}{6}-n-m} B_{nm}(\xi_0) d\xi_0 + \int_0^\Lambda \xi_0^{-\frac{11}{6}-n-m} C_{nm}(\xi_0) d\xi_0 \right], \quad (3.9b)$$

$$B_{nm}(\xi_0) = \int_0^1 C_{n1}^2(l) S_1(l) \left\{ \frac{d^n}{d\xi_1^n} \frac{d^m}{d\xi_2^m} [\langle H_1(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_1^*(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle + \langle H_1(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_1^{**}(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle] \right\}_{\varepsilon_1=0}^{\varepsilon_2=0} dl$$

$$C_{nm}(\xi_0) = \int_0^1 C_{n1}^2(l) S_1(l) \left\{ \frac{d^n}{d\xi_1^n} \frac{d^m}{d\xi_2^m} [\langle H_2(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_2^*(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle + \langle H_2(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_2^{**}(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle] \right\}_{\varepsilon_1=0}^{\varepsilon_2=0} dl$$

$$H_1(\varepsilon, l, \xi_0) = \frac{1}{[\beta(\varepsilon)\beta(\varepsilon, l)]^{1/2}} \sin[\xi_0 \int_l^1 \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad H_1'(\varepsilon, l, \xi_0) = \frac{\beta^{1/2}(\varepsilon)}{\beta^{1/2}(\varepsilon, l)} \cos[\xi_0 \int_l^1 \beta(\varepsilon, l') dl']$$

$$H_2(\varepsilon, l, \xi_0) = \frac{1}{f(\beta)[\beta(\varepsilon)\beta(\varepsilon, l)]^{1/2}} \cos \xi_0 \sin[\xi_0 \int_0^l \beta(\varepsilon, l') dl']$$

$$H_2'(\varepsilon, l, \xi_0) = \frac{1}{f(\beta)[\beta(\varepsilon)\beta(\varepsilon, l)]^{1/2}} \sin \xi_0 \sin[\xi_0 \int_0^l \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad (3.10)$$

$$f(\beta) = \cos(\xi_0) \cos[\xi_0 \int_0^1 \beta(\varepsilon, l) dl] + \frac{1}{\beta(l)} \sin(\xi_0) \sin[\xi_0 \int_0^1 \beta(\varepsilon, l) dl]$$

$$\beta^2(\varepsilon, l) = 1 + \varepsilon \Gamma_1(l); \quad \beta^2(\varepsilon) = 1 + \varepsilon \Gamma_1(1)$$

$$\Gamma(z) = \frac{\alpha(z)}{\rho(z)c_p(z)} \mu_r(z) = \Gamma_0 \Gamma_1(z); \quad \Gamma_0 = \frac{\alpha_0}{\rho_0 c_{p0}} \mu_{r0}$$

$$C_{n1}^2(l) = C_n^2(l) / C_{n0}^2; \quad S_1(l) = \exp[-\frac{k\xi_0}{L} t^2 \delta v(l)]$$

式中， $l=z/L$, z 为光束传输方向坐标， L 为传输距离， t 表示时间； $\xi_0=k^2 L/2k$ ， $k^2=\kappa_x^2+\kappa_y^2$ ， κ_x ， κ_y 为光束横截面坐标 x ， y 的付氏变换共轭变量； I_0 为光强； α_0 、 μ_{t0} 、 ρ_0 、 c_p 、 C_{n0}^2 分别为 $z=0$ 处的大气吸收系数、大气折射率随温度的变化率、大气密度、大气等压比热、大气湍流折射率起伏结构常数； δv^2 为随机风速起伏均方差；由上式我们可以得到描述高能激光大气传输的几个特征量：

(1) $N_T = r_0^2 / \lambda L$ 为湍流起伏Fresnel数，它是描述湍流强度的参数，其中，

$$r_0 = (0.423 C_{n0}^2 k^2 L)^{3/5} \text{为湍流相干长度；}$$

(2) $N_d = d^2 / \lambda L$ 为自适应光学系统变形镜特征Fresnel数，它是描述系统空间校正能力的参数， $\Delta = \pi / 4 N_d$ ；

(3) $N_\omega = 2 \pi N_\lambda t$ 为热晕弧度数，是描述热晕效应强弱的参数；其中，

$$N_\lambda = \Gamma_0 I_0 L / \lambda \text{为热晕速率；}$$

(4) $N_s = (k/L)^{1/5} \delta v / N_\lambda$ 随机风场切变数。

从以上分析可以看到，高能激光传输湍流热晕相互作用及其位相补偿下的对数光强起伏和位相起伏及光束Strehl比可通过 N_T 、 N_d 、 N_λ （者 N_ω ）、 N_s 四个无量纲参数加以

描述。在均匀大气及无随机风场情况下，上述结果与文献[13]等的结果完全一致。图3.3, 3.4分别给出了利用上述关系式在不同的 N_T 、 N_d 、 N_λ (或 N_ω)、 N_s 情况下的Strehl比的计算结果。由计算结果可以得到如下几点结论：

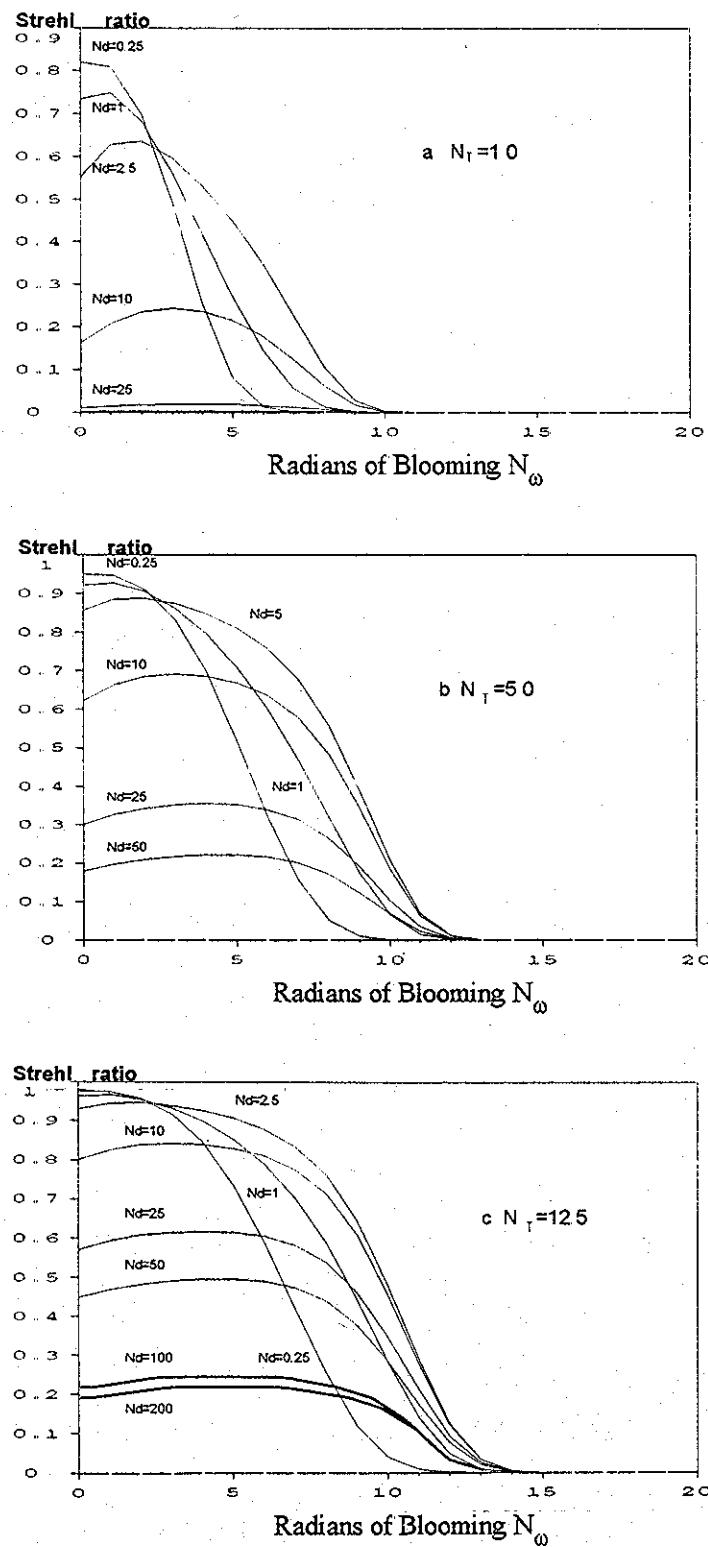


图3.3 等效均匀大气无随机风场情况下Strehl比随热晕弧度数的变化

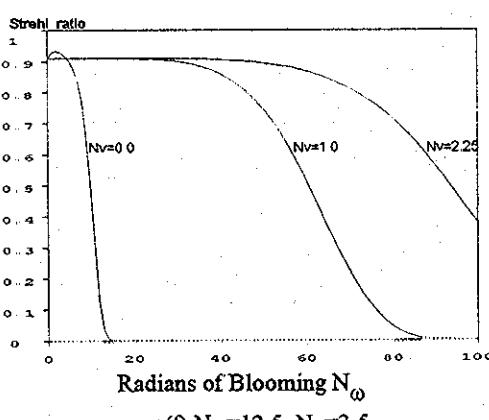
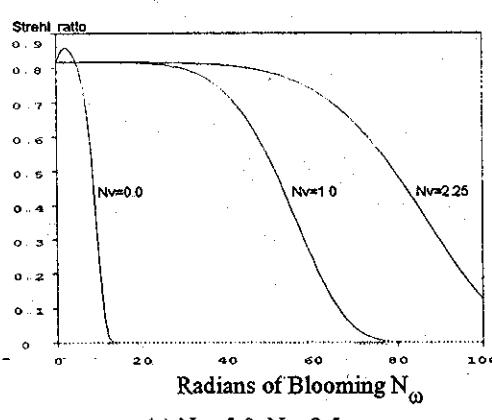
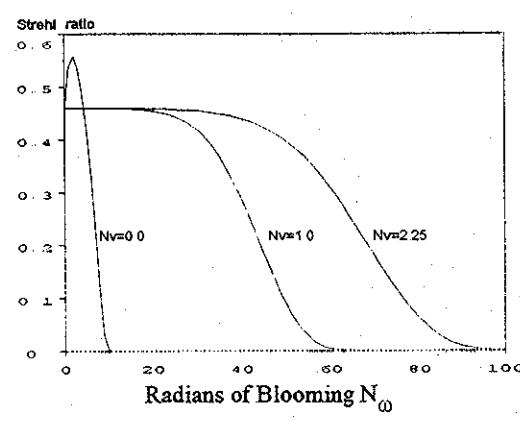
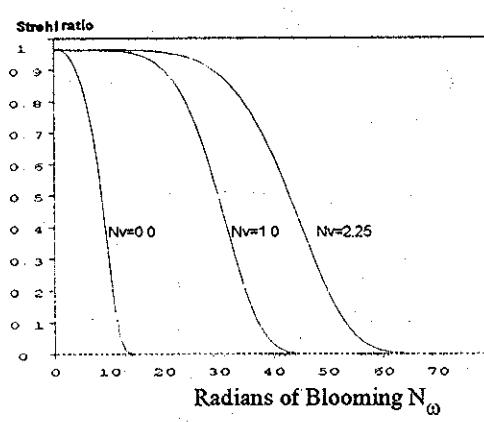
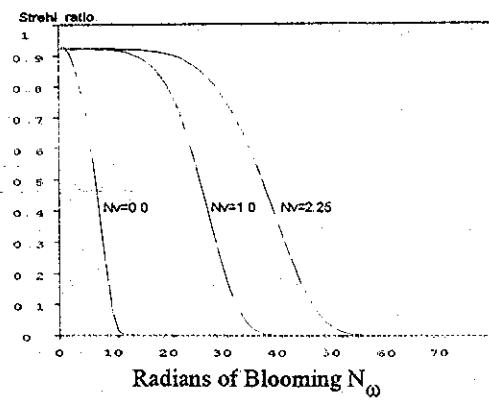
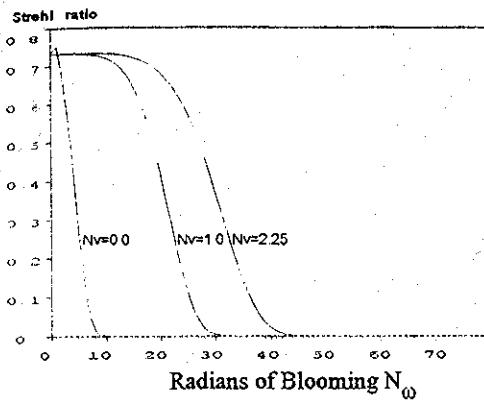


图3.4 不同的湍流特征Fresnel数、变形镜特征Fresnel数和随机风场切变数情况下
Strehl比随热晕弧度数的变化

① $N_{\omega}=0$ 时即纯湍流效应的位相补偿是十分有效的，而且 N_d 越小补偿效果越好。当 N_d 趋于零即理想位相共轭补偿($\sigma_\phi^2=0$)时，由(3.9)(3.10)式可得 $S=\exp(-\sigma_x^2)$ ，与(2.9)(2.10)式结果一致。

② 湍流热晕相互作用的位相补偿是否有效取决于 N_T 、 N_d 、 N_ω 之间的关系。在 N_T 、 N_ω 一定的情况下，要选择适当的 N_d (变形镜驱动器间距)，位相补偿才会有效并可

达到最佳补偿效果。例如 $N_T=1.0$, $N_\omega=5.0$ 时, 为使位相补偿效果达到最佳, N_d 应选为2.5左右。如 N_d 太小, 不仅不会改善补偿效果, 反而导致Strehl比更快地下降, 甚至比不补偿更坏, 这意味着位相补偿不稳定(PHI)对光束质量的影响超过了小尺度热晕不稳定(SIRS)的影响。

③ N_T 、 N_d 一定时, N_ω 在一定的范围内Strehl比没有明显的变化, 一旦 N_ω 将超过某一值时, Strehl比开始迅速下降。定义Strehl比下降到最大值的 $1/e$ 处的 N_ω 值为 $N_{\omega c}$, 很明显 $N_{\omega c}$ 与 N_T 、 N_d 有关。当 N_T 一定时, N_d 越小, $N_{\omega c}$ 也越小。当 $N_T=1.0$, $N_d=2.5$ 时, 则 $N_{\omega c}$ 约等于7.0。为便于比较, 我们同样采取APS[14]报告中给出的大气参数, 这样根据 $N_{\omega c}$ 的定义可以得到产生小尺度热晕位相补偿不稳定性的高能激光临界能量密度($I_0 t_c$)约等于 0.13J/cm^2 , 此值相当于APS报告给出的整束热晕效应开始产生重大影响的临界能量密度。这表明一旦激光能量密度超过整束热晕效应产生重大影响的临界能量密度, 位相补偿不稳定将使自适应光学位相补偿无法用于校正小尺度热晕效应, 而且其不稳定性的能量密度阈值比整束热晕位相补偿不稳定的密度阈值低三个量级左右。

④随机风场可以部分地抑制位相补偿的不稳定性, 从而使位相补偿不稳定性的高能激光临界能量密度有明显的提高, 但在实际大气条件下, 湍流热晕相互作用位相补偿不稳定性的高能激光临界能量密度仍然比整束热晕位相补偿不稳定的临界能量密度小一个数量级以上。

3.3 小尺度热晕不稳定的模拟实验研究[15,16]

利用线性化近似理论可对高空间频率振幅和位相起伏导致的小尺度热晕不稳定性、位相补偿不稳定以及随机风场对不稳定性抑制作用进行解析分析和计算, 便于了解不稳定性物理规律。为进一步深入地研究不稳定性对高能激光大气传输的影响, 还需要进行定量的实验和数值计算研究。

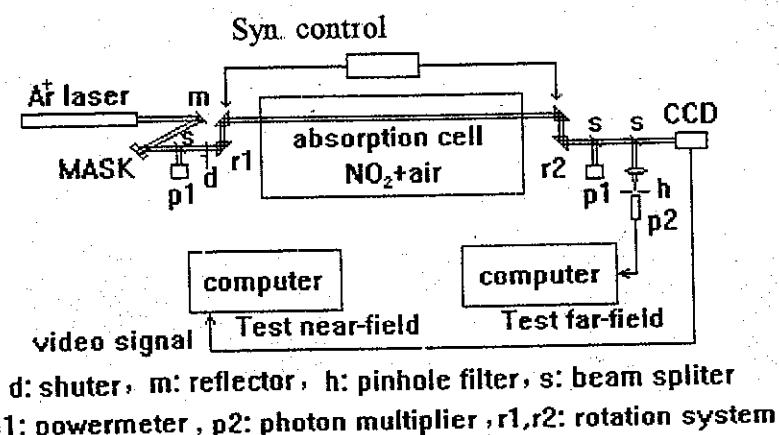


图3.5 小尺度热晕不稳定性模拟实验系统示意图

我们在发射光束中注入高频小扰动(干涉条纹)和气体吸收热晕池, 利用光束旋转模拟平均风场(包括风速梯度), 进行了小尺度热晕不稳定性模拟实验研究, 并利用实验参数进行了数值模拟对比计算分析。实验装置布局如图3.5所示, 详细参数见正文第三章。

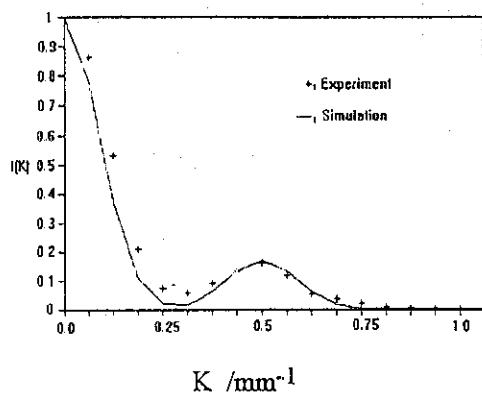


图3.6 发射光束光强分布垂直干涉
条纹方向付氏谱分布

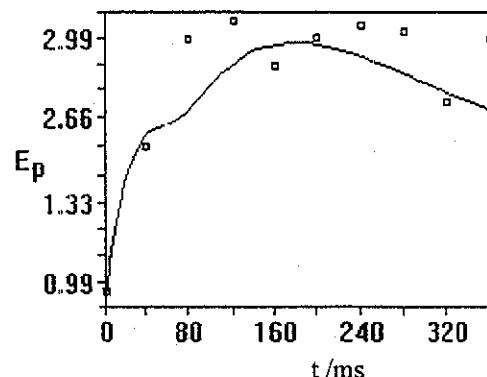


图3.7 扰动能量随时间的变化,
 $V=0.0$ $N_\lambda = 35.0$ wave/s

实验中, 注入扰动条纹空间频谱明显高于整束光束的空间频谱, 这样便于获得光束中的小尺度扰动信息。由于注入扰动空间谱分布具有一定宽度, 如图3.6所示, 所以本文采用扰动能量随时间的变化来分析小尺度热晕不稳定现象, 所谓扰动能量是对所有扰动空间谱分量功率的积分。图3.7为风速等于零时扰动能量随时间的变化情况, 热晕速率为每秒35波数, □为实验结果, 实线为数值计算结果, 实验与数值计算结果基本一致。由图可以看到由于热晕的作用, 在 $t < 160\text{ms}$ 范围内, 扰动能量被迅速放大了约三倍; 随后由于热扩散的作用而趋向稳定。由光斑上干涉条纹的对比度随时间的增强可直观地看到扰动能量变化的特征, 如图3.8所示。

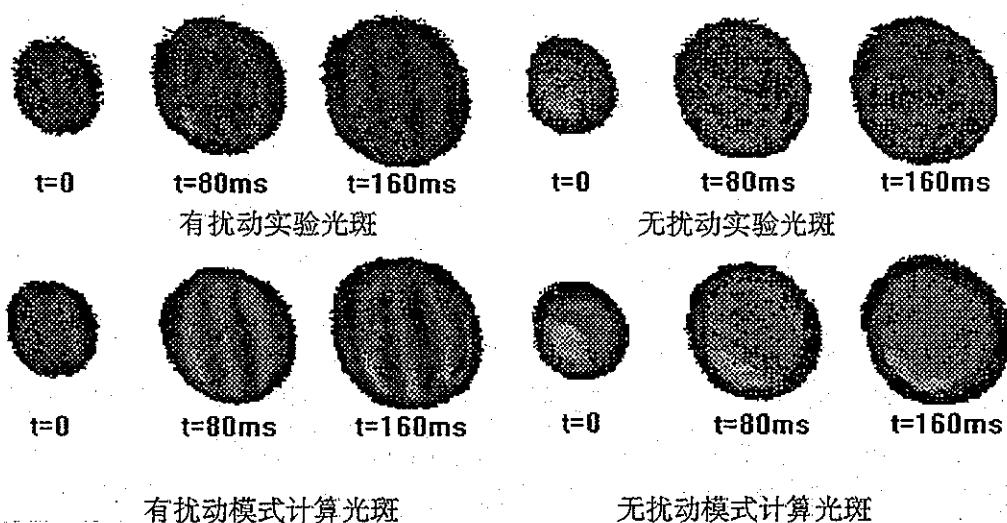


图3.8 近场光斑图象实验与模式计算对比, 模式计算中
发射光束光强分布采实验中的测量结果

如图3.9(1)(2)(3)(4)所示为分别为几种不同风速、风向情况下光束中扰动能量随时间变化特征的实验与数值模拟结果比较，热晕速率为每秒28.34波数。由图可见实验与数值计算得到了一致的结果，表明：

①在热晕效应早期，注入扰动的能量随时间迅速增大，即小尺度扰动被放大，随后，在风场的作用下，随着整束热晕效应趋于稳态，扰动能量也趋向一常数，扰动能量的放大倍数将随不同的风向、风速而不同；

②垂直扰动梯度的风对小尺度热晕不稳定性没有抑制作用，事实上从介质的温度（或折射率）扰动方程可以看到，当风向垂直于温度扰动梯度方向时，温度扰动的变化与无风情况没有差别，扰动能量随风速增大而有所减小是由于整束热晕效应随风速的增大而减小造成的；

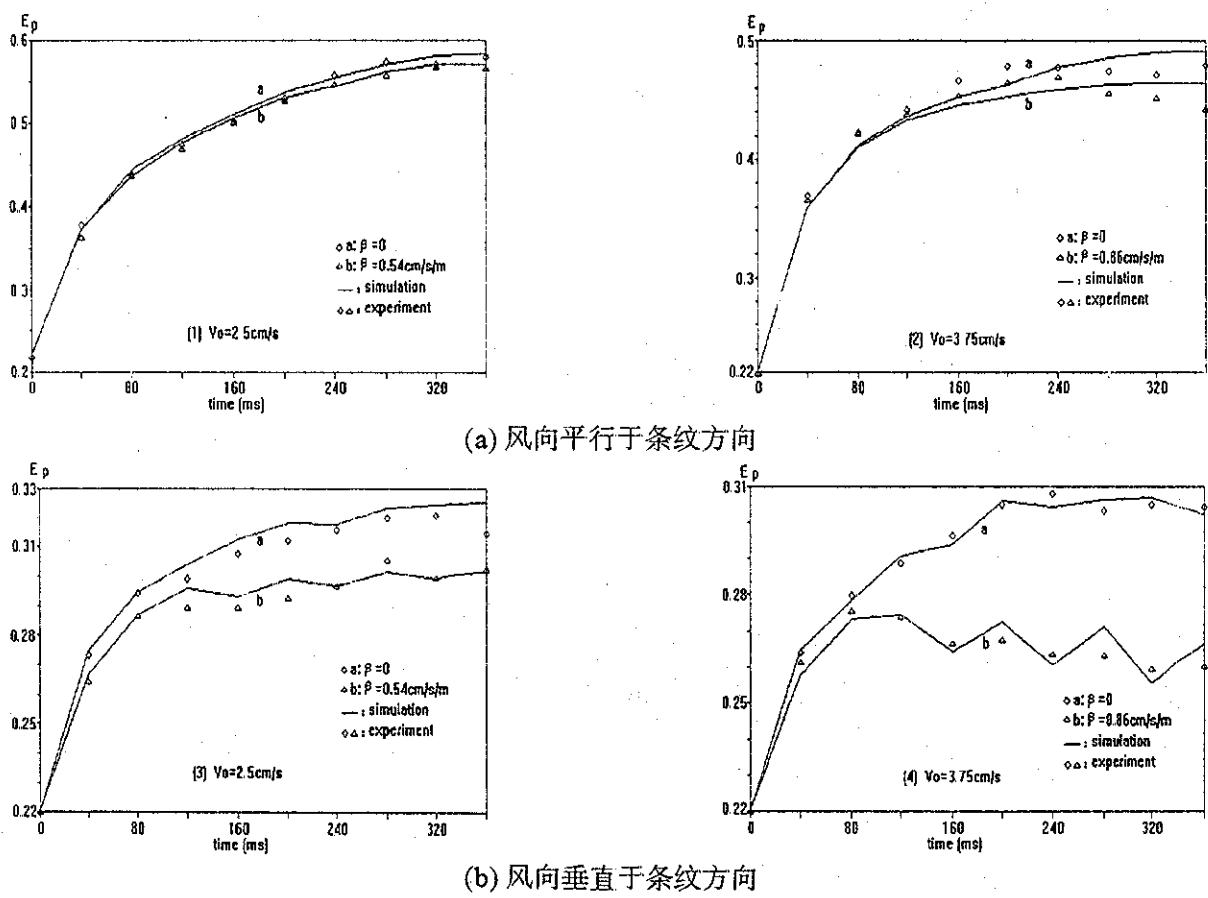


图3.9 热晕速率为 $N\lambda=28.34$ waves/sec. 时不同平均风速、风向和风速梯度情况下扰动能量随时间的变化

③当风向平行扰动梯度方向时，不论增大平均风速还是增大风速梯度，扰动能量的增长都受到明显的抑制作用，尤其是风速梯度对小尺度热晕不稳定性的影响更大，这是因为平行扰动梯度方向的风对温度扰动有着平滑作用。

另外应注意到，在高能激光实际大气传输湍流热晕相互作用中，由于大气湍流扰动的随机性，大气风速风向对小尺度热晕不稳定性的影响更为复杂，需要利用数值模拟方法进行具体的定量计算分析。

四 高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿数值模拟研究

高能激光(HEL)在大气中传输将会遇到一系列的线性和非线性效应。采用各种近似理论、实验室单因子的模拟实验以及实际外场实验对于研究高能激光大气传输的物理规律等具有十分重要的意义，但是由于实际大气条件的复杂性，要对HEL在各种实际大气条件下传输进行系统的综合的定量分析研究，数值模拟也是一个必不可少的手段。正是基于上述原因，在HEL大气传输的研究过程中，数值模拟研究一直得到高度重视，已建立若干套数值模拟程序，它们中有的已应用于对HEL实际大气传输及自适应光学位相补偿的实验研究进行对比分析，有的应用于室内模拟实验研究及对实验参数尤其是对自适应光学系统的设计提出了要求。总之，建立HEL大气传输并含自适应光学位相补偿系统模拟的四维计算程序是研究强激光系统应用的重要课题之一。为此，建立了高能激光大气传输四维数值模拟计算程序。本章将系统地介绍我们在建立高能激光大气传输并含自适应光学位相补偿系统模拟的四维计算程序中对一些基本物理问题的考虑和相应的数值模拟模型。然后进一步对热晕效应的自适应光学位相补偿进行计算分析，最后利用安徽光机所大气光学研究室实测的大气参数对聚焦高能激光束水平及斜程大气传输进行数值计算，并对计算结果进行分析讨论。

4.1 高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿数值模拟四维模式

描述高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的基本方程非常复杂，考虑到一般实际情况，在数值模拟计算中需要进行了一些合理的简化。我们的四维程序模型和计算方法如下：

(1) 物理模型[1][17]

在激光大气传输中，一般均能满足下列几个基本条件：

① 大气为非导体，无外电荷，其介电常数变化频率远小于光波的振动频率，大气非均匀空间尺度远大于波长，可忽略退极化波和后向散射；

② 大气湍流满足泰勒假定，大气湍流随时间的变化可认为是随大气风场的位移；

③ 大气吸收激光能量导致的加热不改变大气湍流的时空特性，大气保守场如温度、折射率扰动满足线性迭加性。另外，在激光大气传输非线性热晕效应研究中，通常根据激光与大气的相互作用时间(激光脉冲宽度 t_p)和大气的热输运过程的特征时间的关系，将热晕效应简化为下列两种典型的模型：a. 短脉冲光束热晕效应即 $t_p < t_s = D_0/C_s$ ， t_s 称为声速渡越时间， D_0 为发射孔径。此时可忽略热传导和风的作用；b. 长脉冲及连续激光热晕效应等压近似即 $t_p > t_s$ ，且大气风速远小于声速 C_s 。

④ 本工作不考虑大气的非线性吸收和散射效应。

(2) 基本方程及其计算方法

根据上述物理模型，我们可以得到高能激光大气传输的基本方程组及其合适的数值计算方法(详细讨论见正文第四章)。

① 激光传输满足旁轴近似标量波动方程，采用相屏近似算法。在聚焦光束计算中，文献[2]中的非自适应坐标变换是基于高斯光束传输性质得到的，本研究工作根据

不同光束传输衍射效应的特征，对非自适应坐标变换提出了改进，以适用于不同的发射光束，如截断高斯光束、有限球面波[18]。

②大气湍流采用谱反演算法，为对极宽的湍流频谱($6.28/L_0 \sim 5.92/l_0$)更精确地抽样，我们提出了折叠式FFT湍流相屏谱反演算法[19]。这样，在相同的计算网格点数情况下，对湍流谱的抽样最高频率比传统算法可提高一倍，从而提高了计算精度。

③随机风场的数值模拟，在相屏法近似求解传输方程一致的条件下，可以忽略随机风场在光传输方向上的混合作用，大气三维随机风场可用二维随机风场来代替即所谓层平均模型，这样大气随机风场同样可采用谱反演算法[20]。

④流体力学方程采用等压近似，考虑到大气随机风场是光束横截面空间坐标的函数，付氏变换算法比较复杂，而且计算速度也比较慢，我们提出一种分离变量六点对称隐式差分格式叠代算法[16]。该算法采用追赶法求解三对角矩阵线性方程组，速度快，无条件稳定，精度为 $O^3(dx dy dt)$ 量级。

⑤自适应光学系统的仿真[7][17][21]，自适应光学系统主要包括下列四个部分：信标光的传输、波前探测、波前处理、波前复原及控制系统。信标光的传输计算与主激光传输算法相同。

a. 波前探测采用Hartmann-Shack波前传感器，计算中采用Fraunhofer积分公式计算Hartmann子孔径焦平面上光强重心，从而得到子孔径上信标波前的平均斜率；

b. 由探测到的波前斜率拟合信标光波前有两类算法：直接斜率法，直接通过波前斜率最小方差算法得到变形镜驱动量；模式法，先利用波前斜率最小方差由Zernike多项式进行波前拟合，再由波前最小方差算法得到变形镜驱动器的驱动量。

c. 波前复原：倾斜镜的波前复原是通过对平均波前斜率积分得到；变形镜波前复原采用变形镜影响函数线性叠加模型即[4]

$$\Phi_{rcon}(x,y) = \sum d_i R_i(x,y) \quad (4.1)$$

式中， d_i 为变形镜第*i*($i=1, N_d$, N_d 为变形镜驱动器数)个驱动器驱动量， $R_i(x,y)$ 为影响函数。

d. 波前控制算法：比例+积分。

(3) 四维计算程序结构和软件框图。

本四维计算程序采用模块式结构，可根据需要对激光大气传输湍流效应、非线性热晕效应、湍流热晕相互作用及其自适应光学位相补偿进行计算分析；可选择不同的发射光束体制，如不同截断半径的截断高斯光束、有限平面(球面)波、光束中心可加不同比例的光栏以及实际测量的发射光束场分布；不同的大气参数模式，如实测离散数据及多种经验模型。程序中包括下列子程序块(软件框图见论文附录)：

- ① 主程序；
- ② 计算参数预置子程序；
- ③ 光波传输子程序；
- ④ 湍流相屏子程序；
- ⑤ 热晕相屏子程序；
- ⑥ 随机风场计算子程序；
- ⑦ 自适应光学传递函数计算子程序，包括 Hartmann 子孔径和变形镜驱动器对应关

系排列的计算;

- ⑧自适应光学位相补偿计算子程序(包括理想位相共轭补偿);
- ⑨绘图子程序, 只适用于微机(386以上);
- ⑩快速付立叶变换子程序;

4.2 整束热晕效应位相补偿的数值模拟研究[11,22]

在2.3节和3.3节, 我们利用以上所述激光大气传输及其自适应光学位相补偿四维数值模拟计算模式和实验参数, 对激光传输湍流效应及其适应光学位相补偿、非线性热晕效应及小尺度热晕不稳定性等进行了计算, 取得了与实验相一致的结果, 这初步证明了该程序的可靠性和精确性。本节利用该程序进一步对热晕效应的位相补偿进行计算分析, 讨论自适应光学系统参数及光束扫描(或风速梯度)对热晕效应位相补偿的影响。

a. 准直光束整束热晕效应位相补偿的数值模拟研究[22]

由于理想的柔形镜位相补偿是不可能实现的, 有限单元自适应光学系统部分位相补偿还会给发射光束带来小尺度的位相扰动(其扰动空间频率决定于变形镜驱动器的间距), 从而将导致小尺度热晕位相补偿的不稳定性。我们利用高能激光大气传输及自适应光学位相补偿的数值模拟四维程序对准直高斯光束大气传输非线性热晕效应的位相补偿进行了计算分析。结果表明[22], 有限单元自适应光学系统可以部分地校正非线性热晕效应, 位相补偿效果与自适应光学系统的单元数, 系统时间响应带宽有着密切的关系。在弱热晕效应情况下即 $N_D/N_{FB} < 1.0$, 位相补偿是稳定的, 这时, 系统时间滞后越小, 变形镜间距越小, 位相补偿效果越好。但是, 当 $N_D/N_{FB} > 1.0$ 时, 将产生位相补偿不稳定性, 补偿效果将很快下降, 而且时间滞后越小, 变形镜间距越小, 位相补偿效果下降越快。然而, 系统时间滞后和变形镜间距越大, 位相残差也越大, 补偿效果也将随之变坏。因此, 需要选择适当的系统的时间滞后和变形镜间距补偿效果才能达到最佳。对于准直高斯光束均匀大气传输而言, 一般情况下, 变形镜间距要小于等于光束 $1/e$ 功率点半径 a_0 , 时间滞后应小于等于 $a_0/2V_0$ 。

b. 聚焦光束整束热晕效应位相补偿的研究[11]

通过3.1节的近似分析, 我们知道, 越接近发射孔径附近的光束位相畸变, 位相补偿效果越好, 反之则位相补偿效果越差。因聚焦光束大气传输非线性热晕效应与准直光束热晕效应有明显不同之处, 聚焦光束在焦平面附近的功率密度非常高, 相应地会产生更强的热晕效应, 这显然会影响其位相补偿效果。这也可以从整束热晕位相补偿不稳定性的阈值条件看出, 由于越接近焦平面光强越强, 对 z_0 的贡献越大, 从而 N_D/N_{FB} 越大, 因此就越容易造成位相补偿的不稳定性。这里, 我们进一步利用数值计算模式对聚焦光束非线性热晕效应的位相补偿进行了定量的计算分析。如图4.1所示为截断高斯($D_0=2.828a_0$)聚焦光束非线性热晕效应位相补偿情况下焦平面上相对环围能量(即爱理斑内功率) $E_r=N_{D0}(E/E_0)$ 随热畸变参数 N_{D0} 的变化情况, 其中 E , E_0 分别为有热晕和无热晕(衍射极限)效应情况下的环围能量。 N_{D0} 是在 N_v 等于零时的热畸变参数。图中a,b,c,d

分别对应于 $N_v=0, 2, 4, 8$, 直线为衍射极限(即无热晕时)的结果, $N_F=kD_0^2/8R=99.54$ 。由图可以看到, 由于光束扫描减小了焦点附近的热晕效应, 从而使位相补偿效果得到明显地改善, $N_v=2, 4, 8$ 时, 最佳环围能量比 $N_v=0$ 时的最佳环围能量分别提高了 2.66, 4.07 和 7.97 倍, 这与 3.1 节的分析是一致的。

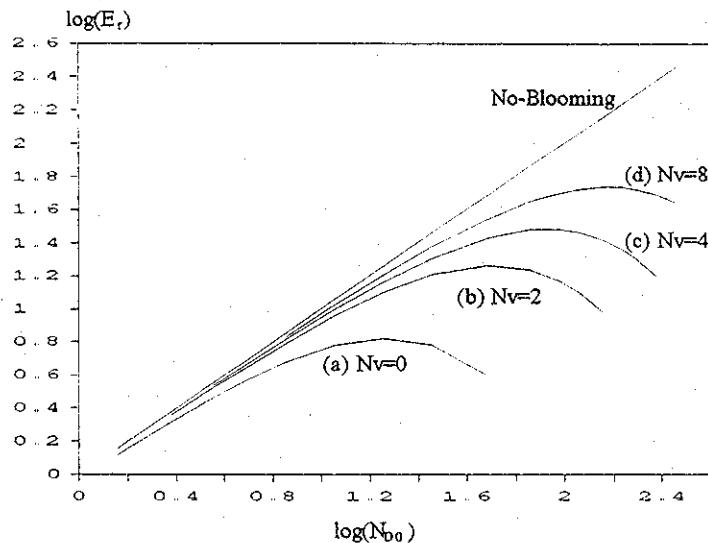


图 4.1 截断高斯($D_0=2.828a_0$)聚光束非线性热晕效应位相补偿情况下焦平面上相对环围能量(即爱理斑内功率) E_r 随热畸变参数 N_{D0} 的变化情况。

4.3 高能激光聚光束实际大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟分析

本节利用上述高能激光大气传输四维数值模拟程序和实测的大气参数对高能激光聚光束实际大气传输湍流效应、湍流热晕相互作用及其自适应光学位相补偿进行了数值模拟分析。

发射光束和自适应光学系统参数为:

发射光束为截断高斯聚光束, $D_0=2.828a_0=0.53m$, a_0 为 $1/e$ 峰值功率点光斑半径, 孔径中心遮拦直径为 $0.15m$, 波长为 1.315微米 ; 自适应光学系统单元数为 61, 影响函数为高斯型, 耦合系数为 0.15, 系统带宽为 100Hz 。计算中考虑了多种传输距离(焦距)、水平大气和多种仰角斜程大气传输情况。详细大气参数, 包括湍流结构常数、大气风场、大气吸收系数和气溶胶消光吸收等见正文。

计算主要结果如下:

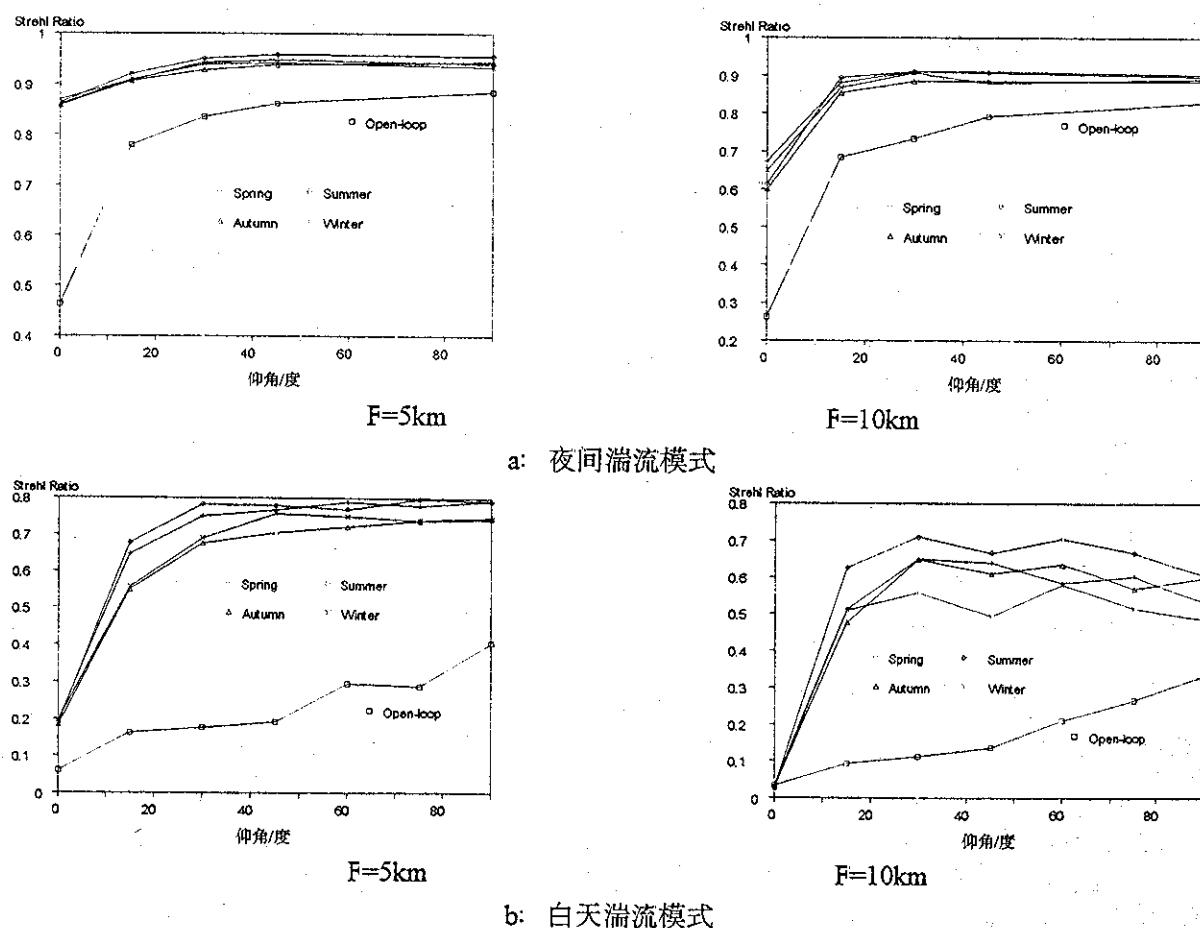
1 纯湍流效应的自适应光学位相补偿

a 水平大气传输

纯湍流效应的自适应光学位相补偿是有效的, 在水平大气传输条件下, 光束 Strehl 比与剩余波前误差的关系在 $d/l_0 < 2.0$ 的条件下与第二章所讨论的结果是一致的。在本文所采用的自适应光学系统参数和大气风速条件下, 系统有限带宽引起的误差对补偿效果的影响较小, 即使在秋季(风速最大), 有限带宽误差仅为变形镜波前复原误差的 10.0% 左右。

b 斜程大气传输

如图4.2a、b所示分别为夜晚和白天两种湍流模式情况下春夏秋冬四季光束Strehl比随仰角的变化，传输距离(即焦距)分别为5km和10km。图中所给出的是相对Strehl比，即将大气衰减因子扣除。由于所采用的四季湍流结构常数模式是一样的，只是大气风速有差别，自适应光学系统开环下的统计平均结果(图中方框点)与风速无关。由图可以看到，激光斜程大气传输比水平大气传输明显有利。尽管在斜程大气传输情况下大气风速随高度的增加而增大对位相补偿不利(系统带宽有限)，但是，由于湍流强度随高度的迅速下降，一方面减弱了湍流效应，另一方面，因离发射望远镜越远，湍流越弱，光束位相畸变越小，从而将有利于位相补偿。尤其在白天湍流模式下，湍流较强，水平与斜程传输结果差别更大。在天顶角大于15度情况下，当 $F=5\text{km}$ 时，位相补偿情况下光束Strehl比大于0.54；当传输距离的增加到10km时，位相补偿下的光束Strehl比都大于等于0.48；而水平传输情况下，位相补偿下， $F=5\text{km}$ 时，Strehl比仅约为0.2， $F=10\text{km}$ 时Strehl比已远小于0.1。对夜间湍流模式而言，当天顶角大于15度， $F=10\text{km}$ 时，即使是在开环情况下，Strehl比都大于0.67，位相补偿时Strehl比大于0.85，水平传输时，开环情况下的Strehl比为0.27，位相补偿下为0.6到0.67之间。



如图4.2a、b所示分别为夜晚和白天两种湍流模式情况下春夏秋冬四季光束Strehl比随仰角的变化，传输距离(即焦距)为5km和10km。

比较 $F=5\text{km}$ 和 $F=10\text{km}$ 两种传输距离激光斜程大气传输情况下的结果我们还可以看到，不同传输距离和垂直高度(仰角)下光束的Strehl的差别是较明显的。这主要有三个方面的原因，(1)根据第三章的讨论，对聚焦光束而言，在 z/F (即 z/R)不同的情况下，即使湍流强度相同，其对光束传输影响却不同(对于湍流效应，散焦是最主要的像差之一)，因此，低层大气湍流对长焦距的激光传输影响要比对短焦距的激光传输影响要大，从球面波的湍流相干长度的积分权重因子 $(1-z/R)^{5/3}$ 也可看出这一点。(2)高层大气湍流的影响，尤其是在白天湍流模式情况下，在 $h=6\text{km}$ 左右， c_n^2 又出现一峰值，其峰值比夜间地面的 c_n^2 仅小0.75倍。该处的湍流对 $F=5\text{km}$ 的激光传输几乎没有影响，而当仰角大于30度时，对 $F=10\text{km}$ 的激光传输有较大影响。(3)大气风速随高度的增大而增大对位相补偿不利，特别是当仰角大于60度时， $F=10\text{km}$ 时，垂直上行传输反而略为变差，如图4.2b。正因为如此，激光斜程大气传输的季节性差别比水平传输相应也要略大一些。

2 湍流热晕相互作用

a 水平大气传输

如图4.3所示为几种不同焦距(即传输距离)的聚焦光束水平大气传输湍流热晕相互作用及其位补补偿情况下焦平面上的Strehl比随功率的变化， $a,b,c: C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ ， $d,e,f: C_n^2 = 4.18 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ，由图可看到，湍流热晕相互作用的强弱依次为夏、春、秋、冬，虽然春季吸收系数较秋季小，但是其风速更小，春季的热畸变参数较秋季要大。当传输距离大于等于 1km ，激光功率为 25kw 时，春夏秋三季都有不同程度的湍流热晕相互作用不稳定性，以秋季(较弱)估算，TTBI的Bradely-Hermann热畸变参数阈值约为12.5。

从图4.3可以看到，在较弱的热晕效应情况下，湍流热晕相互作用的位相补偿是有明显效果的，如冬季，在传输距离小于 1km 情况下， P_t 小于 100kw 情况下均有明显的校正效果，当热晕效应达到一定强度，导致湍流热晕相互作用不稳定性，从而位相补偿效果将迅速下降，即其位相补偿也将是不稳定的(PCI)。在本文的计算条件下，PCI的Bradely-Hermann参数阈值与TTBI的阈值相当。在高能激光聚焦光束大气传输中，由于非线性热晕效应的影响，存在一临界发射功率 P_{tc} ，使焦平面上的峰值功率密度达到最大值，即当发射功率超过 P_{tc} 时，焦平面上的峰值功率密度反而会下降。从图4.3中我们可以初步估计出焦平面上达到最佳功率密度时的激光发射功率范围，两种湍流强度多种传输距离下的最佳激光发射功率，如表4.1，表4.2所示。

b 高能激光斜程大气传输

高能激光斜程大气传输要比水平大气传输明显有利，如图4.4所示为几种不同传输条件下光束焦平面上Strehl随仰角的变化情况，传输离为 3km 。由图可见，斜程传输情况下，仰角越大，湍流热晕相互作用越弱，即使在自适应光学系统开环情况下，光束Strehl比和焦平面上的功率密度比相同功率激光水平传输下的结果有几倍甚至成量级的提高。以白天湍流模式为例，当仰角小于等于30度时，夏季：发射功率等于 25kw ，春

秋两季：发射功率等于50kw，有湍流热晕相互作用不稳定性；而当仰角大于等于45度时，夏季，发射功率等于50kw，以及春秋两季，发射功率等于100kw时，才有较明显的TTBI；不论白天还是晚间湍流模型，当仰角大于等于30度时，冬季在 P_t 小于100kw时均未见TTBI现象。

在自适应光学位相补偿情况下，补偿效果比水平传输同样也有显著提高，仰角越大，位相补偿效果越好。对春秋两季，在仰角大于等于45度， P_t 小于100kw时，均没有PCI现象；当仰角等于30度时， P_t 等于100kw时有明显的PCI现象；在夏季，在仰角小于等于45度， P_t 等于50kw和仰角为90度， P_t 等于100kw时有一定的PCI现象；在冬季，当仰角大于15度均没有PCI，仰角等于15度 P_t 等于100kw时有一定的PCI现象。从以上结果可知，激光斜程大气传输下，TTBI和PCI的激光功率阈值有显著的提高，仰角越大，TTBI和PCI的激光功率阈值提高越大。

a:Open-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 50$
1.0km	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$	$25 < P_{tc} < 50$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$
b:Closed-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$P_{tc} \sim 50$	$25 < P_{tc} < 50$	$50 < P_{tc} < 100$	$P_{tc} > 100$
1.0km	$P_{tc} \sim 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$25 < P_{tc} < 50$	$50 < P_{tc} < 100$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 25$

表4.1 焦平面上达到最佳功率密度时的发射功率 P_{tc} (kw), $C_n^2 = 10^{-16} m^{-2/3}$

a:Open-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 50$
1.0km	$P_{tc} \sim 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 25$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$
b:Closed-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$P_{tc} \sim 50$	$25 < P_{tc} < 50$	$50 < P_{tc} < 100$	$P_{tc} > 100$
1.0km	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 50$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$

表4.2 焦平面上达到最佳功率密度时的发射功率 P_{tc} (kw), $C_n^2 = 4.18 \times 10^{-15} m^{-2/3}$

不同季节条件下，高能激光大气传输到达焦平面的能量集中度有明显的不同，尤其是夏季比其它季节明显要差，然后是春季、秋季，冬季明显要好，如仰角为15度冬

季和仰角为30度的春秋两季时的结果比夏季垂直上行传输还好。值得注意的是春秋两季的结果，同一高度上大气气体吸收系数春季比秋季仅小14.2%，自适应光学位相补偿系统开环情况下两季差别不大，而在位相补偿下两季的差别明显地增大，而且其差别随仰角的增大而增大。比较春秋两季的大气风速可以看到，春季风向变化明显，从接近地面的东南风，到1.5km变为西南风，到3.0km则为西北风；而秋季，1.5km以下均为东风，到3.0km变为西风。所以春秋两季湍流热晕相互作用位相补偿效果的明显差别可能是由于春季的风向随高度变化而变化，从而抑制了位相补偿不稳定性造成的。

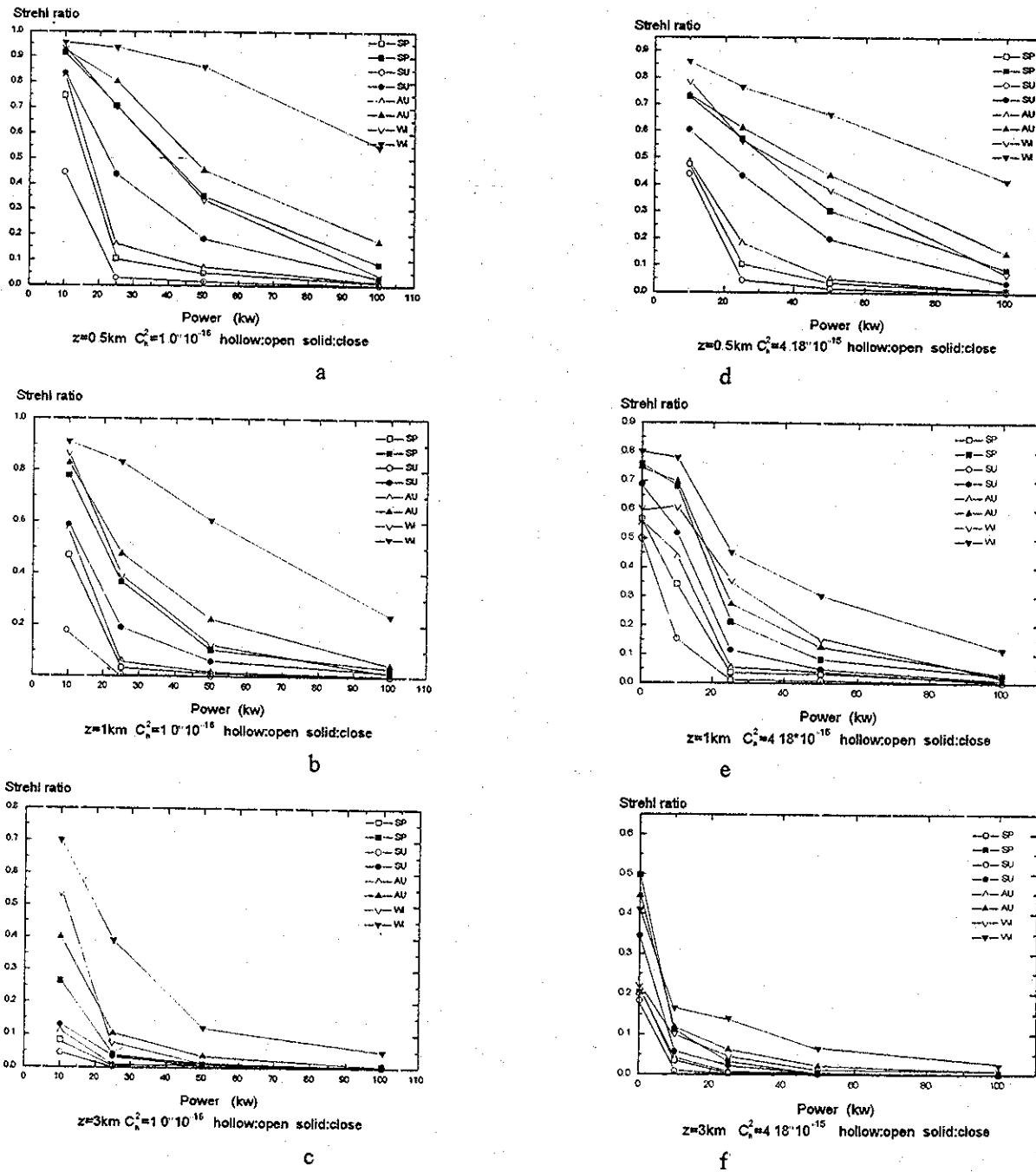


图4.3 几种不同焦距的聚光束水平大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿情况下焦平面上的 Strehl 比随功率的变化。

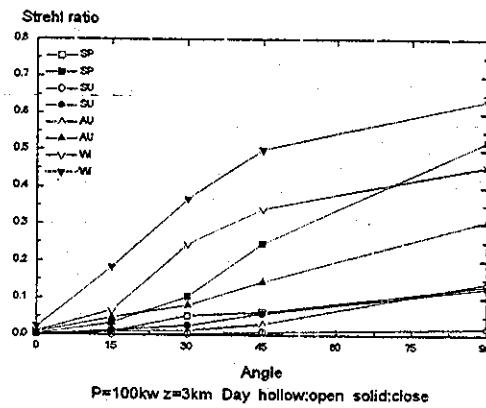
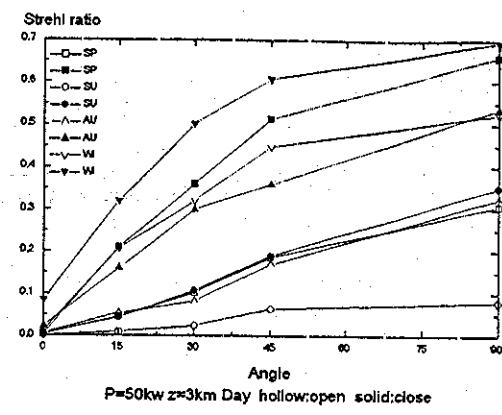
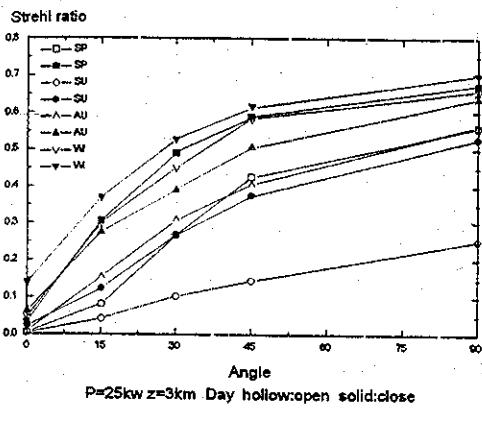


图4.4 几种不同传输条件下光束焦平面上Strehl随仰角的变化情况，传输距离为3km.

五 小结

本文对激光大气传输湍流效应、非线性热晕效应、湍流热晕相互作用及其位相补偿的若干问题进行了深入的理论和实验研究，取得了如下一些结果：

1. 利用随机函数理论得到了湍流相干长度和光束Strehl比的概率分布函数，该结果不仅可以更全面地定量描述激光大气传输湍流效应及其自适应光学位相补偿效率，而且说明了，对于涉及激光大气传输的工程应用，只能在概率意义上论证其可行性。

2. 对自适应光学系统间接波前复原法的波前复原误差进行了数值模拟分析，结果表明间接波前复原误差要比直接利用波前最小方差法的理论分析结果要大，该结果更精确地附合实际自适应光学系统。

3. 提出了变形镜非线性响应误差模型，并进行了仿真分析，该结果表明，一旦系统工作在非线性响应区，位相补偿效果将显著下降，这要求自适应光学系统要有足够的线性工作范围。

4. 进行了激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿实验研究，利用概率统计分析方法取得了位相补偿效率与湍流强度及系统参数的定量结果，并利用实验参数进行了对比计算，得到了与实验一致的结果。

5. 利用薄透镜近似对高能激光大气传输非线性(整束)热晕效应(尤其是聚焦光束的非线性热晕效应)及其位相补偿进行了分析，进一步了解了整束热晕效应位相补偿的基本规律以及准值光束热晕与聚焦光束热晕效应位相补偿的差别。

6. 对小尺度热晕不稳定性及其位相补偿不稳定性进行了线性化理论研究，得到了非均匀大气伴有随机风场情况下激光大气传输振幅起伏、位相起伏和Strehl比的一般表达式；进一步分析了随机风场对不稳定性的抑制作用。

7. 对小尺度热晕不稳定性及风速梯度对不稳定性的作用进行了定量的模拟实验研究，并利用实验参数进行了对比计算，得到了与实验一致的结果。

8. 建立了高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟四维计算程序，并对以往计算模式的算法提出了以下几项改进：

①根据不同光束传输衍射效应的特征，对基于高斯光束传输的非自适应坐标变换提出了改进，以适用于不同的发射光束，如截断高斯光束、有限球面波，从而提高了聚散或发散光束传输计算精度；

②提出了折叠式FFT湍流相屏谱反演算法，这样，在相同的计算网格点数情况下，对湍流谱的抽样最高频率比传统算法可提高一倍，从而提高了计算精度；

③考虑到大气随机风场是光束横截面空间坐标的函数，流体力学方程的付氏变换算法比较复杂，而且计算速度也比较慢，我们提出一种分离变量六点对称隐式差分格式叠代算法，该算法采用追赶法求解三对角矩阵线性方程组，速度快，无条件稳定，精度为 $O^3(dx dy dt)$ 量级；

④建立了比较接近真实系统的自适应光学仿真模型，其中包括直接斜率波前复原计算等。

激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿实验、小尺度热晕不稳定性及风速梯度对小尺度热晕不稳定性的影响的模拟实验等的结果与数值模拟计算结果的一致性证

明了该模式是可靠和精确的。该计算模式的建立对高能激光大气传输进行定量计算及工程应用具有实际意义。

9 准值光束热晕效应位相补偿的数值模拟计算结果表明，弱热晕下，自适应光学系统变形镜驱动器间距和~~系统带宽~~越小越好，一旦产生热晕效应位相补偿不稳定性，需要选择适当的变形镜驱动器间距和系统带宽；聚焦光束非线性热晕效应位相补偿的数值模拟计算结果表明，风速随传输距离增大而增大将显著改善其位相补偿效果。

10 利用激光大气传输四维模式和我国的大气参数模式对聚焦光束大气传输进行了大量的计算，得到了如下一些基本结果：

① 激光斜程大气传输比水平大气传输显著有利，当 F 大于等于3km，在仰角大于15度时，光束Strehl比要比同样传输距离水平大气传输情况的Strehl比有数倍甚至成量级的提高；

② 在本文的计算参数条件下，当热畸变参数达到12时，将会产生明显的湍流热晕相互作用及其位相补偿的不稳定性；

③ 得到了几种不同传输距离水平大气传输下目标(焦平面)上达到最佳功率密度时的发射功率阈值，如表4.1和4.2所示；高能激光斜程大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿的不稳定性的功率阈值和目标(焦平面)上达到最佳功率密度时的发射功率阈值比水平传输有显著提高；

④ 高能激光大气传输季节性差别较大，尤其是夏季比其它季节明显要差，然后是春季、秋季，冬季明显要好，这主要取决于大气吸收系数。

上述结果对高能激光大气传输工程应用及其可行性论证有一定的参考价值。

参考文献

- [1] V E Zuev, 激光大气传播, 中国工程物理研究院译, 1990
- [2] J W Strohbehn, Ed , Laser Beam Propagation in the Atmosphere, in Topics in Applied Physics, Vol.25,
- [3] F G Gebhardt, Nonlinear Propagation: Thermal Blooming, in IR/EO System Handbook, Vol.2, F G Smith, Ed.
- [4] R.K Tyson, Principles of Adaptive Optics, Academic Press Ltd. 1991
- [5] 王英俭,吴毅,龚知本, 大气湍流相干长度和Strehl比的统计特征, 光学学报, Vol 16,No 8,1996
- [6] 王英俭,吴毅,龚知本, 自适应光学直接斜率波前复原的仿真与误差分析 强激光与粒子束, Vol 8, No 3, 1996
- [7] 王英俭,吴毅,龚知本, 自适应光学系统的数值模型 强激光与粒子束, Vol 6, No 1, 1994
- [8] 吴毅,王英俭, 变形镜驱动器非线性响应的误差分析, 光学学报, Vol 15,No 1,1995
- [9] 吴毅,王英俭等, Turbulent Optical transform function Measurement with Hartmann and Single Aperture, 7th IRLC, 1994 7, Japan
- [10] 龚知本,吴毅,王英俭等 “激光大气传输湍流效应自适应光学位相补偿实验研究 鉴定报告”,1995,10,鉴定主持单位: 中国科学院
- [11]王英俭,龚知本, 高能激光聚焦光束热晕效应位相补偿研究,待发表
- [12]龚知本,王英俭,吴毅, 小尺度热晕不稳定性线性化普遍理论, 863-410研究报告, 1991
- [13]Enguehard, etal , SPIE Proc , Vol 1221, OE/LASE'90, p69-82
- [14]APS 报告, 定向能武器的科学与技术, 中国工程物理研究院译, 1987
- [15]吴毅,王英俭,龚知本,汪超,候再红, 热晕小尺度不稳定性研究 光学学报, Vol 14, No 8, 1994
- [16]王英俭,吴毅,汪超,候再红,龚知本, 风速及风向影响下的小尺度热晕不稳定性 强激光与粒子束, Vol 7, No 3, 1995
- [17]王英俭,吴毅,龚知本, 高能激光大气传输数值模拟四维模式 第二届全国激光科学技术青年学术交流会, 1993 6, 北京
- [18]Yingjian Wang, Yi Wu, Zhiben Gong, SPIE Proc , Image Propagation through Atmosphere, Denver'96, Vol 2828, 1996
- [19]王英俭,吴毅, 折叠式FFT算法对激光大气传输湍流效应的数值模拟 强激光与粒子束, Vol 4, No 4, 1992
- [20]D H Chambers,J A Viecelli,T J Karr, Turbulence Mixing effects in modeling of thermal blooming, SPIE, Vol 1221, 220:228
- [21]吴毅,王英俭, 哈特曼波前探测及波前校正的仿真与误差分析 光学学报, Vol 15, No.4, 1995
- [22]王英俭,吴毅,龚知本, 非线性热晕效应自适应光学位相补偿, 光学学报, Vol 15,No 10,1995

GB7713—87

A2. 学位论文

分类号 _____

密级 _____

UDC _____

编号 _____

学 位 论 文

激光大气传输及其位相补偿的

若干问题探讨

作 者 王英俭

指导教师姓名 龚知本 研究员 中国科学院安徽光机所

申请学位级别 博 士 专业名称 光 学

论文提交日期 1996年7月 论文答辩日期 1996年

学位授予单位和日期 中国科学院安徽光学精密机械研究所

答辩委员会主席 _____

1996年7月

摘要

激光大气传输产生的一系列线性和非线性效应，尤其是大气湍流效应、非线性热晕效应以及湍流热晕相互作用，将会导致激光束传输光束质量的严重退化，从而会对众多激光工程应用产生不利的影响。虽然激光大气传输及其自适应光学位相补偿问题的研究在理论和实验上都取得了很大进展，积累了大量有实际意义的可靠数据。但是，由于大气湍流的随机性及实际大气状态的复杂性，同时自适应光学系统又是一个多元闭环控制系统，因此，高能激光实际大气传输及其自适应光学位相补偿的研究不仅是非线性、随机的理论问题，同时又是与实际应用有关的复杂的系统工程问题，毫无疑问，仍然有大量问题有待深入研究，诸如下列问题：如何对大气湍流效应的自适应光学位相补偿效果这样一个随机问题更合理地进行定量评价、高能激光大气传输非线性热晕效应的自适应光学位相补偿效果与系统参数的关系及其不稳定性的阈值的定量分析、实际大气随机风场及风速切变对湍流热晕相互作用及其位相补偿不稳定性抑制作用的定量分析等等。另外，建立高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值计算模式并利用实际大气参数对高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿进行定量地计算分析，不仅是理论研究中的重要方面，也是对激光工程应用进行定量评价的重要环节。本文对激光大气传输及其自适应光学位相补偿的上述若干问题进行了实验和理论研究。第一章从激光大气传输基本方程组出发简要介绍激光大气传输的物理基础和自适应光学的基本原理，作为后续章节的基础；第二、三章分别介绍对激光大气传输湍流效应及其位相补偿、非线性整束热晕效应及其位相补偿、湍流热晕相互作用及其位相补偿若干问题的研究结果；第四章较详细地描述我们所建立的高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟四维模式的计算方法，并利用我国大气参数对高能激光实际大气传输综合效应及其位相补偿进行数值模拟分析。最后对全文做一小结。

ABSTRACT

Many effects, such as turbulence effects, nonlinear thermal blooming, will degrade the quality of laser beam as it propagate in/through the atmosphere. In this dissertation, several problems of laser beam propagation in the atmosphere as well as adaptive optics phase compensation for the turbulence effects, thermal blooming, turbulence and thermal blooming interaction have been studied experimentally and theoretically.

In chapter 1 , we give a simple introduction to the basic knowdge of optical properties of the atmosphere and equations of laser beam propagation in the atmosphere. The principle and system structure of adaptive optics are also introduced

The adaptive optics phase compensation for turbulence effects of laser beam propagation through the turbulence is studied experimentally and theoretically in chapter 2. The random characteristics of the turbulence coherent length and laser beam Strehl ratio is analyzed and their probability density functions are obtained by random function theory. The statistical method for experiment data analyses has also been proposed. The phase reconstruction error of the adaptive optics system and the nonlinear response error of the deformable mirror are also studied.

In the first part of chapter 3, the property of phase compensation for thermal blooming is analyzed by the thin lens approximation. The differences of thermal blooming effect between the focused and the collimated beam are discussed. The formulas of amplitude and phase fluctuation as well as the Strehl ratio for high energy laser beam propagating in the nonuniform atmosphere including random wind shear are given by using linearized theory in the second part of chapter 3. The results show that phase compensation for the small scale thermal blooming is effective only at the actuator numbers chosen properly, which is different from the case of the phase compensation applied to correct beam distortion due to pure turbulence effect. Results also indicate the fact that random wind shear will partly depress the instability, making the critical energy density higher for laser beam transmitting possibly through the atmosphere. However, in the real atmosphere, this critical intensity is still, in approximately one order, lower than that of phase compensation instabilities happening with whole beam thermal blooming. The small scale thermal blooming instability is studied experimentally in the third part. The results are in agreement with that obtained by numerically simulation.

A 4D numerical code has been set for simulating the turbulence effects, thermal blooming, turbulence and thermal blooming interaction as well as adaptive optics compensation for phase distortion of laser beam propagation in the atmosphere. In this program, the traditional nonadaptive coordinate transform for the focused Gassian beam propagation is modified for calculating different transmitting beams. A folding FFT treatment is put forward, in which high spatial frequency terms of turbulence are sampled and low spatial frequency terms are revised. Results show that the calculation speed and accuracy are both enhanced and the required computer memory is reduced. Hartmann-Shack wavefront sensor and the tilt-direct wavefront reconstructiion of adaptive optics system is numerically simulated. The details are introduced in chapter 4. By using the program and the atmospheric parameters, propagation of the focused high energy laser beam is calculated, the results are also discussed in chapter 4.

KEY WORDS: propagation, turbulence, thermal blooming, adaptive optics

激光大气传输及其位相补偿的若干问题探讨

目录

前言

第一章 激光大气传输及其自适应光学位相补偿的物理基础

1.1 大气的光学性质

1.1.1 大气吸收和散射

1.1.2 大气湍流光学特性的统计描述

1.2 激光大气传输基本方程组

1.2.1 激光大气传输方程

1.2.2 激光与大气的热相互作用能量方程

1.3 自适应光学位相补偿的基本原理

1.3.1 自适应光学基本原理

1.3.2 自适应光学系统的基本结构

1.3.3 自适应光学位相补偿中的误差

第二章 激光大气传输湍流效应及其位相补偿

2.1 综述

2.2 大气湍流相干长度及光束质量的概率统计描述

2.2.1 大气湍流相干长度的概率统计模型

2.2.2 Strehl比的概率统计模型

2.3 激光大气传输湍流效应位相补偿的误差分析

2.3.1 湍流效应自适应光学位相补偿波前复原误差的分析

2.3.2 变形镜非线性响应误差分析

2.4 激光大气传输湍流效应及其自适应光学位相补偿的实验研究

2.4.1 实验布局及参数测试方法

2.4.2 实验数据处理方法

2.4.3 结果讨论

2.4.4 聚焦激光束大气传输湍流效应位相补偿的实验研究

第三章 高能激光大气传输热晕效应和湍流热晕相互作用及其位相补偿的理论分析和实验研究

3.1 引言

3.2 非线性热晕效应及其位相补偿的物理分析

3.3 小尺度热晕不稳定性线性化理论

3.3.1 基本方程及其小扰动解

3.3.2 位相补偿下的Strehl比的普遍表达式

3.3.3 计算结果与讨论

3.4 小尺度热晕不稳定性模拟实验研究

3.4.1 实验布局及参数

3.4.2 结果讨论

第四章 激光大气传输数值模拟四维模拟程序及数值计算

4.1 引言

4.2 基本方程组

4.2.1 基本方程组及其坐标变换

4.2.2 大气湍流模型

4.2.3 自适应光学位相补偿系统

4.3 数值计算方法

4.3.1 传输方程的计算方法

4.3.2 能量方程的数值计算

4.3.3 湍流相屏的谱反演算法

4.3.4 随机风场的谱反演算法

4.3.5 自适应光学系统的仿真

4.4 热晕效应位相补偿的数值模拟分析

4.4.1 准直光束热晕效应位相补偿数值模拟研究

4.4.2 聚焦光束热晕效应位相补偿的数值模拟研究

4.5 聚焦光束大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿的数值计算分析

4.5.1 计算参数模式

4.5.2 计算结果分析

总结

附录

本人简历

前言

激光技术的众多应用均要涉及到激光的大气传输问题，如激光测距、定位、导航、遥感乃至激光武器等应用中需要定量评估大气对激光传输的影响；利用激光进行大气参数的测量，如大气汽溶胶、大气气体成份含量、大气风场等的测量，则将是直接利用激光的大气传输及其与大气相互作用的特性；同时，激光大气传输特性研究还应用于大气辐射、天文学领域等。因此，激光的大气传输特性研究具有非常重要的意义。

激光大气传输是研究激光在通过大气的过程中，大气与激光相互作用产生的一系列线性与非线性效应以及这些效应对激光在大气中传输的影响。线性效应主要包括：①大气密度分布的不均匀性导致激光束的折射；②大气气体分子和大气气溶胶粒子（包括云、雾、雨、霾）的吸收与散射；③大气湍流导致的激光束参数（振幅与位相等）的随机起伏，即所谓大气湍流效应。非线性效应内容十分广泛，只要激光辐射功率足够大，几乎所有的光和介质相互作用的非线性光学效应都可能在大气中产生。然而许多非线性效应都存在非常高的阈值条件，目前对激光大气传输非线性效应的研究主要包括：①高能激光大气传输非线性热畸变效应，又称热晕效应；②大气汽溶胶粒子的蒸发、破碎以及汽溶胶和大气气体的光学击穿效应；③高能激光大气传输受激散射效应。上述这些效应一般都不会单独表现，而往往是其中部分甚至全部共同对激光传输产生影响以及这些效应之间还会发生相互作用。但每一种效应有其独特的物理机制和特性，分别对每种效应的物理机制和特性进行研究是非常必要的，只有这样才能正确了解这些效应的综合作用及其相互作用的物理机制，建立合理的激光大气传输理论模式。

在高能激光大气传输过程中，就影响激光束的质量而言，大气湍流效应和非线性热晕效应有着非常突出的重要性。从理论上讲，只要大气对激光辐射存在吸收，非线性热晕效应实际上没有阈值条件。事实上，即使在大气窗口区，也存在大气的连续吸收以及大气汽溶胶的吸收。对于大气湍流效应而言，一方面光束位相的随机涨落严重破坏了激光束的相干性，另一方面大气湍流导致的光束振幅和位相的高空间频率（小尺度）涨落，在非线性热晕效应的作用下还将产生受激热散射即湍流热晕相互作用不稳定性即TTBI（又称小尺度热晕不稳定性）。研究表明，这种不稳定性将是高能激光大气传输最为严重的制约因素。

激光大气传输产生的一系列线性和非线性效应，尤其是大气湍流效应、非线性热晕效应以及湍流热晕相互作用，将会导致激光束传输质量的严重退化，从而会对众多激光工程应用产生不利的影响。大量研究工作者都在致力于研究回避、尽可能减小或补偿激光大气传输畸变的方法。1953年，Babcock提出了利用变形镜对激光大气传输湍流效应引起的位相起伏进行补偿的思想，近二十多年来，这一思想已得到突飞猛进的发展，成为一门新的科学技术即自适应光学。利用自适应光学技术对光波大气传输湍流效应进行位相补偿已达到实用化阶段。对高能激光大气传输非线性热晕效应以及湍流热晕相互作用进行位相补偿研究也取得了一定进展，但研究结果表明，在一定条件

下，非线性热晕效应以及湍流热晕相互作用的位相补偿将产生不稳定性即PCI，同时大气随机风场及风速切变对湍流热晕相互作用及其位相补偿不稳定性又将会产生抑制作用。线性化分析理论揭示了TTBI和PCI的物理规律，数值计算分析和实验研究也得到了一些基本结果。

激光大气传输及其自适应光学位相补偿问题的研究在理论和实验上都取得了很大进展，积累了大量有实际意义的可靠数据，众多文献综述和专著做了系统论述。但是，由于大气湍流的随机性及实际大气状态的复杂性，同时自适应光学系统又是一个多元闭环控制系统，因此，高能激光实际大气传输及其自适应光学位相补偿的研究不仅是非线性、随机的理论问题，同时又是与实际应用有关的复杂的系统工程问题。毫无疑问，仍然有大量问题有待深入研究，诸如下列问题：如何对大气湍流效应的自适应光学位相补偿效果这样一个随机问题更合理地进行定量评价、高能激光大气传输非线性热晕效应的自适应光学位相补偿效果与系统参数的关系及其不稳定性的阈值的定量分析、实际大气随机风场及风速切变对湍流热晕相互作用及其位相补偿不稳定性抑制作用的定量分析等等。另外，建立高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值计算模式并利用实际大气参数对高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿进行定量地计算分析，不仅是理论研究中的重要方面，也是对激光工程应用进行定量评价的重要环节。本文对激光大气传输及其自适应光学位相补偿的上述若干问题进行了实验和理论研究。第一章从激光大气传输基本方程组出发简要介绍激光大气传输的物理基础和自适应光学的基本原理，作为后续章节的基础；第二、三章分别介绍对激光大气传输湍流效应及其位相补偿、整束非线性热晕效应及其位相补偿、湍流热晕相互作用及其位相补偿若干问题的研究结果；第四章较详细地描述我们所建立的高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟四维模式的计算方法，并对高能聚焦激光实际大气传输综合效应及其位相补偿进行数值模拟分析。最后对全文做一小结。

第一章 激光大气传输及其自适应光学位相补偿的物理基础

§ 1.1 大气的光学性质

研究激光在大气中传输，必须了解作为传输介质的大气的光学性质。决定大气光学性质主要有三个要素[1]：大气气体、汽溶胶、空气流动的不均匀性即湍流。本节简要介绍与本文有关的大气的光学性质的主要参数及其对激光传输的影响。

1.1.1 大气吸收和散射

当光波在大气中传输时，大气气体分子和汽溶胶将对光波产生吸收和散射。大气气体分子对激光的吸收存在着强烈选择性。由于激光的高单色性，对激光大气吸收谱线的准确测量提出了极其严格的要求。在高能激光大气传输中，由于大气吸收激光能量加热大气将导致非线性热晕效应，对激光大气吸收的定量测量和计算不仅关系到对激光能量衰减的定量计算，而更重要的是直接影响到对非线性热晕效应的定量评估。因此，高分辨大气吸收光谱的研究在强激光大气传输研究及工程应用中显得尤为重要，例如寻找吸收系数尽可能小的大气微窗口；定量确定大气分子吸收谱线参数，包括线位置、线型、线强；大气的连续吸收问题等。另外，汽溶胶谱分布、数密度、化学成份及其虚折射指数的定量测量也将直接关系到汽溶胶吸收引起的热晕的定量分析。

激光在大气中传输的散射效应也包括两方面即大气气体散射和汽溶胶的散射。对于气体分子散射的研究相当成熟，其散射系数可通过Rayleigh散射理论进行计算。至于大气汽溶胶的散射，相对而言要复杂得多，如多次散射和非球形粒子的散射问题。但目前主要还是通过Mie氏散射理论计算汽溶胶的吸收和散射系数。利用Mie氏散射理论，主要依赖下列两个假定：①汽溶胶粒子相互独立，因此大气汽溶胶对光波的总体吸收和散射是由单个粒子的吸收和散射的线性迭加；②汽溶胶粒子取向的随机分布假定，这样可将非球形粒子与平均尺度相同的球形粒子等效。除在研究散射光的偏振特性和后向散射问题时，该假定在大多数情况下是合理的[1]。

在一定条件下，高能激光大气传输中还将产生非线性光谱效应和受激散射效应，本文仅限于讨论线性效应，即大气气体吸收激光能量直接转换成热能；汽溶胶吸收激光能量使汽溶胶升温并通过热传导加热大气，精确的分析十分困难[1]，其对大气的加热作用一般情况下可用等效吸收系数来计算[2]。这样，单位体积大气吸收激光能量为

$$E(z) = \alpha I(z) \quad (1.1)$$

其中， $\alpha = \alpha_a + \alpha_{par}$ ， α_a 为气体吸收系数，通过对给定激光波长的所有吸收线进行逐线积分计算。 α_{par} 为汽溶胶的等效吸收系数，I为光强。吸收和散射对激光的衰减一般用Beer定理描述，其微分形式为

$$dI(z) = -\alpha_t(z) dz \quad (1.2)$$

式中， $\alpha_t = \alpha_a + \alpha_{as} + \alpha_{pa} + \alpha_{ps}$ ， α_{as} 为大气气体的散射系数， α_{pa} 为汽溶胶的实际吸收系

数， α_{ps} 为气溶胶的散射系数。

1.1.2 大气湍流光学性质的统计描述

根据流体力学分析，大气几乎总处于湍流状态。空气的湍流运动是由许多大小不同的涡流随机运动组成，其尺度大致可分为三个区域：能量区($r > L_0$)、惯性区($l_0 < r < L_0$)和耗散区($r < l_0$)。 L_0 叫湍流外尺度，它取决于气流的整体流动。 l_0 为湍流内尺度，在 $r < l_0$ 区域内，流体粘性力起决定性作用，造成大气小涡流的动能耗散，因此尺度 $r < l_0$ 的区域称为耗散区；而在 $l_0 < r < L_0$ 范围内，湍流运动决定于惯性力，并由整体气流不断获得外能源，动能由较大涡流不断向较小涡流转变而保持着湍流运动状态，因此该区域称为惯性区。在近地面层 L_0 大约等于观测点的高度，可能存在的更大涡流可看作整体流动的变化；在近地面层内尺度 l_0 大约在1—10毫米左右。由于大气不同温度气团(涡流)的混合形成了大气温度场的随机不均匀性，大气温度场的随机涨落则是大气折射率脉动的主要因素。在随机不均匀介质中，随机场的涨落特征通常采用统计方法描述。折射率随机场 $n_t(r)$ 的结构函数为

$$D_n(\bar{r}) = \langle [n_t(\bar{r}_1 + \bar{r}) - n_t(\bar{r}_1)]^2 \rangle \quad (1.3)$$

式中角括号 $\langle \rangle$ 表示求统计平均。根据Kolmogorov的假定，在惯性区内(即 $l_0 < r < L_0$)，大气湍流为充分发展的局地均匀各向同性湍流，其折射率结构函数满足 $2/3$ 次方定律[3]

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3} \quad (l_0 < r < L_0) \quad (1.4)$$

C_n^2 称为折射率结构常数。结构函数 $D_n(r)$ 通常可用折射率随机场的三维谱 $\Phi_n(\kappa)$ 来表示，在局地均匀各向同性介质情况下，有[3]

$$D_n(r) = 2 \int_0^\infty \Phi_n(\bar{\kappa}) [1 - \exp(-i\bar{\kappa} \cdot \bar{r})] d^3 \bar{\kappa} = 8\pi \int_0^\infty \kappa^2 \Phi_n(\kappa) (1 - \sin \kappa r / \kappa r) d\kappa \quad (1.5)$$

在惯性区内，折射率起伏的三维谱满足Kolmogorov谱[3]

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \quad (\kappa_0 < \kappa < \kappa_m) \quad (1.6)$$

式中， $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ， $\kappa_m = 5.92/10$ 。在实际应用中，考虑到 $\kappa < \kappa_m$ 和 $\kappa > \kappa_0$ 范围内Kolmogorov谱的偏差和计算的方便，通常要对低频和高频进行修正[4]

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \Phi_0(\kappa/\kappa_0) \kappa^{-11/3} \Phi_m(\kappa/\kappa_m) \quad (1.7a)$$

$\Phi_m(\kappa/\kappa_m)$ 广泛采用下面这种模型

$$\Phi_m(\kappa/\kappa_m) = \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2) \quad (1.7b)$$

而 $\Phi_0(\kappa/\kappa_0)$ 一般采用Von-Karman模型

$$\Phi_0(\kappa/\kappa_0) = (1 + \kappa_0^2/\kappa^2)^{-11/6} \quad (1.7c)$$

在实际讨论问题中，还经常用到折射率起伏的相关函数 $B_n(r)$ ，

$$B_n(r) = \langle n_t(r_1 + r) n_t(r_1) \rangle \quad (1.8)$$

相关函数与结构函数及湍流三维谱的关系如下：

$$D_n(r) = 2B_n(0) - 2B_n(r) \quad (1.9a)$$

$$B_n(r) = 4\pi \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) \frac{\sin \kappa r}{\kappa r} \kappa^2 d\kappa \quad (1.9b)$$

由以上讨论可见，在满足Kolmogrov湍流条件下，大气折射率涨落的统计特征可由折射率结构常数 C_n^2 唯一确定。大量实验测量结果表明，大气湍流存在一惯性区很好地满足Kolmogrov湍流。至于实际大气中的 C_n^2 ，已有大量的测量数据以及由此得到的一系列半经验模型，在此不一一列举。

§ 1.2 激光大气传输基本方程组

激光大气传输方程组包括光波传输方程及激光与大气的热相互作用方程(即流体力学方程)，本节将简要介绍激光大气传输方程组及其几种近似处理方法。

1.2.1 激光大气传输方程

激光大气传输由介质中传播的电磁波Maxwell方程描述。考虑到实际大气的下列性质，1)介电常数按时间涨落的特征频率远小于电磁场的振动频率；2)大气为非导体，无外电荷；3)忽略退极化波。则光波大气传输方程由下列标量波动方程描述：

$$(\nabla^2 + k^2 n^2) \phi(r, t) = 0 \quad (1.10)$$

式中， $k=2\pi/\lambda$ ， n 为大气折射率， $n=n_0+n_t+n_b$ ， $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ， $n_0 \approx 1.0$ ， n_t ， n_b 分别为大气湍流和大气吸收激光能量加热引起的折射率扰动。一般情况下， n_t ， $n_b \ll n_0$ ，而且大气扰动的空间尺度远大于波长，可忽略后向散射波，并以 z 方向为光传输方向，则方程(1.10)变为

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} \phi(r, z, t) + \nabla_{\perp}^2 \phi(r, z, t) + k^2 \left(\frac{n^2}{n_0^2} - 1 \right) \phi(r, z, t) = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{n^2}{n_0^2} - 1 = 2(n_t + n_b) = 2\delta n \quad (1.12)$$

其中， $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 。此即为广泛采用的抛物型方程(标量波动方程的近轴近似)。在讨论激光大气传输湍流效应和热晕效应中，方程(1.10)和(1.11)均不可能得到严格的解析结果，一般都要基于小扰动条件进行近似求解或数值计算求解。这里简要介绍几种常用的近似求解方法及其适用范围。

① 平滑扰动法

简单的小扰动方法一般不能够正确地描述激光的大气传输，这里不做讨论。平滑扰动法在分析光波大气传输湍流效应中被广泛采用[3,4]。其基本方法是令

$$\phi(r) = \exp[-i\psi(r)] \quad (1.13)$$

$\psi(r) = \ln A(r) + iS(r)$ 为光场的复振幅。将上式代入方程(1.10)得到复振幅方程为

$$\nabla^2 \psi + (\nabla \psi)^2 + k^2 n^2 = 0 \quad (1.14a)$$

令 ψ_0 ， ψ_1 分别为均匀介质中的复振幅和扰动复振幅，得到

$$\nabla^2 \psi_0 + (\nabla \psi_0)^2 + k^2 n_0^2 = 0 \quad (1.14b)$$

$$\nabla^2 \psi_1 + 2\nabla\psi_0 \nabla\psi_1 + (\nabla\psi_1)^2 + k^2 (n^2 - n_0^2) = 0 \quad (1.14c)$$

一般只能得到方程(1.14c)一阶近似解

$$\psi_1(r) = \frac{2k^2}{\phi_0(r)} \int G(r, r') \phi_0(r') \delta n(r') dr' \quad (1.15a)$$

$G(r, r')$ 为Green函数

$$G(r, r') = \frac{1}{4\pi|r - r'|} \exp(-ik|r - r'|) \quad (1.15b)$$

这样可得到对数据幅和位相起伏分别为

$$s = \operatorname{img}(\psi_1) \quad (1.16a)$$

$$\chi = \ln \frac{A}{A_0} = \operatorname{Re}(\psi_1) \quad (1.16b)$$

利用平滑扰动法求对数据幅起伏的适用条件为

$$\sigma_\chi^2 = \langle (\chi - \langle \chi \rangle)^2 \rangle \leq 0.4 \quad (1.17)$$

而位相起伏的一阶近似的适用范围很大，即使条件(1.17)不满足也能够得到S的正确结果[4]。

② 几何光学近似

几何光学近似求解波动方程在分析激光大气传输中也常常采用，尤其是在对非线性热晕效应的研究中。另外将几何光学近似得到的位相与扩展的惠更斯—费涅耳原理相结合即所谓惠更斯—基尔霍夫位相近似法在激光大气传输湍流效应的研究中得到广泛应用。令

$$\phi(r) = I^{1/2} \exp(iks) \quad (1.18)$$

代入(1.10)，得到下列程函方程和振幅迁移方程

$$(\nabla s)^2 + \frac{1}{k^2} \nabla I^{1/2} - n^2 = 0 \quad (1.19a)$$

$$\nabla^2 s + 2\nabla I^{1/2} \nabla s = 0 \quad (1.19b)$$

方程(1.9)通常只能进行一阶近似求解。对位相起伏，采用特征线法

$$s - s_0 = \int n(r) dr \quad (1.20)$$

而对振幅起伏，则利用近轴近似下的振幅迁移方程

$$\frac{\partial \ln I}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 s + \frac{1}{I} \nabla_{\perp} I \nabla_{\perp} s = 0 \quad (1.21)$$

其一阶近似解为

$$I(z) = \exp\left(-\int_0^z (\nabla_{\perp} + \frac{1}{I_0} \nabla_{\perp} I_0) \int_0^z \nabla_{\perp} n(r, z') dz' dz\right) \quad (1.22)$$

这显然要求振幅起伏要较小。同时，几何光学近似还受到瑞利距离的限制即

$$L < l^2 / \lambda \quad (1.23)$$

式中L为传输距离，l表示介质的不均匀特征尺度。但是大量研究表明，(1.20)式能够描

述传播条件相当大变化范围时的位相涨落^[4]。

③ 扩展的惠更斯—费涅耳原理

将均匀介质中的惠更斯—费涅耳原理推广到平滑非均匀介质中即为扩展的惠更斯—费涅耳原理，在众多文献中都有详细论述^[4]。这里仅做简单介绍。将(1.13)写成如下形式

$$\phi(r) = \phi_0(r) \exp[-\psi_1(r)] \quad (1.24)$$

$\phi_0(r)$ 为均匀介质中的光场函数， $\psi_1(r)$ 为光场扰动复振幅，同样满足方程(1.14c)。利用惠更斯—费涅耳原理可以得到

$$\phi(\bar{r}) = \frac{\exp(-ikz)}{i\lambda z} \iint \phi_0(\bar{r}', z=0) \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\bar{r}-\bar{r}') + \psi_1(\bar{r}, \bar{r}')\right] d\bar{r}' \quad (1.25)$$

直接由方程(1.14c)求 $\psi_1(r)$ 显然是困难的，若忽略 $(\nabla\psi_1)^2$ 项则可得到与平滑扰动一致的结果。如果假定传输过程中位相起伏比振幅起伏大得多^[3]，则(1.24)式中的 $\psi_1(r)$ 可近似地用位相起伏代替，即

$$\psi_1(r) = is(r) \quad (1.26)$$

并采用几何光学一阶近似和近轴近似求解位相起伏

$$s = k \int_0^z \delta n[z, \bar{r} + (\bar{r} - \bar{r}')z/z] dz' \quad (1.27)$$

代入方程(1.25)得到

$$\phi(\bar{r}) = \frac{\exp(-ikz)}{i\lambda z} \iint \phi_0(\bar{r}', z=0) \exp\left\{\frac{ik}{2z}(\bar{r}-\bar{r}') + ik \int_0^z \delta n[z, \bar{r} + \frac{z(\bar{r}-\bar{r}')}{z}] dz'\right\} d\bar{r}' \quad (1.28)$$

上式即为惠更斯—基尔霍夫位相近似法，该方法应用范围很广，在较大的传输条件变化范围内得到了与实验观测一致的结果^[4]。

④ 数值模拟方法

由于高速计算机的应用，利用数值计算方法对激光大气传输湍流效应进行模拟研究得到了很快的发展。尤其是结合自适应光学位相补偿系统的仿真，不仅可对激光大气传输位相补偿进行数值模拟研究，同时还为自适应光学系统的设计及优化提供参考依据。目前对光波大气传输湍流效应的仿真通常采用位相屏方法，通过位相起伏功率谱进行付立叶反变换得到湍流位相屏。最近已开始利用分形方法产生湍流位相屏的研究。

1.2.2 激光与大气热相互作用方程

当激光在吸收大气中传输时，大气气体分子和气溶胶吸收激光能量导致激光传输路径上温度的变化，从而使大气密度和折射率相应发生改变，这将使传输光束发生扩展、畸变，这就是激光与大气的热相互作用产生的热畸变效应，也称为热晕效应。激光与大气的热相互作用的大气流体力学方程在文献[5][6]中已有详细讨论。这里我们不讨论动力致冷效应，而且一般情况下，大气吸收激光能量产生的温度变化较小，可对流体力学方程进行线性化处理，从而可以得到[5,6]:

$$(\nabla_{\perp}^2 - \frac{1}{c_s^2} D^2) D n_b = -\frac{\mu_t}{\rho c_p} \alpha_t \nabla_{\perp}^2 I(r, z) + \eta \nabla_{\perp}^2 (\nabla_{\perp}^2 n_b) \quad (1.29)$$

式中, c_s 为声速, $\mu_t = \left| \frac{dn}{dT} \right|$ 为折射率随温度的变化率, ρ , c_p , η 分别为大气密度、等压比热和空气导热系数。算符 $D = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla_{\perp}$, \bar{V} 为大气风速。一般情况下, $|\bar{V}| \ll c_s$, 方程 (1.29) 可进一步简化为

$$(\nabla_{\perp}^2 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) D n_b = -\frac{\mu_t}{\rho c_p} \alpha_t \nabla_{\perp}^2 I(r, z) + \eta \nabla_{\perp}^2 (\nabla_{\perp}^2 n_b) \quad (1.30)$$

方程(1.30)仍然较复杂, 通常根据大气的热输运过程的特征时间和激光的作用时间(即脉宽) t_p 的关系, 将激光与大气的热相互作用简化为下列典型的模型:

(1) 脉冲光束瞬态热晕效应: $t_p \ll t_v = D_0 / |\bar{V}|$, D_0 为光束直径, t_v 为风场渡越光束时间, 同时可以忽略热传导的作用, 这样有

$$(\nabla_{\perp}^2 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \frac{\partial}{\partial t} n_b = -\frac{\mu_t}{\rho c_p} \alpha_t \nabla_{\perp}^2 I(r, z) \quad (1.31a)$$

对上式可分两种特征条件进行分析, 即短脉冲光束热晕($t_p \ll t_s$) 和长脉冲热晕($t_p \gg t_s$), 这里 $t_s = D_0 / c_s$, 称为声速渡越时间。

$$n_b(r) = \frac{t_p^3 c_s^2 \mu_t}{3! \rho c_p} \alpha_t \nabla_{\perp}^2 I(r) \quad (t_p \ll t_s) \quad (1.31b)$$

$$n_b(r) = -\frac{\mu_t}{\rho c_p} \alpha_t t_p I(r) \quad (t_p \gg t_s) \quad (1.31c)$$

(2) 等压近似: $t_p \sim t_v$, $t_p \gg t_s$, 此时可忽略气体压力变化导致的声波的作用, 从而可得

$$(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla_{\perp}) n_b - \eta \nabla_{\perp}^2 n_b = -\frac{\mu_t}{\rho c_p} \alpha_t I(r, z) \quad (1.32)$$

在 $t \gg t_v$ 时即为所谓的稳态热晕效应。(1.31c) 式同样满足等压近似条件, 当 $t_p \ll t_v$ 时, 由 (1.32) 式同样可得(1.31c)。我们所关心的高能激光大气传输非线性热晕效应大多数能够满足等压近似, 本文以后将主要讨论(1.32)式。

§ 1.3 自适应光学位相补偿的基本原理

大气湍流引起的遥远天体的闪烁一直是天文观测中不可避免的难题, 即使建在高山上天文望远镜的能力也受到大气湍流效应的严重制约。“哈勃太空望远镜的发射表明了天文学家为回避湍流决心要达到的高度”。1953年 Babcock [7] 提出了实时探测光束的位相畸变信息, 控制光学系统光路上的变形反射镜产生共轭的畸变位相, 抵消传输光束的位相畸变, 改善天文观测成像质量的思想, 即自适应光学技术。但直到近二十年来, 由于军事上为了改善激光束大气传输质量使之更集中地聚焦于远处目标和用于提

高对敌方目标的图像识别的清晰度两个方面的需要，自适应光学技术才得到快速发展。许多基础性理论和实验研究证实了自适应光学补偿大气湍流效应的可能性。在自适应光学系统从实验室走向应用的同时，许多新概念、新技术仍在不断涌现，如高性能变形镜、新的波前探测器、复杂的高速波前处理算法等等。为对自适应光学系统的设计提供参考数据，并改善自适应光学系统的性能使之达到最佳使用效果，对自适应光学系统进行数值仿真是自适应光学研究的重要手段。同时，结合激光大气传输的数值模拟计算，可以对激光大气传输湍流效应、非线性热晕效应的自适应光学位相补偿的基本规律进行深入的定量化研究。本文首先简要描述自适应光学的基本原理和系统结构，并对大气湍流效应的自适应光学校正的基本问题做简要总结。

1.3.1 自适应光学基本原理

自适应光学位相补偿技术是基于光波的位相共轭原理。我们利用成像光学系统进行简单分析。如图1.1所示，P处的一束光波经扰动介质传输到A-面，根据Hugens-Fresnel原理可知

$$U_{A-} = \frac{i \exp(-ikL)}{\lambda L} \iint U_p \exp\left(-\frac{ikr_p^2}{2L} + ik\psi_t\right) d\bar{p} \quad (1.33)$$

若在A处对光束施加一位相，则

$$U_{A+} = \frac{i \exp(-ikL)}{\lambda L} \exp(-ik\psi_c) \iint U_p \exp\left(-\frac{ikr_p^2}{2L} + ik\psi_t'\right) d\bar{p} \quad (1.34)$$

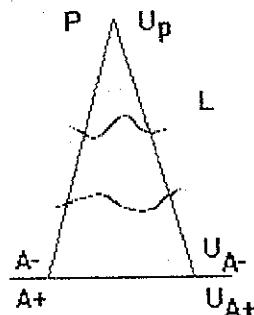


图1.1 光波传输示意图

对于任意的扰动位相和边界条件，方程(1.34)没有严格分析解。若假定扰动介质是位于A处附近的一薄板，而且光束足够宽，可利用几何光学近似将扰动位相项提到积分号外，即

$$U_{A+} = \frac{i \exp(-ikL)}{\lambda L} \exp[-ik(\psi_c - \psi_t)] \iint U_p \exp\left(-\frac{ikr_p^2}{2L}\right) d\bar{p} \quad (1.35)$$

当 $\psi_c = \psi_t$ 时，与无位相扰动情况下P处光束传输到A+的结果一致。从上述两个假定条件可知，自适应光学位相校正存在下列两个基本限制，其一，若扰动位相不能精确地确

定，从而仍然存在剩余位相扰动；其二，当几何光学近似不能满足时即扰动位相产生的衍射不能忽略，此时(1.35)式显然不成立。同时由于位相起伏造成的振幅起伏是不能补偿的。对第一种限制将在1.3.3节中讨论。第二种限制是对自适应光学的根本限制，此时自适应光学将不能校正光束位相畸变，这在许多应用中是不可避免的，如高空大气湍流、强激光大气传输中高空气溶胶和臭氧吸收产生的非线性热晕效应。目前对此只能回避即能校正多少就校正多少。有人建议采用分层校正的办法即将扰动介质分成若干能等效成薄透镜的薄层，将位相校正器放在该层内，该方法还可以减小非等晕效应的影响，但实际工程难度不可逾越；另一种办法就是采用非线性光学复共轭技术，该方法可以克服上述两个限制，但是也存在着许多其它问题，这不属于本文讨论范围，不再多述。

1.3.2 自适应光学系统的基本结构

由上述分析可以看到，自适应光学位相补偿需要探测、处理位相畸变信息，并将扰动位相施加到光束上。因此，自适应光学系统要由三部分组成：

- ① 波前探测器：用于探测光束波前畸变信息。由于位相起伏的不确定性，一般不可能直接探测位相，而是测量波前斜率或者曲率。波前测量有模式法和区域法两种方法，模式法只能用于测量低阶像差，如整体倾斜和离焦。对于高阶像差，通常将光束分成若干子区(子孔径)，然后测量每个子孔径上的波前倾斜。目前最常用的波前测量仪为剪切干涉仪和Hartmann-Shack波前传感器。
- ② 波前处理及控制系统：波前处理及控制系统的功能是将波前探测器得到的波前畸变信息通过处理控制算法得到控制信号，驱动波前校正器进行波前复原。
- ③ 波前校正器，即变形反射镜DM和倾斜镜TM。由于光束的整体倾斜通常都较大，所以目前自适应光学系统中大都采用倾斜镜对其进行校正，从而可降低对变形镜变形量的要求，另外还可克服变形镜对整体倾斜复原精度较低的缺点。

对于不同的用途，自适应光学系统结构有所不同。光波大气传输自适应光学位相校正系统大致可分为两大类：成像自适应光学系统和激光发射自适应光学系统。

① 成像自适应光学系统

成像自适应光学系统主要用于地基天文望远镜。如图1.2所示，目标光或与目标光接近同光路的参考光即信标经大气传输进入接收望远镜，经倾斜镜TM、变形镜DM和分束镜反射到波前探测器探测波前畸变信息，送入处理系统得到控制信号驱动IM、DM进行波前复原，这样使得来自目标并透过分光镜进入成像系统的光束波前畸变得到补偿，从而改善成像质量。

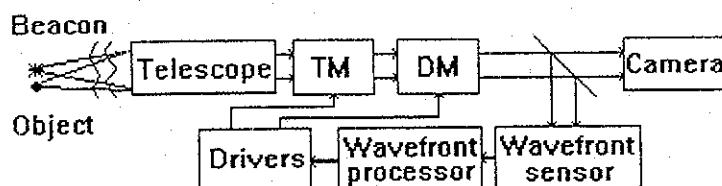


图1.2 成像自适应光学系统示意图

② 激光发射自适应光学系统

激光发射自适应光学系统用于校正激光大气传输位相畸变以改善光束到达目标上的光斑质量。该系统必须有一位于目标(或附近)处的参考光，如图2.3所示。波前传感器实时探测信标光波前畸变，由波前处理器得到控制信号驱动TM、DM进行波前复原，当主激光(即发射光束)通过TM、DM时，即在光束上施加了与信标光共轭的畸变位相，从而对主激光通过与信标同光路传输时产生的位相畸变得到预补偿，达到改善光束质量的目的。

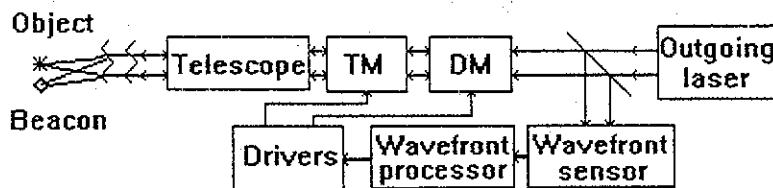


图1.3 激光发射自适应光学系统示意图

1.3.3 自适应光学位相补偿中的误差

自适应光学系统对光束波前畸变的校正存在一系列误差，目前认为主要有以下几种误差^[8]：

- ① 波前探测误差，这主要来源于信标光不够强造成的低信噪比误差，当波前畸变超过探测器的空间动态范围时同样也会带来误差。
- ② 波前复原误差，这是因为自适应光学系统波前校正器通常是有限单元的变形镜，其对光束位相畸变的拟合能力是有限的，或者将自适应光学系统看作是高通滤波器，位相起伏的高空间频率成份是不能校正的，从而必然存在一定误差即所谓波前复原误差。
- ③ 控制误差或称有限带宽误差，除光学系统的静态相差之外，一般情况下光束位相扰动是动态变化的，自适应光学系统要进行波前测量、波前复原和控制运算，硬件系统存在一定的响应时间，因此必然存在一定误差即有限带宽误差。
- ④ 非等晕性误差，在自适应光学系统用于校正光波大气传输波前畸变时，由于信标光源与实际目标不在同一位置，或者是运动目标及大气风场等因素导致信标光束与实际补偿的光束传输通道不同或所通过的传输介质不同，这样测量的信标光波前与将要补偿的光束波前间存在差别，这就是所谓的非等晕性误差。
- ⑤ 其它误差，如变形镜驱动器的线性动态范围是有限的，当位相畸变量超过这一范围时，必然会给位相补偿带来一定误差。

由于自适应光学系统仅校正光束位相畸变，振幅起伏误差是不能消除的，因此，除上述波前误差外，自适应光学位相补偿还要受到振幅起伏的影响。上述这些误差将对激光大气传输湍流效应的自适应光学位相补偿产生不同程度的影响，其定量描述将在第二章讨论。

参考文献

- [1] V E Zuev, 激光大气传播, 中国工程物理研究院译, 1990
- [2] R L Armstrong, J Appl Phys , Vol 56, p2142-2153, 1984
- [3] V I Tatarski, 湍流大气中的波传播理论, 温景嵩等译, 科学出版社, 1978
- [4] V E Zuev, 湍流大气光学, 中国工程物理研究院译, 1993
- [5] J W Strohbehn, Ed , Laser Beam Propagation in the Atmosphere,
in Topics in Applied Physics, Vol 25
- [6] 龚知本, 大气光学研究报告集, 安徽光机所, 1978
- [7] H W Babcock, Publ. Astron. Soc. Pac , Vol 65, 1953
- [8] R K Tyson, Principles of Adaptive Optics, Academic Press Ltd 1991

第二章 激光大气传输湍流效应及其位相补偿

§ 2.1 综述

当激光在大气中传输时，大气湍流造成光束振幅和位相的起伏，导致光束强度闪烁、光斑扩展、激光束相干性的下降等，统称为湍流效应。根据Kolmogorov湍流统计理论，利用平滑扰动方法对平面波和球面波大气传输湍流效应已进行了详细研究，得到了弱湍流效应下的对数振幅起伏方差为[1]

$$\sigma_x^2 = 0.157 N_T^{-5/6} \quad (2.1)$$

其中 N_T 为湍流扰动 Fresnel 数， $N_T = r_0^2 / \lambda L$ ， L 为传输距离， r_0 为湍流横向相干长度[2]，球面波传输情况下为

$$r_{0s} = [0.423k^2 \int_0^L c_n^2(z) (z/L)^{5/3} dz]^{-3/5} \quad (2.2a)$$

对平面波传输而言则为

$$r_{0p} = [0.423k^2 \int_0^z c_n^2(z) dz]^{-3/5} \quad (2.2b)$$

由于小扰动理论的限制，(2.1)式只能在 $\sigma_x^2 < 0.4$ 的范围内成立。在强湍流效应情况下，振幅起伏将出现饱和效应[1]，本文不讨论这一问题。光束位相起伏通常用结构函数来描述，利用惠更斯-基尔霍夫位相近似法可得到光束位相起伏结构函数为[2]

$$D_s(\rho) = 6.88(\rho/r_0)^{5/3} \quad (2.3)$$

式中， ρ 为波面(垂直传输方向上)两点间的距离，相干长度 r_0 在球面波和平面波情况下分别由(2.2a)和(2.2b)计算。在讨论激光大气传输时，通常用光束 Strehl 比来描述光束质量，一般较常采用的有两种定义，一种是光束远场轴上光强与其衍射极限之比(聚焦光束传输时即为焦平面上中心光强与其衍射极限之比)；另一种是光束远场(焦平面上)爱理斑内的环围能量与其衍射极限之比，这两种定义本质上是一致的，只是在理论分析中采用第一种定义较为方便，而第二种定义则更有实际意义。根据第一种定义，光束质量因子 Strehl 比由下式计算[3]

$$S = \iint d\bar{\rho} A_p(\bar{\rho}) A_t(\bar{\rho}) \quad (2.4)$$

式中， $A_p(\rho)$ ， $A_t(\rho)$ 分别为激光发射系统传递函数和大气传递函数。 $A_p(\rho)$ 决定于发射孔径及发射光场分布； $A_t(\rho)$ 决定于大气，根据扩展的惠更斯-费涅耳近似，可以得到[3]

$$A_t(\bar{\rho}) = \exp[-D_x(\bar{\rho})/2 - D_s(\bar{\rho})/2] \quad (2.5)$$

当光束位相起伏较小时，由(2.4)式可以得到

$$S = \exp(-\sigma_x^2 - \sigma_\psi^2) \quad (2.6)$$

在激光实际湍流大气传输中，如果没有位相补偿，通常需要用(2.4)式计算光束 Strehl 比，而在位相补偿下，可以利用(2.6)式计算光束 Strehl 比。

在第一章已简要介绍了激光大气传输自适应光学位相补偿中，光束波前误差有多种影响因素，即波前探测误差 σ_{sen}^2 、波前复原误差 σ_{fit}^2 、系统有限带宽误差 σ_{trap}^2 、非

等晕性误差 σ_{iso}^2 ，变形镜非线性响应误差 σ_{non}^2 等。通常认为这些误差是统计独立的即满足如下关系[4]

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_{sen}^2 + \sigma_{fit}^2 + \sigma_{tmp}^2 + \sigma_{iso}^2 + \sigma_{non}^2 \quad (2.7)$$

下面简要介绍激光大气传输湍流效应自适应光学位相补偿中的波前探测误差、控制误差和非等晕误差，对于波前复原误差 σ_{fit}^2 和变形镜非线性响应误差 σ_{non}^2 ，将在第三节中详细讨论。

(1) 波前探测误差

波前探测误差主要来源于波前探测器的噪声。理论分析表明，波前探测误差反比于探测器信噪比的平方，即

$$\sigma_{non}^2 = K_s (SNR)^{-2} \quad (2.8)$$

式中， K_s 为定标因子， SNR 为信噪比。

(2) 波前控制误差

将自适应光学系统看成一滤波系统，从而其控制误差可表示为

$$\sigma_{tmp}^2 = \int_0^\infty |1 - H(f, f_c)|^2 F(f) df \quad (2.9)$$

式中， $H(f, f_c)$ 为系统滤波函数， f_c 为系统控制带宽， $F(f)$ 为湍流起伏时间功率谱。对 Kolmogorov 湍流而言，采用 RC 滤波对自适应光学系统的传递函数进行仿真，可得到波前控制误差为[4]

$$\sigma_{tmp}^2 = (f_t / f_c)^{5/3} \quad (2.9)$$

式中， f_t 为大气湍流起伏特征频率，它取决于大气湍流强度和大气平均风速。对均匀风速而言，有

$$f_t = 0.4 V_\perp / r_0 \quad (2.10)$$

其中， V_\perp 表示垂直光束传输方向上的平均风速。

(3) 非等晕性误差

非等晕性误差是由于信标光与主激光传输路径不同而引起的。当信标光与主激光传输路径之间有一夹角 θ 时而导致的非等晕误差称为角非等晕性误差。理论分析表明，当 $\theta/\theta_0 \ll D_0/r_0$ 时，有

$$\sigma_{bs}^2 = (\theta/\theta_0)^{5/3} \quad (2.11)$$

其中， D_0 为发射孔径， θ_0 为等晕角

$$\theta_0 = [2.91 k^2 \int_0^L z^{5/3} c_n^2(z) dz]^{-5/3} \quad (2.12)$$

L 为传输距离。

§ 2.2 大气湍流相干长度和光束质量 Strehl 比的概率统计描述

光波在大气中传输的湍流效应通常用大气相干长度来描述。众所周知，根据传统定义，大气相干长度是描述特定平稳随机过程或具有平稳增量随机过程的湍流状态平均强度即满足各态历经定理条件下的系综量。然而，实际大气湍流是局地均匀各向同

性的，只能在较短的时间尺度内才维持平稳性，对其特征参数测量的统计时间尺度也是有限的而且通常是较难以满足各态历经定理的。另一方面，在许多实际工程应用中，有时也常常仅关心较短时间内大气湍流状态及激光大气传输特性。实验表明，在不满足各态历经定理条件下对实际大气及室内湍流模拟池中的横向相干长度及光束传输湍流效应特征参量(如Strehl比)等的测量结果均仍表现为随机性。但在以往的研究工作中，对这种随机性没有进行更深入的物理分析，而仅仅用平均量来描述光学湍流效应。本节着重讨论这种随机特征参量的统计规律，给出了描述湍流横向相干长度的统计特征的理论模型，同时分析了光束大气传输湍流效应的远场Strehl比的随机分布特征。

2.2.1 大气湍流相干长度的概率统计模型

大气湍流横向相干长度的测量通常都采用测量光束大气传输到达角起伏方差来换算。在满足各态历经定理条件下，到达角起伏方差 σ_0^2 与相干长度 r_0 有如下关系[4]:

$$\sigma_0^2 = 0.364 \left(\frac{d}{r_0}\right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 \quad (2.13)$$

式中， d 为接收孔径， λ 为光波波长。但是，实际测量光束通过大气的到达角起伏总是在有限时间内进行的，因此，在一般情况下是难以做到满足各态历经定理条件的，这样实测得到的到达角起伏方差 σ_1^2 应该是一个随机量，如果同样采用关系(2.13)来计算横向相干长度，令为 r_1 ，则 r_1 值必然是围绕着系统值 r_0 (理论极限)而随机起伏的，

$$r_1 = \left[\frac{0.364}{\sigma_1^2} d^{5/3} \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 \right]^{0.6} \quad (2.14)$$

很明显 r_1 是代表所处测量状态下的湍流起伏强度的随机特征量。我们知道，对均匀各向同性湍流而言，光束到达角起伏是满足均值为零的相互独立的二维正态分布随机过程，而且 $\sigma_0^2 = 2\sigma_x^2 = 2\sigma_y^2$ ，即有：

$$P(\theta_x, \theta_y) = \frac{1}{\pi\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{\theta_x^2 + \theta_y^2}{\sigma_0^2}\right] \quad (2.15)$$

θ_x, θ_y 分别为x,y两个方向的到达角起伏， $\sigma_0^2, \sigma_x^2, \sigma_y^2$ 为满足各态历经定理条件下的到达角起伏的统计方差。令 $\beta_n = \theta_x^2 + \theta_y^2$ ，则 β_n 的概率密度函数为：

$$P(\beta_n) = \frac{1}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{\beta_n}{\sigma_0^2}\right) \quad (2.16)$$

由(2.16)式经付氏变换得到随机变量 β_n 的特征函数为

$$g(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega\sigma_0^2} \quad (2.17)$$

假设测量过程是统计独立的，相互独立的N个元素的子样之和 $\beta = \sum \beta_n$ ($n=1, N$)，对有限的N， β 仍为随机变量，其特征函数为[5]:

$$f(\omega) = g^N(\omega) \quad (2.18)$$

将(2.17)式代入(2.18)式后并进行逆付氏变换即得随机变量 β 的概率密度函数:

$$P(\beta) = \frac{1}{\sigma_0^2(N-1)!} \left(\frac{\beta}{\sigma_0^2}\right)^{N-1} \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_0^2}\right) \quad (2.19)$$

这样, 对于由相互独立的 N 个元素的子样统计得到的方差 $\sigma_1^2 = \beta/N$, 其概率密度函数为:

$$P(\sigma_1^2) = \frac{N}{\sigma_0^2(N-1)!} \left(\frac{N\sigma_1^2}{\sigma_0^2}\right)^{N-1} \exp\left(-\frac{N\sigma_1^2}{\sigma_0^2}\right) \quad (2.20)$$

利用(2.13)、(2.14)、(2.20)式, 即可得到 r_1 的概率密度函数为:

$$p(r_1) = \frac{5}{3r_1(N-1)!} \left[N(r_0/r_1)^{5/3}\right]^N \exp\left[-N(r_0/r_1)^{5/3}\right] \quad (2.21)$$

由(2.21)可以得到 r_1 的均值和均方值分别满足下列递推关系:

$$\langle r_1(N) \rangle = \frac{1-8/5N}{(1-1/N)^{8/5}} \langle r_1(N-1) \rangle \quad (N \geq 2) \quad (2.22a)$$

$$\langle r_1(1) \rangle = \Gamma(2/5)r_0 \quad (2.22b)$$

$$\langle r_1^2(N) \rangle = \frac{1-11/5N}{(1-1/N)^{11/5}} \langle r_1^2(N-1) \rangle \quad (N \geq 3) \quad (2.22c)$$

$$\langle r_1^2(2) \rangle = 2\Gamma(4/5)r_0^2 \quad (2.22d)$$

由(2.22)可以看到, 当 N 趋近无穷时, r_1 的方差趋于零, 均值趋近于满足各态历经定理条件下的 r_0 。表1列举了 $N=10 \sim 200$ 情况下 r_1 的均值和方差与 r_0 的关系, 可以看到, r_1 的起伏方差收敛速度是相当慢的。当 $N=100$ 时, 尽管 r_1 非常接近于 r_0 ($r_1=1.004818r_0$), 但其起伏均方根为 $0.060852r_0^2$, 即随机相对起伏仍然有 6.08% , 当 $N=200$ 时相对起伏才减小到 4.29% 。

表2.1 r_1 的均方值、均值、均方差根与 N 的对照表

N	$\langle r_1^2(N) \rangle / r_0^2$	$\langle r_1(N) \rangle / r_0$	σ_{r_1}/r_0
20	1.070307	1.024739	0.142181
40	1.034043	1.012174	0.097707
60	1.022458	1.008070	0.079068
80	1.016756	1.006034	0.068195
100	1.013363	1.004818	0.060852
120	1.011113	1.004009	0.055479
140	1.009511	1.003432	0.051328
160	1.008313	1.003000	0.047992
180	1.007383	1.002664	0.045245
200	1.006640	1.002396	0.042914

2.2.2 Strehl的统计特征

根据2.1节中的讨论，将振幅起伏对Strehl的影响扣除以后，而且光束波前起伏方差 $\sigma_\phi^2 < 1.0$ 的条件下，Strehl比近似地有：

$$S_0 = \exp(-\sigma_\phi^2) \quad (2.23)$$

在较弱湍流及自适应光学系统位相补偿的大多实际情况下，(2.23)均能较好地满足。同样，在不满足各态历经定理条件下统计得到的光束波前起伏方差也仍是一随机量，Strehl比仍然由(2.23)式来计算，这样得到的Strehl比 S_1 也是围绕着系综值 S_0 (理论极限)而随机起伏的。与光束到达角起伏一样，光束在各向均匀同性湍流大气中传输的波前起伏也是一均值为零的正态分布随机过程。假定位相方差的统计不相关点数为 $2M$ ，即可得到不满足各态历经定理条件下的Strehl比 S_1 的概率密度分布函数：

$$P(S_1) = \frac{1}{S_1 \ln(S_1)(M-1)!} \left[\frac{M \ln(S_1)}{\ln(S_0)} \right]^M \exp\left[-\frac{M \ln(S_1)}{\ln(S_0)}\right] \quad (2.24)$$

S 的均值和均方值满足下列关系：

$$\langle S_1(M) \rangle = [1 - \ln(S_0)/M]^{-M} \quad (2.25a)$$

$$\langle S_1^2(M) \rangle = [1 - 2 \ln(S_0)/M]^{-M} \quad (2.25b)$$

由(2.25)式以看到，当 M 趋近无穷时， S_1 的方差趋于零，均值趋近于满足各态历经定理条件下的 S_0 。

在实际参数测量中通常假定随机过程是平稳的，从而可利用平稳随机过程的性质对其时间过程抽样统计作为系综统计。通常情况下的时间抽样是相关的，此时可由下面的简化模型来确定测量子样中的不相关点数 N ：

$$N \approx T_r / \tau \quad (2.26)$$

式中， T_r 为测量一个 I_1 所用的到达角起伏的观测时间， τ 为大气湍流的特征相关时间[5]

$$\tau = \frac{1}{\sigma_0^2} \int_0^\infty B(t) dt \quad (2.27)$$

式中 $B(t)$ 为相关函数，一般情况下要求 $T >> \tau$ ，但在计算方差及均值的递推关系时，可以认为 $T < \tau$ 时， $N = 1$ 。在Strehl比的测量中，考虑到波前方差是由整个光束接收孔径 D 上的波前起伏统计得到的，所以其统计不相关点数应由下式估算

$$M \approx \frac{T_s}{2\tau} \left(\frac{D}{\rho_0}\right)^2 \quad (2.28)$$

其中， T_s 为测量每一个Strehl比所用的时间， ρ_0 为光束波前的空间相关距离。

图2.1为室内湍流模拟池中激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿实验的布局框图(实验光路图可参见第四节)。模拟湍流池为对流湍流池，介质为去离子水，底面加热、上面冷却，并由自动控制系统控制两面温差使湍流处于稳定状态，调节温差大小即可调节湍流强度，湍流谱为Von-Karman谱，湍流内、外尺度分别为1.0mm和90mm。

自适应光学系统变形镜单元数为37，孔径100mm，采用Hartmann波前传感器进行波前探测，通过波前处理得到控制信号控制变形镜和倾斜镜实现波前共轭，以对主激光的位相畸变进行补偿。主激光和信标均采用波长 $\lambda = 0.6328\text{um}$ 的He-Ne激光，传输光束直径为30mm。实验中，利用Hartmann波前传感器在自适应光学系统开环情况下测量湍流的横向相干长度，其接收子镜d约为5mm。考虑到更好地满足(2.23)式的近似条件，在自适应光学系统闭环控制情况下，在接收端由CCD采样主激光远场光强分布，送计算机2计算Strehl比。

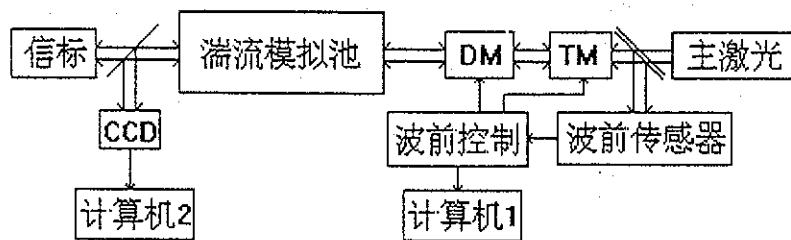


图2 1 湍流模拟池中激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿实验的布局框图

图2 2为室内湍流模拟池中实测的 r_1 的概率密度分布与(2.21)式计算结果的比较。到达角起伏的观测时间 $T_f=75\text{s}$ ，包括计算时间在内采样速率约为9帧/s，在该实验条件下， τ 约为7.5s，则 $N=10$ 。 r_1 的测量个数为3700。 r_0 是对大量实测的 r_1 求平均后再由(2.22)计算得到的，由图2 2可以看到实验与理论结果非常一致。实验点的起伏主要是统计量不够大造成的。

图2 3为自适应光学系统位相补偿下激光在室内湍流模拟池中传输的Strehl比 S_1 的概率密度分布实测结果与(2.24)式计算结果的比较。 $M=10$ ， S_1 的测量个数为1920。其中 S_0 是由大量实测的 S_1 取平均后再由(2.25)式计算得到的，由图2 3可以看到实验与理论结果非常一致，同样实验点的起伏主要是统计量不够大造成的。另外，实验得到的横向相干长度 r_1 和Strehl比 S_1 的概率密度分布不随测量时间的起点而改变，说明湍流池是稳定的而且是平稳随机过程。

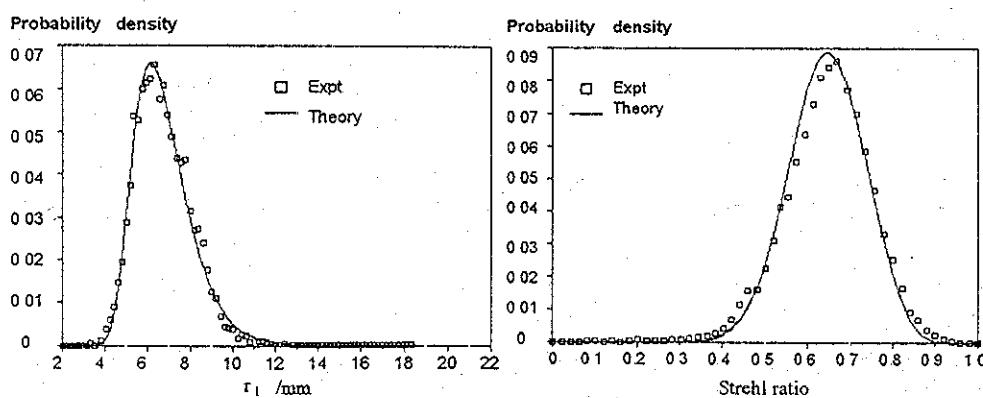


图2 2 相干长度概率密度

图2 3 Strehl的概率密度

本节分析了在不满足各态历经定理条件下大气湍流横向相干长度以及光束传输远场 Strehl比的随机特性，给出了其概率密度函数，并得到了实验的验证。这说明在不满足各态历经定理条件下分析光束大气传输湍流效应对光束质量的影响时，仅仅用平均湍流强度因子是不够的，还应当分析其随机分布特征。另外在实际大气相干长度的测量中，由于测量时间总是有限的，即通常测量得到的是 r_1 ，要得到真正的系统量即湍流状态平均强度，由(2.22)可知，必须根据实际测量条件(观测时间及湍流相关特性)对测量结果的平均值进行修正。事实上，本文所述的统计描述方法同样适用于分析湍流效应中其它光学参数如大气湍流折射率起伏结构常数 C_n^2 、等晕角 θ_0 等等的随机统计特征。

§ 2.3 激光大气传输湍流效应位相补偿的误差分析

在第一节我们已经介绍，利用自适应光学系统对光波大气传输湍流效应进行位相补偿中存在着许多误差，其中，波前复原误差是最为重要误差之一。本节将利用数值模拟方法对波前复原误差进行定量研究。另外，将对变形镜非线性响应误差进行初步分析。

2.3.1 湍流效应自适应光学位相补偿波前复原误差的分析

文献[4]在已知光束波前畸变的情况下，利用变形镜对光束波前畸变进行最小方差拟合得了所谓波前拟合误差，并将此误差当作波前复原误差。结果表明，对于驱动器均匀分布的变形镜，在大气湍流满足Kolmogorov谱情况下，波前拟合误差为[4]

$$\sigma_{fit}^2 = K_c (d/r_0)^{5/3} \quad (2.29)$$

式中， d 为变形镜驱动器平均间距， K_c 为波前拟合系数。对于高斯型影响函数，耦合系数为0.15的情况下，波前拟合系数 K_c 为0.349。但是在实际光波大气传输自适应光学位相补偿中，不可能直接得到光束的位相，而是通过测量光束波前斜率(或者曲率)后间接地进行波前复原的。在模式法波前复原计算中，首先要利用波前斜率最小方差进行波前Zernike多项拟合，然后再通过波前最小方差法计算复原波前，其波前复原误差显然要比文献[4]估计值要大[6]。本文利用数值仿真方法进一步对直接斜率波前复原的误差进行定量的计算分析。

(1) 直接斜率波前复原的仿真

文献[6]详细地讨论了自适应光学系统的数值模型，包括Hartmann波前探测的仿真，模式法波前复原的算法等等。本文采用直接斜率波前复原算法[7]。令Hartmann波前传感器第1个子孔径上的信标光波前 x 、 y 方向上的斜率为 $T_{sx}(l)$ ， $T_{sy}(l)$ ，变形镜复原波前在相应子孔径上的斜率为 $T_x(l)$ ， $T_y(l)$ ，即

$$T_x(l) = \frac{1}{A} \sum_{n=1}^{N_d} d_n \iint_l R_x(n, x, y) dx dy \quad (2.30a)$$

$$T_y(l) = \frac{1}{A} \sum_{n=1}^{N_d} d_n \iint_l R_y(n, x, y) dx dy \quad (2.30b)$$

式中, A 为第1个子孔径的面积, R_x' , R_y' 表示驱动器影响函数 $R(n,x,y)$ 对 x 和 y 的微分, N_a , d_n 分别为变形镜驱动器数和驱动器驱动量, 积分区域为第1个子孔径镜面。探测波前斜率和复原波前斜率之间的方差为

$$\sigma_t^2 = \sum_{l=1}^{N_h} (T_{sx} - T_s)^2 + \sum_{l=1}^{N_h} (T_{sy} - T_y)^2 \quad (2.31)$$

N_h 为Hartmann波前传感器子孔径数。求 σ_t^2 对 d_n 的微分并令之等于零即最小方差条件得到(用矩阵形式表示):

$$\{[R_{nl}]_x [R_{ln}]_x + [R_{nl}]_y [R_{ln}]_y\} [d_n] = [R_{nl}]_x [T_{sx}] + [R_{nl}]_y [T_{sy}] \quad (2.32)$$

其中,

$$[R_{nl}]_x = \iint_I R_x(n, x, y) dx dy \quad (2.33a)$$

$$[R_{nl}]_y = \iint_I R_y(n, x, y) dx dy \quad (2.33b)$$

$[R_{ln}]_x$, $[R_{ln}]_y$ 为 $[R_{nl}]_x$, $[R_{nl}]_y$ 的转置矩阵, $[T_{sx}(1)]$, $[T_{sy}(1)]$ 为探测斜率矩阵。这样通过求解线性方程组(2.32)即可得到变形镜驱动器的驱动量。

(2)结果讨论

本文利用激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟程序对湍流效应自适应光学位相补偿进行了计算, 并分析直接斜率波前复原法的波前复原误差及其对激光束远场Strehl比的影响。激光传输计算采用相屏法, 湍流相屏利用谱反演算法[8], 计算参数为: 主激光和信表光均为有限平面波, 波长 $\lambda=1.315$ 微米, 发射孔径 D 为0.5米, 传输距离为3公里; 湍流谱为Von-Karmann谱, 外尺度 $L_0=10$ 米内尺度 $l_0=5$ 毫米; 自适应光学系统单元数为37, 变形镜驱动器均匀排布, 为便于比较, 影响函数也采用高斯型, 耦合系数为0.15, 自由变形镜边缘。在数值计算中, 计算激光传输3km后再用Fraunhofer积分公式计算光束远场光强分布, 从而得到激光远场Strehl比。

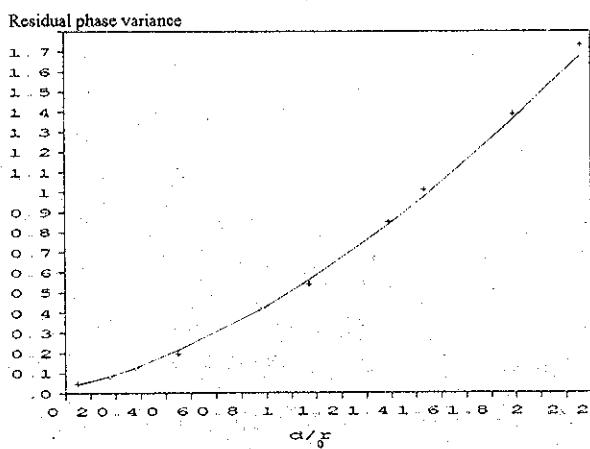


图2.4直接斜率法波前复原误差随 d/l_0 变化关系的数值计算结果。+为数值计算结果, 实线为利用(2.29)式的拟合线, $K_c=0.432$ 。

图2.4所示为直接斜率法波前复原误差随 d/r_0 变化关系的数值计算结果。+为数值计算结果，实线为利用(2.29)式的拟合线， $K_c=0.432$ 。由图可见，直接斜率法波前复原误差同样可由(2.29)式描述，其拟合系数是利用波前最小方差法计算的波前拟合误差拟合系数的1.24倍。由于模式波前复原计算也需要用斜率最小方差进行波前模式拟合，其波前复原误差与直接斜率法基本相同[6]。所以，实际系统中的间接波前复原误差比基于波前最小方差方法得到的波前复原(拟合)误差要大。

2.3.2 变形镜非线性响应误差分析

由于自适应光学系统变形镜的驱动器行程是有限的，当光束位相畸变超过变形镜驱动器的线性范围时，会带来一定的非线性响应误差，即变形镜非线性响应误差。变形镜的响应曲线可近似由下式描述[9]：

$$\Phi_{DM} = \Phi_0 \frac{\Phi}{|\Phi|} [1 - \exp(-|\Phi|/\Phi_0)] \quad (2.34)$$

式中， Φ_{DM} 、 Φ_0 、 Φ 分别为变形镜的实际响应、变形镜的极限响应和光束波前畸变。当 $\Phi \ll \Phi_0$ 时， $\Phi_{DM} = \Phi$ ，可以忽略非线性响应误差。为简化起见，假定变形镜为柔形镜，从而变形镜非线性响应误差为

$$\sigma_{non}^2 = \iint_A (\Phi - \Phi_{DM})^2 dx dy \quad (2.35)$$

在二阶近似下可得

$$\sigma_{non}^2 = \frac{3\sigma_{un}^4}{4\Phi_0^2} \quad (2.36)$$

σ_{un}^2 为未校正波前方差。一般情况下，自适应光学系统均有倾斜镜校正波前的整体倾斜，于是[9]

$$\sigma_{non}^2 = K_n (d/r_0)^{13/3} \quad (2.37a)$$

$$K_n = 0.0137 N_a^{5/3} / \Phi_0^2 \quad (2.37b)$$

式中利用了 $d=D/N_a^{1/2}$ ， K_n 决定于实际变形镜参数。

§ 2.4 激光大气传输湍流效应及其位相补偿的实验研究

通过前面的理论与数值模拟研究表明，在系统平均的情况下，位相补偿效率与湍流强度存在一定关系。然而，由于实际大气湍流的复杂性高、稳定性差，实验定量研究位相补偿效率存在许多困难，目前报道的大多是定性结果。为此，建立一稳定性很好的湍流模拟池，对激光传输湍流效应的自适应光学位相补偿进行量化的实验研究显得非常重要。本节利用湍流相干长度和光束质量因子Strehl比的统计描述方法，对激光传输湍流效应的自适应光学位相补偿进行了定量模拟实验研究，得到了与理论分析非常一致的位相补偿效率与湍流强度和自适光学系统参数的定量关系。随后简单介绍聚焦光束实际大气传输湍流效应的自适应光学位相补偿实验研究结果。同时给出利用实验参数进行数值模拟对比计算的部分结果。

2.4.1 实验布局及参数测试方法

实验系统布局如图2.5所示，0.6328um的He-Ne激光经扩束镜T1将光束扩展到 ϕ 100mm的准直(有限)平面波，由变形镜DM和高速倾斜镜TM反射到倒置的扩束镜T上，再将光束缩小到 ϕ 30mm后传输通过对流湍流池中心部分，在接收端由CCD采样远场光强分布，送计算机计算光束质量因子Strehl比。自适应光学信标同样采用0.6328um的He-Ne激光，从接收端与主激光同光路反向传输到分光镜S反射到Hartmann波前传感器，探测波前斜率送到高速波前处理机经计算处理得到控制信号驱动变形镜DM和高速倾斜镜TM，实现波前共轭补偿主激光的波前畸变。高速波前处理机与主控计算机通讯，实现人机对话操作。实验系统各主要部分参数如下：

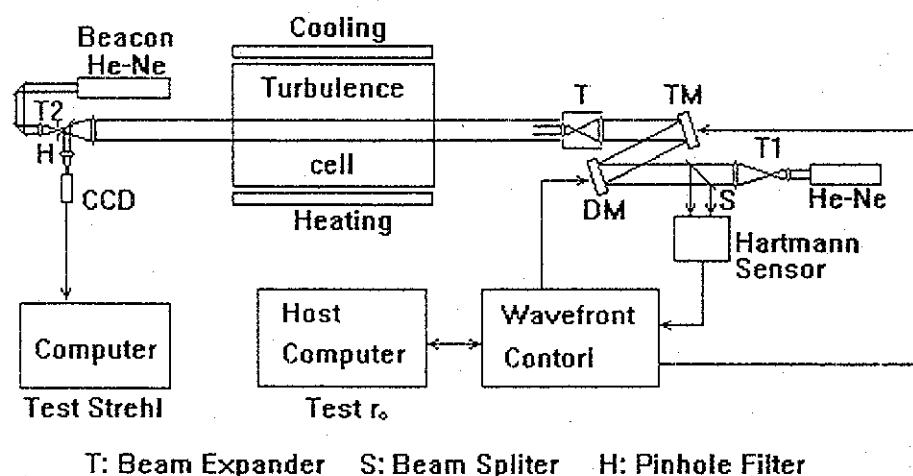


图2.5 准直光束湍流效应自适应光学位相补偿室内模拟实验系统示意图

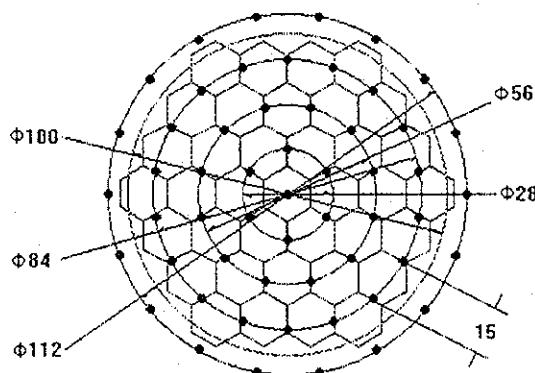


图2.6 驱动器与子孔径的排布

1 湍流模拟池*: 长宽高为 $1.0 \times 0.5 \times 0.5$ m，介质为水，底部加热，上面冷却，由自动控制系统控制两面温差，开机一小时后温差起伏范围约 ± 0.5 ℃。调节温差即可调整湍流强度。湍流池横断面中心部分均匀区域约为 0.2×0.2 m，湍流谱为Von-karmann谱，湍流内、外尺度分别为1.0mm和90mm。

2 自适应光学系统**: 自适应光学系统单元数为37，变形镜驱动器和Hartmann波

前传感器分割镜的排布方式如图2.6所示。变形镜除37个主动驱动器外，边缘还有18个辅助驱动器。Hartmann波前传感器 128×128 点阵CCD采样速率为380帧/秒，高速波前处理器采用并行计算，计算速度约为1亿次，完成一次与Hartmann波前传感器采样帧频同步的波前复原和控制计算的延时约为0.6毫秒。波前复原算法采用直接斜率法，控制算法采用PID算法，系统闭环校正带宽约为30Hz。

3 光束质量诊断： 128×128 点阵CCD采样速率为25帧/秒，包括计算时间在内约为12帧/秒。为克服系统的静态误差对测量结果的影响，本文讨论的是相对环围能量Strehl比即在光束真空中传输的爱理斑面积上有湍流效应情况下光强积分与没有湍流条件下的光强积分之比。

4 湍流横向相干长度的测量：因湍流池能很好地稳定控制，实验中，在自适光学系统开环状态下，利用Hartmann波前传感器测量光束的到达角起伏方差，利用(2.14)式来计算湍流的横向相干长度。包含计算时间在内采样速率约为9帧/s，观测时间 $T_r=75$ s。

2.4.2 实验数据处理方法

(1) 光束Strehl比与湍流相干长度的统计关系

实验中，湍流的横向相干长度是由Hartmann波前传感器来测量的。这样可以得到大量的数据，便于统计分析。因为，Hartmann波前传感器有37个探测子镜，每个子镜分别统计到达角起伏方差和计算横向相干长度，所以每次测量共可得到37个横向相干长度。由于实际测量的大气湍流相干长度和光束Strehl仍是一随机量，所以，必须用大量的数据进行统计分析处理。

根据2.2中的分析，在相同的统计条件下，如果Strehl比S和横向相干长度 r_1 的积分概率相等，即

$$\int_0^S P(S) dS_1 = \int_0^r P(r_1) dr_1 \quad (2.38)$$

这样由(2.21)(2.25)式可得

$$\frac{\ln S}{\ln S_0} = -\left(\frac{r_0}{r}\right)^{5/3} \quad (2.39)$$

可见在不满足各态历经定理条件下的Strehl比S与 r_1 的关系和满足各态历经定理条件下的 S_0 与 r_0 的关系完全一致。事实上，满足各态历经定理条件下的 S_0 与 r_0 是当测量统计时间 T_r 趋近无穷大时 S_1 与 r_1 极限值。

(2) 实验中的误差分析

在本文讨论的实验条件下，湍流起伏频率约为几赫兹，远小于自适应光学系统的带宽；信标足够强，信噪比足够高；调整主激光和信标光使二者完全同光路；所以控制误差、Hartmann波前探测误差、非等晕误差相对其它误差而言均可忽略。这样，由(2.23)(2.29)(2.39)式可得

$$S = \exp[-0.432(d/r)^{5/3}] \quad (2.40)$$

2.4.3 结果讨论

在实验中，在相同的统计条件下分别大量测量 r_1 和 S_1 ，得到其概率分布，再由(2.38)式将 r_1 积分到某一概率，找到同样概率的 S 值即得到 S 与 r 的关系。我们调整了若干湍流池的温差，做了多种湍流强度下的位相补偿实验。

图2.7和图2.8所示分别为自适应光学系统开环和闭环情况下激光在湍流池中传输的远场光斑光强分布与数值模拟计算结果的对比，定性可以看到自适应光学系统位相补偿效果是明显的，而且，数值模拟计算结果与实验测量结果具有很好的相似性。

图2.9所示为没有位相补偿情况下Strehl比 S 与横向相干长度 r 的实验结果与数值计算结果的比较。图中口为开环实验结果，实线为开环数值仿真结果。由图中所示结果可知，数值模拟结果与实验结果具有很好的一致性，这说明湍流效应的数值模拟计算是精确可靠的。

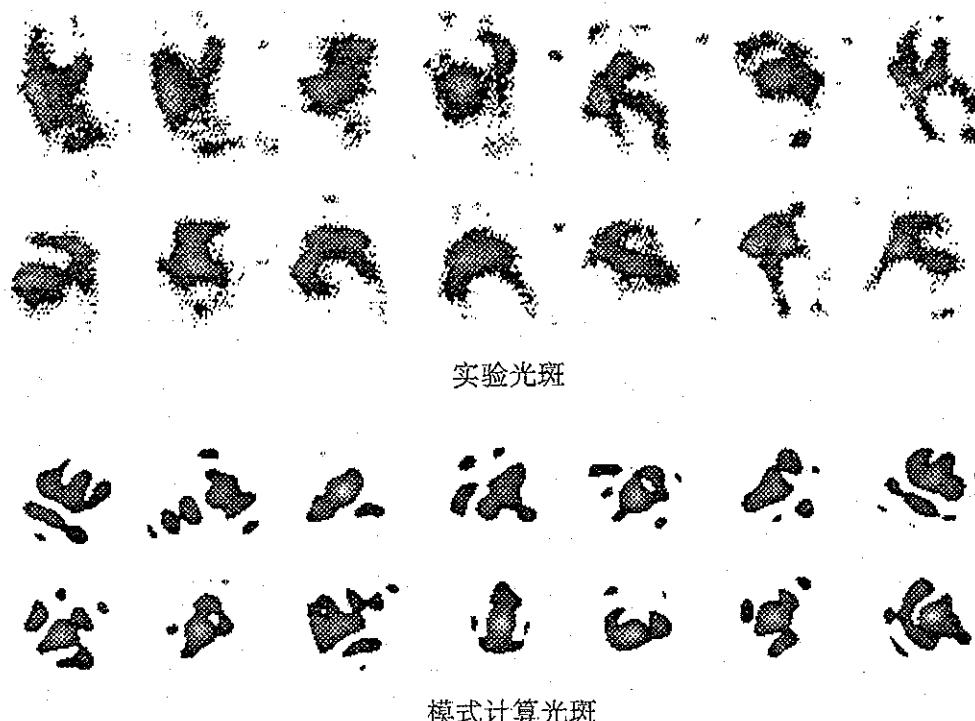


图2.7 无位相补偿情况下激光远场光斑图象实验与模式计算对比

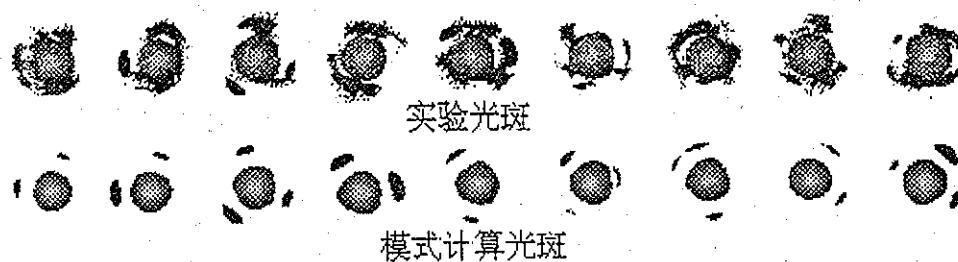


图2.8 自适应光学系统位相补偿情况下激光远场光斑图象实验与模式计算对比

图2.10所示为位相补偿情况下光束远场Strehl比与湍流相干长度关系的实验与数值仿真结果的对比，数值计算参数采用实验参数。为了减小系统静态误差等因素的影响，这里给出的实验结果是相对Strehl比即有湍流效应情况下的Strehl比与系统静态闭环情况下的Strehl比之比。

由图2.10可以看到，在 d/r_0 小于1.0情况下，数值计算与实验结果吻合得非常好；而直接利用波前最小方差的分析方法过低地估计了波前复原误差，因此，相应计算的Strehl比高于实验结果。当 d/r_0 大于1.0时，数值计算结果与实验结果的差别将随着 d/r_0 而增大，这可能有下列两方面的原因：①数值计算中采用了自由的变形镜边界，这与实际变形镜存在一定差别，尤其是在较大的变形镜驱动器驱动量的情况下，不同的变形镜边缘固定方式下的位相补偿效果将有一定差别；②在较大的变形镜驱动器驱动量的情况下，自适应光学系统(如高压放大器、变形镜驱动器和面形响应)可能存在一定的非线性响应，从而使波前复原误差增大。文献[9]在考虑到这一效应的情况下，得到了与实验更一致的结果。

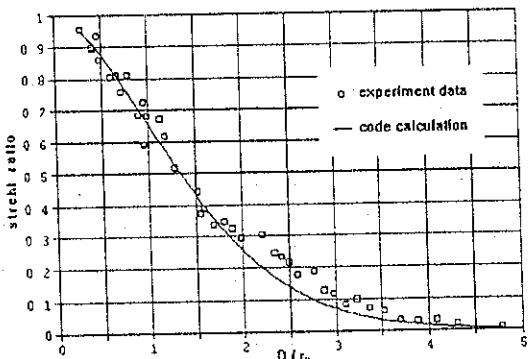


图2.9 无位相补偿时光束远场Strehl比的实验与模式计算结果对比

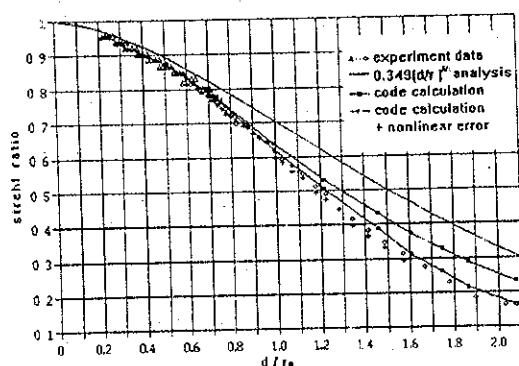


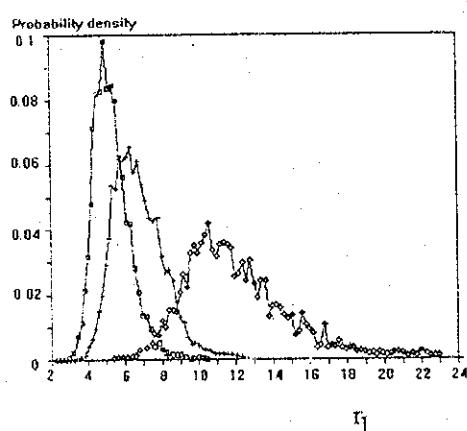
图2.10 位相补偿下光束远场Strehl比的实验与模式计算结果对比

根据第二节的讨论可知，在湍流宏观条件即满足各态历经定理条件下的系统统计值 r_0 一定的情况下，不满足各态历经定理条件下的光束远场Strehl比，如瞬态Strehl比，是具有一定分布的随机特征量，显然仅用Strehl的平均值或满足各态历经定理条件下的统计值 S_0 来描述光束质量和位相补偿效率是不充分的，我们还关心Strehl比 S 达到或大于

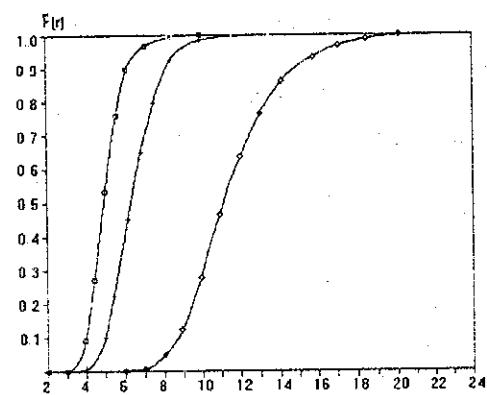
某一期望值的概率。根据Strehl比的概率密度函数，我们可以进一步讨论光束质量Strehl比的积分概率的意义。在湍流强度即湍流相干长度系综平均值 r_0 一定的情况下，由(2.6)式可以得到 S_1 大于某一期望值 S_c 的积分概率为

$$F(S \leq S_c) = \int_0^{S_c} P(S_1) dS_1 \quad (2.41)$$

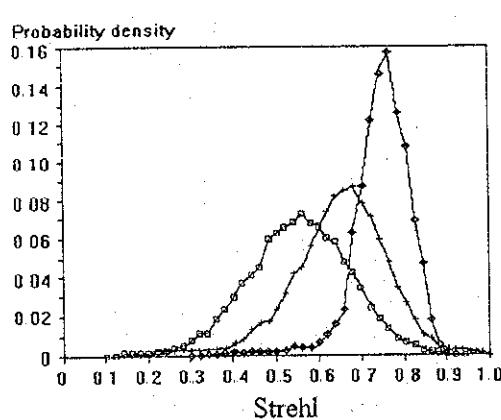
由(2.16)式，我们知道，当将有限测量时间上的大气湍流随机过程看成是平稳随机过程的某一段(一次实现)时，光束Strehl比的测量值 S_1 是以一定概率发生在 $S_c < S_1 < S_c + dS$ 范围内的。图2.10给出的 d/r_0 随对应的Strehl比值所出现的概率是最可几概率，在该值附近的Strehl比 S_1 仍有某一概率出现。因此，仅就这个意义上讲，某些涉及激光大气传输的工程应用只能从概率统计意义上去论证其可行性。



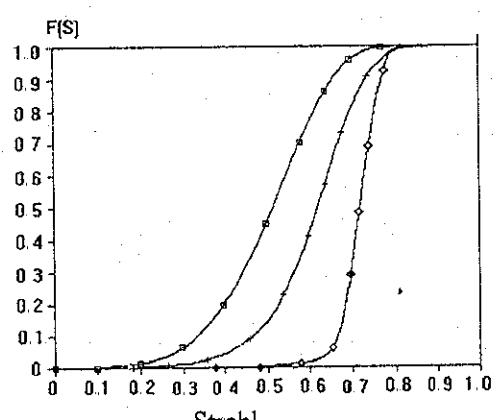
a 三种湍流条件下的相干长度的概率分布



b 三种湍流条件下的相干长度的积分概率



a 三种湍流条件下的Strehl比的概率分布



b 三种湍流条件下的Strehl比积分概率

图2.11 三种湍流强度下湍流相干长度 r_1 和位相补偿下的光束远场Strehl比 S_1 的概率分布及其积分概率的实验结果。口、+、◇分别对应于 r_0 为5.19mm, 6.62mm, 11.72mm, S_0 分别等于0.55, 0.67, 0.76。

如图2.11为三种不同湍流强度下瞬态Strehl比 S 的积分概率实验结果。图中口、△、

◇ 分别表示 $r_0=5.19$ 、 6.62 、 11.72 mm, Strehl比的系统值分别为 0.55 , 0.67 , 0.76 。若定义 $S_c=0.5$ 为我们所要求的光束质量的话, $r_0=5.19$ 、 6.62 、 11.72 mm 情况下的 $S_1 > S_c$ 的概率分别为 47% 、 85% 、 96% 。这也就是说, 当 Strehl 的平均值或系统值 $S_0 < S_c$, 仍然有一定的概率情况下 $S_1 > S_c$; 反之, 当 Strehl 的平均值或系统值 $S_0 > S_c$, 也仍然有一定的概率情况下 $S_1 < S_c$ 。湍流强度越弱, $S_1 < S_c$ 的概率越小, 当 $d < 2r_0$ 时, $S < S_c$ 的概率几乎可以忽略。

2.4.4 聚焦光束实际大气传输湍流效应位相补偿的实验研究

在成功地进行了室内湍流模拟池中激光传输湍流效应自适应光学位相补偿的定量实验研究后, 我们进一步利用 37 单元自适应光学系统进行了聚焦激光束在实际大气传输中湍流效应的自适应光学位相补偿的实验研究[10], 实验光路如图 2.12 所示。由于实际大气的不稳定性, 一次实验周期不能太长, 必须在大气湍流的有限平稳过程中进行, 这要求对湍流相干长度和光束 Strehl 比实时同步测量。我们在信标光进入自适应光学系统之前, 将信标分束到另一 Hartmann 传感器测量光束到达角起伏, 如图 2.12 中 H2, 从而与目标端测量 Strehl 比同步地测量相干长度。

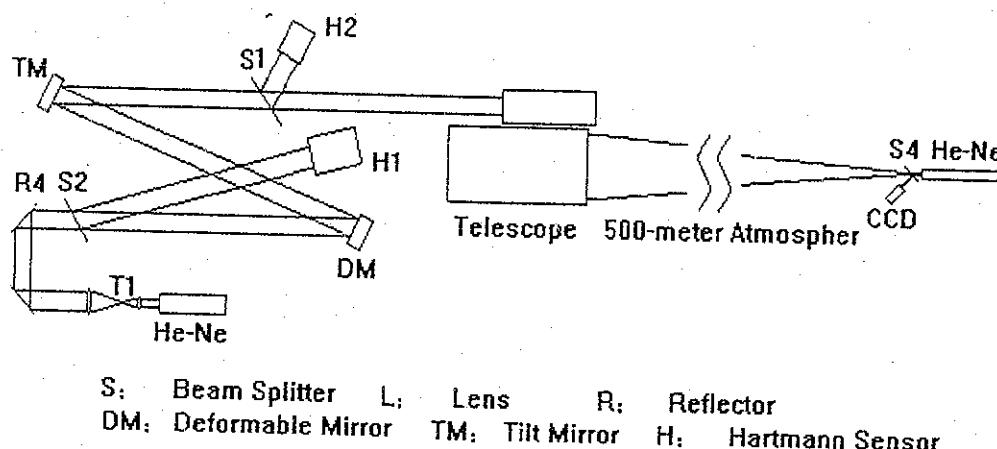


图 2.12 聚焦光束 500m 水平大气传输自适应光学相位补偿实验光路示意图

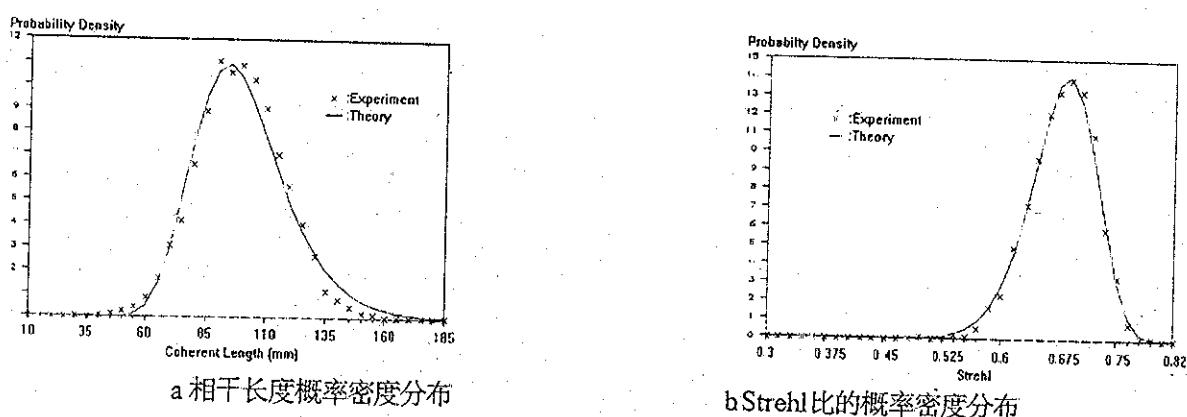


图 2.13 实际大气传输实验相干长度和 Strehl 比的概率密度分布

实测的大气湍流横向相干长度和光束Strehl比的分布与1.1节中的理论分析也非常一致,如图2.13,这说明,在激光实际大气传输中,同样可以采用有限时间内测量到的大气湍流横向相干长度和光束Strehl比进行统计分析。图2.14为Φ500mm发射孔径0.6328微米聚焦激光束500米实际大气传输及其自适应光学位相补偿情况下焦平面上光强分布的400帧(约50秒)长曝光结果,湍流相干长度 r_0 等于70.6mm。从开、闭环情况下的光强分布可以看到,校正效果是非常明显的,峰值强度增大了20倍,开、闭情况下相对环围能量Strehl比分别为0.16和0.67。

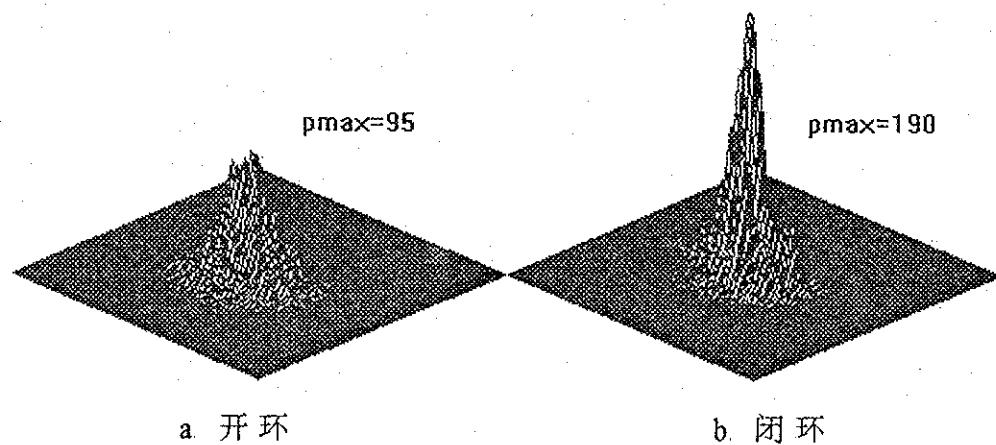


图2.14 聚焦光束500m水平大气传输焦平面上长曝光光强分布

本章小结

本章对激光传输的湍流效应及其自适应光学位相补偿进行了实验与理论研究。提出了湍流横向相干长度和光束Strehl比的概率统计描述方法和变形镜驱动器非线性响应误差模型,并对间接波前复原算法的自适应光学系统的波前复原误差进行了数值模拟研究,得到了光束质量因子Strehl比与湍流横向相干长度和变形镜驱动器间距的关系的定量结果,并与满足各态历经定理条件下的理论分析结果很好吻合。在湍流宏观条件即满足各态历经定理条件下的系统统计值 r_0 一定的情况下,不满足各态历经定理条件下的光束远场Strehl比,如瞬态Strehl比,是具有一定分布的随机特征量,显然仅用 S_1 的平均值或满足各态历经定理条件下的Strehl比 S_0 来描述光束质量和位相补偿效率是不充分的,还应当分析Strehl比 S_1 概率分布情况。

参考文献

- [1] V I Tatarski, 湍流大气中的波传播理论, 温景嵩等译, 科学出版社, 1978.
- [2] D L Fried, J Opt Soc Am, Vol 55, No 11, 1965
- [3] J G Goodman, Statistical Optics, Wiley-Interscience Publication, 1985
- [4] R K Tyson, Principles of Adaptive Optics, Academic Press Ltd 1991
- [5] S 潘契夫, 随机函数与湍流, 谈镐生译, 科学出版社, 1978
- [6] 王英俭, 吴毅, 龚知本, 自适应光学系统的数值模型
强激光与粒子束, Vol. 6, No. 1, 1994
- [7] Wenhan jiang, proc. SPIE, 1271, 82~93, 1990
- [8] 王英俭, 吴毅, 折叠式FFT算法对激光大气传输湍流效应的数值模拟
强激光与粒子束, Vol. 4, No. 4, 1992
- [9] 吴毅, 王英俭, 变形镜驱动器非线性响应的误差分析,
光学学报, Vol. 15, No. 1, 1995
- [10] 龚知本, 吴毅, 王英俭等“激光大气传输湍流效应自适应光学位相补偿实验研究
鉴定报告”, 1995, 10, 鉴定主持单位: 中国科学院

注: *湍流模拟池由中科院安徽光机所曾宗泳研究员等研制。 **自适应光学系统由成都光电所姜文汉院士等研制。

第三章 高能激光大气传输热晕和湍流热晕相互作用 及其位相补偿的理论分析和实验研究

§ 3.1 引言

在高能激光传输过程中，不仅要受到大气湍流的影响，同时还会产生非线性热晕效应。所谓热晕效应就是在高能激光大气传输中，由于大气吸收部分激光能量导致光束传输路径上的大气温度升高、密度下降，形成所谓的热透镜，从而使传输光束发生弯曲、畸变等。原则上讲，只要传输介质对激光有吸收，非线性热晕效应不存在阈值，只是在激光功率很低或吸收系数非常小的情况下对光束传输影响极小时可不考虑热晕效应。

高能激光大气传输非线性热晕效应的研究已有30年历史，对其基本规律已有相当透彻的了解[1]。然而，尽管对非线性热晕效应的位相补偿也进行了广泛研究，但仍然有许多问题需要做更深入细致的分析工作。众所周知，高能激光大气传输非线性热晕效应的位相补偿与大气湍流线性效应的位相补偿不同，非线性热晕效应中光束的位相起伏与传输光束的光强分布密切相关，自适应光学系统将该位相起伏施加到发射光束上，将改变光束在传输过程中的光强分布而使传输路径上介质的折射率和光束的位相发生新的改变(即不同于前一时刻的校正位相)，自适应光学系统再进一步校正新的位相畸变而又将改变传输光束的光强分布，如此循环往复，形成了自适应光学系统与传输介质之间的所谓正反馈。简言之，就是位相补偿在改善光束质量的同时加强了非线性热晕效应，即导致自适应光学系统与传输介质(大气)间的正反馈，在一定条件下将产生位相补偿的不稳定性(PCI)，以致于使位相补偿不能够校正非线性热晕效应[2]，这样对自适应光学系统就有更严格的要求。另外，聚焦光束大气传输非线性热晕效应的位相补偿与准直光束热晕效应的位相补偿也有明显的不同之处[3,4]。

在高能激光大气传输中，由于大气湍流和非线性热晕效应的综合作用，在一定的热晕强度下将会产生湍流热晕相互作用(小尺度热晕)不稳定性(TTBI)及其位相补偿不稳定性(PCI)(以下简称不稳定性)，这将导致高能激光光束质量的严重退化，从而限制了到达靶标上的最大激光能量密度。因此，TTBI和PCI已成为目前高能激光大气传输研究领域的最重要的研究课题。

所谓“不稳定性”是指高能激光束在大气传输过程中，激光束截面上的小尺度位相和振幅起伏随时间和传输距离的增加而迅速增长。湍流热晕相作用不稳定性本质上是光束中高空间频率扰动的热受激散射，由于大气吸收激光能量形成声波造成的受激散射称为受激热布里渊散射(SIBS)，而大气吸收激光能量等压加热导致的密度变化引起的受激散射则称为受激热瑞利散射(STRS)，这一物理问题早在1965年在理论和实验上就有所探讨[5]。虽然在高能激光大气传输数值模拟研究中也发现了这一现象，但长时间来一直被认为是数值计算的不稳定性。T.J.Karr等人[6,7]采用线性化理论研究了高能激光大气传输湍流热晕相互作用不稳定性及其位相补偿不稳定性中光束小尺度扰动的增长及其谱的演变，从而使我们对这一不稳定性的基本物理过程和时空发展有所了

解。随后, T.J.Karr等人[8]在实验上观察到了光束的小尺度起伏随时间的指数增长的规律。Enguehard等人[9]利用线性化理论研究了“不稳定性”对高能激光在大气中传输的光束质量即Strehl比的影响。许多研究工作者进行了一系列的数值模拟研究工作,结果表明,风速切变及随机风场对“不稳定性”将起到一定的阻尼作用[6,10]。而在T.J.Karr等人[6]的线性化理论对“不稳定性”的研究工作中都作了均匀大气的假定,对随机风场切变对“不稳定性”的影响仅进行了定性的量纲分析,T.J.Karr等人[8]的实验中也没有研究风速切变。因此过去的线性化理论及实验对“不稳定性”的研究具有很大的局限性。

本章首先利用相屏近似对非线性热晕效应位相补偿的规律进行分析;然后利用线性化理论进一步对“不稳定性”进行研究,详细讨论随机风场切变对“不稳定性”及高能激光光束质量Strehl比的影响;本章第4节对小尺度热晕效应进行模拟实验研究,利用光束扫描模拟大气风速,讨论风速切变对小尺度热晕不稳定性的阻尼作用,并利用实验参数进行数值模拟对比分析。

§ 3.2 整束热晕效应位相补偿的物理分析

为便于对物理问题的认识,我们首先利用等效透镜近似对高斯光束整束非线性热晕效应及其位相补偿进行近似分析。

类似于激光传输的相屏近似计算方法,对于较小的 Δz 薄层内光束半径近似不变,从而可将该层内光束畸变等效成一有像差的薄透镜的作用。设大气风向为x方向,对高斯光束而言,在忽略热传导作用的情况下,由1.2.2节中的分析可以得到非线性热晕效应导致的光束位相畸变为

$$\Delta\Phi(z, \Delta z) = \frac{1}{2\pi} N_D(z, \Delta z) \Delta z \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{D_r(z)} \exp[-(x_0^2 + y_0^2)] dx_0 \quad (3.1)$$

式中, $D_r(z) = a(z)/a_0$, a_0 为发射光束的 $1/e$ 峰值功率点光斑半径, $a(z)$ 为 z 处的 $1/e$ 峰值功率点光斑半径, $x_0 = x/a(z)$, $y_0 = y/a(z)$ 。

$$N_D(z, \Delta z) = \frac{4\sqrt{2kP_I}\alpha(z)}{\rho_p D_0 V(z)} \left| \frac{dn}{dt} \right| \exp[-\alpha_I(z)z] \quad (3.2)$$

其中, $k=2\pi/\lambda$, λ 为波长, P_I 为激光功率, $D_0=2\sqrt{2a_0}$; $\alpha(z)$, $\alpha_I(z)$ 分别为吸收、消光系数, $V(z)$ 为大气风速, ρ , c_p , $\left| \frac{dn}{dt} \right|$ 分别为大气密度、等压比热、折射率随温度的变化率。将 $N_D(z, \Delta z)$ 对 z 积分即为Bradely-Hermann热畸变参数[3]。用Sidel展开式(即几何像差函数)描述[1],其中离焦(即相当于负透镜)位相为

$$\Delta\Phi_i(z, \Delta z) = \frac{N_D(z, \Delta z) \Delta z}{4\sqrt{\pi} D_r(z)} \frac{y^2}{a^2(z)} \quad (3.3)$$

从而可得高斯光束热晕效应等效负透镜的焦距为

$$f_g^{-1} = \frac{4}{\pi k D_0^2 D_r^3(z)} N_D(z, \Delta z) \Delta z \quad (3.4a)$$

类似可以得到圆形平台光束非线性热晕效应的等效焦距为

$$f_P^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{\pi k D_0^2 D_r^3(z)} N_D(z, \Delta z) \Delta z \quad (3.4b)$$

式中, $D_0=2a_0$ 为光束直径, a_0 为发射光束半径。

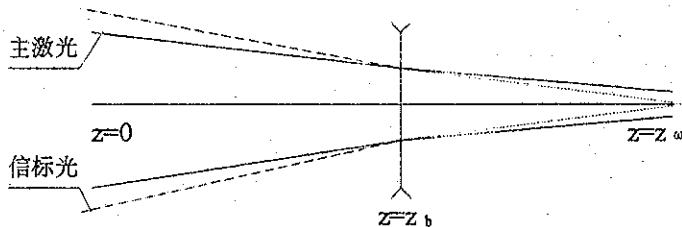


图3.1 主激光和信标光经负透镜传输示意图

下面利用q因子方法分析高斯光束经透镜传输及其位相补偿的情况。如图3.1所示, 焦距为f的负透镜位于距发射端 z_b 处, 则其q因子有如下关系

$$\frac{1}{q_0} = -\frac{1}{R} - \frac{i}{ka_0^2} \quad (3.5a)$$

$$q_{z-} = q_0 + z_b \quad (3.5b)$$

$$\frac{1}{q_{z+}} = \frac{1}{q_{z-}} + \frac{1}{f} \quad (3.5c)$$

$$q_L = q_{z+} + z_L \quad (3.5d)$$

式中, R表示发射光束等位相面曲率半径, $L=z_b+z_L$, 为方便, 式中略去了f的下标。将(3.5a~c)式代入(3.5d)式即可得到

$$\frac{1}{q_L} = \frac{1 + (f + z_b)q_0^{-1}}{f + z_L + (fL + z_b z_L)q_0^{-1}} \quad (3.6)$$

我们仅关心L处的光斑半径, 求(3.6)式的虚部可得

$$\frac{a^2(L)}{a_0^2} = [1 - \frac{L}{R} + \frac{L}{f} - \frac{z_b}{f}(1 + \frac{L}{R}) + \frac{z_b^2}{Rf}]^2 + \frac{L^2}{k^2 a_0^4} (1 + \frac{z_b}{f} - \frac{z_b^2}{fL})^2 \quad (3.7)$$

在位相补偿时, 通过反向传输的高斯光束信标光求得须校正的畸变位相, 并假定信标光与主激光同长。其q因子变换关系如下:

$$q_{z+}^b = q_L^b + z_L \quad (3.8a)$$

$$\frac{1}{q_{z-}^b} = \frac{1}{q_{z+}^b} + \frac{1}{f} \quad (3.8b)$$

$$q_0^b = q_{z,-}^b + z_b \quad (3.8c)$$

从而可得

$$\frac{1}{q_0^b} = \frac{f + z_L + q_L^b}{fL + z_b z_L + (f + z_b) q_L^b} \quad (3.9)$$

对于聚焦光束而言，信标光源位于主激光无畸变传输时的束腰 z_0 处，对准值光束而言，信标位于无穷远。这样

$$q_L^b = ik a_f^2 \quad (3.10)$$

a_f 为信标光 $z=L$ 处的光斑半径，并与主激光无畸变传输到 $z=L$ 处的光斑半径相同。在位相补偿，只要求出 $z=0$ 处信标的等位相面曲率半径 R' 。将(3.10)式代入(3.9)式，并求其实部可得

$$\frac{1}{R'} = \frac{(f + z_b) k^2 a_f^4 + (fL + z_b z_L)(f + z_L)}{(f + z_b)^2 k^2 a_f^4 + (fL + z_b z_L)^2} \quad (3.11)$$

用 R' 替换(3.7)中的 R 即可得到位相补偿情况下 $z=L$ 处的光斑半径。这样，对距发射孔径处不同位置上的负透镜(离焦)，分别得到位相补偿开环和闭环情况下高斯光束束腰 $L=z_0$ 处的光斑半径为：

$$\frac{a^2(z_0)}{a_0^2} = \left(1 + \frac{z_0 - z_b}{f}\right)^2 \frac{a_f^2}{a_0^2} + (1 + N_F^{-2}) \frac{(z_0 - z_b)^4}{R^2 f^2} \quad (\text{open}) \quad (3.12a)$$

$$\frac{a^2(z_0)}{a_0^2} = \left(1 + \frac{z_b}{f}\right)^2 B(z_b) + \left(1 + \frac{z_b}{f} - \frac{z_b^2}{f z_0}\right)^2 \frac{N_F^2}{(1 + N_F^2)^2} \quad (\text{close}) \quad (3.12b)$$

$$B(z_b) = \left[\left(1 + \frac{z_b}{f}\right)^2 + \left(1 + \frac{z_b}{f} - \frac{z_b^2}{f z_0}\right)^2 N_F^2\right]^{-1} \quad (3.12c)$$

式中， $N_F = ka_0^2/R$ ，为发射光束Fresnel数， $z_0 = RN_F^2/(1 + N_F^2)$ 。

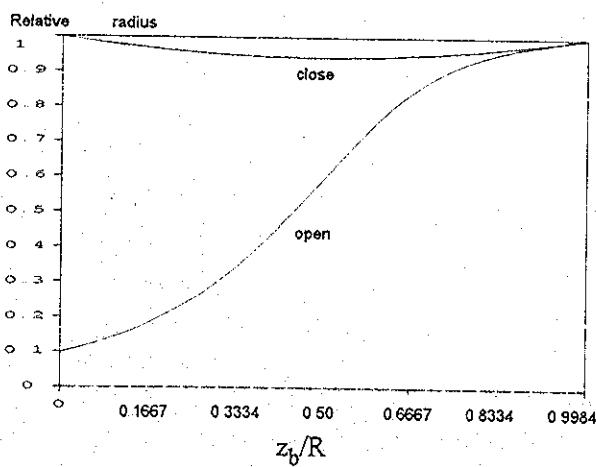


图3.2 f 为常数时不同位置上的负透镜对焦平面上相对光斑半径的影响

图3.2 所示为当 f 等于常数时，位相补偿前后的焦平面处相对光斑半径 $a_f^2 / a^2(z_\omega)$ 随负透镜位置 z_b 与R之比的变化情况。可以看到，在没有位相补偿时，在 $z_b=0$ 处的位相畸变对光束的影响最大，位相畸变处于接收端即 z_b 等于 z_ω 时，对 z_ω 处的光斑半径没有影响。在位相补偿时， $z_b=0$ 处的位相畸变是可以完全补偿，越接近焦平面的位相畸变补偿效果越差即越接近无校正的结果，而在 $z_b=z_\omega/2$ 处的位相畸变对光束质量的影响最大。在准直光束均匀大气传输时，即 z_b 远小于 z_ω ， $D_r(z)$ 基本不变，不同位置上热晕效应的等效负透镜焦距近似相等，因此只要在 $z_b < R/2$ ， z_b 越大，位相校正效果越差。

图3.3所示为利用(3.12)式计算的几种不同光束扫描速度条件下聚焦光束热透镜效应位相补偿前后的焦平面处相对光斑半径 $a_f^2 / a^2(z_\omega)$ 随负透镜位置 z_b 与R之比的变化结果， $N_F=25$ ，负透镜焦距 $f(z)$ 正比于 $D_r^3(z)$ 。图中，风速模式采用 $V(z)=V_0(1+N_v z/R)$ ， $N_v=\omega R/V_0$ ， ω 为光束扫描角速度。三条曲线分别对应于 N_v 等于0、4、8。显然，聚焦光束热晕效应位相补偿不同于准直光束的热晕效应位相补偿，由于此时热透镜效应导致的离焦位相畸变焦距正比于光束半径的三次方，因此，在接近焦点时，热透镜效应相应变强，负透镜焦距越短，位相补偿效果将显著下降。均匀大气条件下， $N_v=0$ 时，在 $z_b/R=0.96$ 处的位相畸变对光束质量的影响最大。由于 $V(z)$ 的随 z 的增大将减小相应位置上的 $f(z)$ ，因此随着光束扫描角速度即 N_v 的增大，位相补偿效果将有明显的改善。由此也可以知道，对于斜程大气传输而言，若吸收系数随传输距离的增大而减小，从而将增大负透镜焦距，对位相补偿是有利的。另外，在脉冲光束大气传输非线性热晕效应中，如没有大气风场的作用或脉冲宽度远小于风速渡越光束时间(即 D_0/V_0)的情况下， $f(z)$ 正比于相对光束直径 $D_r(z)$ 的四次方，这将更不利于位相补偿。

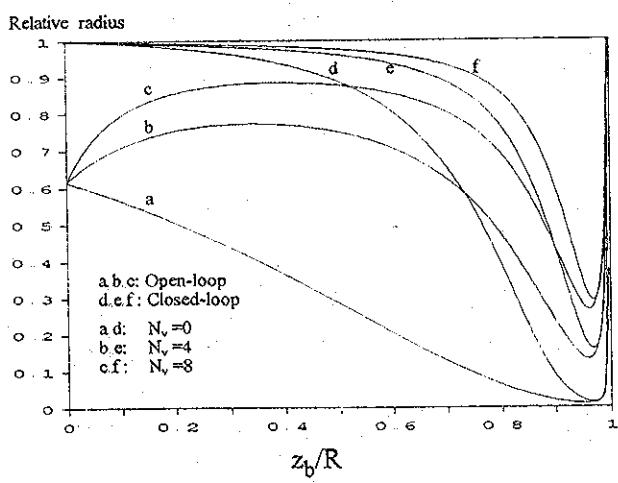


图3.3 当 f 正比于光斑半径的三次方时不同位置上的负透镜对焦平面上相对光斑半径的影响

由以上分析可见，位相补偿可以部分地校正高能激光大气传输的非线性热晕效应，但是对光束传输路径不同位置上的位相畸变的校正效果不同。在较弱的热晕效应

情况下，对准直光束而言，当 $N_p \gg 1$ 时，可将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜。然而，对聚焦光束而言，由于光束直径是随传输距离而显著变化的，不同位置上的位相畸变对光束传输的影响明显不同，因而，即使在较弱的热晕效应情况下，也不能将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜。

对于准直光束大气传输非线性热晕效应而言，若将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜，其所在位置距发射孔径的距离可等效为[1]

$$z_b = \frac{1}{N_D} \int_0^L N_D(z) z dz \quad (3.13)$$

L为传输距离，对均匀大气而言， $z_b \approx L/2$ 。利用上述同样的方法可以得到位相补偿后 z_b 处的光束直径与无畸变时的光束直径之比为

$$\frac{D_c(z_b)}{D(z_b)} = \frac{1}{1 + z_b/f} \quad (3.14)$$

即位相补偿将导致光束直径的减小，从而使光强增强，热晕效应相应增强。位相补偿是一个迭代过程，由(3.4)可得位相补偿后新的等效透镜焦距为

$$\frac{f_c}{f} = \frac{D_c^3(z_b)}{D^3(z_b)} \quad (3.15)$$

令 $y = D_c(z_b)/D(z_b)$ ，则由(3.14)(3.15)式可得下列迭代关系

$$y(n) = \frac{y^3(n-1)}{y^3(n-1) + z_b/f} \quad (3.16)$$

要使该迭代过程稳定，即 $y(n)=y(n-1)$ ，由方程(3.16)可知应满足条件[3]

$$0 \leq z_b/f \leq 4/27 \quad (3.17)$$

可见，在相同的发射光束情况下，准直光束整束热晕效应位相补偿不稳定性阈值可以由Bradely-Hermann参数 N_D 与光束Fresnel数[1] $N_{FB} = kD_0^2/8z_b$ 之比描述。而不同的发射光束的整束热晕位相补偿不稳定性阈值有所不同。

(1)高斯光束： $N_D/N_{FB}=0.525$

(2)圆形平台光束： $N_D/N_{FB}=2.63$

对于聚焦光束，虽然不能将整个传输路径上的位相畸变等效成一个薄透镜，但是对于一位于 z_b 处的薄层的等效薄透镜的作用而言，由上述的分析也可以看到，由于越接近焦平面即 z_b 越大， N_{FB} 越小，同时光强越强，该层的等效热畸变参数越大，从而 N_D/N_{FB} 越大，因此就越容易造成位相补偿的不稳定性。

§ 3.3 小尺度热晕不稳定性的线性化理论

本节首先给出描述在非均匀大气状态并伴有随机风场情况下的高能激光大气传输基本方程组，利用线性化理论推导出描述“不稳定性”的对数据幅与位相起伏的解析表达式以及描述激光束质量的Strehl比的普遍表达式，最后给出几种不同大气条件下的

Strehl比的计算结果，并进行分析与讨论。

3.3.1 基本方程及其小扰动解

在高能激光大气传输中，若满足以下几个条件，(1)激光束为准直光束，波动方程满足近轴近似；(2)大气风速清洁光束内热量的时间远小于热扩散时间，远大于流体力学时间，因此在大气与激光热相互作用方程中可以忽略热扩散项，且满足等压近似；在高能激光大气传输中，激光波长一般都选择在大气窗口，这意味着吸收系数很小，因此可以忽略大气吸收对光强的衰减。描述高能激光大气传输的基本方程组(1.11)和(1.32)可写成

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{2k} \nabla_{\perp}^2 \varphi + k \delta n \varphi = 0 \quad (3.18)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + (\bar{V}_0 + \delta \bar{V}) \cdot \nabla_{\perp} \right] \delta n = -\Gamma(z) I \quad (3.19)$$

式中： $\bar{V}_0(z)$ 为平均风速； $\delta \bar{V}(z)$ 为随机扰动风场； $\Gamma = \alpha \mu_T / \rho c_p$ 。在上式中令 $\varphi = [I_0(1+F)]^{1/2} \exp[-i(S_0-S_1)]$ ， $F = I/I_0$ 和 S_1 分别为对数振幅起伏和小尺度位相起伏。根据Enguehard等人[9]的数值实验结果，在产生不稳定性的初始阶段，非线性部分起很小的作用，因此我们可以假定 I/I_0 和 S_1 都远小于1，这样可将方程做线性化处理，从而得到

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{4k^2} \nabla_{\perp}^2 (\nabla_{\perp}^2 F) = -\nabla_{\perp}^2 \delta n \quad (3.20)$$

$$\nabla_{\perp}^2 S_1 = -k \frac{\partial F}{\partial z} \quad (3.21)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + (\bar{V}_0 + \delta \bar{V}) \cdot \nabla_{\perp} \right] \delta n = -\Gamma(z) I_0 F \quad (3.22)$$

为求解上式，我们假定激光束为无限平面波，这并不失一般性，因为对有限光束而言，已经证明光束的边缘对不稳定性的影响是不重要的。同时，由于不稳定性的增长是在毫秒量级左右，因此大气湍流满足冻结假定，即湍流引起的 δn_{\perp} 随时间的变化可看成是空间上随大气风速的位移。这样，对方程(3.20~3.22)在(x,y)平面内和在t时域内分别进行付氏变换和拉普拉斯变换，得到

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + a^2 \beta^2 \right) \hat{F}_{\kappa} = -\frac{\kappa^2}{\nu + \nu_1(z)} \delta n_{T\kappa} \quad (3.23)$$

$$\hat{S}_{1\kappa} = -\frac{k}{\kappa^2} \hat{F}_{\kappa} \quad (3.24)$$

$$\delta n_{\kappa} = -\frac{\Gamma(z) I_0}{\nu + \nu_1(z)} \hat{F}_{\kappa} + \frac{1}{\nu + \nu_1(z)} \delta n_{T\kappa} \quad (3.25)$$

式中， $a = \kappa^2/2k$ ， $\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$ ， κ_x ， κ_y 为付氏变换域中的空间频率坐标， ν 为时间域拉氏变换频率坐标， $\nu_1 = i\bar{\kappa}(\bar{V}_0 + \delta \bar{V})$ ；上标“^”和下标“ κ ”分别表示拉氏和付氏变换，上标“ \prime ”表示对z的一阶偏导数。 $\beta(z)$ 为

$$\beta^2(z) = 1 + \frac{\kappa^2 \Gamma(z) I_0}{a^2 [\nu + \nu_1(z)]} = 1 + \frac{2k \Gamma(z) I_0}{a [\nu + \nu_1(z)]} \quad (3.26)$$

由(3.24)式可知, \hat{F}_k 可表示位相起伏 \hat{s}_{1k} , 这样方程的解为

$$\hat{F}_k(z) = \hat{j}(z, 0)\hat{F}_k(0) + \hat{j}(z, 0)\hat{F}'_k(0) + \kappa^2\hat{K}_k(z, z)*\delta n_{Tk} \quad (3.27a)$$

$$\hat{F}'_k(z) = \hat{j}'(z, 0)\hat{F}_k(0) + \hat{j}'(z, 0)\hat{F}'_k(0) + \kappa^2\hat{K}'_k(z, z)*\delta n_{Tk} \quad (3.27b)$$

$$\delta n_k(z) = -\hat{b}(z)[\hat{j}(z, 0)\hat{F}_k(0) + \hat{j}(z, 0)\hat{F}'_k(0)] + \hat{L}*\delta n_{Tk} \quad (3.27c)$$

式中, “*”表示对 z 的卷积, $F(0)$ 和 $F'(0)$ 分别为 $z=0$ 处的扰动量, j 为纯热晕的格林函数, \hat{K} 为湍流与热晕相互作用格林函数。它们分别为

$$\begin{aligned} \hat{j}(z, z') &= \sum_{n=0}^{\infty} j_n(z, z') \\ j_0(z, z') &= z - z' \end{aligned} \quad (3.28a)$$

$$j_n(z, z') = \int_z^{z'} d\zeta \int_z^{\zeta} [-\alpha^2 \beta(\zeta') j_{n-1}(\zeta')] d\zeta' \quad (3.28b)$$

$$\hat{K}_k(z, z') = \frac{1}{\nu + \nu_1(z)} \hat{j}(z, z') \quad (3.28c)$$

$$\hat{L}(z, z') = \frac{1}{\nu + \nu_1(z)} \delta(z - z') - \kappa^2 \hat{b}(z) \hat{K}_k(z, z') \quad (3.28d)$$

应该指出, 上述格林函数是十分复杂的, 但是考虑到大气状态随传输距离的变化并不是十分迅速, 而我们所讨论的又是高空间频率即小尺度扰动情况下的激光传输问题, 因此, 在一般情况下可以满足所谓的WKB近似^[11]:

$$\left| \frac{\beta}{a\beta^2} \right| \ll 1 \quad (3.29)$$

这样, 格林函数 j 可以简化为

$$\hat{j}(z, z') \approx \frac{1}{a[\beta(z)\beta(z')]^{1/2}} \sin[a \int_z^{z'} \beta(z'') dz''] \quad (3.30a)$$

$$\hat{j}(z, z') \approx \frac{\beta^{1/2}(z)}{\beta^{1/2}(z')} \cos[a \int_z^{z'} \beta(z'') dz''] \quad (3.30b)$$

下面将基于简化的Green函数来讨论湍流热晕相互作用问题。

为了要进行自适应光学位相补偿, 必须要有一束来自靶标的信标, 我们假定信标光为一束与主激光同波长的弱激光束, 从靶标 $z=L$ 处传输到主激光的发射端 $z=0$ 处, 并且有 $F^b(L) = F'^b(L) = 0$, 由于它是线性传输问题, 则有

$$\hat{F}_k^b(z) = \kappa^2 \int_z^L \hat{K}_k^b(z-z') \delta n_k(z') dz' \quad (3.31a)$$

$$-\hat{F}'_k^b(z) = \kappa^2 \int_z^L \hat{j}_k^b(z-z') \delta n_k(z') dz' \quad (3.31b)$$

$$\hat{K}_k^b(z-z') = \frac{1}{a} \sin az'; \quad \hat{j}_k^b(z-z') = \cos az' \quad (3.31c)$$

其中，上标‘b’表示信标。在求解信标传输中，我们忽略了信标的时间延迟。由于我们只讨论位相补偿，所以只需要求出位相扰动。将折射率扰动代入上述方程得到

$$-\hat{F}_k^b(0) = -\hat{B}_i \hat{F}_k(0) - \hat{B}_\varphi \hat{F}_k(0) + K^2 \int_0^L \hat{j}^b(z) [\hat{L}(z) * n_{TK}(z)] dz \quad (3.32a)$$

$$\hat{B}_i = \int_0^L K^2 \hat{b}(z) \hat{j}^b(z) \hat{j}'(z, 0) dz \quad (3.32b)$$

$$\hat{B}_\varphi = \int_0^L K^2 \hat{b}(z) \hat{j}^b(z) \hat{j}(z, 0) dz \quad (3.32c)$$

在激光大气传输位相补偿中，信标光对主激光的位相补偿可由下式给出[3]：

$$\hat{F}_k(0) = \hat{g}_\varphi \hat{F}_k^b(0) + f \quad (3.33)$$

式中， \hat{g}_φ 为位相修正因子，f为补偿噪声。如果忽略噪声并且不考虑主激光的初始光强扰动，这样

$$(1 - \hat{g}_\varphi \hat{B}_\varphi) \hat{F}_k(0) = -K^2 \hat{g}_\varphi \int_0^L \hat{j}^b(z) [\hat{L}(z) * \delta n_{TK}(z)] dz \quad (3.34)$$

令： $\Delta = 1 - \hat{g}_\varphi \hat{B}_\varphi \neq 0$ ，将上式代入(3.27)式，并利用(3.30)即可得到z=L处位相补偿后高能激光在非均匀大气中传输的对数振幅和位相扰动的普遍表达式：

$$\hat{F}_k(L) = K^2 \int_0^L \hat{K}_c(L, z, \nu + \nu_1) \delta n_{TK}(z) dz \quad (3.35a)$$

$$\hat{F}_k(L) = K^2 \int_0^L \hat{K}_c(L, z, \nu + \nu_1) \delta n_{TK}(z) dz \quad (3.35b)$$

式中 \hat{K}_c 为位相补偿时的高能激光传输在频域内的格林函数

$$\hat{K}_c(L, z, \nu + \nu_1) = \frac{1}{\nu + \nu_1(z)} [\hat{j}(L, z) - \hat{j}(L, 0) \hat{M}(z)] \quad (3.36a)$$

$$\hat{K}_c(L, z, \nu + \nu_1) = \frac{1}{\nu + \nu_1(z)} [\hat{j}'(L, z) - \hat{j}'(L, 0) \hat{M}(z)] \quad (3.36b)$$

$\hat{M}(z)$ 为位相补偿响应函数

$$\hat{M}(z) = \frac{\hat{g}_\varphi}{\Delta} [\alpha \sin aL J(L, z) + \cos aL \hat{j}'(L, z)] \quad (3.36c)$$

$$\Delta = 1 - \hat{g}_\varphi + \hat{g}_\varphi [\alpha \sin aL J(L, 0) + \cos aL \hat{j}'(L, 0)] \quad (3.36d)$$

当 $\hat{g}_\varphi = 0$ ，即无位相补偿时，有

$$\hat{K}_{co}(L, z, \nu + \nu_1) = \hat{K}_k(L, z, \nu + \nu_1) = \frac{1}{a[\nu + \nu_1(z)][\beta(L)\beta(z)]^{1/2}} \sin[a \int_z^L \beta(z') dz'] \quad (3.37a)$$

$$\hat{K}_{co}(L, z, \nu + \nu_1) = \hat{K}_k(L, z, \nu + \nu_1) = \frac{\beta^{1/2}(L)}{[\nu + \nu_1(z)]\beta^{1/2}(z)} \cos[a \int_z^L \beta(z') dz'] \quad (3.37b)$$

当 $\hat{g}_\varphi = 1$ ，即完全位相补偿时，则

$$\hat{K}_{\epsilon 1}(L, z, \nu + \nu_1) = -\frac{1}{af(\beta)[\nu + \nu_1(z)][\beta(L)\beta(z)]^{1/2}} \cos(aL) \sin[a \int_z^L \beta(z') dz'] \quad (3.38a)$$

$$\hat{K}_{\epsilon 1}(L, z, \nu + \nu_1) = \frac{1}{f(\beta)[\nu + \nu_1(z)][\beta(L)\beta(z)]^{1/2}} \sin(aL) \sin[a \int_0^z \beta(z') dz'] \quad (3.38b)$$

$$f(\beta) = \cos(aL) \cos[a \int_0^L \beta(z) dz] + \frac{1}{\beta(L)} \sin(aL) \sin[a \int_0^L \beta(z) dz] \quad (3.38c)$$

上面给出了在频域内的对数振幅起伏和位相起伏的表达式，对于时域内相应的表达式只要对上式进行拉氏反变换即可得到

$$F_{\kappa}(L) = \kappa^2 \int_0^L K_{\epsilon}(L, z, t, \nu_1) \delta n_{T\kappa}(z) dz \quad (3.39a)$$

$$F_{\kappa}(L) = \kappa^2 \int_0^L K_{\epsilon}(L, z, t, \nu_1) \delta n_{T\kappa}(z) dz \quad (3.39b)$$

根据拉氏变换性质有

$$K_{\epsilon}(L, z, t, \nu_1) = K_{\epsilon}(L, z, t) \exp(-\nu_1 t) \quad (3.40a)$$

$$K_{\epsilon}(L, z, t, \nu_1) = K_{\epsilon}(L, z, t) \exp(-\nu_1 t) \quad (3.40b)$$

$K_{\epsilon}(L, z, t), K_{\epsilon}(L, z, t)$ 分别为 $\hat{K}_{\epsilon}(L, z, \nu), \hat{K}_{\epsilon}(L, z, \nu)$ 的拉氏逆变换。

令 $\varepsilon = \frac{2k\Gamma_0 I_0}{a\nu}$, 其中 $\Gamma(z) = \Gamma_0 \Gamma_1(z)$, 这样将拉氏域的格林函数表示成以 ε 的 Taylor 展开式即

$$\hat{K}_{\epsilon}(L, z, \nu) = \frac{1}{2k\Gamma_0 I_0} \varepsilon \hat{H}(\varepsilon, z), \quad \hat{H}(\varepsilon, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon^n}{n!} \left. \frac{d^n}{d\varepsilon^n} \right|_{\varepsilon=0} \quad (3.41)$$

利用上式，并且令 $\xi_0 = aL$, $l = z/L$, 然后做拉氏逆变换，即得到高能激光大气传输位相补偿时域内的传递函数为

$$aK_{\epsilon 0}(\xi_0, l, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2k\Gamma_0 I_0 Lt)^n}{\xi_0^n (n!)^2} \left. \frac{d^n}{d\varepsilon^n} \right|_{\varepsilon=0} \hat{H}_1(\varepsilon, \xi_0, l) \quad (3.42a)$$

$$\hat{H}_1(\varepsilon, \xi_0, l) = \frac{1}{[\beta(\varepsilon)\beta(\varepsilon, l)]^{1/2}} \sin[\xi_0 \int_l^1 \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad (3.42b)$$

$$K_{\epsilon 0}(\xi_0, l, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2k\Gamma_0 I_0 Lt)^n}{\xi_0^n (n!)^2} \left. \frac{d^n}{d\varepsilon^n} \right|_{\varepsilon=0} \hat{H}_1(\varepsilon, \xi_0, l) \quad (3.43a)$$

$$\hat{H}_1(\varepsilon, \xi_0, l) = \frac{\beta^{1/2}(\varepsilon)}{\beta^{1/2}(\varepsilon, l)} \cos[\xi_0 \int_l^1 \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad (3.42b)$$

$$aK_{\epsilon 1}(\xi_0, l, t) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2k\Gamma_0 I_0 Lt)^n}{\xi_0^n (n!)^2} \left. \frac{d^n}{d\varepsilon^n} \right|_{\varepsilon=0} \hat{H}_2(\varepsilon, \xi_0, l) \quad (3.44a)$$

$$\hat{H}_2(\varepsilon, \xi_0, l) = \frac{1}{f(\beta)[\beta(\varepsilon)\beta(\varepsilon, l)]^{1/2}} \cos \xi_0 \sin [\xi_0 \int_0^l \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad (3.44b)$$

$$K_{e1}(\xi_0, l, t) = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2k\Gamma_0 I_0 Lt)^n}{\xi_0^n (n!)^2} \frac{d^n}{d\varepsilon^n} \hat{H}_2(\varepsilon, \xi_0, l) \Big|_{\varepsilon=0} \quad (3.45a)$$

$$\hat{H}_2(\varepsilon, \xi_0, l) = \frac{1}{f(\beta)[\beta(\varepsilon)\beta(\varepsilon, l)]^{1/2}} \sin \xi_0 \sin [\xi_0 \int_0^l \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad (3.45b)$$

式中：

$$f(\beta) = \cos \xi_0 \cos [\xi_0 \int_0^l \beta(\varepsilon, l') dl'] + \frac{1}{\beta(\varepsilon)} \sin \xi_0 \sin [\xi_0 \int_0^l \beta(\varepsilon, l') dl'] \quad (3.46a)$$

$$\beta^2(\varepsilon, l) = 1 + \varepsilon \Gamma_1(l); \quad \beta^2(\varepsilon) = 1 + \varepsilon \Gamma_1(1) \quad (3.46b)$$

3.3.2 位相补偿下的Strehl比的普遍表达式

在3.3.1中，我们利用线性化理论已经得到了高能激光湍流热晕相互作用下对数据幅和位相起伏的普遍表达式，本节，在此基础上将进一步研究这些扰动对高能激光在非均匀吸收介质中传输光束质量即Strehl比的影响。我们知道，当互相关函数MCF(ρ)的相关距离足够大时，即对大孔径而言，Strehl比 $S=MCF(\rho)|_{\rho \sim 0}$ ，因此我们可以通过推导互相关函数直接得到光束质量因子Strehl比 S 。

根据MCF(ρ)的定义有[12]

$$\ln MCF(\rho) = -\frac{1}{2} [D_z(\rho) + D_s(\rho)] \quad (3.47)$$

其中， $D_{zs}(\rho) = 2[B_{zs}(0) - B_{zs}(\rho)]$ 为对数据幅起伏和位相起伏的结构函数； $B_z(\rho) = \langle \chi(\rho_1, z_1) \chi(\rho_1 + \rho, z_2) \rangle$ ； $B_s(\rho) = \langle S_1(\rho_1, z_1) S_1(\rho_1 + \rho, z_2) \rangle$ 分别为对数据幅起伏和位相起伏的相关函数； $\chi_\kappa = \frac{1}{2} F_\kappa$ ； $S_{1\kappa} = \frac{k}{K^2} F_\kappa^*$ 。利用付氏变换的性质：

$$[f(\rho_1, z_1) \otimes f(\rho_1 + \rho, z_2)]_\kappa = f_\kappa(z_1) f_\kappa^*(z_2) \quad (3.48)$$

式中， \otimes 表示相关。这样可得

$$B_z(\rho) = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty \langle F_\kappa(z_1, t) F_\kappa^*(z_2, t) \rangle J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \quad (3.49a)$$

$$B_s(\rho) = 2\pi k^2 \int_0^\infty \langle F_\kappa(z_1, t) F_\kappa^*(z_2, t) \rangle J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \quad (3.49b)$$

将(3.39)式代入(3.49)式，并利用(3.40)式即得

$$B_z(\rho) = 2\pi k^2 \int_0^\infty J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \int_0^L \int_0^L \alpha^2 \langle K_e(L, z_1, t) K_e^*(L, z_2, t) \rangle \times \langle \exp\{-i\vec{\kappa}[\delta\vec{v}(z_1) - \delta\vec{v}(z_2)]t\} \rangle \langle \delta n_{T\kappa}(z_1) \delta n_{T\kappa}(z_2) \rangle dz_1 dz_2 \quad (3.50a)$$

$$B_s(\rho) = 2\pi k^2 \int_0^\infty J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \int_0^L \int_0^L \langle K_c(L, z_1, t) K_c^*(L, z_2, t) \rangle \\ \times \langle \exp\{-i\bar{\kappa}[\delta v(z_1) - \delta v(z_2)]t\} \rangle \langle \delta n_{IK}(z_1) \delta n_{IK}(z_2) \rangle dz_1 dz_2 \quad (3.50b)$$

光学湍流的相关函数为[13]

$$\langle \delta n_{IK}(z_1) \delta n_{IK}(z_2) \rangle = 2\pi \Phi(\kappa) C_n^2(z_1, z_2) \delta(z_1 - z_2) \quad (3.51)$$

式中, $\Phi(\kappa)$ 为折射率起伏三维谱, C_n^2 为湍流结构常数, δ 为狄拉克函数。根据高斯随机函数的性质可得

$$\langle \exp\{-i\bar{\kappa}[\delta v(z_1) - \delta v(z_2)]t\} \rangle = \exp[-\frac{1}{2}\kappa^2 t^2 D_v(z_1, z_2)] \quad (3.52)$$

D_v 为随机风场结构函数。按照文献[14],

$$\langle \delta v_i(z_1) \delta v_j(z_2) \rangle = \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta v^2(z_1 - z_2) \exp(-\frac{|z_1 - z_2|}{l_v}) \quad (3.53a)$$

$$D_v(z_1, z_2) = \delta v^2(z_1) + \delta v^2(z_2) - \delta v^2(z_1 - z_2) \exp(-\frac{|z_1 - z_2|}{l_v}) \quad (3.53b)$$

式中 δv^2 表示随机风速方差, l_v 为随机风场相关距离, δ_{ij} 狄拉克函数表示不考虑随机风向的影响。将(3.53)式代入(3.50)式可得:

$$B_z(\rho) = 4\pi k^2 \int_0^\infty J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \int_0^L \int_0^L a^2 \langle |K_c(L, z_1, t)|^2 \rangle S_1(z) C_n^2(z) dz \quad (3.54a)$$

$$B_s(\rho) = 4\pi k^2 \int_0^\infty J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \int_0^L \int_0^L \langle |K_c(L, z_1, t)|^2 \rangle S_1(z) C_n^2(z) dz \quad (3.54b)$$

$$S_1(z) = \exp[-\frac{1}{2}\kappa^2 t^2 \delta v^2(z)] \quad (3.54c)$$

将(3.54)式代入(3.47)式即得

$$\ln MCF(\rho) = -4\pi^2 k^2 \int_0^\infty [1 - J_0(\rho)] \Phi(\kappa) \kappa d\kappa \int_0^L S_1(z) C_n^2(z) \times [a^2 \langle |K_c(L, z, t)|^2 \rangle + \langle |K_c'(L, z, t)|^2 \rangle] dz \quad (3.55)$$

根据上述讨论, Strehl比为

$$\ln S = -4\pi^2 k^2 \int_0^\infty \Phi(\kappa) \kappa d\kappa \int_0^L S_1(z) C_n^2(z) \times [a^2 \langle |K_c(L, z, t)|^2 \rangle + \langle |K_c'(L, z, t)|^2 \rangle] dz \quad (3.56)$$

对上式做变量代换 $\xi_0 = aL, l = z/L, dz = Ldl, \kappa d\kappa = kd\xi_0/L$, 则得

$$\ln S = -4\pi^2 k^3 \int_0^\infty \Phi(\xi_0) \xi_0 d\xi_0 \int_0^1 S_1(l) C_n^2(l) \times [a^2 \langle |K_c(\xi_0, l, t)|^2 \rangle + \langle |K_c'(\xi_0, l, t)|^2 \rangle] dl \quad (3.57)$$

对于瞬时响应而言, 根据文献[9], 当 $\xi_0 > \Lambda = \frac{\pi}{4N_d}$ 时, $\hat{g}_\phi = 0$; $\xi_0 < \Lambda = \frac{\pi}{4N_d}$ 时, $\hat{g}_\phi = 1$ 。其

中 d 为变形镜的驱动器间距, $N_d = d^2/\lambda L$ 为变形镜驱动器的Fresnel数, 这样, 利用(3.57)式即可得出在位相补偿下高能激光在伴有随机风速切变非均匀吸收的大气中传输时的

Strehl比的一般表达式为

$$\ln S = -4\pi^2 k^3 \int_{\Lambda}^{\infty} \Phi(\xi_0) \xi_0 d\xi_0 \int_0^1 S_1(l) C_n^2(l) \times [\langle a^2 \rangle + \langle |K_{e0}(\xi_0, l, t)|^2 \rangle] dl \\ - 4\pi^2 k^3 \int_0^{\Lambda} \Phi(\xi_0) \xi_0 d\xi_0 \int_0^1 S_1(l) C_n^2(l) \times [\langle a^2 \rangle + \langle |K_{e1}(\xi_0, l, t)|^2 \rangle] dl \quad (58)$$

式中的格林函数可通过(3.42)至(3.46)求得。

3.3.3 计算结果与讨论

根据上一节的讨论，原则上只要给定大气参数以及高能激光发射光束的初始条件即可求知激光在大气中传输的Strehl比。然而大气湍流一般满足Kolmogorov 谱[13]，这样湍流功率谱与横向相干长度分别满足下列表达式

$$\Phi(K) = 0.033 K^{-11/3} = 0.033 \left(\frac{2k}{L} \xi_0 \right)^{-11/6} \quad (3.59a)$$

$$r_0' = (0.423 C_{n0}^2 k^2 L)^{-0.6} \quad (3.59b)$$

式中 C_{n0}^2 、 r_0' 分别为均匀大气湍流结构常数和大气相干长度，这样 $C_n^2(l)$ 可改写为

$$C_n^2(l) = C_{n0}^2 C_{n1}^2(l) \quad (3.59c)$$

将(3.59)式及(3.42)-(3.45)代入(3.58)式 即得

$$\ln(S) = -0.186 N_T^{-5/6} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} N_{\omega}^{n+m} \quad (3.60a)$$

$$A_{nm} = \frac{2^{n+m}}{(n! m!)^2} \left[\int_{\Lambda}^{\infty} \xi_0^{-\frac{11}{6}-n-m} B_{nm}(\xi_0) d\xi_0 + \int_0^{\Lambda} \xi_0^{-\frac{11}{6}-n-m} C_{nm}(\xi_0) d\xi_0 \right] \quad (3.60b)$$

$$B_{nm}(\xi_0) = \int_0^1 C_{n1}^2(l) S_1(l) \left\{ \frac{d^n}{d\varepsilon_1^n} \frac{d^m}{d\varepsilon_2^m} [\langle H_1(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_1^*(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle + \langle H_1'(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_1''(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle] \right\}_{\varepsilon_1=0}^{\varepsilon_2=0} dl \quad (3.60c)$$

$$C_{nm}(\xi_0) = \int_0^1 C_{n1}^2(l) S_1(l) \left\{ \frac{d^n}{d\varepsilon_1^n} \frac{d^m}{d\varepsilon_2^m} [\langle H_2(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_2^*(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle + \langle H_2'(\varepsilon_1, l, \xi_0) H_2''(\varepsilon_1, l, \xi_0) \rangle] \right\}_{\varepsilon_1=0}^{\varepsilon_2=0} dl \quad (3.60d)$$

其中， $N_T = r_0^2 / \lambda L$ 为湍流扰动Fresnel 数，它是描述大气湍流强弱的参数。 $N_{\omega} = k \Gamma_0 I_0 L t$ 为光束热晕弧度数，是描述热晕效应强弱的无量纲数。从以上分析可以看到，在均匀大气及无随机风场情况下，上述结果与文献[9]等的结果完全一致，此时，高能激光大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿下的对数光强起伏和位相起伏及光束Strehl比可通过 N_T 、 N_d 、 N_{ω} 三个无量纲参数加以描述。图3.4a、b、c 分别给出了等效水平均匀大气无随机风速切变情况下的Strehl比的计算结果。图中，横坐标为热晕弧度数，纵坐标为 Strehl比，不同的曲线表示当 N_T 值一定时不同的变形镜驱动器Fresnel数情况下的结果。由计算结果可以得到如下几点结论：

① $N_{\omega}=0$ 时即纯湍流效应的位相补偿是十分有效的，而且 N_d 越小补偿效果越好。当 N_d 趋于零即理想位相共轭补偿($\sigma_{\phi}^2=0$)时，由(3.60)式可得 $S=\exp(-\sigma_x^2)$ ，与第二章的

分析结果完全一致。

②湍流热晕相互作用的位相补偿是否有效取决于 N_T 、 N_d 、 N_ω 之间的关系。在 N_T 、 N_ω 一定的情况下，一般而言，要选择适当的 N_d (变形镜驱动器间距)，位相补偿才会有效并可达到最佳补偿效果。例如 $N_T=1.0$ ， $N_\omega=5.0$ 时，为使位相补偿效果达到最佳， N_d 应选为2.5左右。如 N_d 太小，不仅不会改善补偿效果，反而导致Strehl比更快地下降，甚至比不补偿更坏，这意味着位相补偿不稳定性和(PCI)对光束质量的影响超过了小尺度热晕不稳定性和(STRS)的影响。

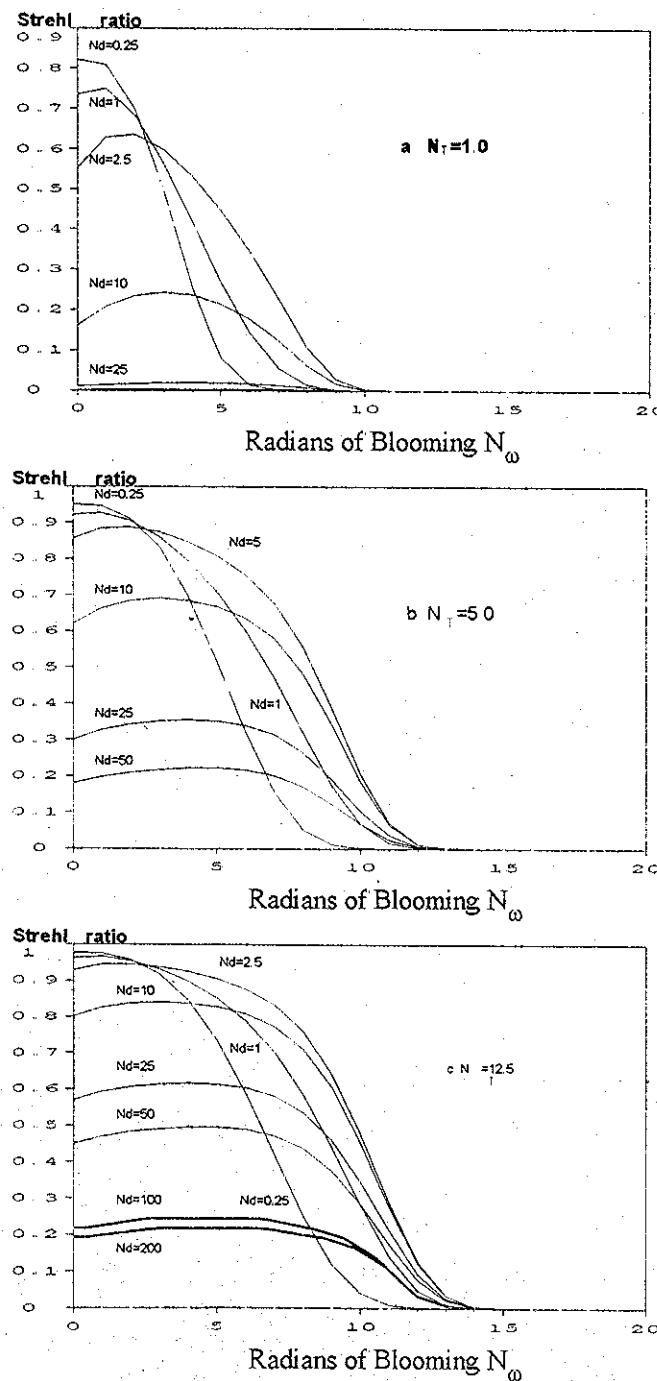


图3.4 等效均匀大气无随机风场情况下Strehl比随热晕弧度数的变化

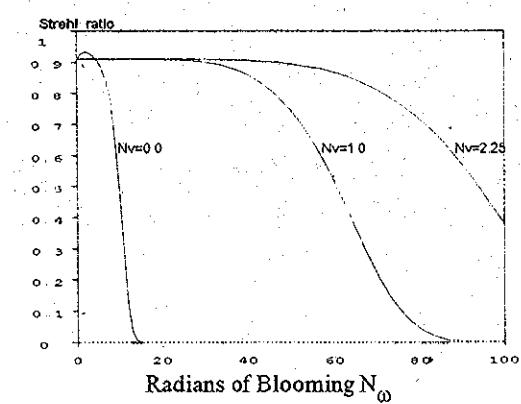
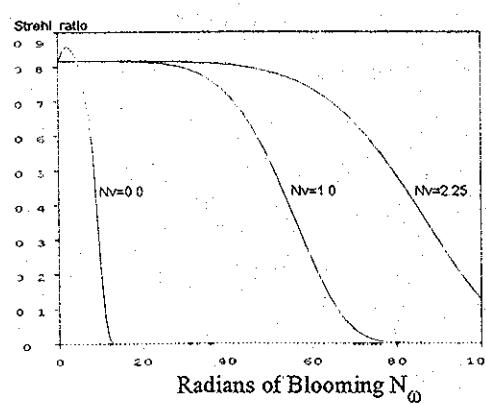
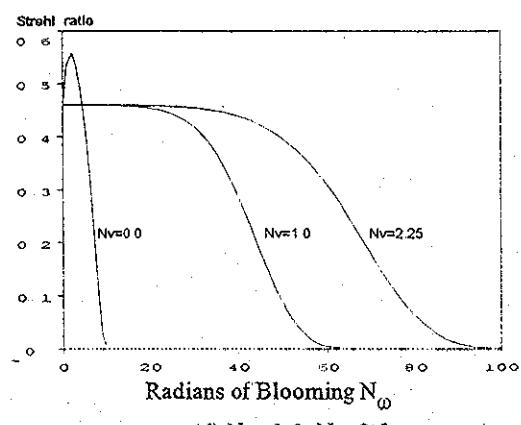
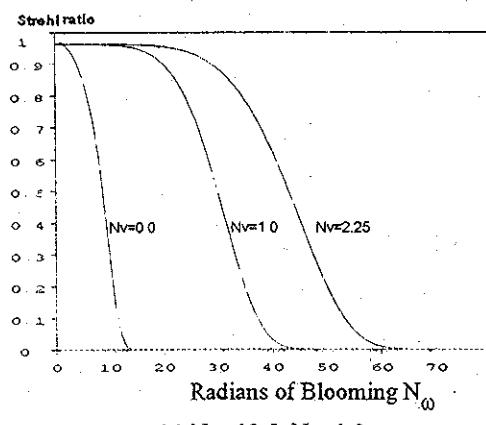
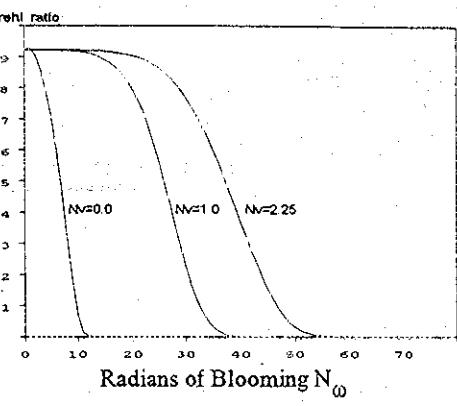
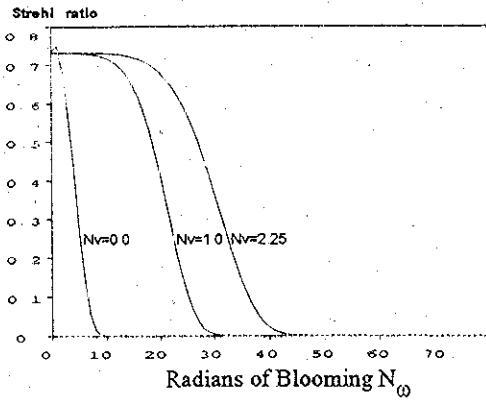


图3.5 不同的湍流特征Fresnel数、变形镜特征Fresnel数和随机风场切变数情况下
Strehl比随热晕弧度数的变化

③ N_I 、 N_d 一定时， N_ω 在一定的范围内Strehl比没有明显的变化，一旦 N_ω 将超过某一值时，Strehl比开始迅速下降。定义Strehl比下降到最大值的 $1/e$ 处的 N_ω 值为 $N_{\omega c}$ ，很明显 $N_{\omega c}$ 与 N_I 、 N_d 有关。当 N_I 一定时， N_d 越小， $N_{\omega c}$ 也越小。当 $N_I=1.0$ (相当于 $r_0=10.0\text{cm}, L=10\text{km}$)， $N_d=2.5$ 时，则 $N_{\omega c}$ 约等于7.0。为便于比较，我们同样采取APS[15]报告中给出的大气参数，这样根据 $N_{\omega c}$ 的定义可以得到产生小尺度热晕位相补偿不稳定

性的高能激光临界能量密度($I_0 t_c$)约等于 0.13J/cm^2 ，此值相当于APS报告给出的整束热晕效应开始产生重大影响的临界能量密度。这表明一旦激光能量密度超过整束热晕效应产生重大影响的临界能量密度，位相补偿不稳定性将使自适应光学位相补偿无法用于校正小尺度热晕效应，而且其不稳定性的能量密度阈值比整束热晕位相补偿不稳定的密度阈值低三个量级左右。

在上述计算中，没有考虑随机风速切变的影响。为了进一步研究随机风速切变对Strehl比的影响，类似文献[10]定义随机风速切变数为

$$N_s = \sqrt{k/L} \frac{\delta v}{N_\lambda} \quad (3.61)$$

式中 $N_\lambda = N_\omega / 2\pi$ 为热晕速率，这样对于伴有随机风速切变的等效水平均匀大气高能激光传输的Strehl比可以通过 N_T 、 N_d 、 N_ω 、 N_s 四个无量纲参数加以描述。图3.5a~f为利用(3.60)和(3.42~46)式给出了不同的 N_T 、 N_d 、 N_ω 、 N_s 情况下的Strehl比的计算结果。由图3.5a~f可以看出，随机风速切变确实对抑制“不稳定性”是很有效的。由于随机风速切变的存在， N_ω 的临界值 $N_{\omega c}$ 大大增加。就我们的计算结果而言，可使 $N_{\omega c}$ 值提高几倍到几十倍，它取决于 N_T 、 N_d 与 N_s 的值，上述参数越大， $N_{\omega c}$ 也越大。但是应该指出，即使存在随机风速切变，在实际大气条件下，湍流热晕相互作用位相补偿不稳定的高能激光临界能量密度仍然比整束热晕位相补偿不稳定的临界能量密度小一个数量级以上。

§ 3.4 小尺度热晕不稳定性模拟实验研究

上节利用线性化理论讨论了小尺度热晕不稳定性以及随机风场对小尺度热晕不稳定性的作用，分析了不稳定性对高能激光大气传输的影响的基本物理规律。众所周知，在强激光实际大气传输，由于大气湍流的随机特性及复杂的风场及其它因素给理论上定量研究小尺度热晕不稳定性规律带来了一定难度。因此借助于模拟实验和数值计算来研究小尺度热晕不稳定性定量规律当是较为可行的手段。本节介绍我们对小尺度热晕不稳定性模拟实验研究及相应的数值模拟研究结果[16,17]，一方面为了在实验上进一步定量地了解小尺度热晕不稳定性规律，另一方面为我们的高能激光大气传输数值模拟模式提供实验验证。

3.4.1 实验布局及参数

图3.6为室内小尺度热晕不稳定性模拟实验光路。连续 A_T 激光束经反射镜 m 反射到 MASK，在 MASK 的两面上一面镀全反，一面镀增透膜，当增透膜面向前时其两面反射产生一定对比度的干涉条纹从而形成对光束的注入扰动，进行小扰动热晕实验；而当全反面朝前时即为整束无扰动光束，做整束热晕实验；这样可对整束热晕和小尺度热晕进行对比实验研究。光束旋转系统 r_1 使光束旋转通过热晕模拟池来模拟风速，调整转镜 r_1 的臂长、倾角可得到不同的平均风速和风速梯度。为便于接收端光强分布等的测量，在热晕池出口端安装一台与 r_1 对称的旋转系统 r_2 ，并由同步控制装置控制 r_1 和

r_2 , 使光束经 r_2 后又回到静止的光轴上。在热晕池的人端和出端的功率计分别探测热晕池人端和出端的功率, 从而得到激光的总功率和吸收系数。光电倍增管用于测量光束远场能量集中度, CCD用于测量近场的光强分布。热晕池充入一定的 NO_2 吸收气体后, 再充入空气到一个大气压。我们做了大量的实验, 每次实验参数略有不同。

实验参数如下:

激光波长 $\lambda = 0.514(\mu\text{m})$
 光斑半径 $a_0 = 2.5 \sim 3.0(\text{mm})$
 风速($z=0$) $V = 2.5 \sim 3.75(\text{cm/s})$
 扰动空间频率 $\kappa = 0.5 \sim 0.8(\text{frings/mm})$
 热晕速率 $N_\lambda = 28.34 \sim 35.0$

激光功率 $P = 0.45 \sim 0.52(\text{W})$
 吸收系数 $\alpha = 0.75 \sim 1.15(1/\text{m})$
 风速梯度 $\beta = 0.54 \sim 0.86(\text{cm/s/m})$
 相对扰动强度 $p = 10 \sim 20\%$
 接收端费涅耳数 $N_F = 3.5$

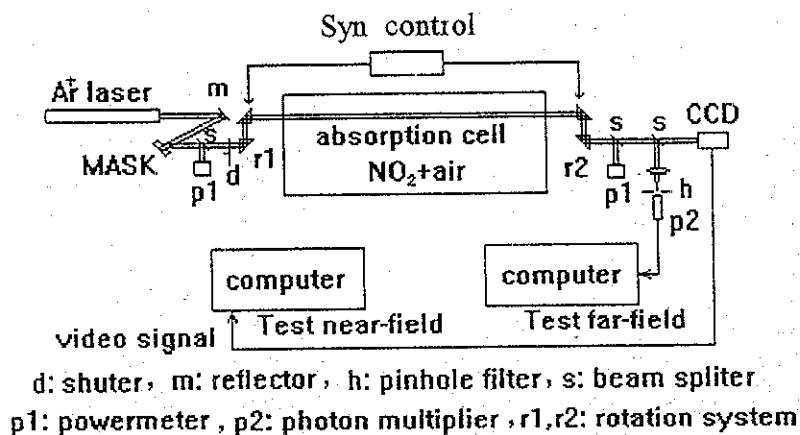


图3.6 小尺度热晕不稳定性模拟实验系统示意图

在数值模拟计算中, 我们既利用实测的发射光强分布进行了计算(假定其位相分布是均匀的), 也采用了发射光束模型为

$$\phi(r) = [1 + p \cos(2\pi\kappa r)] \exp(-r^2 / 2a_0^2) \quad (3.62)$$

情况下进行了计算, 其中 ϕ 为光场函数, r 为光束径向横坐标, 其它参数均采用实验参数, 计算方法将在第四章详细介绍。两种发射光强下的计算结果没有明显差别。

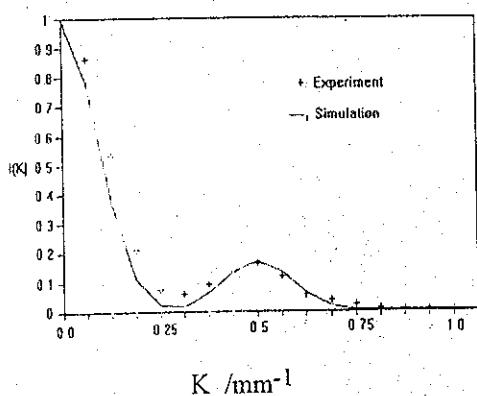


图3.7 发射光束光强分布垂直干涉条纹方向付氏谱分布

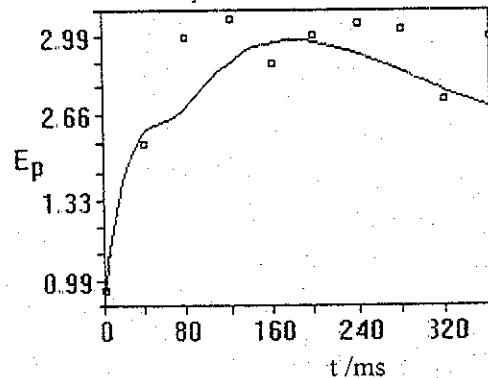


图3.8 扰动能量随时间的变化
 $V=0.0 \quad N_\lambda = 350 \text{ waves}$

实验中，注入扰动条纹空间频谱明显高于整束光束的空间频谱，这样便于获得光束中的小尺度扰动信息。由于注入扰动空间谱分布具有一定宽度，如图3.7所示，扰动谱范围为0.25~0.75。所以本文采用扰动能量随时间的变化来分析小尺度热晕不稳定现象，所谓扰动能量是对所有扰动空间谱分量功率的积分。

3.4.2 结果讨论

图3.8为风速等于零时扰动能量随时间的变化情况，热晕速率为每秒35波数，口为实验结果，实线为数值计算结果。由图可以看到由于热晕的作用，在 $t < 160\text{ms}$ 范围内，扰动能量被迅速放大了约三倍；随后由于热扩散的作用而趋向稳定。由光斑上干涉条纹的对比度随时间的增强也可直观地看到扰动能量的特征，如图3.9所示，从光斑大小及扰动对比度的变化可以看到，实验结果与数值模拟结果是基本一致的，由于实验中光斑测量CCD动态范围等因素的限制，计算光斑中光强对比度比实验结果稍大。

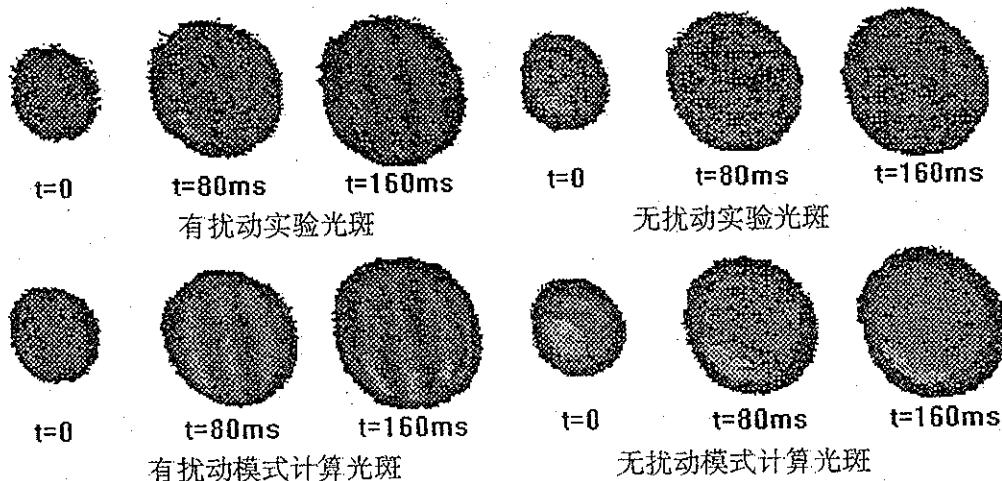


图3.9 近场光斑图象实验与模式计算对比，模式计算中发射光束光强分布采用实验中的测量结果，
 $V=0$ $N_\lambda = 350 \text{ waves}$

在高能激光实际大气传输中，对小尺度热晕不稳定的抑制作用主要来自于风速切变和随机风速，为此，我们进一步进行了不同均匀风速和风速梯度下的小尺度热晕不稳定性实验研究。如图3.10(1)(2)(3)(4)所示为分别为几中不同风速、风向情况下光束中扰动能量随时间变化特征的实验与数值模拟结果比较，热晕速率为每秒28.34波数。由图可见：

①在热晕效应早期，注入扰动的能量随时间迅速增大，即小尺度扰动被放大，在风场的作用下，随着整束热晕效应趋于稳态，扰动能量也趋向一常数，扰动能量的放大倍数将随不同的风向、风速而不同；

②垂直扰动梯度的风对小尺度热晕不稳定性没有抑制作用，事实上从介质的温度（或折射率）扰动方程可以看到，当风向垂直于温度扰动梯度方向时，温度扰动的变化与无风情况没有差别，扰动能量随风速增大而有所减小是由于整束热晕效应随风速的增大而减小造成的；

③当风向平行扰动梯度方向时，不论增大平均风速还是增大风速梯度，扰动能量的增长都受到明显的抑制作用，尤其是风速梯度对小尺度热晕不稳定性的影响更大，这是因为平行扰动梯度方向的风对温度扰动有着清洗作用；

④数值模拟与实验结果的一致性证明了我们计算模式的可靠性和精确性。另外应注意到，在高能激光实际大气传输湍流热晕相互作用中，由于大气湍流扰动的随机性，大气风速风向对小尺度热晕不稳定性的影响更为复杂，需要利用数值模拟进行具体的定量计算分析。

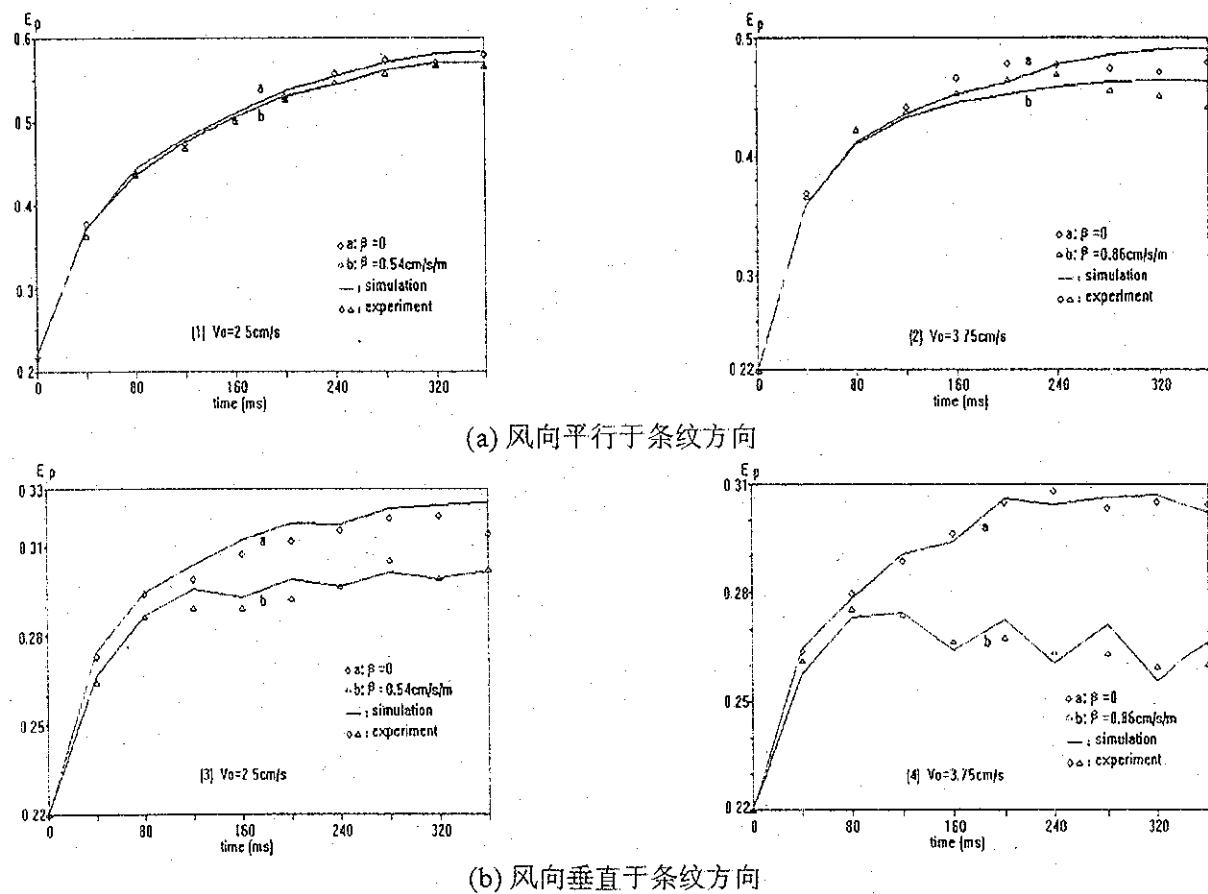


图3.10 热晕速率为 $N_\lambda = 28.34 \text{ waves/sec}$ 时不同平均风速、风向和风速梯度情况下扰动能量随时间的变化

本章小结

利用薄透镜近似分析了高能激光大气传输整束热晕效应位相补偿的基本特征，讨论了聚焦光束和准值光束位相补偿的差别。结果表明，对于聚焦光束而言，光束扫描将显著改善补偿效果，从而大大提高光束焦平面上的功率密度。因此，在聚焦光束斜程大气传输中，吸收系数随高度的减小，大气风速随高度的增加，不仅可减小热晕效应，同时对其位相补偿也更有利。

利用线性化理论对激光大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿进行了研究，得

到了光束振幅起伏、位相起伏及光束Strehl比的一般表达式，对高能激光大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿以及随机风场对“不稳定性”的抑制作用进行了计算分析。结果表明，湍流热晕相互作用不稳定性及位相补偿不稳定性对高能激光大气传输的光束质量产生极其严重的破坏，随机风速切变确实对抑制“不稳定性”是很有效的，但在实际大气中，湍流热晕相互作用位相补偿不稳定性对高能激光临界能量密度仍然比整束热晕位相补偿不稳定性的阈值要低的多。

对风速梯度抑制小尺度热晕不稳定性的作用进行了模拟实验和数值模拟计算研究，取得了一致的结果，表明平行扰动梯度方向的风速对小尺度热晕不稳定性有明显的抑制作用。数值计算和实验结果的一致说明了我们的数值模拟四维模式对热晕效应及小尺度热晕不稳定性模拟计算是精确可靠的。

参考文献：

- [1] F G Gebhardt, "Twenty-five years of thermal blooming: an overview" SPIE OE/LASE'90, Vol 1221, p2-25, 1990
- [2] J F Schonfeld, "The Theory of Compensated Laser Propagation Through Strong Thermal Blooming", The Lincoln Lab Journal, Vol 15, No 2, 1992, p151-170
- [3] L C Bradely and B J Hermann, "Phase Compensation for Thermal Blooming", Appl Opt, Vol 13, No 2, 1974, p331-334
- [4] J Hermann, "Properties of phase conjugate adaptive optical system", J O S A, Vol 67, No 3, p290-295, 1977
- [5] K A Brueckner and S Jorna, "Linearized theory of laser induced instabilities in liquids and gases", Phys Rev, Vol 164, p182, 1967
- [6] T J Karr, "Thermal blooming compensation instabilities", J O S A, B Vol 6, No 7(1989), p1038-1048
- [7] D H Chambers, et al, SPIE Proceedings, Vol 1221, OE/LASE'90, p83-90
- [8] T J Karr, M C Rushford, et al, "Measurements of the stimulated thermal blooming scattering instability", SPIE, Vol 1221, OE/LASE'90, p328-340
- [9] S Enguehardt, et al, SPIE Proceedings, Vol 1221, OE/LASE'90, p69-82
- [10] T J Karr, SPIE Proceedings, Vol 1221, OE/LASE'90, p26-56
- [11] F Robicheaux, et al, Phys Rev, A Vol 35, No 9, 1987
- [12] J W Strohbehn, "Laser Beam Propagation in the Atmosphere", Topics in Appl Phys., Vol 25, Chapter 4
- [13] B Tatarski, "湍流大气中的波传播理论", 中译本, 科学出版社, 1978
- [14] V B Krapchev, SPIE Proceedings, Vol 1221, OE/LASE'90, p91-105
- [15] APS报告, "定向能武器的科学与技术", 中国工程物理研究院译, 1987
- [16] 吴毅, 王英俭, 龚知本, 汪超, 候再红, "热晕小尺度不稳定性研究" 光学学报, 1994, Vol 14, No 8, p824-828
- [17] 王英俭, 吴毅, 汪超, 候再红, 龚知本, "风速与风向对小尺度热晕不稳定性的影响", 强激光与粒子束, 1995, Vol 7, No 3, p449-452

第四章 激光大气传输数值模拟四维模拟程序及数值计算

§ 4.1 引言

高能激光(HEL)在大气中传输将会遇到一系列的线性和非线性效应。采用各种近似理论、实验室单因子的模拟实验以及实际外场实验对于研究高能激光大气传输的物理规律等具有十分重要的意义，但是由于实际大气条件的复杂性，要对HEL在各种实际大气条件下传输进行系统的综合的定量分析研究，数值模拟也是一个必不可少的手段。正是基于上述原因，在HEL大气传输的研究过程中，数值模拟研究工作一直得到广泛重视并做了大量的研究[2]，目前已建立若干套数值模拟程序，如GRAND[3]，MOLLY[4]，MIRACLE[5]和PHOTON[6]等，它们中有的已应用于对HEL实际大气传输及自适应光学位相补偿的实验研究进行对比分析[3]，有的应用于室内模拟实验研究及对实验参数尤其是对自适应光学系统的设计提出了要求[4]。虽然没有关于这些应用程序的详细报道，但是从一些侧面可以看到这些程序是相当复杂和全面的，如MOLLY程序对SABLE实验的理论比较[7]，我们不难发现其包括的因素之多范围之广都是值得我们借鉴和分析的。总之，建立HEL大气传输并含自适应光学位相补偿系统模拟的四维计算程序是研究强激光系统应用的重要课题之一。本文系统地介绍了我们在建立高能激光大气传输并含自适应光学位相补偿系统模拟的四维计算程序中对一些基本物理问题的考虑和相应的数值模拟模型，建立了四维模拟计算程序，其中包括高能激光大气传输方程组、大气湍流效应、非线性晕效应、湍流热晕相互作用、自适应光学系统等各部分的物理模型、数学方程及其数值计算方法。在4.2，4.3节中，我们将分下列几大部分对四维模式进行介绍：1、基本方程组；2、计算方法；3、四维程序基本参数及软件框图；然后在4.4节中介绍利用该四维模拟程序进一步对热晕效应的位相补偿进行计算分析的结果；最后利用安徽光机所大气光学研究室实测的大气参数对聚焦高能激光束水平及斜程大气传输进行数值计算，并对计算结果进行分析讨论。

§ 4.2 基本方程组

4.2.1 基本方程组及其坐标变换

第一章已详细地讨论了高能激光大气传输的方程组及其近似[1,8,9]，为了讨论的方便，这里将四维模式中的方程组及其近似条件简要描述如下：1. 激光传输方程满足标量波动方程近轴近似；2. 流体动力学方程满足等压近似；3. 大气湍流满足泰勒假定，大气湍流随时间的变化可认为是随大气风场的位移；传输距离远大于光束直径，可忽略传输方向空间谱分量对折射率相关函数的贡献；4. 大气吸收激光能量导致的加热不改变大气湍流的时空特性，大气温度、折射率扰动满足线性迭加性。根据上述物理条件，描述HEL大气传输的基本方程组为：

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} \varphi(r, z, t) + \nabla_{\perp}^2 \varphi(r, z, t) + 2k^2 \delta n \varphi(r, z, t) - ik \alpha_r \varphi(r, z, t) = 0 \quad (4.1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + \bar{V} \cdot \nabla_{\perp} \right) n_b - \eta \nabla_{\perp}^2 n_b = -\Gamma \alpha d(r, z) \quad (4.2)$$

$$\langle n_t(r, z_2) n_t(r, z_1) \rangle = 2\pi C_n^2(z_1, z_2) \int \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\kappa_z = 0, \kappa^2) \exp(i\bar{\kappa} \cdot \bar{r}) d^2 \bar{\kappa} \quad (4.3)$$

$$\delta n = n_t + n_b \quad (4.4)$$

其中, $\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 为横向Laplacian算符; $k = 2\pi/\lambda$, λ 为激光波长; φ 为光场函数; n_t 、 n_b 分别为大气湍流和激光加热大气引起的折射率扰动; $\alpha_t = \alpha + \alpha_s$ 为大气消光系数; α 、 α_s 分别为吸收和散射系数; $\bar{v}(z) = \bar{v}_0(z) + \delta\bar{v}(z)$ 为大气风速; $\bar{v}_0(z)$ 为平均风速; $\delta\bar{v}(z)$ 为随机扰动风场; $\Gamma = \mu_I / \rho c_p$, 其中 $\mu_I = |dn/dT|$ 为折射率随温度的变化率; ρ 为大气密度; c_p 为等压比热; $I(x, y, z) = |\varphi|^2$ 为光强分布; η 为热传导系数; C_n^2 为折射率结构常数; $\langle \rangle$ 表示系综平均; $\Phi(\kappa)$ 为湍流折射率涨落谱密度函数; $\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$, $\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$, $r^2 = x^2 + y^2$.

考虑到聚光束的计算精度, 要对方程(4.1)进行坐标变换。本四维模式中采用非自适应坐标变换[8], 即令:

$$x_0 = \frac{x}{aD(z)}, y_0 = \frac{y}{aD(z)}, dz_0 = \frac{dz}{ka^2 D^2(z)} \quad (4.5a)$$

$$D^2(z) = (1 - \frac{z}{R})^2 + \frac{z^2}{k^2 a^4} \quad (4.5b)$$

式中 R 为光束焦距, a 为与发射光束性质有关的定标半径。并令:

$$\varphi = \varphi_0 \varphi_1 \exp[-\frac{1}{2} \int \alpha_t(z) dz], \text{ 其中}$$

$$\varphi_0(x, y, z) = \frac{1}{D(z)} \exp[\frac{ikr^2}{2} \frac{d}{dz} \ln D(z) - i \tan^{-1}(\frac{z/ka^2}{1-z/R})] \quad (4.5c)$$

这样方程(4.1)变成:

$$2i \frac{\partial}{\partial z_0} \varphi_1(r_0, z_0) + \nabla_{10}^2 \varphi_1(r_0, z_0) + (2 - r_0^2) \varphi_1(r_0, z_0) + 2k^2 a^2 D^2 \delta n \varphi_1(r_0, z_0) = 0 \quad (4.6a)$$

式中 $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2$, $\nabla_{10}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_0^2}$. 该坐标变换是根据高斯光束传输性质而得来的, 但是可根据不同光束的衍射特征, 恰当地选择坐标变换的光束定标半径 a , 该坐标变换也可用于其它发射光束。令 $a = a_0/c_t$, c_t 为定标因子。当发射光束为聚焦高斯光束时, a_0 为光束 $1/e$ 功率点光斑半径, $D_0 > 6a_0$, $c_t = 1$; $D_0 = 2.828a_0$, $c_t = 2.828$; $D_0 < 2.828a_0$, $c_t = 3.83$ 。当发射光束为有限球面波时, $a_0 = D_0/2$, $c_t = 3.83$ 。当发射光束为准直光时, $c_t = 1$ 。这里 D_0 为光束直径。

在湍流效应及高能激光斜程大气传输的计算中, 上述聚焦光束的坐标变换会带来一些问题, 如焦平面计算传输步长过小, (4.3)式可能不成立。另外, 地基激光斜程大气传输模拟计算中, 接近发射孔径(即接近地面)处的计算传输步长过大也会带来较大的计算误差。因此, 我们也可以仅对垂直传输方向(x, y)做上述坐标变换, 而对传输方向 z 则采用 $z_1 = z/ka^2$, 这样方程(4.1)变成

$$2iD^2 \frac{\partial}{\partial z_1} \varphi_1(r_0, z_1) + \nabla_{\perp 0}^2 \varphi_1(r_0, z_1) + (2 - r_0^2) \varphi_1(r_0, z_1) + 2k^2 a^2 D^2(z) \delta n \varphi_1(r_0, z_1) = 0 \quad (4.6b)$$

在激光传输方程一致的坐标系下，流体力学方程为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{aD(z)} \vec{V} \cdot \nabla_{\perp 0} \right) n_b - \frac{\eta}{a^2 D^2(z)} \nabla_{\perp 0}^2 n_b = -\Gamma \alpha I(r, z) \quad (4.7)$$

4.2.2 大气湍流模型

大气湍流造成的折射率起伏是一随机函数，其对光束传输的影响一般都是利用相屏近似来实现的。即将大气湍流在光束传输方向上分成若干层，每层的贡献是改变该层中传输光束的位相。在 $\Delta z = z_2 - z_1$ 大于湍流相关尺度及光束直径的情况下，其相关函数满足关系式(4.3)。一般情况下，厚度为 Δz 的湍流大气层导致的光束位相扰动为

$$\psi_t = k \int_z^{z+\Delta z} n_t(r, z') dz' \quad (4.8)$$

其相关函数为

$$B_\psi(\rho) = \langle \psi_t(r_1, z) \psi_t(r_1 + \rho, z + \Delta z) \rangle = k^2 \int_z^{z+\Delta z} \int_z^{z+\Delta z} \langle n_t(r_1, z_1) n_t(r_1 + \rho, z_2) \rangle dz_1 dz_2 \quad (4.9)$$

利用式(4.3)可得位相相关函数[9]

$$B_\psi(\rho) = 2\pi k^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\kappa_z = 0, \kappa^2) \exp(i\bar{\kappa} \cdot \bar{\rho}) d^2 \bar{\kappa} \int_z^{z+\Delta z} C_n^2(z) dz \quad (4.10)$$

这样可对位相相关函数进行谱反演直接得到位相起伏，并根据泰勒假定，将其随时间的演变转换到空间上随大气风场的位移

$$\psi_t(r, z) = q \int_{-\infty}^{\infty} g(\bar{\kappa}) F_\Phi^{1/2}(\bar{\kappa}) \exp[i\bar{\kappa} \cdot (\bar{r} + \bar{V}_0 t)] d^2 \bar{\kappa} \quad (4.11a)$$

$$F_\Phi(\bar{\kappa}) = 2\pi k^2 \Phi(\bar{\kappa}) \int_z^{z+\Delta z} C_n^2(z) dz \quad (4.11b)$$

式中， q 为定标因子， $g(\kappa)$ 为复型高斯随机白噪声。 ψ_t 为实函数，因此

$$[g(-\bar{\kappa}) F_\Phi^{1/2}(-\bar{\kappa})]^* = g(\bar{\kappa}) F_\Phi^{1/2}(\bar{\kappa}) \quad (4.12)$$

“*”表示共轭。方程(4.6),(4.7),(4.11)为本文讨论的四维模式中的基本方程。

4.2.3 自适应光学位相补偿系统

自适应光学系统主要包括下列四个部分[10]：信标光的传输，波前探测，波前拟合（直接斜率波前复原算法不需要波前拟合），波前复原及控制。在(4.5)式相同的坐标变换下，信标光传输方程为：

$$-2ik \frac{\partial}{\partial z_0} \varphi_b(r, z, t) + \nabla_{\perp 0}^2 \varphi_b(r, z, t) + (2 - r_0^2) \varphi_b + 2k_b^2 a^2 D^2(z) \delta n \varphi_b(r, z, t) = 0 \quad (4.13)$$

$k = k_b/k$ ， $k_b = 2\pi/\lambda_b$ ， λ_b 为信标光波长； φ_b 为信标光光场函数， t_0 为自适应光学系统的时间延迟， C 为光速。考虑到信标光与主激光不同波长，自适应光学系统施加到主激光上的波前与信标光波前存在下列变换关系：

$$\psi = \varphi_b / k \quad (4.14)$$

ψ_b 为信标光位相, ψ 为应施加的补偿位相。

本文所仿真的波前探测为Hartmann-Shack波前传感器, 其直接得到的是每一个探测子孔径之焦平面上的信标光的光斑重心 $x_c(l)$, $y_c(l)$, 并由下式确定子孔径上的波前斜率

$$I_x(l) = \frac{x_c(l)}{F}, \quad I_y(l) = \frac{y_c(l)}{F} \quad (4.15)$$

$l=1, N_h, N_h$ 为探测子孔径总数, F 为子孔径焦距。波前复原一般有模式法[11]和直接斜率法[12]两种。直接斜率法在第二章已有详细讨论, 本章将给出模式波前复原算法。波前复原仿真的对象为分立驱动连续表面变形镜, 采用变形镜影响函数线性叠加模型进行波前复原计算即

$$\psi_{dm}(x, y) = \sum_{n=0}^{N_a} d_n R_n(x, y) \quad (4.16)$$

式中, d_n 第 n 个驱动器的驱动量, N_a 为驱动器数, $R_n(x, y)$ 为该驱动器单位驱动量下的变形镜面形函数(即影响函数)。波前控制算法为比例加积分。具体仿真算法在下一节详细讨论。

§ 4.3 数值计算方法

上节中讨论了我们的四维模式中所引入的物理条件和基本方程组。这一节将详细介绍方程(4.6)(4.7)(4.11)式和自适应光学系统的数值模拟和计算方法。信标光传输方程的算法同主激光方程相同, 不另介绍。

4.3.1 传输方程的算法

在方程(4.6a)中令:

$$\psi(r, z) = \int_{\zeta}^z [(1 - r^2/2) + k^2 a^2 D^2(z') \delta n(z')] dz' \quad (4.17a)$$

$$\varphi_2(r, z) = \varphi_1(r, z) \exp(-i\psi) \quad (4.17b)$$

这样方程(4.6a)可写成如下形式

$$2i \frac{\partial}{\partial z} \varphi_2(r, z, t) + H(z) \varphi_2(r, z, t) = 0 \quad (4.18)$$

$H(z)$ 表示略写算符

$$H(z) = \exp(-i\psi) \nabla_1^2 \exp(i\psi) \quad (4.19)$$

为简便起见, 式中略去了(4.6a)式中的 x, y, z 的下标“0”。在 z 到 $z+dz$ 的传输计算中, 将式(4.18)写成差分格式, 并且将(4.17a)式的积分下限 ζ 取为 $z+\Delta z/2$, 从而 $H(z+\Delta z/2)=\nabla_1^2|_{(z+\Delta z/2)}$, 这样方程(4.18)变为

$$2i \frac{\varphi_2(r, z + \Delta z, t) - \varphi_2(r, z, t)}{\Delta z} + \nabla_1^2 \varphi_2(r, z + \Delta z/2, t) = 0 \quad (4.20)$$

(4.20)式与均匀介质中的传输方程在同样精度的差分格式下完全一样，因此可用付氏变换法对(4.20)进行求解，具体过程分三步走[8]：

$$(1) \varphi_2(r, z) = \varphi_1(r, z) \exp\left\{-i \int_{z+\Delta z/2}^z [(1-r^2/2) + k^2 a^2 D^2(z) \delta n(z)] dz\right\}$$

(2)求解 φ_2 的均匀介质中的传输方程 ($z \sim z + dz$)

$$(3) \varphi_1(r, z + \Delta z) = \varphi_2(r, z + \Delta z) \exp\left\{i \int_{z+\Delta z/2}^{z+\Delta z} [(1-r^2/2) + k^2 a^2 D^2(z') \delta n(z')] dz'\right\}$$

对于均匀介质中的传输方程的计算也分三步：

(1)对 $\varphi_2(r, z)$ 进行付氏变换得 $\varphi_{2\kappa}(\kappa, z)$

(2) $\varphi_{2\kappa}(\kappa, z + dz) = \varphi_{2\kappa}(\kappa, z) \exp(-idz\kappa^2/2)$

(3)对 $\varphi_{2\kappa}(\kappa, z + dz)$ 进行逆付氏变换求得 $\varphi_2(r, z + dz)$

$\varphi_{2\kappa}(\kappa, z)$ 为 $\varphi_2(r, z)$ 的付氏变换。付氏变换算法采用基-2 FFT算法。鉴于(4.5)式的坐标变换和光场变换，发射光束 $z=0$ 处的光场函数需作同样变换处理。方程(4.6b)计算方法相同。

4.3.2 折射率扰动方程的算法

对折射率扰动方程(4.7)，有付氏变换和差分算法两大类。当大气风速仅是传输方向 z 的函数时，采用付氏变算法较简单[2]。但是，考虑到大气随机风场是 x, y 的函数，付氏变换算法就比较复杂，而且计算速度也比较慢。我们采用一种分离变量六点对称隐式差分格式算法。这种方法实际上是方程(4.7)的迭代解法。具体过程如下：

先将方程(4.7)中对 y 的微分项用显式差分格式，对 x 的微分项用六点对称隐式差分格式，得到

$$\begin{aligned} & \frac{n_b(l, m, j) - n_b(l, m, j-1)}{\Delta t} + \frac{V_x}{2} \frac{n_b(l+1, m, j) - n_b(l-1, m, j)}{2\Delta x} \\ & - \frac{\eta}{2} \frac{n_b(l+1, m, j) + n_b(l-1, m, j) - 2n_b(l, m, j)}{\Delta x^2} = -\frac{\Gamma \alpha(z)}{2} [I(l, m, j-1) + I(l, m, j)] \\ & - \frac{V_x}{2} \frac{n_b(l+1, m, j-1) - n_b(l-1, m, j-1)}{2\Delta x} + \frac{\eta}{2} \frac{n_b(l+1, m, j-1) + n_b(l-1, m, j-1) - 2n_b(l, m, j-1)}{\Delta x^2} \\ & - V_y \frac{n_b(l, m+1, j-1) - n_b(l, m-1, j-1)}{2\Delta y} + \frac{\eta}{2} \frac{n_b(l, m+1, j-1) + n_b(l, m-1, j-1) - 2n_b(l, m, j-1)}{\Delta y^2} \end{aligned} \quad (4.21)$$

式中， $x = l\Delta x$ ， $y = m\Delta y$ ， $t = j\Delta t$ ， Δx ， Δy ， Δt 分别为 x ， y ， t 的抽样间隔，一般情况下均取 $\Delta x = \Delta y$ 。

将式(4.21)求得的 n_b 代回到方程(4.7)的 x 微分项中并采用显式差分，而对 y 的微分项则采用六点对称隐式差分格式，从而可得

$$\frac{n_b(l, m, j) - n_b(l, m, j-1)}{\Delta t} + \frac{V_y}{2} \frac{n_b(l, m+1, j) - n_b(l, m-1, j)}{2\Delta y}$$

$$\frac{\eta n_b(l, m+1, j) + n_b(l, m-1, j) - 2n_b(l, m, j)}{2 \Delta y^2} = \frac{V_y}{2} \frac{n_b(l, m+1, j-1) - n_b(l, m-1, j-1)}{2 \Delta y}$$

$$\frac{n_b(l, m+1, j-1) + n_b(l, m-1, j-1) - 2n_b(l, m, j-1)}{\Delta y^2} \quad (4.22)$$

(4.21)(4.22)式为三对角矩阵线性方程组，利用追赶算法速度非常快。这种算法无条件稳定，且计算精度高，误差是在O3(dx dy dt)量级。该算法在不考虑热传导且仅有单方向风速情况下的一维方程的隐式算法是完全一致。将上述求得的n_b代入(4.17a)式即得热晕相屏。

4.3.3 湍流相屏的谱反演算法

将(4.11)写成离散求和式，并利用基-2 FFT进行计算：

$$\psi_t(n, m) = \Delta \kappa \sum_{j=-N/2}^{N/2-1} \sum_{l=-N/2}^{N/2-1} g(j, l) F_\Phi^{1/2}(j, l) \exp[i2\pi(jn+ml)/N] \quad (4.23a)$$

$$\langle g(j, l) \rangle = 0, \quad \langle g(j, l)g(j', l') \rangle = \delta_{jj'} \delta_{ll'} \quad (4.23b)$$

式中已利用q=d_K-1=2π/Ndx，N为计算横向网格点数，该算法最高抽样频率为π/dx。由于湍流谱范围很宽，2π/L₀~5.92/l₀，l₀为湍流内尺度，约为毫米量级、L₀为湍流外尺度，一般在几米到几十米范围，因此利用(4.23)式计算有很大局限性。为此，我们提出了折叠式FFT算法[13]，即利用N的付氏变换算法计算2N的付氏变换：

$$\psi_t(n, m) = \Delta \kappa \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} [f(j-N, l-N) + f(j-N, l) + f(j, l-N) + f(j, l)] \exp[i2\pi(jn+ml)/N] \quad (4.24)$$

式中：f(j, l)=g(j, l)F_Φ^{1/2}(j, l)。这样最高抽样频率为2π/dx，最低频率抽样为π/Ndx，计算精度有很大提高。

4.3.4 随风场的数值模拟

原则上讲，在方程(4.2)(4.7)中的随机风场是三维场，若直接求解这样一个四维(含时间t)的偏微分方程是很困难的，且对计算机的内存要求是非常大的，实际上一般都难以实现。然而，在相屏法近似求解传输方程一致的条件下，即dz大于湍流随机风场相关尺度的情况下，可以忽略随机风场在传输方向上的混合作用，这样在方程(4.2)(4.7)中的三维随机风场可用二维随机风场来代替，这被称为所谓层平均模型[14]。引入流函数ψ_v(x, y)，且

$$\delta V_x = \frac{\partial \psi_v}{\partial y}, \quad \delta V_y = \frac{\partial \psi_v}{\partial x} \quad (4.25)$$

即满足大气的不可压条件∇_⊥δV=0。对流函数ψ_v(x, y)的模拟，我们采用与湍流相屏的模拟计算类似的方法：将流函数的功率谱开方并乘以二维高斯随机函数，进行逆付立叶变换即得流函数

$$\psi_v(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} g_v(\bar{k}) F_v^{1/2}(\bar{k}) \exp[i\bar{k} \cdot (\bar{r} + \bar{V}_0 t)] d^2 \bar{k} \quad (4.26)$$

$F_v(k)$ 为流函数的功率谱。在满足Kolmogrov湍流情况下，有下列关系：

$$F_v(\bar{k}) = C_v^2 k^{-11/3} \quad (4.27a)$$

$$C_v^2 = 0.0626 v^2 W^2 / \Delta z_0^{8/3} \quad (4.27b)$$

式中， v 为粘滞系数， $W=Ndx$ 为横向宽度。 (4.26) 式的算法与 (4.11) 的算法一样，随机风速的计算是对 $\psi_v(x, y)$ 的简单差分。

4.3.5 自适应光学系统的模拟算法

第二节中已讨论过自适应光学系统的主要组成部分及其模型，在此将分别对波前探测、波前复原的数值模拟算法进行介绍。

1. 波前探测

Hartmann波前传感器探测子孔径之焦平面上的信标光的光斑重心，可由下式计算：

$$x_{ij}(l) = \frac{F}{k_b} \iint \text{Im}[\phi_b^* \frac{\partial \phi_b}{\partial x_j}] d\bar{r} / \iint |\phi_b|^2 d\bar{r} \quad (4.28)$$

这里， l 表示第1个子孔径， x_{ij} , $j=1, 2$ 分别表示 x, y 坐标，积分区域为第1个子孔径面。这样即可由 (4.15) 式计算子孔径上的波前斜率 T_{xj} ， T_{xj} 实际上是以光强为权重因子的子孔径区域上的信标光波前平均倾斜斜率。信标光波前整体平均倾斜由下式给出：

$$\bar{T}_y = \frac{1}{N_h} \sum_{i=1}^{N_h} T_{yj}(l) \quad (4.29)$$

2. 波前复原

倾斜镜的波前复原是通过对 (4.29) 式的平均波前斜率积分得到。变形镜波前复原的模式算法分两步进行：波前拟合和变形镜波前复原。

a. Zernike多项式波前拟合

光束波前可展开成Zernike多项式之和

$$\psi_{fit}(x, y) = \sum_{m=3}^{M_z} a_m Z_m(x, y) \quad (4.30)$$

式中， a_m 为第 m 项Zernike多项式展开系数， M_z 为展开总项数。这里从第三项开始求和表示不考虑平均位移，而 x, y 方向上的倾斜由倾斜镜来复原。这样，上述波前在Hartmann第1个子孔径上的平均斜率为

$$T_{yj}(l) = \frac{1}{A} \sum_{m=3}^{M_z} a_m \iint Z_{mxj} d\bar{r} \quad (4.31)$$

Z_{mxj} ($j=1, 2$)分别为 Z_m 对 x, y 的微分。同样，积分区为第1个子孔径面， A 为该子孔径面积。通过求上述波前斜率与探测到的波前斜率 $T_{xj}(l)$ 的最小方差

$$\frac{\partial \sigma_I^2}{\partial a_m} = \frac{\partial}{\partial a_m} \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^{N_h} [I_{ij}(l) - I_{ij}^*(l)]^2 = 0 \quad (4.32)$$

可得到求Zernike多项式的展开系数的线性方程组

$$\{[Z_{xml}] [Z_{xlm}] + [Z_{yml}] [Z_{ylm}]\} [a_m] = [Z_{xml}] [T_{xl}] + [Z_{yml}] [T_{yl}] \quad (4.33a)$$

式中

$$Z_{xml} = \frac{1}{A} \iint Z_{xm}(x, y) dx dy \quad (4.33b)$$

$$Z_{yml} = \frac{1}{A} \iint Z_{ym}(x, y) dx dy \quad (4.33c)$$

积分区为第1个子孔径面。 Z_{xlm} , Z_{ylm} 分别为 Z_{xml} , Z_{yml} 的转置矩阵。将上式得到的Zernike多项式系数代入(4.30)即得到拟合波前。

b. 变形镜波前复原

变形镜波前复原是通过求拟合波前(4.30)式和变形镜面形函数(4.16)式的最小方差, 从而得到变形镜驱动器驱动量 d_n 的。即

$$\frac{\partial \sigma_\psi^2}{\partial d_n} = \frac{\partial}{\partial d_n} \iint [\psi_{dm}(x, y) - \psi_{fit}(x, y)]^2 dx dy = 0 \quad (4.34)$$

积分区为整个变形镜面。从而得到

$$[d_n] = [J_{nm}]^{-1} [J_m] \quad (4.35a)$$

式中

$$J_{nm} = \iint R_n(x, y) R_m(x, y) dx dy \quad (4.35b)$$

$$J_m = \iint R_m(x, y) \psi_{fit}(x, y) dx dy \quad (4.35c)$$

I_{n1} 为复原矩阵, 亦称为传递函数, 上标"-1"表示矩阵求逆, J_m 为拟合波前与影响函数的相关矩阵, 该矩阵可与波前拟合矩阵(4.33)式结合事先求得。将(4.35)式得到的变形镜驱动器驱动量代回到(4.16)式即得到了变形镜的复原波前。实际系统中传递函数是在每一个驱动器上加一定电压并通过Hartmann波前传感器测量波前斜率计算得到的。在数值模拟模式中, 要给定变形镜的影响函数 $R(x, y)$ 计算复原矩阵。计算复原矩阵有两种方法, 一直接利用(4.35b)式积分计算影响函数矩阵, 另一种是利用变形镜影响函数构造信标光波前, 然后利用Hartmann波前传感器的仿真算法(4.28)式计算每一个子孔径上的波前斜率得到影响函数矩阵, 本文采用第二种算法, 从而更接近实际系统的处理方法。对于影响函数 $R(x, y)$, 可采用实际系统的测量结果, 也可采用拟合函数形式。文献[10]综合大量的实验和理论研究结果表明, 高斯型影响函数能较好地描述分立驱动连续表面变形镜的影响函数, 即

$$R_n(x, y) = \exp \left\{ \ln p \frac{[x - x_c(n)]^2 + [y - y_c(n)]^2}{r_d^2} \right\} \quad (4.36)$$

式中, $x_c(n), y_c(n)$ 表示第 n 个驱动器位置坐标, r_d 为驱动器的平均间距, p 为耦合系数即本驱动器单位驱动量的情况下相邻驱动器的位移量。在不同的影响函数、耦合系数以及不同的驱动器排列方式情况下, 复原波前的结果将有所不同, 如何选取合适的 P 值使得复原波前的剩余方差最小, 是一个有待探索的问题。对一个实际的自适应光学系统而言, 为便于与试验结果进行比较, 影响函数和耦合系数应采用实测值。

3 波前控制

波前控制采用比例加积分算法即变形镜驱动器驱动量 d_n 满足下面的迭代过程

$$d_n = d_n(l_t - 1) + \Delta d_n \quad (4.37)$$

其中, $d_n(l_t - 1)$ 为前一时刻的驱动量, Δd_n 则为当前时刻信标光经变形镜反射后, 通过上述波前探测和复原得到的剩余驱动量。显然, 上述算法以及激光传输计算的时间步长应小于自适应光学系统的时间滞后。在模拟计算中, 实际上是直接利用得到残余波前与前一时刻的变形镜面形函数相加。

4.3.6 计算参数及软件框图

1. 计算网格抽样

为了保证数值计算的精度, 上述计算方法的计算网格点抽样应满足一些数学和物理上的条件。

a. 横向计算点的抽样

根据Nyquist抽样定理, 光束横截面上相邻两点的位相差应小于 π , 即 Δx 必须满足条件

$$|\psi(r + \Delta x) - \psi(r)| < \pi \quad (4.38)$$

b. 传输步长的选取

为了满足相屏法求解传输方程的近似条件, 以及Nyquist抽样定理, Δz 应满足:

$$l_t < \Delta z < N \Delta x^2 / 2\lambda \quad (4.39)$$

l_t 为湍流相关长度。

2. 计算中所需参数

对于不同的计算要求, 所需计算参数也有所不同, 这里列出本文所述的四维模式中可供选择的参数

a. 主激光及信标光参数: 主激光和信标光光场函数, 波长, 发射孔径, 发射孔径中心遮栏相对尺寸, 光束焦距, 光束衍射倍数, 主激光发射功率。

b. 大气参数: 折射率结构常数, 湍流内、外尺度, 折射率起伏谱度函数, 吸收系数, 散射系数, 大气风速, 大气温度和压强, 随机风场结构常数, 光束传输方向天顶角。

c. 自适应光学系统参数: 驱动器数, 驱动器间距及其排列方式, 变形镜影响函数, 耦合系数 p , 系统时间响应带宽, 驱动器的极限位移量。

3 输出结果参量

根据不同的计算目的, 可选择的输出量很多, 如Strehl比, 光斑半径, 光强闪烁概率分布, 闪烁方差, 位相起伏结构函数, 自适应光学系统补偿后的剩余位相方差等等。这里主要讨论我们最关心的特征量即光束质量因子Strehl比及其对应的大气湍流横

向相干长度、等晕角、非线性热晕效应特征量热晕速率及Bradely-Herrmann热畸变参数。Strehl比是一个描述光束传输到远场(或焦平面)的能量集中度的物理量，一般有两种定义：远场(或焦平面)光束轴上光强与衍射极限轴上光强之比；一定光斑半径内光束能量占总能量的比例与其衍射限之比即环围能量Strehl比。对于聚焦光束，传输计算将直接得到焦平面上的光强分布。对于准直光束而言，光束传输到远场相当于Frauhofer衍射，对近场光场函数进行付氏变换即可得到远场光场分布。本四维模式给出了上述两种定义的光束Strehl比。

4 软件流程框图

附录图一至六分别为主程序框图和菜单子程序框图、湍流相屏反演计算框图、热晕相屏计算框图，自适应光学系统模拟框图及自适应光学系统传递函数计算程序框图。程序中参数选择是菜单式的。模拟计算程序设计成模块式结构，每一部分都是由相对独立的子程序组成。其中还有快速付氏变换子程序TDFFT，追赶法求解三对角线性方程组子程序，求解自适应光学系统模拟中的线性方程组子程序，随机白噪声的产生子程序等等，一般对这些算法都是较熟悉的，在此一一画出其计算流程图。

§ 4.4 整束热晕效应位相补偿的数值模拟计算分析

我们根据上节讨论的高能激光大气传输物理数学模型及计算方法，编制了含自适应光学位相补偿的高能激光大气传输数值模拟四维计算程序，并利用实验参数进行了大量计算，取得了与实验研究一致的结果(见前二章中的介绍)，这初步证明了该程序的可靠性和精确性。本节利用该程序进一步对热晕效应的位相补偿进行计算分析。

§ 4.4.1 准直光束热晕效应位相补偿数值模拟研究

由于理想的柔形镜位相补偿是不可能实现的，有限单元自适应光学系统部分位相补偿还会给发射光束带来小尺度的位相扰动(其扰动空间频率决定于变形镜驱动器的间距)，当热晕效应强到一定程度将导致小尺度热晕位相补偿的不稳定性。我们利用以上所述高能激光大气传输及自适应光学位相补偿的数值模拟四维程序对准直高斯光束大气传输非线性热晕效应的位相补偿进行了计算，分析了非线性热晕效应位相补偿不稳定性的基本特征。并还详细讨论了自适应光学系统带宽及变形镜驱动器间距对非线性热晕效应位相补偿的影响[15]。因为非线性热晕效应的位相补偿是与自适应光学系统的时间和空间响应频率密切相关的，作为单因子分析，讨论自适应光学系统带宽及变形镜驱动器间距对非线性热晕效应位相补偿的影响在理论认识和自适应光学系统参数设计上都具有一定意义。

1 计算参数

(1) 主激光为准直高斯光束，信标为有限平面波，波长 λ 同为1.315um，发射孔径 $D_0=60\text{cm}$ ， $1/e$ 功率点光斑半径 $a_0=10\text{cm}$ ，传输距离 $z=2.5\text{km}$ ，激光功率为5~100kw；

(2) 自适应光学系统变形镜驱动器和Hartmann波前传感器探测子镜的排列方式与成都光电所研制的37单元自适应光学系统相同，波前复原采用直接斜率法，并将系统近似为纯时间滞后系统。变形镜驱动器数 N_a 分别为19、37、61，相对应的Hartmann波前

传感器探测子窗口采样点数为 12×12 、 9×9 、 7×7 ，变形镜驱动器平均间隔d分别为 13.765cm 、 9.864cm 和 7.682cm ，自适应光学系统时间滞后 $t_0=5\sim50\text{ms}$ ，影响函数为高斯型，耦合系数为0.15；

(3)传输条件为水平均匀大气，风速 $V_0=2.0\text{m/s}$ ，吸收系数 $\alpha=1.252 \times 10^{-7}\text{cm}$ ，计算网格点数128，横向抽样间隔 $\Delta x=1.0\text{cm}$ ，时间步长 $\Delta t=5\text{ms}$ ，传输步数即相屏数为25~50，表征热晕强度的Bradley-Hermann热畸变参数 $N_D=2\pi N_\infty t_v=0\sim120$ ，其中，

$$N_\infty = \frac{1}{\rho_p} \left| \frac{dn}{dT} \right| k I_0 z = 0 \sim 350 \text{rad/s} \text{ 为热晕速率, } t_v = a_0/V_0 = 50 \text{ms} \text{ 为风渡越时间.}$$

2 结果讨论

为说明非线性热晕效应位相补偿的不稳定性，根据文献[16]，可以做如下的对比：1)ab initio补偿模式即高能激光传输一开始($t=0$ 时刻)自适应光学系统就处于闭环状态；2)deferred补偿模式即激光作用一定时间后自适应光学系统才开始闭环。图4.1为同样热晕速率的两种补偿模式下光束远场Strehl比随时间的变化情况。自适应光学系统的时间滞后为10ms，热畸变参数 $N_D=56.88$ ，a为ab initio模式，b为deferred模式。可以明显地看出，ab initio补偿模式下补偿效果随时间增长一直在变坏，当 $t=2.2t_v$ 时，其Strehl比要比此刻起动位相补偿时的Strehl比明显低。这是因为ab initio补偿模式导致了自适应光学系统与激光加热介质之间的正反馈，从而造成了位相补偿的不稳定，而deferred模式则没有。

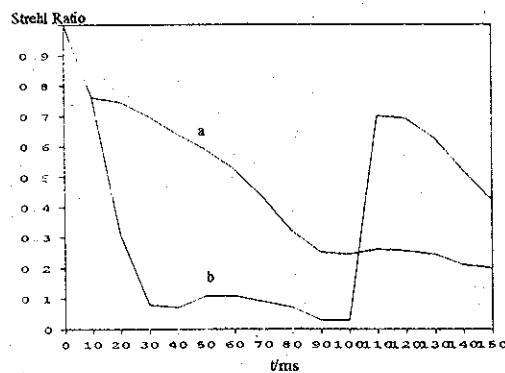


图4.1 ab initio模式和deferred模式的比较
a: ab initio模式, b: deferred模式

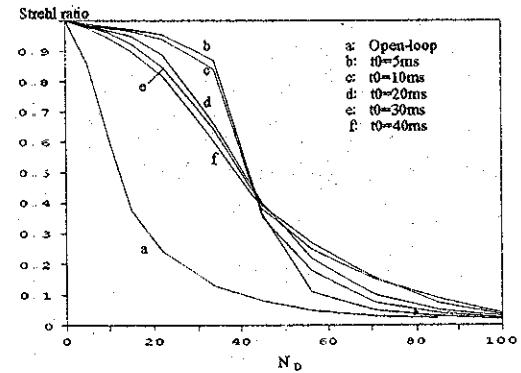


图4.2 不同系统延迟时间情况下
Strehl比与热畸变参数的关系

自适应光学系统响应带宽是影响其位相补偿效果的一个重要因素，线性效应的位相补偿如此，非线性热晕效应的位相补偿同样要受到带宽的影响。不失一般性，本文将自适应光学系统看作是纯时间滞后系统。图4.2为几种自适应光学系统时间滞后情况下光束远场Strehl比随热畸变参数 N_D 的变化情况，图中所示的Strehl比为 $t_p=3t_v$ 时刻即接近稳态的结果。变形镜驱动器数为37。图中，a:Open-loop,b,c,d,e,f:Close-loop, t_0 分别为5、10、20、30、40ms。可以看出，1)在较弱热晕效应情况下，Strehl比随热畸变参数

N_D 的增大而下降的趋势是缓慢的，位相补偿是基本稳定的，此时激光束的残余位相起伏正比于热晕速率 N_a 与系统时间滞后 t_0 之积，所以 t_0 越小，补偿效果也越好。2)而当热晕效应强到一定程度，位相补偿不稳定性起到重要作用，Strehl比随热畸变参数 N_D 的增大而更快地下降，而且时间滞后 t_0 越小，Strehl比下降更迅速，使位相补偿效果比较大的时间滞后情况还差，这是因为随着系统时间滞后 t_0 的减小，自适应光学系统与传输介质之间的正反馈作用将更严重，相应使位相补偿就更不稳定，而较长的时间滞后将破坏这种正反馈作用。但从图4.7可以看到，并不是时间滞后越大补偿效果就越好，因为时间滞后太大，自适应光学系统的补偿位相与激光束的实际位相畸变间的位相差也较大，补偿效果相应也变坏，只有选择恰当的自适应光学系统带宽，位相补偿效果才会达到最佳。

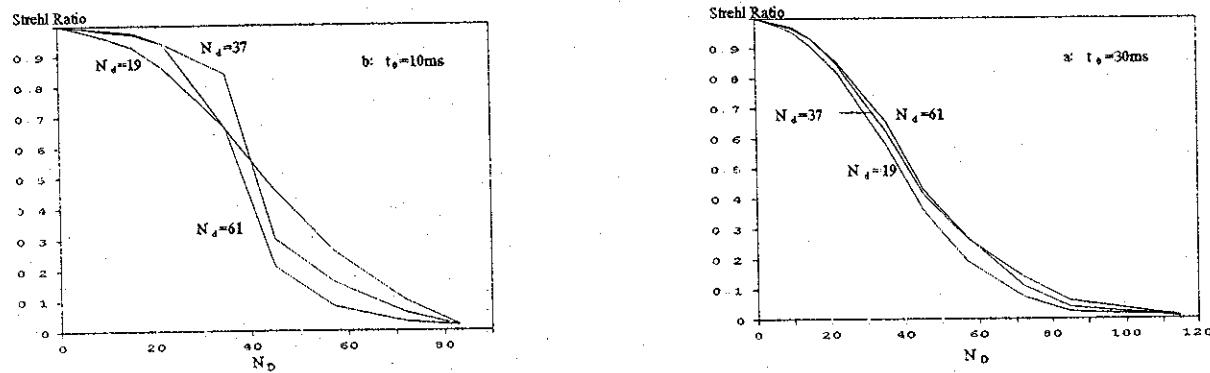


图4.3 三种不同变形镜驱动器数 N_a 情况下光束Strehl比随热畸变参数的变化

真实自适应光学系统是由有限个分离的驱动器驱动变形镜进行波前复原的，这就必然会带来一定的波前复原误差。变形镜对波前起伏的拟合能力可由变形镜的Nyquist频率 $K=1/2d$ 来描述，变形镜的驱动器间距越小，对高空间频率的波前起伏拟合能力越强，带来的残余位相误差的空间频率也越高(主要集中在变形镜的Nyquist频率附近)。非线性热晕效应导致的激光束的位相畸变的空间起伏频率通常都比较低即主要是低阶像差，而大气湍流导致的激光束的位相畸变有很高的空间频率起伏。另外，线性理论分析表明，位相畸变的空间起伏频率越高，非线性热晕效应的位相补偿不稳定性越严重。因此对自适应光学系统空间响应频率要求就不相同。图4.3a、b为三种不同变形镜驱动器数情况下光束远场Strehl比随热畸变参数 N_D 的变化情况，与图4.7一样， $t_p=3t_v$ 。a、b所示自适应光学系统时间滞后分别为10和30ms。因为发射孔径一定，变形镜驱动器数多，驱动器的间距就越小。由图可见，当 $t_0=10\text{ms}$ 时，在 N_D 较大时，驱动器数越多，位相补偿不稳定性就越严重；在 N_D 较小时，随着变形镜驱动器间距的减小，波前拟合能力增强，位相补偿效果也就越好。当 $t_0=30\text{ms}$ 时，在较大的热畸变参数变化范围内， N_a 越多补偿效果越好，这是由于系统的时间滞后带来的误差占主导作用，减弱了自适应光学系统与传输介质之间的正反馈即位相补偿的不稳定性。 $N_a=19$

时, 波前拟合能力较低, 位相补偿效果也就较差, 而 $N_a=37$ 时的位相补偿效果与 $N_a=61$ 时的位相补偿效果已经没有明显差别。注意到 $N_a=37$ 时, 变形镜驱动器的平均间距d与发射光束的 $1/e$ 功率点光斑半径 a_0 之比略小于1即 $d=a_0$ 时变形镜能够很好地校正非线性热晕效应引起的光束波前畸变。

§ 4.4.2 聚焦光束热晕效应位相补偿的数值模拟研究

通过3.2节的分析, 我们知道, 越接近发射孔径附近的光束位相畸变, 位相补偿效果越好, 反之则位相补偿效果越差。因此聚焦光束大气传输非线性热晕效应与准直光束热晕效应有明显不同之处, 聚焦光束在焦平面附近的功率密度非常高, 相应地会产生更强热晕效应, 这显然会影响其位相补偿效果, 而光束扫描会改善位相补偿效果。这里, 我们进一步利用数值计算模式对聚焦光束非线性热晕效应的位相补偿进行了定量的计算分析, 着重讨论光束扫描对位相补偿效果的影响。

计算参数如下:

发射光束为截断高斯光束 $D_0=2.828a_0$, 其 $1/e$ 功率点光斑半径 $a_0=0.25\text{m}$, 主激光与信标光波长同为 $1.315\mu\text{m}$, 传输距离(即焦距)为 3km , 吸收系数 $\alpha=1.252 \times 10^{-7}\text{cm}^{-1}$, 大气风速为 4.0m/s , 调整发射激光功率来改变热畸变参数 N_{D0} 。为便于分析整束热晕效应的位相补偿问题, 这里采用完全位相补偿, 即变形镜为柔形镜。

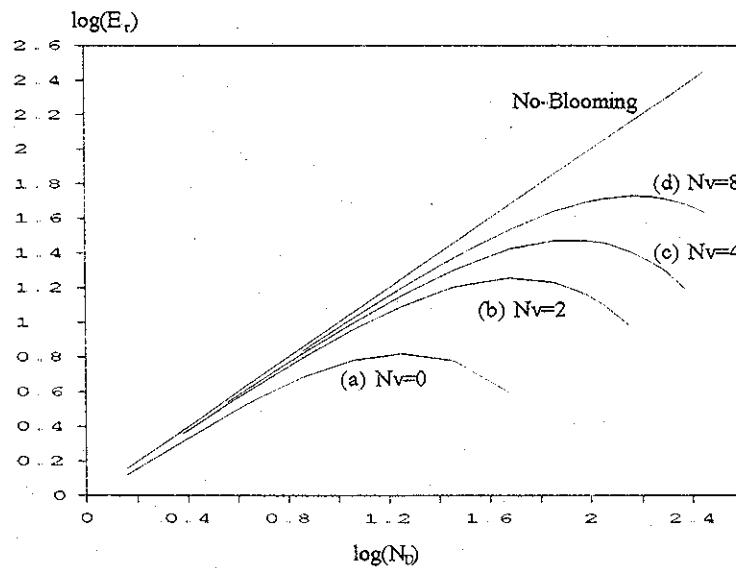


图4.4 截断高斯($D_0=2.828a_0$)聚焦光束非线性热晕效应位相补偿情况下焦平面上相对环围能量(即爱理斑内功率) E_r 随热畸变参数 N_{D0} 的变化情况。

如图4.4所示为截断高斯聚焦光束非线性热晕效应位相补偿情况下焦平面上相对环围能量(即爱理斑内功率) E_r 随热畸变参数 N_{D0} 的变化情况。这里, N_{D0} 是在 N_v 等于零时的热畸变参数, $E_r=N_{D0}E_b/E_0$, E_0 、 E_b 分别为无热晕(衍射极限)和有热晕情况下的环围能量。图中a,b,c,d分别对应于 $N_v=0$ 、 2 、 4 、 8 , 直线为衍射极限(即无热晕情况)条件下

的结果, $N_F = kD_0^2/8R = 99.54$ 。由图可以看到, 对聚焦光束非线性热晕效应, 存在一临界发射功率 P_{tc} , 使焦平面爱理斑内的环围能量达到最大值, 即当发射功率超过 P_{tc} 时, 焦平面爱理斑内的环围能量反而会下降, 最大环围能量处的 Strehl 比大约为 $1/e$ 。光束扫描对非线性热晕效应的位相补偿明显有利, 当 $N_v=2, 4, 8$ 时, 最大环维能量比 $N_v=0$ 时的最大环维能量分别提高了 2.66, 4.07 和 7.97 倍。这是因为光束扫描减小了焦点附近的热晕效应, 从而使位相补偿效果得到明显地改善, 这与 3.2 节的分析是一致的。

§ 4.5 聚焦光束大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿的数值计算分析

这里我们进一步利用实测的大气参数, 对聚焦光束水平及多种仰角的斜程大气传输中的湍流效应、湍流热晕相互作用及其位相补偿进行了计算分析。

4.5.1 计算参数

1. 激光发射系统及自适应光学系统参数

- (a) 发射光束为截断高斯聚焦光束, $D_0=2.828a_0=0.53m$, a_0 为 $1/e$ 峰值功率点光斑半径, 孔径中心遮拦直径为 0.15m, 波长为 1.315 微米;
- (b) 自适应光学系统单元数为 61, 影响函数为高斯型, 耦合系数为 0.15, 系统带宽为 100Hz, 变形镜驱动器均匀分布, 波前复原算法采用直接斜率法, 不考虑系统其它噪声的影响(如波前传感噪声)。采用主动信标光, 并与主激光严格同光路, 信标光波长为 $1.06\mu m$ 。

2. 计算网格

横向抽样: $\Delta x = \Delta y \leq 0.1cm$

传输方向抽样: 根据不同的传输距离, 抽样间距有所不同, 传输距离短, 传输步长抽样小, 传输距离远时, 则传输步长抽样大, 其范围为 50 ~ 200 米。

3. 大气参数

(a) 大气湍流参数, 大气湍流结构常数分白天和夜间两个模式:

白天模式:

$$c_n^2 = 5.3 \times 10^{-20} h^{10} \exp\left(-\frac{h}{0.61}\right) + 4.0 \times 10^{-15} \exp\left(-\frac{h}{0.3}\right) + 1.8 \times 10^{-16} \exp\left(-\frac{h}{7.5}\right) \quad (4.40a)$$

夜间模式:

$$c_n^2 = 2.3 \times 10^{-22} h^{10} \exp\left(-\frac{h}{0.79}\right) + 3.9 \times 10^{-16} \exp\left(-\frac{h}{0.19}\right) + 1.8 \times 10^{-16} \exp\left(-\frac{h}{3.3}\right) \quad (4.40b)$$

式中, h 表示高度, 单位为 km。湍流结构常数 c_n^2 随高度 h 的变化如图 4.5 所示。湍流折射率起伏功率谱为 Van-Karman 谱, 湍流外尺度 $L_0=20m$, 内尺度见图 4.6, 计算网格与测量数据点不重合时, 利用插值计算。

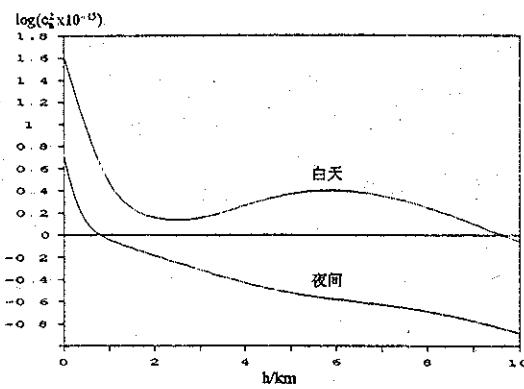


图 4.5 湍流结构常数 c_n^2 随高度 h 的变化。

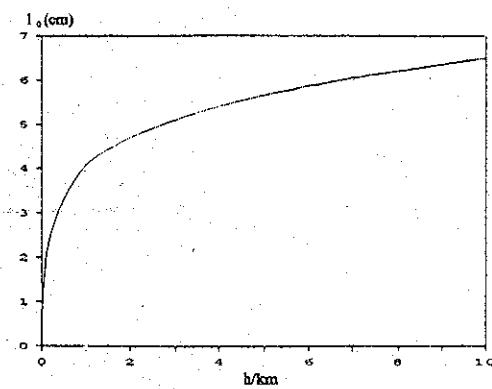


图 4.6 湍流内尺度随高度的变化

(b) 大气风速，分全年平均和四季共5个模型，风速随高度的垂直分布见表4.1。由于数据点间隔大于数值计算的传输步长，计算中采用了插值，具体方法是，计算点处的风速取其最接近的测量点的数据。

春季			夏季			秋季		
高度(mb)	风速	风向	高度(mb)	风速	风向	高度(mb)	风速	风向
地面	2.43	SE	地面	2.44	E	地面	2.55	E
1000	5.24	SE	1000	3.22	E	1000	6.55	E
850	8.38	SW	850	6.62	E	850	6.42	E
700	10.20	NW	700	9.45	W	700	9.71	W
500	16.46	W	500	13.37	W	500	18.84	W
400	25.13	W	400	17.31	W	400	26.13	W
300	34.21	W	300	22.49	W	300	38.331	W
250	41.43	W	250	25.87	W	250	44.61	W

冬季			年平均		
高度(mb)	风速	风向	高度(mb)	风速	风向
地面	2.22	E	地面	2.41	E
1000	5.79	E	1000	4.58	NW
850	8.82	NW	850	6.87	W
700	14.37	NW	700	9.91	W
500	24.84	W	500	16.81	W
400	33.88	W	400	23.44	W
300	47.93	W	300	33.44	W
250	58.22	W	250	40.72	W

表4.1 大气风速随高度的变化，风速单位为m/s。

(c) 大气吸收系数及散射系数，大气吸收系数随高度的变化如图4.7所示。

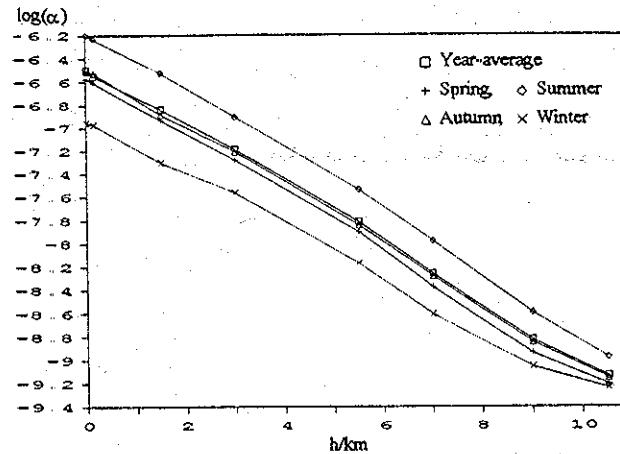


图4.7 四季及全年平均情况下的大气吸收系数随高度的变化

如图4.7可以看到，大气吸收系数基本上是指数关系随高度下降的，由于实测数据点间距太大，在实际计算中采用了插值。大气气溶胶消光系数见表4.2，计算网格与测量数据点不重合，利用插值计算。

高度	消光系数	高度	消光系数	高度	消光系数	高度	消光系数
0	0.062733	1.054	0.019005	3.590	0.009081	7.566	0.003131
0.153	0.245841	1.232	0.008131	4.155	0.022414	8.243	0.000354
0.305	0.215751	1.492	0.021898	4.721	0.043792	8.928	0.000269
0.454	0.180076	1.746	0.015995	5.271	0.021717	9.518	0.000181
0.607	0.237291	1.999	0.003846	5.813	0.002584	10.00	0.000407
0.756	0.057727	2.506	0.013968	6.350	0.001039	10.49	0.000629
0.908	0.017737	3.018	0.007541	6.892	0.000790	10.97	0.000458

表4.2 气溶胶消光系数，高度单位为km，消光系数单位为 km^{-1}

除大气风速外，其它需插值的大气参数的插值算法如下： $p(z)$ 为计算点， $p(h)$ ， $p(h+\Delta h)$ 为测量数据点，则

$$p(z) = p(h) + \frac{p(h+\Delta h) - p(h)}{\Delta h}(z-h) \quad (4.41)$$

4.5.2 计算结果讨论

1. 纯湍流效应的自适应光学位相补偿

(1) 水平传输

图4.8所示为四季及全年平均大气风速条件下激光水平大气传输湍流效应自适应光学位相补偿焦平面上环维能量Strehl比随 d/r_0 的变化情况，传输距离即焦距 $F=3\text{km}$ ，分析曲线为仅考虑波前复原误差和振幅起伏误差的结果，图中所给出的是相对Strehl比，即将大气衰减因子扣除。由图4.8可以看到，随着垂直光束传输方向的风速的增大及湍

流强度的增强，计算结果比拟合结果低得越多，因计算中信标与主激光严格同光路，可以忽略非等晕误差；信标波长与主激光波长差别很小，而且在计算中位相补偿时还进行了波长定标，所以计算点与分析结果的差别主要是由于系统有限带宽误差造成的，风速越大，差别也越大。如在春季，垂直光束传输方向的风速最小(1.72m/s)，计算结果与分析结果最接近，秋季风速最大，Strehl比最低。在本文所采用的自适应光学系统参数和大气风速条件下，系统有限带宽引起的误差对补偿效果的影响较小，即使在秋季，有限带宽误差仅为变形镜波前复原误差的10.0%左右。以上分析说明，纯湍流效应的自适应光学位相补偿是有效的，光束Strehl比与 d/r_0 的关系在 d/r_0 小于2.0的条件下与第二章所讨论的结果是一致的。

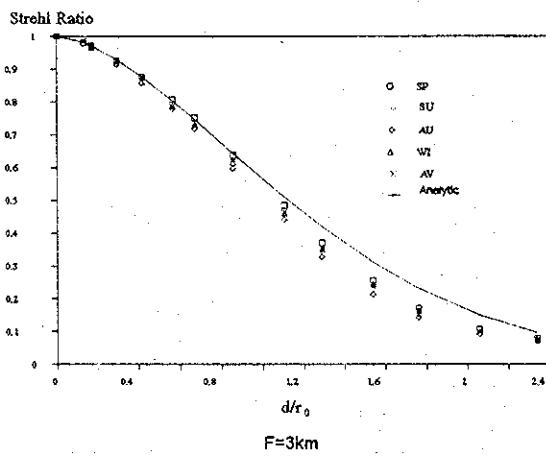
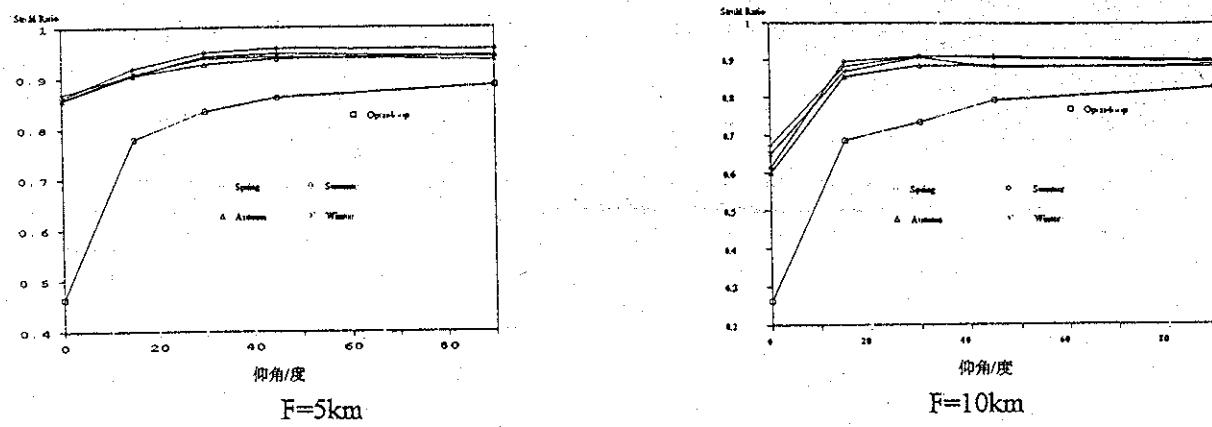


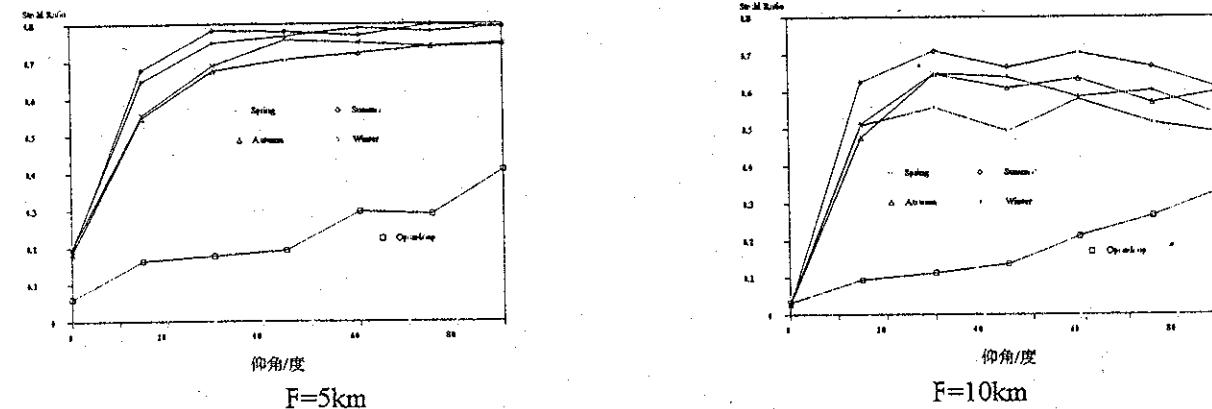
图4.8 四季及全年平均大气风速条件下激光水平大气传输湍流效应自适应光学位相补偿焦平面上环维能量Strehl比随 d/r_0 的变化

(2) 斜程传输

对斜程大气传输而言，尽管大气风速随高度的增加而增大对位相补偿不利(系统带宽有限)，但是，由于湍流强度随高度的迅速下降，一方面减弱了湍流效应，另一方面，因离发射望远镜越远，位相畸变越小，从而将有利于位相补偿。如图4.9a、b所示分别为夜晚和白天两种湍流模式情况下春夏秋冬四季光束Strehl比随仰角的变化，传输距离(即焦距)分别为5km和10km。图中所给出的是相对Strehl比，即将大气衰减因子扣除。由图可以看到，激光斜程大气传输比水平大气传输明显有利，尤其是白天湍流模式，湍流较强，差别相对就更大。在白天湍流模式下，在天顶角大于15度情况下，当 $F=5\text{km}$ 时，位相补偿情况下光束Strehl比大于0.54，当传输距离的增加到10km时，位相补偿下的光束Strehl比都大于等于0.48；而水平传输情况下，位相补偿下， $F=5\text{km}$ 时，Strehl比仅约为0.2， $F=10\text{km}$ 时Strehl比已远小于0.1。对夜间湍流模式而言，当天顶角大于15度， $F=10\text{km}$ 时，即使是在开环情况下，Strehl比都大于0.67，位相补偿时Strehl比大于0.85，水平传输时，开环情况下的Strehl比为0.27，位相补偿下为0.6到0.67之间。由于所用的四季湍流结构常数模式是一样的，所以四季差别不是很大，只是大气风速有差别，位相补偿时，春夏略好于秋冬。



a: 夜间湍流模式



b: 白天湍流模式

如图4.9a、b所示分别为夜晚和白天两种湍流模式情况下春夏秋冬四季光束Strehl比随仰角的变化，传输距离(即焦距)为5km和10km。

进一步比较 $F=5\text{km}$ 和 $F=10\text{km}$ 两种传输距离激光斜程大气传输下的结果可以看出，不同传输距离和高度下光束的Strehl的差别是较明显的。这主要有三个方面的原因，(1)根据第三章的讨论，对聚焦光束而言，在 z/F (即 z/R)不同的情况下，即使湍流强度相同，其对光束传输影响却不同(对于湍流效应，散焦是最主要的像差)，因此，低层大气湍流对长焦距的激光传输影响要比对短焦距的激光传输影响要大，从球面波的湍流相干长度的积分权重因子 $(1-z/R)^{5/3}$ 也可看出这一点。(2)高层大气湍流的影响，尤其是在白天，如图4.5所示，在 $h=6\text{km}$ 左右， c_n^2 又出现一峰值，其峰值比夜间地面的 c_n^2 仅小0.75倍。该处的湍流对 $F=5\text{km}$ 的激光传输几乎没有影响，而对 $F=10\text{km}$ 的激光传输有较大影响。(3)大气风速随高度的增大而增大对位相补偿不利，特别是当仰角大于60度时，垂直上行传输反而变差，如图4.9b。正因为如此，激光斜程大气传输的季节性差别比水平传输时相应也要略大一些。

2. 湍流热晕相互作用

(1) 水平大气传输

如图4.10所示为几种不同焦距(即传输距离)的聚焦光束水平大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿情况下焦平面上的Strehl比随功率的变化， $a,b,c: C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ 。

弱湍流; d,e,f: $C_n^2=4.18 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$, 中等湍流强度。由图可知, 水平大气传输情况下湍流热晕相互作用的强弱依次为夏、春、秋、冬, 虽然春季吸收系数较秋季小, 但是其风速更小, 春季的热畸变参数较秋季要大。当传输距离为1km, 激光功率为25kw时, 春夏秋三季都有不同程度的湍流热晕相互作用不稳定性, 这意味着TTBI的Bradely-Hermann热畸变参数阈值约为12.5~25.0范围内。

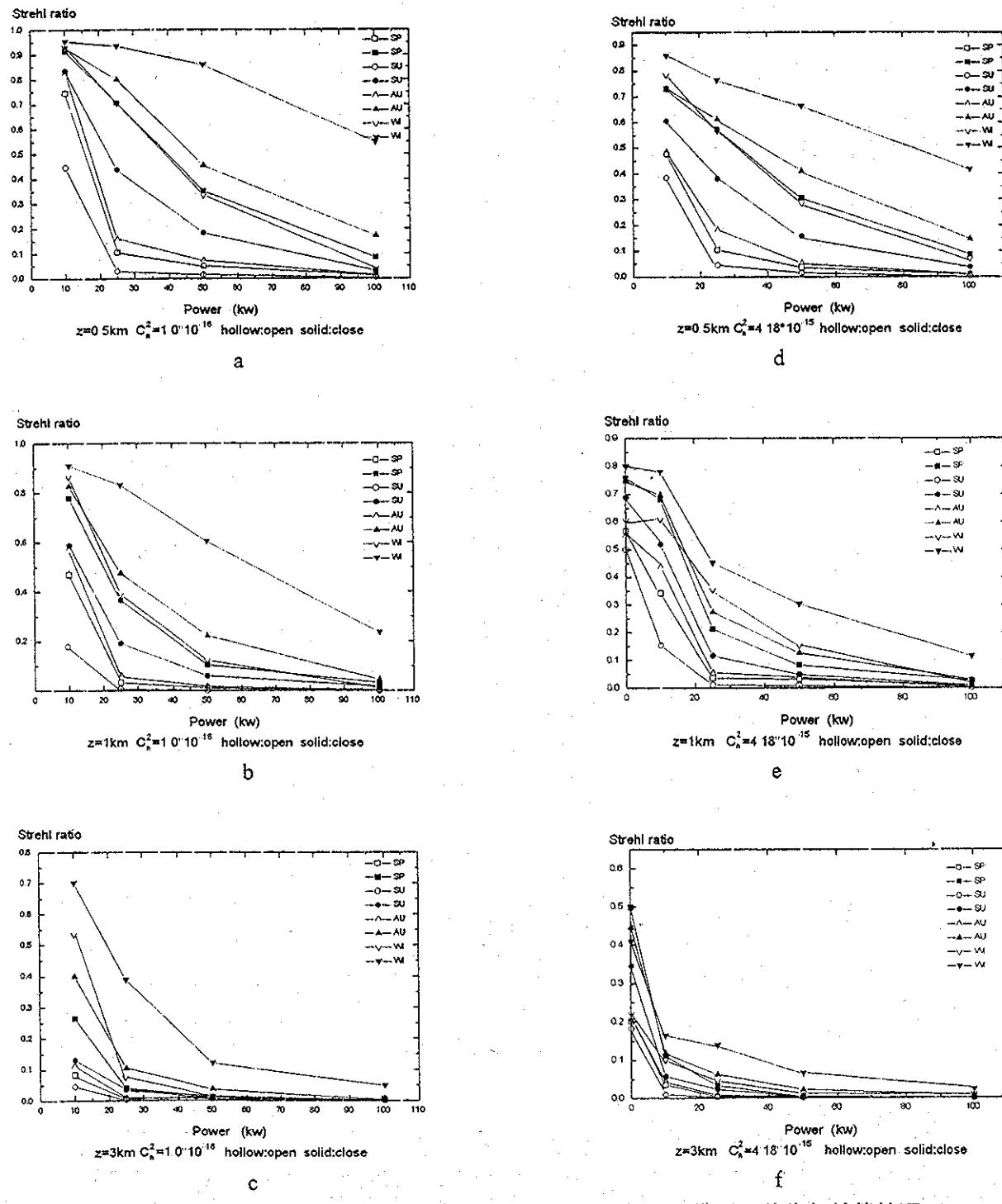


图4-10 几种不同焦距的聚焦光束水平大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿情况下
焦平面上的Strehl比随功率的变化。

从图4.10可以看到，在较弱的热晕效应情况下，湍流热晕相互作用的位相补偿是有明显效果的，如在传输距离小于等于1km情况下，冬季在 P_t 小于100kw和春秋两季 P_t 小于25kw情况下，位相校正效果都很好。当热晕效应达到一定强度，导致湍流热晕相互作用不稳定性，从而位相补偿效果将迅速下降，即位相补偿也将是不稳定的(PCI)。在本文的计算条件下，当传输距离为1km，激光功率为25kw时，春夏秋三季都有不同程度的湍流热晕相互作用位相补偿不稳定性，即PCI的Bradely-Hermann参数阈值与TTBI的阈值相当。在高能激光聚焦光束大气传输中，由于非线性热晕效应的影响，存在一临界发射功率 P_{tc} ，使焦平面上的峰值功率密度达到最大值，即当发射功率超过 P_{tc} 时，焦平面上的峰值功率密度反而会下降。从图4.10中我们进一步还可以初步估计出焦平面上达到最佳功率密度时的激光发射功率范围，两种湍流强度多种传输距离下的最佳激光发射功率如 表4.3，表4.4所示。

a:Open-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 50$
1.0km	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$	$25 < P_{tc} < 50$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$
b:Closed-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$P_{tc} \sim 50$	$25 < P_{tc} < 50$	$50 < P_{tc} < 100$	$P_{tc} > 100$
1.0km	$P_{tc} \sim 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$25 < P_{tc} < 50$	$50 < P_{tc} < 100$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 25$

表4.3 焦平面上达到最佳功率密度时的发射功率 P_{tc} (kw), $C_n^2 = 10^{-16} m^{-2/3}$

a:Open-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 50$
1.0km	$P_{tc} \sim 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 25$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$
b:Closed-loop	Spring	Summer	Autumn	Winter
0.5km	$P_{tc} \sim 50$	$25 < P_{tc} < 50$	$50 < P_{tc} < 100$	$P_{tc} > 100$
1.0km	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$10 < P_{tc} < 25$	$P_{tc} \sim 50$
3.0km	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$P_{tc} < 10$	$10 < P_{tc} < 25$

表4.4 焦平面上达到最佳功率密度时的发射功率 P_{tc} (kw), $C_n^2 = 4.18 \times 10^{-15} m^{-2/3}$

(2)高能激光斜程大气传输

高能激光斜程大气传输要比水平大气传输明显有利，如图4.11所示为几种不同传输条件下光束焦平面上Strehl随仰角的变化情况，传输离为3km。由图可见，斜程传输情况下，仰角越大，湍流热晕相互作用越弱，即使在自适应光学系统开环情况下，光

束Strehl比和焦平面上的功率密度比相同功率激光水平传输下的结果有几倍甚至成量级的提高。以白天湍流模式为例，当仰角小于等于30度时，夏季：发射功率等于25kw，春秋两季：发射功率等于50kw时，有湍流热晕相互作用不稳定性；而当仰角大于等于45度时，夏季，发射功率等于50kw，以及春秋两季，发射功率等于100kw时，才有较明显的TTBI；不论白天还是晚间湍流模型，当仰角大于等于30度时，冬季在 P_t 小于100kw时均未见TTBI现象。

在自适应光学位相补偿情况下，补偿效果比水平传输同样也有显著提高，仰角越大，位相补偿效果越好。对春秋两季，在仰角大于等于45度， P_t 小于100kw时，均没有PCI现象；当仰角小于等于30度时， P_t 等于100kw时有明显的PCI现象；在夏季，在仰角小于等于45度， P_t 等于50kw和仰角为90度， P_t 等于100kw时有一定的PCI现象；在冬季，当仰角大于15度均没有PCI，仰角等于15度时有一定的PCI现象。从以上结果可知，激光斜程大气传输下，TTBI和PCI的激光功率阈值有显著的提高，仰角越大，TTBI和PCI的激光功率阈值提高越大。

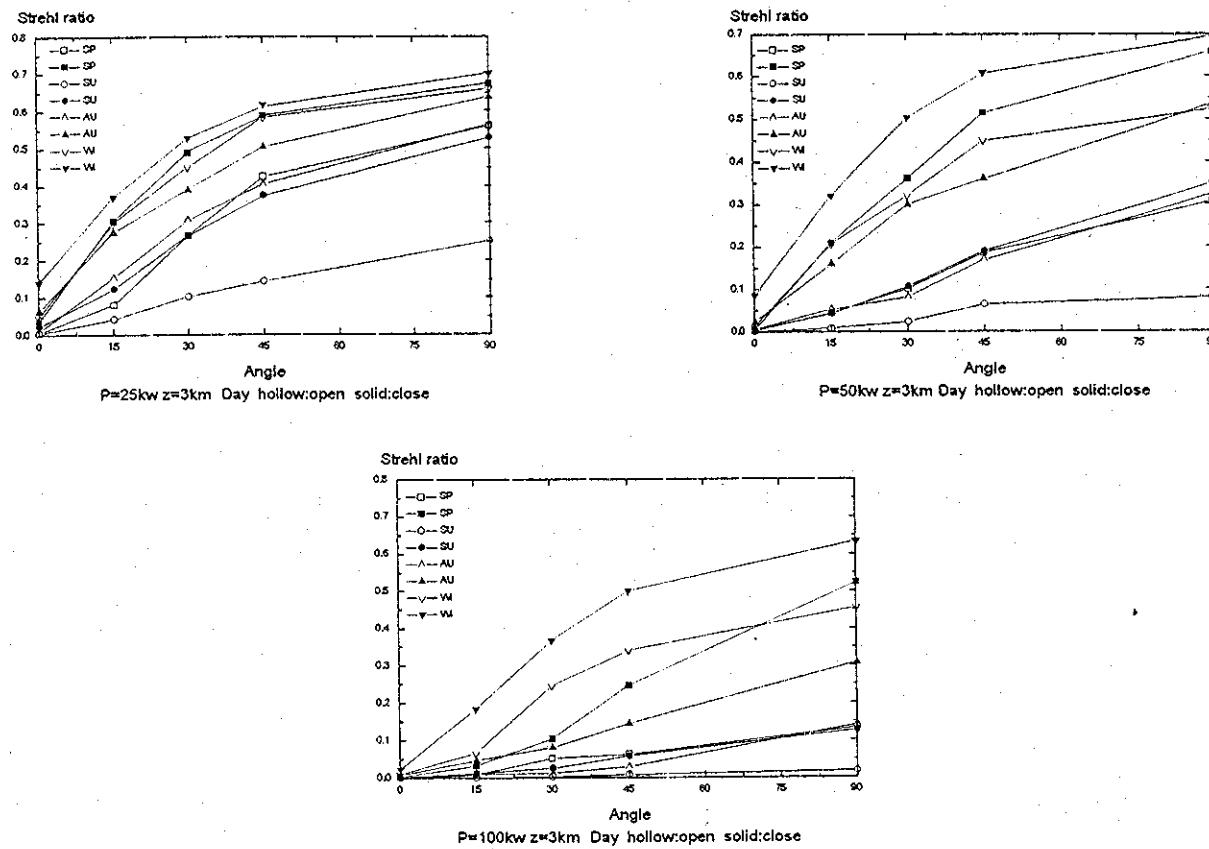


图4-11 几种不同传输条件下光束焦平面上Strehl随仰角的变化情况，传输距离为3km。

(4)不同季节条件下，高能激光大气传输到达焦平面的能量集中度有明显的不同，尤其是夏季比其它季节明显要差，然后是春季、秋季，冬季明显要好，如仰角为15度冬季和仰角为30度的春秋两季时的结果比夏季垂直上行传输还好。值得注意的是春秋

两季的结果，同一高度上大气气体吸收系数春季比秋季仅小14.2%，自适应光学位相补偿系统开环情况下两季差别不大，而在位相补偿下两季的差别明显地增大，而且其差别随仰角的增大而增大。比较春秋两季的大气风速可以看到，春季风向变化明显，从接近地面的东南风，到1.5km变为西南风，到3.0km则为西北风；而秋季，1.5km以下均为东风，到3.0km变为西风。所以春秋两季湍流热晕相互作用位相补偿效果的明显差别可能是由于春季的风向随高度变化而变化，从而抑制了位相补偿不稳定性造成的。

本章小结

本章详细描述了激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟计算四维程序的数学物理模型及计算方法，并对其中一些算法进行了改进，如激光传输方程非自适应坐标变换的推广、湍流相屏的折叠式FFT算法、热晕相屏的迭代差分算法、建立了直接斜率波前复原计算的仿真算法。本章第二部分利用我们建立的激光传输四维模拟程序首先对整束热晕效应的自适应光学位相补偿进行了数值计算分析，得到了与第三章的理论分析一致的结果。最后，利用我国的大气参数模式对聚焦高能激光大气传输湍流效应、湍流热晕相互作用及其自适应光学位相补偿进行了模拟计算，得到了湍流热晕相互作用及位相补偿不稳定性的阈值及目标上达到最佳功率密度时的发射激光功率阈值，并比较了四季及多种仰角传输情况下的结果，所得到的数据对工程应用有一定的参考价值。

参考文献

- [1] V E Zuev, “激光的大气传播”, 中国工程物理研究院译, 1990
- [2] J A Fleck, J R Morris and M D Feit, "Time-Dependent Propagation of High Energy Laser Beams through the Atmosphere", Applied Physics, Vol 10, 129:160, 1976
- [3] R V Digumarathi and N C Metha, SPIE, Vol 1221, 157:165, 1990
- [4] J F Schonfeld, SPIE, Vol 1221, 118:131, 1990
- [5] T J Karr, M C Rushford, J R Murray and J R Morris, SPIE, Vol 1221, 328:340, 1990
- [6] S M Ebstein, C Duzy, and R Myers, SPIE, Vol 1221, 1990
- [7] C Higgs, D G Fouche and C F Pearson, SPIE, Vol 1628, 210:220, 1992
- [8] J Walsh and P B Ulrich, Topics in Applied Physics, Vol 25,
- [9] B 塔塔尔斯基, 湍流大气中波的传播理论, 科学出版社, 1978
- [10] R. K. Tyson, Principles of Adaptive Optics, Academic Press, Inc, 1991
- [11] 王英俭, 吴毅, 龚知本, “自适应光学系统的数值模型”,
强激光与粒子束, Vol 6, 59:64, 1994
- [12] 王英俭, 吴毅, 龚知本, “直接斜率波前复原计算中的波前复原误差”,
强激光与粒子束, Vol 8, 1996
- [13] 王英俭, 吴毅, “折叠式FFT算法对激光大气传输湍流效应的数值模拟”,
强激光与粒子束, Vol 4, 581:587, 1992
- [14] D H Chambers, J A Viecelli, T J Karr, "Turbulence mixing effects in modeling of thermal Blooming", SPIE, Vol 1221, 220:228
- [15] 王英俭, 吴毅, 龚知本, “非线性热晕效应的自适应光学位相补偿”,
光学学报, Vol 15, No 10, 1994, p1418-1422
- [16] J F Schonfeld, "The Theory of Compensated Laser Propagation Through Strong Thermal Blooming", The Lincoln Lab Journal, Vol 15, No 2, 1992, p151-170

小结

本文对激光大气传输湍流效应、非线性热晕效应、湍流热晕相互作用及其位相补偿的若干问题进行了深入的理论和实验研究，取得了如下一些结果：

1. 利用随机函数理论得到了湍流相干长度和光束Strehl比的概率分布函数，该结果不仅可以更全面地定量描述激光大气传输湍流效应及其自适应光学位相补偿效率，而且说明了，对于涉及激光大气传输的工程应用，只能在概率意义上论证其可行性。

2. 对自适应光学系统间接波前复原法的波前复原误差进行了数值模拟分析，结果表明间接波前复原误差要比直接利用波前最小方差法的理论分析结果要大，该结果更精确地附合实际自适应光学系统。

3. 提出了变形镜非线性响应误差模型，并进行了仿真分析，该结果表明，一旦系统工作在非线性响应区，位相补偿效果将显著下降，这要求自适应光学系统要有足够的线性工作范围。

4. 进行了激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿实验研究，利用概率统计分析方法取得了位相补偿效率与湍流强度及系统参数的定量结果，并利用实验参数进行了对比计算，得到了与实验一致的结果。

5. 利用薄透镜近似对高能激光大气传输非线性(整束)热晕效应(尤其是聚焦光束的非线性热晕效应)及其位相补偿进行了分析，进一步了解了整束热晕效应位相补偿的基本规律以及准值光束热晕与聚焦光束热晕效应位相补偿的差别。

6. 对小尺度热晕不稳定性及其位相补偿不稳定性进行了线性化理论研究，得到了非均匀大气伴有随机风场情况下激光大气传输振幅起伏、位相起伏和Strehl比的一般表达式；进一步分析了随机风场对不稳定性的抑制作用。

7. 对小尺度热晕不稳定性及风速梯度对不稳定的抑制作用进行了定量的模拟实验研究，并利用实验参数进行了对比计算，得到了与实验一致的结果。

8. 建立了高能激光大气传输及其自适应光学位相补偿的数值模拟四维计算程序，并对以往计算模式的算法提出了以下几项改进：

①根据不同光束传输衍射效应的特征，对基于高斯光束传输的非自适应坐标变换提出了改进，以适用于不同的发射光束，如截断高斯光束、有限球面波，从而提高了聚焦或发散光束传输计算精度；

②提出了折叠式FFT湍流相屏谱反演算法，这样，在相同的计算网格点数情况下，对湍流谱的抽样最高频率比传统算法可提高一倍，从而提高了计算精度；

③考虑到大气随机风场是光束横截面空间坐标的函数，流体力学方程的付氏变换算法比较复杂，而且计算速度也比较慢，我们提出一种分离变量六点对称隐式差分格式迭代算法，该算法采用追赶法求解三对角矩阵线性方程组，速度快，无条件稳定，精度为 $O^3(dx dy dt)$ 量级；

④建立了比较接近真实系统的自适应光学仿真模型，其中包括直接斜率波前复原计算等。

激光传输湍流效应及其自适应光学位相补偿实验、小尺度热晕不稳定性和风速梯度对小尺度热晕稳定性的影响的模拟实验等的结果与数值模拟计算结果的一致性证明了该模式是可靠和精确的。该计算模式的建立对高能激光大气传输进行定量计算及工程应用具有实际意义。

9 准值光束热晕效应位相补偿的数值模拟计算结果表明，弱热晕下，自适应光学系统变形镜驱动器间距和时间滞后越小越好，一旦产生热晕效应位相补偿不稳定性，需要选择适当的变形镜驱动器间距和系统带宽；聚焦光束非线性热晕效应位相补偿的数值模拟计算结果表明，风速随传输距离增大而增大将显著改善其位相补偿效果。

10 利用激光大气传输四维模式和我国的大气参数模式对聚焦光束大气传输进行了大量的计算，得到了如下一些基本结果：

① 激光斜程大气传输比水平大气传输显著有利，当 F 大于等于3km，在仰角大于15度时，光束Strehl比要比同样传输距离水平大气传输情况的Strehl比有数倍甚至成量级的提高；

② 在本文的计算参数条件下，当热畸变参数达到12时，将会产生明显的湍流热晕相互作用及其位相补偿的不稳定性；

③ 得到了几种不同传输距离水平大气传输下目标(焦平面)上达到最佳功率密度时的发射功率阈值，如表4.1和4.2所示；高能激光斜程大气传输湍流热晕相互作用及其位相补偿的不稳定性功率阈值和目标(焦平面)上达到最佳功率密度时的发射功率阈值比水平传输有显著提高；

④ 高能激光大气传输季节性差别较大，尤其是夏季比其它季节明显要差，然后是春季、秋季，冬季明显要好，这主要取决于大气吸收系数。

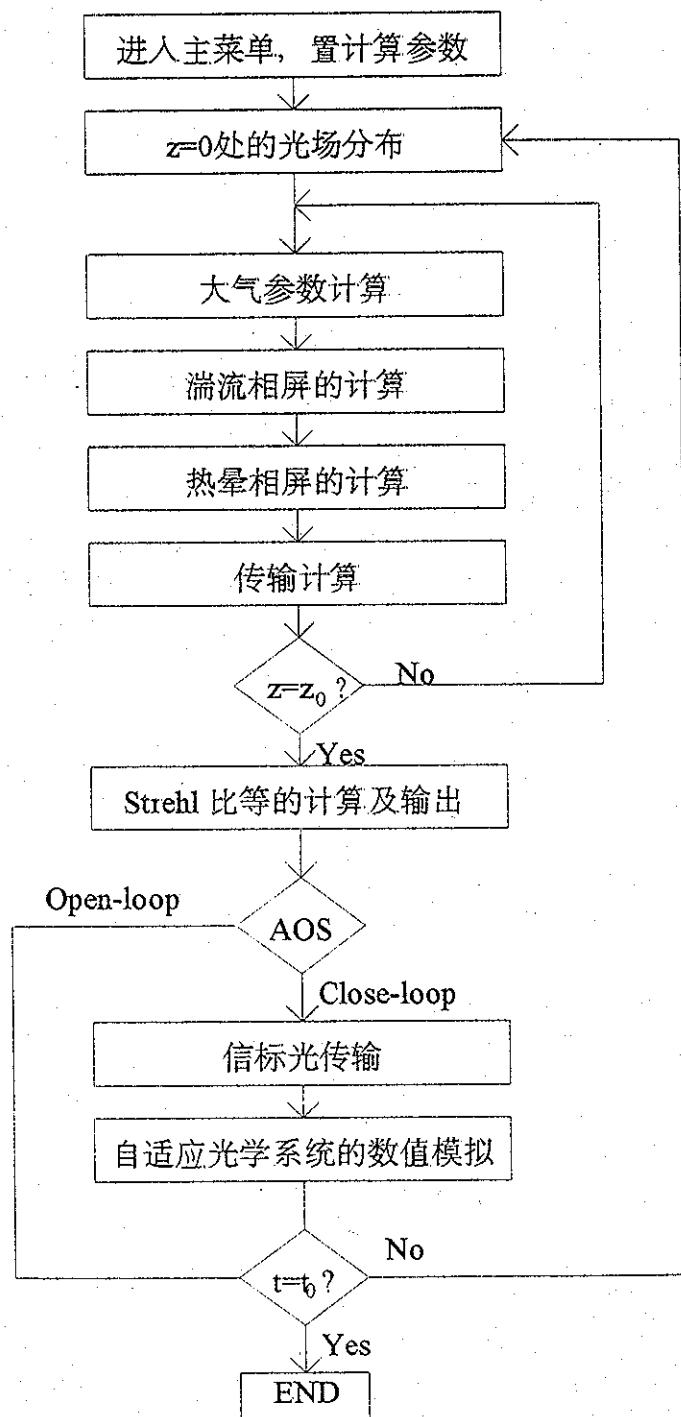
上述结果对高能激光大气传输工程应用及其可行性论证有一定的参考价值。

个人简历

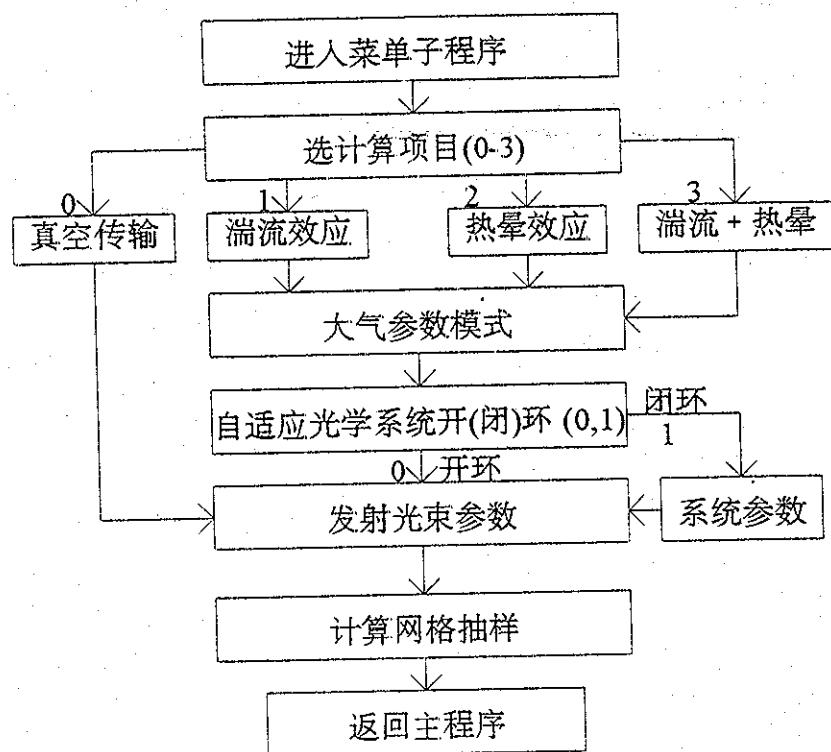
- 1980、9~1984、7：大连理工大学(原大连工学院)物理系学习，获理学学士；
1984、9~1987、7：中科院安徽光机所大气光学研究室学习，获理学硕士；
1987、8~ ：中科院安徽光机所大气光学研究室从事激光大气传输研究工作；
1993、9~ ：中科院安徽光机所大气光学研究室在职博士学习。

附录：
高能激光大气传输四维数值模拟程序流程框图

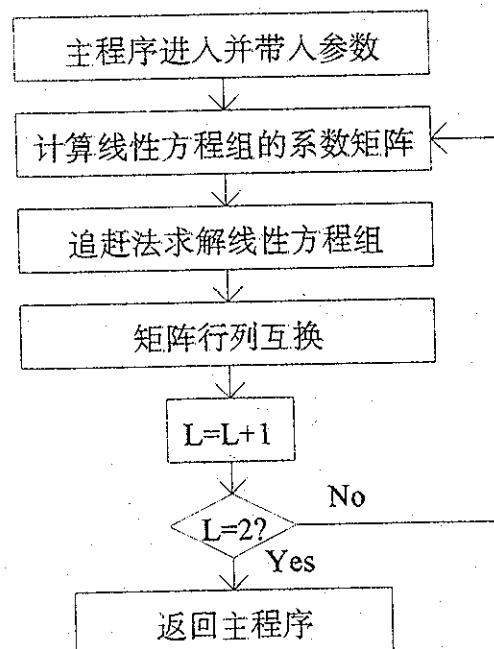
一、主程序框图



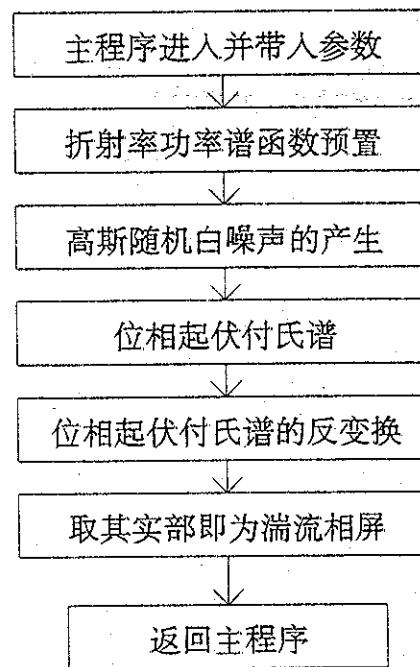
二、菜单子程序框图



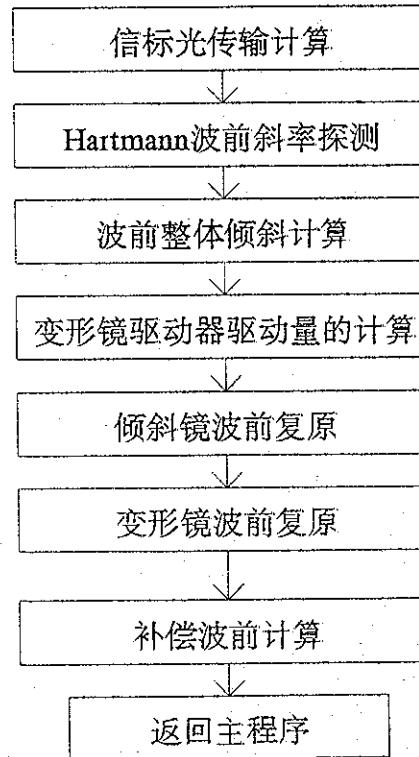
三、热晕相屏子程序框图



四、湍流相屏子程序框图



五、自适应光学系统位相补偿仿真子程序框图



六、自适应光学系统传递函数计算子程序框图

