

第一章 引论

湍流被认为是经典物理和流体力学中留下的最大难题,而层流到湍流的转换过程是湍流研究的中心问题之一。对湍流及其转换的研究是目前十分热门的研究方向,而对可压缩湍流及其转换的研究因为其重要的应用背景显得十分的关键。在第二次世界大战之后,源于对超声速(Supersonic)飞行的渴望人们开始了对可压缩湍流流动的研究,掀起了可压缩湍流研究的高潮,但在超声速飞行实现后对可压缩湍流的研究和需求渐渐冷却。不久以来,人们又一次掀起了对可压缩流动研究的热潮,人类对高超声速(Hypersonic)飞行的渴求以及对减小超声速飞行成本和控制飞行器飞行噪声等工程需要给可压缩流动的研究带来了新的活力。但是也面临更多的新问题,例如目前还无法精确的预测转换,对湍流以及超声速燃烧等问题还知之甚少,而要实现高超声速飞行就必须了解更多高超声速飞行的基本问题。对高、超声速流动的研究基于对低速流动(如亚声速)的认识和研究。本文研究目的是研究和了解可压缩平板边界层从层流到湍流转捩过程中流动的一些基本特征和基本知识。本章将简述目前相关领域的研究现状以及本文的研究成果,包括了感受性问题研究、线性稳定性理论问题研究、转换过程及转换过程中的拟序结构研究和可压缩平板湍流边界层研究。

1.1 感受性问题

感受性问题是指出外界扰动进入边界层,如何转化为边界层流动内部的扰动过程。感受性问题是转换的第一阶段,Morkovin[1]最早提出了感受性问题的概念。在这个阶段中,外界的扰动在局部(当地)雷诺数相对较小的区域,会产生不稳定波(T-S波)。感受性阶段的范围界定为从初始扰动开始发展到中性曲线的第一分支的区域,即达到不稳定波开始增长的位置。在此需要将感受性问题与现行稳定性问题区分开来,由于边界层本身的不稳定性,因此外界扰动将产生不稳定的波动,感受性问题主要关心不稳定波产生的过程,而流动内部扰动的演化属于稳定性问题。虽然将外界扰动引入边界层的感受过程有不同的路径,Saric et al. [2]认为其基本的机制是含有波数为 α_{fs} 的自由来流扰动与各向异性的物面

和流动相互作用, 导致了流场中扰动频谱的扩大并且包含了不稳定波波数 α_{i-s} , 从而诱发了边界层不稳定波动的产生。而 Mack[3] 在 1984 年提出小幅值的初始扰动可以激发包括不稳定的 T-S 波等的边界层线性扰动模态。

要研究感受性问题需要涉及真实环境中存在什么样的扰动, 而扰动是多种多样的, 可以是自然发生的扰动也可以是人工导致或者人为强加的扰动。人为扰动的波谱常常很宽, 在引入的扰动中包含了接近不稳定波波数的能量分量, 因而可以直接激发不稳定波的产生; 而自然扰动以声速传播的声扰动和自由来流速度传播的对流扰动和涡扰动为主, 这些自由来流扰动的波数范围与边界层中不稳定波的波数范围有明显的差别, 因此对自然扰动的感受过程需要有一个波长的变换和演化过程。张永明和周恒[4]用直接数值模拟方法证实了感受性现象和其波长转变机制的存在。

Saric[2]研究了不可压缩流动边界层的稳定性和感受性, 并对不可压缩流动的感受性问题作了综述。而近年来对可压缩流动的感受性问题的研究也越来越多, 当 $Ma > 1$ 时由于物体前部产生了激波, 使得超声速流动的感受性问题更加复杂。在高超声速边界层感受性研究的初期, 对高超声速边界层感受性的数值研究都没有考虑激波对感受性的影响, Zhong[5-8]使用激波装配法 (shock-fitting method) 和直接数值模拟研究了在高超声速条件下, 外界扰动通过激波并与激波相互作用后进入边界层的感受性过程, 并发现边界层中的稳定模态感受过程的能量交换中也将起到重要的作用。

1.2 稳定性问题和线性稳定性理论

稳定性问题, 紧接感受性问题 (感受过程), 研究边界层小扰动在流场中的响应、发展以及演化。一般来说, 如果小扰动在流场中逐渐减弱至最后消失, 整个流动恢复到受扰动作用以前的状态, 则称流场中在扰动的作用下是稳定的; 相反, 如果扰动逐渐增长而流动不再恢复到受扰动前的状态, 则流场在扰动的作用下是不稳定的。不稳定的扰动导致流动的失稳是边界层流动从层流到湍流转捩的开始, 而扰动的线性增长是自然转捩过程中时间最长的一个阶段。

线性稳定性理论 (Linear Stability Theory) 是研究边界层稳定性问题的重要理论, 而线性稳定性理论的基石是 Orr-Sommerfeld 方程 (O-S 方程)。O-S

方程是由 Orr 和 Sommerfeld 在扰动无限小的假设和平行剪切流的假设下将控制方程略去高阶量线性化后导出的。求解 O-S 方程的特征值是研究并解决稳定性问题的首要方法, 如何求解 O-S 方程的特征值在数学上曾经遇到了很大的麻烦, Tollmein[9]和 Schlichting[10, 11]在 O-S 方程提出 20 年后成功求得了边界层中周期性不稳定扰动的特征解, 这就是已经被人们熟悉了 Tollmein-Schlichting 波 (T-S 波)。T-S 波的存在随后被 Schumauer & Skramstad[12]的实验所证实。T-S 波被认为是自然转捩过程中最重要的扰动, 其幅值在边界层平行剪切流场中以指数线性增长。

在小扰动以及平行剪切流的假设下, 同样可以将可压缩的 N-S 方程线性化, 从而得到可压缩流动的 O-S 方程。Mack[3]使用线性稳定性理论广泛地研究了超声速边界层中的不稳定模态, 并发现在超声速边界层中除了人们已经熟悉的 T-S 波模态之外还存在另一个 (甚至更多) 不稳定的模态, 被称为 Mack 模态, 因 Mack 模态与声扰动有密切关系因而也称声模态。并且发现在 $Ma > 4.5$ 时 Mack 第二模态比 T-S 波模态更不稳定。Dunn & Lin (1955) [13]提出在超声速条件下 Mack 第一模态就是 T-S 波模态, 而一般情况下 Mack 第一模态是三维 $\beta > 0$ (斜波) 最不稳定的。而根据 Mack 的研究, 对于 Mack 第二模态则是二维 $\beta = 0$ 最不稳定的。

在超声速边界层中, 除了一系列不稳定模态的发现之外还发现了一族线性稳定的模态。虽然是稳定的模态, 但在 Zhong et al. [5-8]的研究中发现这些稳定模态将与不稳定模态 (Mack 第一模态与 Mack 第二模态) 共鸣和叠加, 因而在感受过程的能量交换中起十分的重要。

1.3 边界层的转捩过程

1.3.1 转捩的不同路径

Morkovin et al. [14] 分析并总结了边界层从层流到湍流转捩过程的不同路径 (Roadmaps):

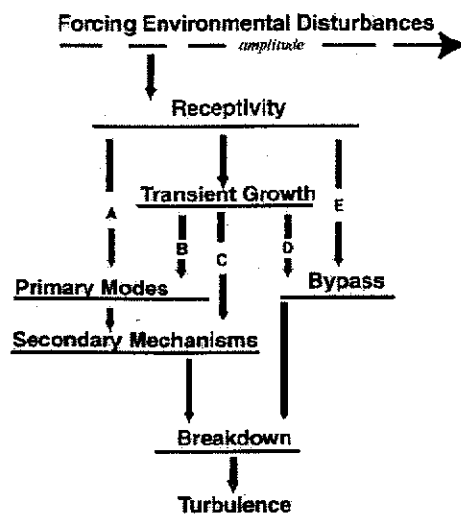


图 1.1 转换路径[8]

Morkovin et al. [14]将转换分为了两种方式，一种是自然转换，如图 1.1 中的 A、B、C 三种方式；而另一种称为 Bypass 方式，如 D、E 两种方式。自然转换是自然界中的一般转换方式，要经过线性稳定性理论适用的线性增长阶段。而 Bypass 转换是跨过了线性增长阶段直接进入非线性区域并迅速达到湍流的过程。一般来说，Bypass 转换的初始扰动的增长过程超出了线性稳定性理论的适用范围，并以此与自然转换区分开来。

Morkovin et al. [14]认为自然转换经历感受过程 (Receptivity)、瞬时增长 (Transient Growth)、线性增长 (Primary Modes)、二次失稳 (Secondary Mechanisms)、边界层崩溃 (Breakdown)，最终达到湍流。不同幅值大小的扰动在自然转换过程中经过不同的阶段而最终达到湍流，图 1.1 中 A、B、C 三种自然转换方式以及 D、E 两种 Bypass 转换方式的扰动幅值从左到右依次增大。当扰动很小时，扰动以 A 方式直接激发边界层的模态进入线性增长阶段 (Mack [3] 1984)；当扰动较大时，转换经过一个瞬时增长的过程后进入线性增长阶段 (B 方式)，如果扰动更大或者具有明显的三维特征，则转换在瞬时增长过程之后将直接进入二次失稳阶段 (C 方式) (注：二次失稳即三维扰动出现，流动对于三维扰动已经变得不稳定)。如果扰动过大，流动直接以 Bypass 方式转换到湍流 (D、E 方式)。

1.3.2 平板边界层的转换

对转换过程从 T-S 波的线性增长直至发展到湍流现象的一般叙述如下：T-S

波随流动按指数线性增长, 扰动振幅逐渐增大, 主要呈现二维展向涡结构; 当振幅增大到一定量时流动进入了非线性作用区域, 由于二次失稳和三维扰动的增长, 流向涡分量出现并逐渐增大, 二维展向涡逐渐出现了偏斜, 形成 Λ 涡; Λ 涡随着流动继续发展, 由于自诱导作用, 曲率最大的部分 (Λ 涡的头部) 有更大的向上的速度, 比其根部运动更快, Λ 涡逐渐演化成为发卡涡; 发卡涡的头部有更大向上速度, 形成了不断加强的拉伸、自诱导过程, 使其离开物面。低速发卡涡升起进入有更高平均速度的流层, 影响了高速主流, 造成主流速度剖面产生拐点; 拐点的产生加快了三维不稳定性发展, 造成扰动的快速增长, 发卡涡开始破碎, 大尺度涡逐渐破碎为小尺度结构, 最后形成周围被层流包围、有特定形状的局部湍流区域, 即湍流斑。湍流斑产生后呈箭头状被流动携往下游, 与层流区域相互剪切作用, 促使周围层流的不稳定, 使得湍流斑进一步向旁边的层流区域扩散, 并与相邻的湍流斑相互融合 (Merge), 最终形成湍流边界层。不同的扰动形式和不同的扰动幅值会产生不同转捩现象, Bypass 转捩过程的现象则与自然转捩不同, 但目前研究 Bypass 转捩现象的成果并不多。

1.4 边界层拟序结构

研究转捩和湍流的统计量是被广泛采用的一种方法, 但是统计量描述在漩涡的形成、增长、相互作用以及消散方面只能提供很少的信息。研究边界层中的拟序结构可以更好地了解湍流形成和运动的机理, 因此研究拟序结构及其相互之间的作用是了解湍流不可缺少的部分。

对拟序结构, Robinson[15] (1991) 所给的定义是: 一个尺度比流动的最小尺度大很多的三维流动结构, 并且至少有一个基本流动变量 (速度、密度、温度等) 与其自身或者其他变量在时间域或空间域上有很强的关联。拟序结构存在于转捩过程中也存在于完全发展的边界层湍流中, 研究发现转捩过程中的拟序结构—发卡涡与完全发展湍流中的大尺度流动结构相似, 说明完全发展湍流与转捩之间存在着内在的联系。而近年来的研究表明, 湍流边界层中上抛下扫、条带结构以及间歇现象等特征均与湍流边界层中的拟序结构有直接的联系。因此研究转捩过程中的拟序结构演化也将对了解湍流边界层中的拟序结构以及对湍流边界层的控制研究有帮助。

上个世纪中叶开始,对于湍流边界层中的拟序结构开展了很多相关的理论研究和实验研究。Theodorsen[16](1955)提出了大尺度湍流边界层拟序结构的第一个物理模型,他认为所有湍流剪切流的基本结构是倾斜的马蹄涡,并试图使用涡输运方程证明能够在湍流中保持不衰变的唯一涡结构就是马蹄涡,该模型说明并解释了马蹄涡附近雷诺切应力的产生。Head 和 Bandyopadhyay [17](1981)的流动显示结果支持了 Theodorsen[16](1955)的模型,认为流场中的大尺度运动至少有一部分是环状的漩涡结构,而另外一部分则取决于雷诺数的大小。他们进一步提出流场中的大尺度运动在低雷诺数时仅为一个单一的马蹄涡,但是在高雷诺数情况下大尺度结构将被拉长并且诱发出更多的发卡涡形成一个发卡涡串。他们观察到了发卡涡串的产生并且发现发卡涡的头部保持与壁面大约 20 度的角度。

近年来,为了进一步了解转捩和湍流,伴随着实验技术和计算技术的不断进步,对拟序结构的研究也越来越多,出现了不少对边界层转捩过程和湍流阶段中拟序结构的研究报道。Ganapathisubramani et al[18](2003)通过 PIV 实验,探测到平板边界层对数律区内的发卡涡串结构,并发现这些涡结构对湍应力贡献相当大。Zhou et al[19](1999)通过直接数值模拟,探讨了槽道流动中发卡涡的产生机制,发现足够强的发卡涡在消亡之前,能够在上游或下游诱发出新的发卡涡,并对这种诱发机制进行了探讨。Suponitsky et al[20](2005)数值研究了均匀剪切流中涡扰动的演化过程,发现,强度较弱的涡扰动发展成条带结构,而较强的涡扰动发展成为发卡涡。Chernyshenko et al[21](2005)则对边界层湍流中条带结构的产生机制提出了新的看法。通常认为条带结构与发卡涡或流向涡有关,而 Chernyshenko et al[21](2005)认为条带结构是由上抛,剪切及粘性扩散机制共同作用的结果。Bake et al[22](2002)同时对平板边界层的转捩过程进行了实验和直接数值模拟,其发现,在转捩后期,涡结构与高剪切层相互作用,使得扰动快速增长。

1.5 湍流研究的开始

人类很早以前已经开始认识和关注湍流流动,早在十五、六世纪艺术大师、科学巨匠达芬奇使用手中的画笔记录了许多不同湍流流动(图 1.2)。图 1.2 的左图形象地描述了流动经过一个物体(扰流)之后产生湍流流动的情况;图 1.2

的右图更加细致的描绘了水流入池塘（射流）中产生湍流的现象。那时的人们已经认识到湍流是一种分层有序地组织在一起、涡中有涡的多尺度流动现象。

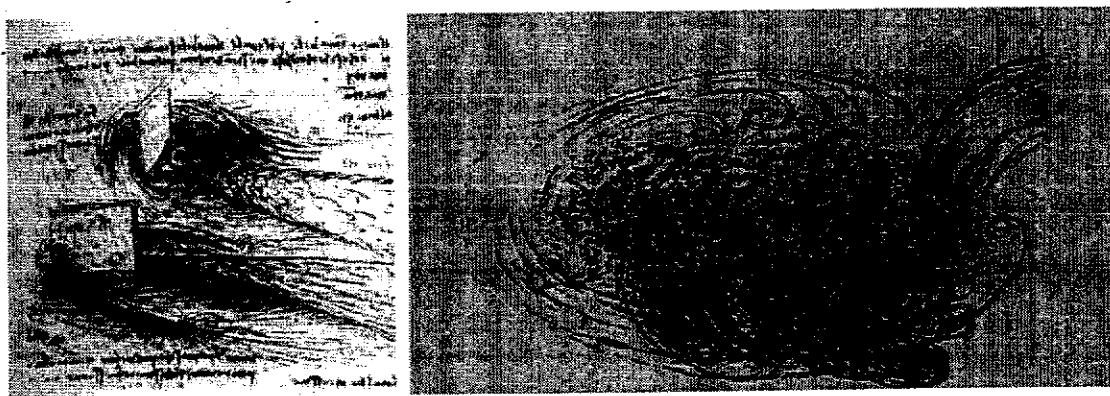


图 1.2 达芬奇绘制的湍流图像

自 1883 年 Reynolds 第一次进行了著名的圆管实验以来，人类对湍流的专门研究已经经历了一个多世纪。随着对湍流的认识在不断的深化，人们提出了多种理论，发展了多种实验研究方法以研究这种神秘而奥妙的流动。尽管对湍流的研究已经有一个多世纪，至今人们还没有总结出普适的湍流理论和模型，特别是对于高超声速的可压缩湍流中还有很多问题需要我们去发现和研究。

人们对边界层的转捩和湍流的研究是从理论分析和实验研究开始的，这两种方法对边界层初期的研究有过巨大的推动作用。但由于转捩过程和湍流运动的复杂性，这两种方法对边界层的转捩和湍流的认识有一定的局限。边界层从层流转捩到湍流的过程包含了复杂的线性、弱非线性、非线性的物理过程和现象，特别是对于高超声速边界层，目前的实验技术尚不能够提供足够并且有用的数据以进一步深入地研究转捩和湍流的机理，而单纯的理论研究主要关注于边界层流动中的平均和统计量，很难对流动中的脉动量进行研究。

随着计算机技术的发展，使用计算机对湍流问题进行模拟和研究渐渐地开始，研究的技术和方法也越来越成熟。通过对湍流流动进行数值模拟，可以获得更加全面更加详尽的流动信息，对深刻揭示湍流流动的内在机理有很大的帮助。近年来直接数值模拟方法得到了很大的发展，同时适合于解决工程问题等实际问题的湍流计算方法，如雷诺平均数值模拟方法（Reynolds Average Navier-Stokes）和大涡模拟方法（Large-Eddy Simulation）等计算方法也得到了广泛的发展和应用。

1.6 边界层转捩及湍流的直接数值模拟

直接数值模拟湍流流动的发展是与计算机技术的发展以及并行算法的进步紧密相关的。对湍流的直接数值模拟需要巨大的计算量,要求强大的计算机支持,使得目前能够使用直接数值模拟方法准确模拟流动的雷诺数还比较有限。这是因为:直接数值模拟要求模拟所有尺度的湍流脉动,在计算中最小的模拟尺度 Δ (即网格尺度)应小于 Kolmogorov 尺度 η (即耗散尺度)。若以此估算能够保证准确模拟湍流小尺度脉动的所需要的三维总网格数 N ,则至少应有 $N > (\text{Re}_l)^{9/4}$, $\text{Re} = u'l/\nu$, 这将带来巨大的计算量。由于绝大部分湍动能耗散发生在大于 Kolmogorov 尺度 η 的湍动能耗散的峰值尺度附近,因此可以要求网格尺度 $\Delta \sim O(\eta)$,而不要求 $\Delta < \eta$ 。即使这样,需要模拟有实际意义的湍流运动时,仍然将造成巨大的计算量。

近几年,在迅速发展的计算机技术帮助下并随着并行计算技术的日益成熟,直接数值模拟方法已被逐渐使用于湍流研究的方方面面。直接数值模拟边界层湍流流动可以揭示湍流中的脉动特征,给出定量数据,可以得到比理论研究和实验研究更详尽的湍流数据。直接数值模拟结果可以准确地给出湍流边界层每一瞬时流场任何位置的全部流动信息,而掌握更详尽的湍流数据,能够帮助研究者更深入地揭示边界层湍流机理。然而直接数值模拟方法也不能脱离理论分析和实验研究,在人们对边界层转捩和湍流日益深入的认识过程中,三者之间是相互补充的。在数值模拟方法的逐渐发展过程中,直接数值模拟结果是否能够真实、准确地反映流动的状态和特征需要得到理论和实验结果的支持。

对湍流进行数值模拟的方法,除直接数值模拟方法之外,还主要有雷诺平均数值模拟方法(Reynolds Average Navier-Stokes)和大涡模拟方法(Large-Eddy Simulation)。这两种方法采用一定的假设并建立相应的模型,需要的计算量和计算资源比直接数值模拟要小。局限于目前的计算机技术和计算资源,直接数值模拟方法对复杂外形物面和高雷诺数边界层湍流流动的模拟还有一定困难和限制,雷诺平均数值模拟方法和大涡模拟方法更适用于解决实际中的工程问题。相应湍流模型需要根据已有的理论分析结果、实验结果和直接数值模拟结果总结出

的湍流机理建立,使用湍流模型计算得到的结果需要与以上结果进行对比和分析才能够可信地使用于解决实际工程问题。基于直接数值模拟流场中更详尽的流场信息研究总结出的边界层湍流流动机理对湍流模型的建立有着指导意义,因而直接数值模拟结果可以为湍流理论模型、雷诺平均方法模型和大涡模拟方法模型的建立和改进提供可靠依据。

对边界层转捩和湍流的直接数值模拟,最初主要集中于对不可压流动的模拟。尔后随着实际运用的需要,通过直接数值模拟对可压缩边界层的直接数值模拟越来越多。Guarini SE et al[23](2000), Maeder T et al[24](2001), Huang Z F et al[25](2005)等人采用时间发展模式对可压缩平板湍流边界层进行了直接数值模拟,虽然这些研究成果增加了人们对边界层转捩和湍流的理解与认识,然而由于时间发展模式在流向采取了周期性边界条件,引入了一定的误差,导致了时间发展模式的直接数值模拟结果仅仅是空间发展的边界层流动的近似,并不符合边界层流动的真实情况。而模拟空间发展的边界层流动更符合实际流动情况,对于研究边界层转捩和湍流的机理更适合、更有效。

Rai M M et al[26](1995), Priozzoli S et al[27](2004), Gao H et al[28](2005), Li X L et al[29](2006)等人对平板可压缩边界层的转捩及湍流进行了空间发展模式的直接数值模拟,分析了超声速平板边界层中转捩和湍流的机理,并探讨了可压缩效应的影响与 Morkovin 假设成立的马赫数范围。至此,对可压缩边界层的转捩和湍流的直接数值模拟已经逐渐的成为一个航空航天领域的热点,还有很多未知的现象有待我们去发现,还有很多缺乏了解的内在机理值得我们去研究。

1.7 本文的目的、内容和意义

面对我国航空航天工业和国防事业的需要,为了研究可压缩平板边界层由层流边界层自然转捩到湍流边界层的过程,本文采用直接数值模拟方法数值模拟了在流场中直接加入边界层内的最不稳定扰动波(T-S波)而不考虑感受阶段的亚音速平板边界层的自然转捩过程。在直接数值模拟结果的基础上,(1)研究了自然转捩中扰动线性增长过程中的线性稳定性;(2)探讨了可压缩湍流边界层中若

干统计量和脉动量的重要特征；(3) 研究了亚音速可压缩平板边界层自然转捩过程中的现象和拟序结构，并试图将拟序结构的特征及其演化的过程与前人在实验研究和数值研究中发现流动特征和物理现象联系起来。

本文的研究内容将有助于对可压缩边界层的进一步了解，为湍流边界层控制、湍流模式的建立以及大涡模拟的研究提供了依据。文中自然转捩过程的可视化结果清楚地显示了文中工况下自然转捩过程的现象和拟序结构的演化过程；从结果中发现，拟序结构与瞬时雷诺切应力之间有密切的关系，瞬时雷诺切应力在拟序结构所处的区域集中，并随拟序结构的演化而逐渐上升，本文认为这一现象是转捩过程发生 Breakdown 的重要机理。

第二章 基本方程和数值方法

本文采用直接数值模拟方法 (Direct Numerical Simulation) 对可压缩平板边界层的转换和湍流进行模拟。本章介绍了本文采用的基本方程和数值方法, 包括控制方程、数值离散方法、边界条件、计算网格设置等。

2.1 控制方程

本文中, 数值计算采用的控制方程为直角坐标系下的三维可压缩流动 Navier-Stokes 方程[30], 该方程中包含了流体运动遵循的质量守恒定律 (1 个连续方程)、动量守恒定律 (3 个动量方程)、能量守恒定律 (1 个能量方程), 以及使得方程组封闭的热力学关系式。其量纲为一的守恒形式可以写为:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_1(U)}{\partial x} + \frac{\partial F_2(U)}{\partial y} + \frac{\partial F_3(U)}{\partial z} = \frac{\partial G_1}{\partial x} + \frac{\partial G_2}{\partial y} + \frac{\partial G_3}{\partial z} \quad (2.1)$$

$$\text{其中, } U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{pmatrix}, F_1(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(E + P) \end{pmatrix}, F_2(U) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ v(E + P) \end{pmatrix}, F_3(U) = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ w(E + P) \end{pmatrix}$$

$$G_1(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \frac{c_p \mu}{\text{Pr Re}} \frac{\partial T}{\partial x} + u\tau_{11} + v\tau_{12} + w\tau_{13} \end{pmatrix}, G_2(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{21} \\ \tau_{22} \\ \tau_{23} \\ \frac{c_p \mu}{\text{Pr Re}} \frac{\partial T}{\partial y} + u\tau_{21} + v\tau_{22} + w\tau_{23} \end{pmatrix},$$

$$G_i(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{31} \\ \tau_{32} \\ \tau_{33} \\ \frac{c_p \mu}{Pr Re} \frac{\partial T}{\partial z} + u\tau_{31} + v\tau_{32} + w\tau_{33} \end{pmatrix}, \quad \tau_{ij} = \begin{cases} \frac{\mu}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), i \neq j \\ \frac{\mu}{Re} \left(2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \text{div} V \right), i = j \end{cases}$$

其中 $i, j = 1, 2, 3$ 分别对应坐 X, Y, Z

$$E = \rho \left(e + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right)$$

热力学关系式：理想气体的状态方程 $p = \rho T / (\gamma Ma_\infty^2)$

方程 (2.1) 中的各个变量如表 2.1 中所示：

表 2.1 三维可压缩流动 Navier-Stokes 方程中变量的物理意义

ρ	密度变量	κ	传热系数
u, v, w	x, y, z 三个方向的速度分量	e	内能
T	温度变量	γ	质量热容比
p	压力变量	Re	雷诺数
t	时间变量	Pr	普朗特数
μ	粘度	Ma	马赫数
c_v	质量定容热容	T_s	参考温度
c_p	质量定压热容	τ_{ij}	粘性应力张量的分量

方程 (2.1) 式中物理量的定义如下：

取流场特征长度为 L ，特征时间为 L/U_∞ ，则雷诺 Reynolds 数定义为

$Re = \rho_\infty U_\infty L / \mu_\infty$ ，其中 ∞ 表示来流参数。

粘度 μ 可以由 Sutherland 公式给出 $\frac{\mu}{\mu_\infty} = \frac{T^{3/2} (1 + T_s / T_\infty)}{T + T_s / T_\infty}$

内能 $e = c_v T$ ， $c_v = 1 / [Ma_\infty^2 \gamma (\gamma - 1)]$

来流马赫数 $Ma_\infty = U_\infty / a_\infty$ ， $a_\infty = \sqrt{nRT}$ 为声速

本文中的物理常数取 $Pr = 0.72, \gamma = 1.4, T_s = 110.4K, L = 1 \text{ inch}$

2.2 数值离散方法

求解 N-S 方程需要对三维可压缩流动 Navier-Stokes 方程 (2.1) 的无粘项

$$\frac{\partial F_1(U)}{\partial x} + \frac{\partial F_2(U)}{\partial y} + \frac{\partial F_3(U)}{\partial z} \text{ 和粘性项 } \frac{\partial G_1}{\partial x} + \frac{\partial G_2}{\partial y} + \frac{\partial G_3}{\partial z} \text{ 进行空间离散, 并对方}$$

程的时间推进项 $\frac{\partial U}{\partial t}$ 进行时间离散。本文的直接数值模拟采用了高精度的有限

差分方法, 本节将对本文所采用的数值离散方法作详细介绍。

2.2.1 无粘项 (对流项) 的离散方法

无粘项的处理是给计算带来较多困难的部分, 而无粘项的逼近质量对数值解的行为影响极大。本文采取了首先对无粘项进行流通矢量分裂, 然后使用迎风差分方法对分裂后的矩阵进行离散的方法。

进行流通矢量分裂, 即将无粘项分解为正通量和负通量。进行矢通量分裂的原因在于: 对比不进行矢通量分裂而直接对无粘项进行离散, 进行矢通量分裂更易于使用迎风格式, 而采用迎风格式具有更好的稳定性, 同时能够有效的抑制混淆误差[30]。另外流通矢量分裂配合激波捕捉格式求解, 对于含激波或者间断的流动可以有效抑制数值解的非物理振荡从而获得很好的计算效果。本文中采用三维 Steger-Warming 分裂法以及七阶普通迎风差分格式[31]。

Steger-Warming 分裂法[30]

考虑无粘项 $\frac{\partial F_1(U)}{\partial x} + \frac{\partial F_2(U)}{\partial y} + \frac{\partial F_3(U)}{\partial z}$ 中 $F_1(U)$, $F_2(U)$, $F_3(U)$ 分别为 3

个方向的矢通量, 设 $f = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3$, 则对应于三维可压缩 N-S 方程中

矢通量 f 的 Jacobian 矩阵为 $A = \frac{D(f)}{D(U)}$ 。若设特征值为 $\lambda_{1,2,3}(A) = \tilde{V}$,

$\lambda_{4,5} = \tilde{V} \mp c\sigma$, 其中 $\tilde{V} = \alpha_1 u + \alpha_2 v + \alpha_3 w$, 有 $\sigma = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}$, 则矢

通量 f 的表达式为:

$$f = \frac{\rho}{2\gamma} \begin{bmatrix} 2(\gamma-1)\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_4 + \tilde{\lambda}_5 \\ 2(\gamma-1)\tilde{\lambda}_1 u + \tilde{\lambda}_4(u - c\tilde{k}_1) + \tilde{\lambda}_5(u + c\tilde{k}_1) \\ 2(\gamma-1)\tilde{\lambda}_1 v + \tilde{\lambda}_4(v - c\tilde{k}_2) + \tilde{\lambda}_5(v + c\tilde{k}_2) \\ 2(\gamma-1)\tilde{\lambda}_1 w + \tilde{\lambda}_4(w - c\tilde{k}_3) + \tilde{\lambda}_5(w + c\tilde{k}_3) \\ (\gamma-1)\tilde{\lambda}_1 V^2 + \frac{\tilde{\lambda}_4}{2}[(u - c\tilde{k}_1)^2 + (v - c\tilde{k}_2)^2 + (w - c\tilde{k}_3)^2] \\ + W_{II} + P + \frac{\tilde{\lambda}_5}{2}[(u + c\tilde{k}_1)^2 + (v + c\tilde{k}_2)^2 + (w + c\tilde{k}_3)^2] \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\text{其中: } W_{II} = \frac{(3-\gamma)(\tilde{\lambda}_4 + \tilde{\lambda}_5)c^2}{2(\gamma-1)}, \quad P = 2\rho(\gamma-1)\tilde{\lambda}_1\tilde{k}_1(\tilde{k}_2 w - \tilde{k}_3 v)$$

$$\tilde{k}_1 = \frac{\alpha_1}{\sigma}, \quad \tilde{k}_2 = \frac{\alpha_2}{\sigma}, \quad \tilde{k}_3 = \frac{\alpha_3}{\sigma}, \quad \sigma = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}$$

则特征值分解为正特征值和负特征值两部分:

$$\lambda_k = \lambda_k^+ + \lambda_k^- \quad (k=1,2,3,4,5) \quad \text{其中: } \lambda_k^+ = \frac{\lambda_k + |\lambda_k|}{2}, \quad \lambda_k^- = \frac{\lambda_k - |\lambda_k|}{2}$$

分别代入方程 (2.2) 得到正通量 f^+ 和负通量 f^- , 有 $f = f^+ + f^-$ 。

矢通量分裂之后, 正、负通量即可采用迎风差分。

七阶普通迎风差分格式[31]

表 2.2 中列出了七阶普通迎风差分格式的数学表达式。迎风差分格式分后差格式和前差格式两种, 分别对应矢通量分裂后所得到的正通量和负通量。计算过程中, 矢通量分裂后的正通量使用七阶普通迎风后差差分格式求得, 而负通量使用七阶普通迎风前差差分格式求得。

七阶普通迎风格式的尺度分辨率和精度分析

本文模拟的边界层转捩和湍流问题是一个非稳定非定常多尺度的流动问题, 这个问题要求能够正确模拟大尺度范围内的流动特性。所以在进行模拟之前需要选择合适的数值方法和差分格式, 首先需要了解所使用格式的精度, 然后分析该格式的分辨率, 数值解的分辨率即指数值方法对流场中所感兴趣的物理尺度的模拟能力。

差分格式数值解的精度分析方法一般有两种[32], 一种是根据差分格式的截断误差来判定格式的精度, 另一种是 Fourier 分析方法。截断误差很难在高

波数分量不再是可忽略小量时判断数值解的精度，因此本文使用 Fourier 分析方法来考察七阶普通迎风格式的精度和尺度分辨率：

表 2.2 七阶普通迎风差分格式数学表达式

正通量的迎风差分格式（后差）
$F_j^+ = c_1 f_{j+3} + c_2 f_{j+2} + c_3 f_{j+1} + c_4 f_j + c_5 f_{j-1} + c_6 f_{j-2} + c_7 f_{j-3} + c_8 f_{j-4}$ $c_1 = 9.5238095238095238 \times 10^{-3} / h$ $c_2 = -0.1 / h$ $c_3 = 0.6 / h$ $c_4 = 0.25 / h$ $c_5 = -1.0 / h$ $c_6 = 0.3 / h$ $c_7 = -6.666666666666667 \times 10^{-2} / h$ $c_8 = 7.14285714285714286 \times 10^{-3} / h$
负通量的迎风差分格式（前差）
$F_j^- = c_1 f_{j+4} + c_2 f_{j+3} + c_3 f_{j+2} + c_4 f_{j+1} + c_5 f_j + c_6 f_{j-1} + c_7 f_{j-2} + c_8 f_{j-3}$ $c_1 = -7.14285714285714286 \times 10^{-3} / h$ $c_2 = 6.666666666666667 \times 10^{-2} / h$ $c_3 = -0.3 / h$ $c_4 = 1.0 / h$ $c_5 = -0.25 / h$ $c_6 = -0.6 / h$ $c_7 = 0.1 / h$ $c_8 = -9.5238095238095238 \times 10^{-3} / h$

其中 f_j 为 j 点的函数值， F_j 代表 f 在 j 点的导数值的差分表达式， c_j 为系数， h 为空间步长。

取函数： $f = e^{ikx}$ ，则有 $\Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \bar{K} e^{ikx}$ 。若设 $\alpha = k\Delta x$ ，则

$\bar{K} = ik\Delta x = i\alpha$ 。假设 F_j 为 $\Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_j$ 的差分逼近式，则有 $F_j = K_e e^{i\alpha_j}$ 。由于

数值模拟中离散总是带来一定误差, 定义 $K_e = K_r + iK_i$ 为有效波数, K_r 是与数值耗散误差有关的系数, K_i 是与数值色散误差有关的系数。 K_r 和 K_i 都是 α 的函数(即物理尺度 k 和网格尺度 Δx 的乘积)。易知, $\bar{K}$ 与 K_e 有一定区别。

对于给定的差分格式, 将 $F_j = K_e e^{ikx_j}$ 代入线性波动方程, 可求出 K_r 和 K_i 的分析表达式。而对于准确解则有 $K_i/\alpha = 1$, $K_r/\alpha = 0$ 。通过计算和分析 K_r 和 K_i 对精确解逼近的程度和方式, 可以反映差分格式的精度和特点。

以七阶普通差分的正通量(后差)表达式为例:

$$F_j^+ = c_1 f_{j+3} + c_2 f_{j+2} + c_3 f_{j+1} + c_4 f_j + c_5 f_{j-1} + c_6 f_{j-2} + c_7 f_{j-3} + c_8 f_{j-4}$$

假设 $f_j = e^{ikx_j}$ 代入上式, 则

$$\begin{aligned} F_j^+ &= c_1 f_{j+3} + c_2 f_{j+2} + c_3 f_{j+1} + c_4 f_j + c_5 f_{j-1} + c_6 f_{j-2} + c_7 f_{j-3} + c_8 f_{j-4} \\ &= (c_1 e^{i3\alpha} + c_2 e^{i2\alpha} + c_3 e^{i\alpha} + c_4 + c_5 e^{i(-\alpha)} + c_6 e^{i(-2\alpha)} + c_7 e^{i(-3\alpha)} + c_8 e^{i(-4\alpha)}) e^{ikx_j} \\ &= [c_1 (\cos 3\alpha + i \sin 3\alpha) + c_2 (\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha) + c_3 (\cos \alpha + i \sin \alpha) + c_4 + c_5 (\cos \alpha - i \sin \alpha) \\ &\quad + c_6 (\cos 2\alpha - i \sin 2\alpha) + c_7 (\cos 3\alpha - i \sin 3\alpha) + c_8 (\cos 4\alpha - i \sin 4\alpha)] e^{ikx_j} \\ &= \{(c_1 + c_7) \cos 3\alpha + (c_2 + c_6) \cos 2\alpha + (c_3 + c_5) \cos \alpha + c_4 + c_8 \cos 4\alpha \\ &\quad + i[(c_1 - c_7) \sin 3\alpha + (c_2 - c_6) \sin 2\alpha + (c_3 - c_5) \sin \alpha - c_8 \sin 4\alpha]\} e^{ikx_j} \end{aligned}$$

则可得

$$K_r = (c_1 + c_7) \cos 3\alpha + (c_2 + c_6) \cos 2\alpha + (c_3 + c_5) \cos \alpha + c_4 + c_8 \cos 4\alpha$$

$$K_i = (c_1 - c_7) \sin 3\alpha + (c_2 - c_6) \sin 2\alpha + (c_3 - c_5) \sin \alpha - c_8 \sin 4\alpha$$

七阶普通迎风格式的 K_r 和 K_i 随 α 的变化分别在图 2.1, 图 2.2 中作出, 并与三阶普通迎风格式和五阶普通迎风格式作比较。可以看出, 七阶精度的普通迎风格式与精确解一致的范围比三阶和五阶的普通迎风格式更广。这说明在同样的网格尺度下相对于三阶和五阶格式, 七阶精度的格式具有更高的精度, 并且对流动的分辨率更高, 能够捕捉到更小的流动尺度, 获取更小尺度的流动特征。反过来也说明当在所要求获知的流动尺度特征相同时, 使用七阶精度的普通迎风差分格式所要求的网格数比使用三阶或五阶的格式要求的网格数要少。

另外,迎风格式的一个显著特点是在超出能正确模拟波数范围的高波数区域具有较高数值耗散的特征(图 2.2),这样可以耗散掉该格式在高波数区域不能正确模拟的部分(图 2.1),可以自行消除高波数分量对整体数值模拟的色散影响。

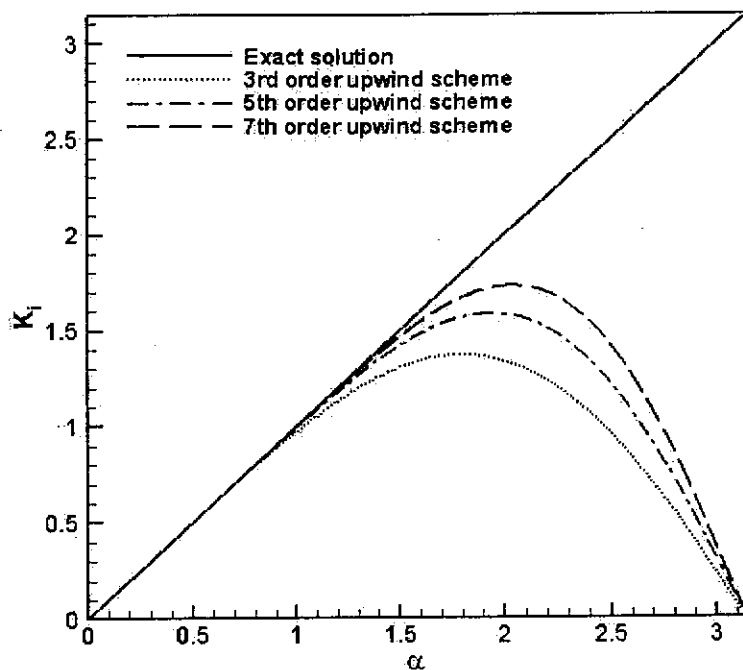


图 2.1 K_r 随 α 的变化

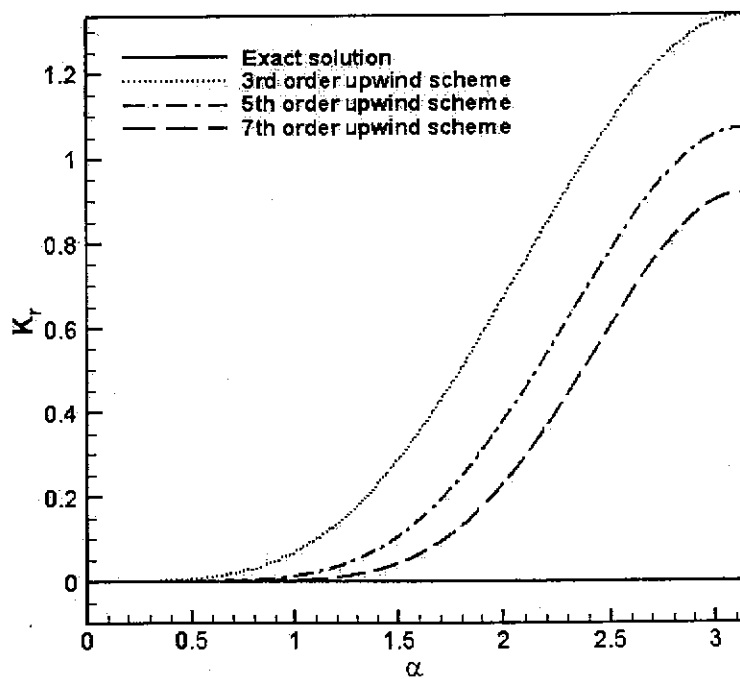


图 2.2 K_r 随 α 的变化

2.2.2 粘性项（耗散项）的离散方法

本文采用了八阶的中心差分格式对离散 N-S 方程中的粘性项尽心离散，其数学表达式如表 2.3 中所示：

表 2.3 八阶普通中心差分格式数学表达式

八阶普通中心差分格式
$F_j = [a_1(f_{j+1} - f_{j-1}) + a_2(f_{j+2} - f_{j-2}) + a_3(f_{j+3} - f_{j-3}) + a_4(f_{j+4} - f_{j-4})]/h$
$a_1 = 0.8$
$a_2 = -0.2$
$a_3 = 3.80952380952 \times 10^{-2}$
$a_4 = -3.571428571428 \times 10^{-3}$

其中 f_j 为 j 点的函数值， F_j 代表 f 在 j 点的导数值导数值的差分表达式， c_j 为系数， h 为空间步长。

2.2.3 差分格式在边界处的处理

对于非周期的边界条件，本文采用降阶的方法，即在边界处使用低阶精度的格式。虽然在边界处采用低阶格式会造成计算精度的降低，但是在出口边界（水平出口与法向出口）处由于离所感兴趣的区域比较远，因此影响可以忽略，而对于法向壁面附近的网格点，由于法向网格在壁面附近进行了加密，因此整体的计算精度可以基本保持一致。

具体来说，在本文中的非周期性边界（X 和 Y 方向），对于对流项的正通量，内点采用 7 阶迎风（后差）格式，左次边界采用 2 阶格式；对于对流项的负通量，内点采用 7 阶迎风（前差）格式，右次边界采用 2 阶格式；对于粘性项则采用 8 阶中心差分格式，左、右次边界均采用 2 阶偏心差分格式。

2.2.4 时间推进

非定常流动需要对时间采用推进求解，即需要将时间推进项 $\frac{\partial U}{\partial t}$ 进行差分离散由上一时刻时间步的物理量求出此时刻时间步的物理量。对于时间推进，

有显格式、隐格式及半隐格式等。显格式方法简单，单步计算量小，但受稳定性限制，时间步长无法放大；隐格式的时间步长通常可以取很大值，但格式比较复杂，单步计算量大。对于像湍流这样的复杂流动，即使隐格式本身对时间步长没有限制，但受物理问题本身的时间尺度仍会限制计算的时间步长。因此本文选用了显格式进行时间推进，即采用了 TVD 型的三步三阶 Runge-Kutta 方法。其具体形式可如下式表达：

$$\text{设 } \frac{\partial U}{\partial t} = f,$$

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= \alpha_1 U^n + \beta_1 f^n \Delta t \\ U^{(2)} &= \alpha_2 U^n + \beta_2 (U^{(1)} + f^{(1)} \Delta t) \\ \text{则, } U^{(3)} &= \alpha_3 U^n + \beta_3 (U^{(2)} + f^{(2)} \Delta t) \\ U^{n+1} &= U^{(3)} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= 1, \beta_1 = 1 \\ \alpha_2 &= 3/4, \beta_2 = 1/4 \\ \alpha_3 &= 1/3, \beta_3 = 2/3 \end{aligned}$$

2.3 边界条件

合适的边界条件对数值计算是非常重要的。边界条件不仅要反映实际流动特征，同时还应具有很好的数值稳定性和易操作性。下面列举本文在平板边界层计算过程中，各边界处采用的边界条件及边界处理方法。

2.3.1 入口条件

为研究空间发展的边界层转捩和湍流，本文的计算中采用两种入口边界条件：

(1) 在二维稳定层流计算中，在平板前沿上游一段距离所需要采用自由来流条件。

对于平板前沿的开阔流场（外流），在上游使用来流条件：

$$\rho = \rho_\infty, u = u_\infty, v = v_\infty, w = w_\infty, T = T_\infty。$$

需要注意的是，在此情况时，入口与平板前沿之间的下边界一般采用对称边界条件。

(2) 三维平板边界层转捩到湍流计算时，在二维稳定层流剖面基础上加入不稳定波扰动的来流条件。

三维计算由于需要在流场中引入扰动, 本文采用了在稳定层流剖面(由二维层流计算得到)作为基本来流, 并在此基础上加入不稳定扰动波。其具体形式如: $f(y, z) = \bar{f}(y) + f'(y, z)$, f 为 u, v, w, p, T 。 $\bar{f}(y)$ 为入口函数, $\bar{f}(y)$ 为稳定层流剖面函数, $f'(y, z)$ 为扰动函数。具体内容将在第三章中详细介绍。

2.3.2 壁面条件

壁面速度条件

在平板表面采用无滑移边界条件, 即假设 $u = v = w = 0$ 。

壁面温度条件

采用等温壁条件假设时, 在壁面处温度扰动为零, 其数学表达式为 $T = T_w$; 采用绝热壁条件假设时, 壁面温度沿法向的梯度为零, 其数学表达式为 $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ 。本文中采用了等温壁条件作为平板的壁面温度条件。

2.3.3 其他边界条件

出口/出流条件

本文在离扰动区较远的出口边界和上边界均采用了无反射边界条件。

周期边界条件

本文中的三维计算, 假设流动在展向具有周期性。因此在展向选择周期边界条件, 其具体数学表达式为:

$$\rho_1 = \rho_2, u_1 = u_2, v_1 = v_2, w_1 = w_2, T_1 = T_2$$

2.4 计算网格设置

本文选择正交的结构网格作为计算网格。根据平板边界层流动的特点, 本文在壁面法向采用指数函数型的非均匀网格, 使靠近壁面的网格附近加密, 而在流向和展向采用了均匀的网格, 图 2.3。在本文计算中的具体网格参数将在后面章节的计算条件中作具体介绍。

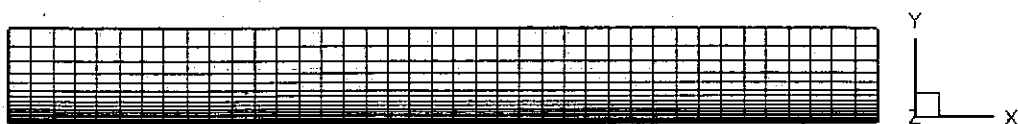


图 2.3 二维计算网格布置

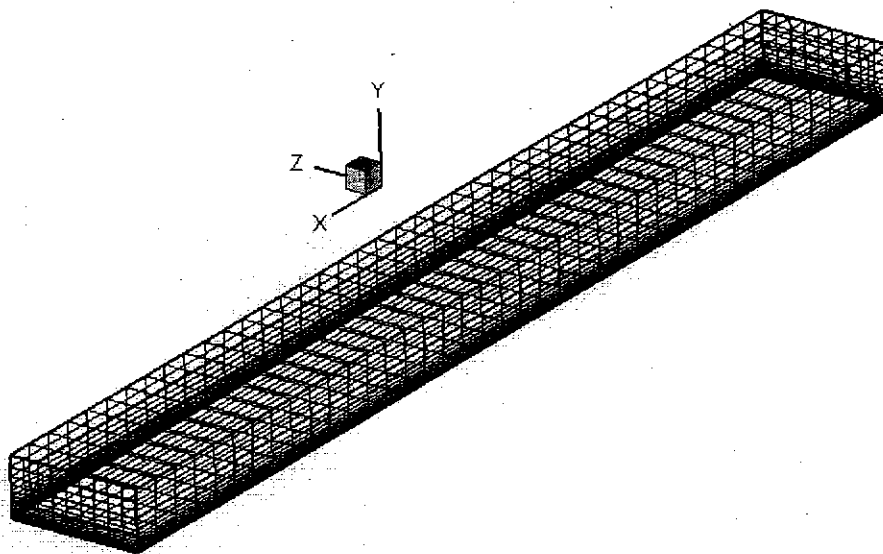


图 2.4 三维计算网格布置

第三章 可压缩平板边界层流动的直接数值模拟

本文希望通过分析直接数值模拟结果探讨可压缩平板边界层从层流转捩到湍流的物理机制,因此首先需要获得可靠的直接数值模拟结果。本章采用空间发展模式对来流 Mach 数为 0.7 的可压缩平板边界层从层流到湍流的转捩过程进行了直接数值模拟,并研究了 Mach 数 0.7 工况下的可压缩平板边界层的线性稳定性。各统计量与对应的理论结果或实验结果吻合,证明了本文所用数值方法和计算结果的正确性,为第四章中的进一步机理研究提供了基本保障。

3.1 可压缩平板边界层转捩及湍流的直接数值模拟方法介绍

为了准确地进行三维可压缩平板边界层转捩及湍流的直接数值模拟,首先需要给出正确的入口条件和流场初始条件。本文以相应的二维可压缩平板边界层定常层流结果为三维计算提供入口条件和初始流场条,并作为数值流场入口处的不稳定扰动波的基础数据。

具体步骤如下:

1. 首先计算包含了平板前沿的二维边界层流动,如图 3.1 (注:当马赫数大于 1 时,平板前沿应存在激波)。在图 3.1 的二维计算域(“——”区域)入口处采用自由来流条件;在对称面采用对称边界条件。具体的边界条件在第二章中已作了讨论。使用二维可压缩 Navier-Stokes 方程作为控制方程计算出可压缩平板边界层的层流解。并将得到的层流结果进行时间平均得到一个稳定的定常平均流场。
2. 截取可压缩平板边界层的定常平均流场中某一流向位置处壁面法向的剖面数据(图 3.1),包括密度、速度和温度,作为三维计算的入口基本流。并依此剖面数据利用线性稳定性理论计算流场中增长率最大的不稳定扰动波。计算此平行剪切流动中的不稳定扰动的过程就是解线性稳定性理论中的特征值问题,在本文中采用了由天津大学提供的 SAYR 程序来计算这个特征值问题。通过这个程序可以在稳定层流剖面数据的基础上得到不稳定扰动(如 T-S 波)的各项参数以及特征值。

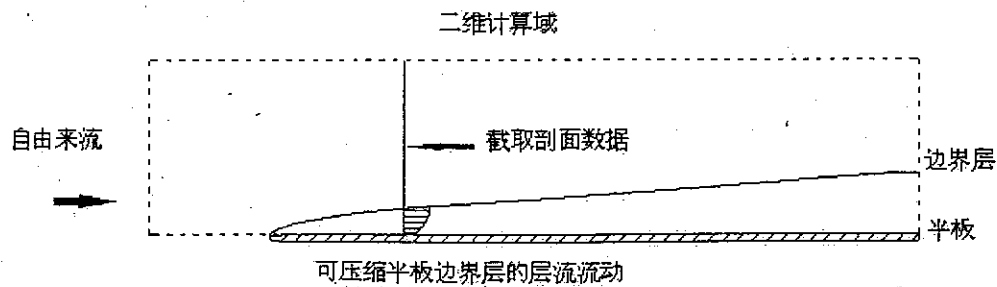


图 3.1 二维计算示意图

3. 建立三维可压缩平板边界层的计算网格，本文中的三维计算域(图 3.2 中的“——”区域为计算域的 X-Y 平面视图)的流向长度包括了“自然转捩”过程中的线性增长后阶段区域、非线性 Breakdown 区域以及一部分达到湍流后的区域，如图 3.2。使用步骤 2 中得到的基本流数据和不稳定扰动作为入口来流条件。假设流动在展向 Z 方向具有周期性，并在展向使用周期性边界条件。选取足够长的展向计算域，使其足够覆盖最大尺度的展向涡。使用二维计算得到的层流流场中被截取的法向剖面下游的流场数据作为三维计算的初始流场。这可以使得三维计算的初始阶段更加稳定，计算不容易发散。
4. 使用本课题组基于 MPI 编写的并行直接数值模拟程序 HOAM-OpenCFD 进行三维可压缩平板边界层转捩及湍流的直接数值模拟。所使用的数值方法、边界条件和网格设置等依照第二章和步骤 3 中的详细介绍，然后进行计算。最后对结果进行验证和分析。

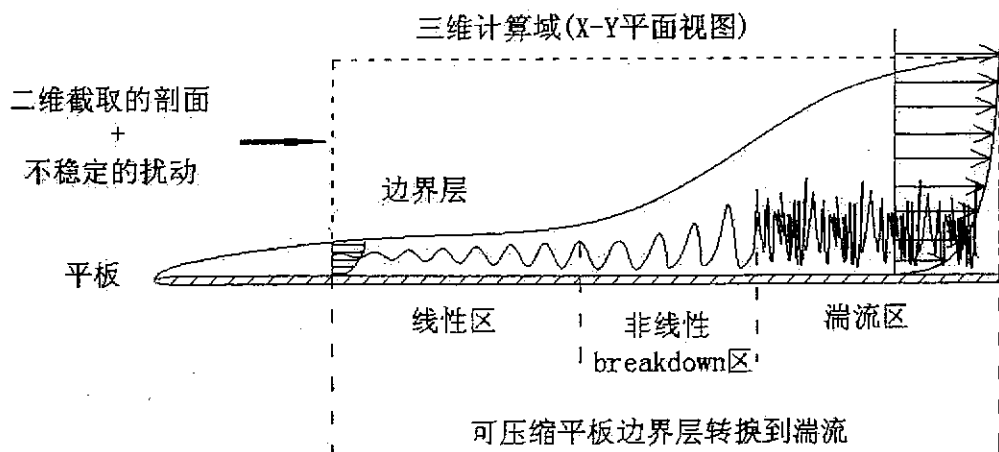


图 3.2 三维计算示意图

3.2 二维可压缩平板边界层层流定常流动的直接数值模拟

二维可压缩平板边界层定常层流流动的结果, 不仅用来提供三维流场的入口来流条件并且还将为整体三维流场提供初始数据。因此获得准确的二维计算结果对三维计算的正确性有很大的影响。

本节计算了 $Ma=0.7$ 工况下的二维平板边界层层流定常流场。截取流向位置 $X=30$ inch 处 (平板前沿处 $X=0$ inch) 的剖面数据作为三维流场的入口来流数据和计算不稳定扰动的基础数据, 并将该位置之后的二维流场数据作为三维流场计算的初始数据。图 3.3 为 $X=30$ inch 处密度、温度 T 、流向速度 U 以及流向速度在平板法向的二阶导数的剖面, 图 3.3 中密度、温度、流向速度的计算结果十分光滑, 与此同时流向速度 U 沿法向坐标 y 变化的二阶导数分布也很光滑, 这说明二维边界层计算得到了稳定的层流流动结果, 可以为三维流场计算准确地提供入口来流条件和初始流场。

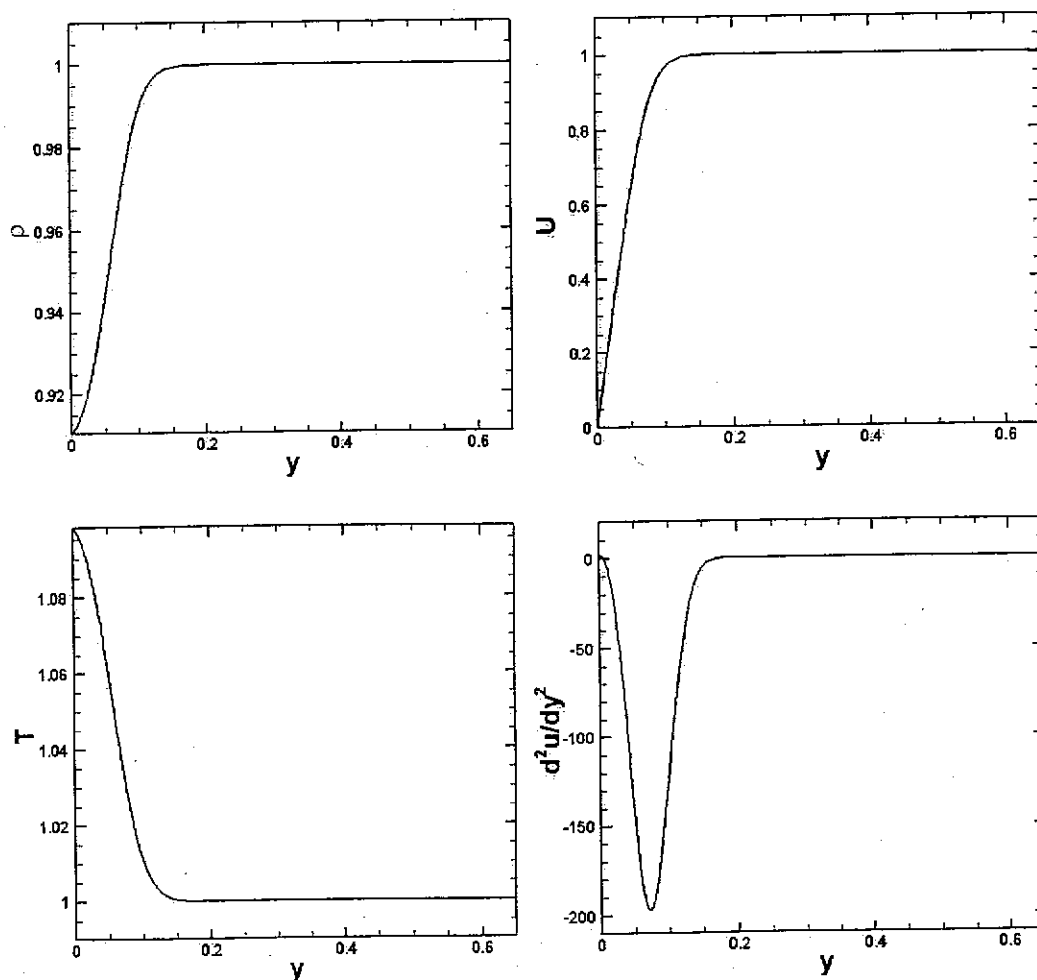


图 3.3 $X=30$ inch 处各物理量沿法向的分布

3.3 二维可压平板边界层层流流动的线性稳定性分析

本文研究的是在流场中直接加入边界层内的最不稳定的扰动波 (T-S 波) 而不考虑感受阶段的亚音速平板边界层的自然转换过程。线性稳定性过程是可压缩平板边界层转换过程中的十分重要的过程, 这是转换的第二阶段, 对应小幅值的不稳定扰动在边界层内向下游传播并且线性增长的阶段。这个阶段可以由线性稳定性理论来描述, 而线性稳定性是边界层流动研究中早期提出并且研究最多的问题之一。本节对 $X=30\text{inch}$ 处流动数据剖面的稳定性进行了简要的分析。

下面简要介绍一下可压缩边界层流动的线性稳定性理论, 该理论的详细介绍可参考 [33, 34, 35]。

令: $f = \bar{f} + f'$, 其中 $f = (\rho, u, v, w, T)^T$ 为流场的物理量, $\bar{f}$ 为流场的基本解 (无扰动层流解), f' 为扰动量。流场的基本解可以通过理论公式给出, 也可以通过数值计算得到。将 $f = \bar{f} + f'$ 代入 N-S 方程, 假设扰动量为小量, 略去关于扰动量 f' 的全部非线性项, 就得到关于扰动的线性化控制方程。显然, $f' = 0$ 是该线性控制方程的解, 而线性稳定性理论 (Linear Stability Theory) 的目的就是寻找该方程的非零解, 也就是求解特征值问题。

对于本文研究的平板边界层流动, 则基本解应当是二维的, 即 $\bar{f} = \bar{f}(x, y)$ 。并且假设流动沿流向是平行的, 因为在通常情况下, 与 y 方向物理量的剧烈变化相比, 各物理量沿 x 方向的变化要缓慢得多。因此, 在研究某一局部的流场稳定性特征时, 可以假设流动是局部一维的, 即假设 $\bar{f} = \bar{f}(y)$ 。此准一维流场通过计算得到 (即 3.2 节给出的那个流场)。

假设

$$f' = \hat{f}(y)e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} \quad (3.1)$$

其中 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 为流向复波数, $\beta = \beta_r + i\beta_i$ 为展向复波数, $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 为时间复频率。如果假设扰动具有 z 方向的周期性, 取 $\beta_i = 0$ 。如果采用时间发展模式, 即假设扰动沿 x 方向也具有周期性, 这时 $\alpha_i = 0$, 扰

动的振幅随时间发展。如果采用空间发展模式, 取 $\omega_i = 0$, 这时扰动在时间方向是周期的, 扰动振幅沿 x 方向发展。显然, 空间发展模式更符合物理实际, 而时间发展模式引入了更多的假设。

将式 (3.1) 代入 f' 的线性化扰动方程, 消去方程两端的 $e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)}$ 项, 得到:

$$A\hat{f} + B\frac{d\hat{f}}{dy} + C\frac{d^2\hat{f}}{dy^2} = 0 \quad (3.2)$$

3.2 式中 A, B, C 为系数矩阵, 这些矩阵依赖于 $Re, Ma, \alpha, \beta, \omega$ 等参数。方程 3.2 为 $\hat{f}(y)$ 的控制方程, 根据具体问题补充边界条件, 便可对其进行求解。显然方程 3.2 有平凡解 $\hat{f} = 0$ 。当系数矩阵 A, B, C 满足一定条件时, 该方程存在非平凡解, 这是一个特征值问题。该特征值问题很难求出解析解, 可以用数值方法来求解它。

本文中采用了由天津大学提供的 SAYR 程序来计算这个特征值问题。求解该特征值问题会得到关于参数 $Re, Ma, \alpha, \beta, \omega$ 的一个关系式:

$$F(Re, Ma, \alpha, \beta, \omega) = 0 \quad (3.3)$$

对于方程 (3.3), 只要给定了 5 个参数中的 4 个参数就可以求出另外一个参数。

本文采用空间模式, 并假设扰动在 z 方向具有周期性, 即假设 $\omega_i = 0$, $\beta_i = 0$ 。在给定 Reynolds 数和 Mach 数的情况下, 方程 (3.3) 中 α, β, ω 的关系式变为:

$$F(\alpha_r, \alpha_i, \beta_r, \omega_r) = 0 \quad (3.4)$$

其中 $\alpha_r, \beta_r, \omega_r$ 分别为扰动的流向波数, 展向波数及时间频率。 α_i 则反映了扰动振幅沿流向的增长率。根据 (3.1) 式, $\alpha_i < 0$ 时, 扰动沿流向是增长的 (流动是不稳定的); $\alpha_i > 0$ 时, 扰动沿流向是衰减的 (流动是稳定的)。

3.3.1 X=30 inch 处流动稳定性分析

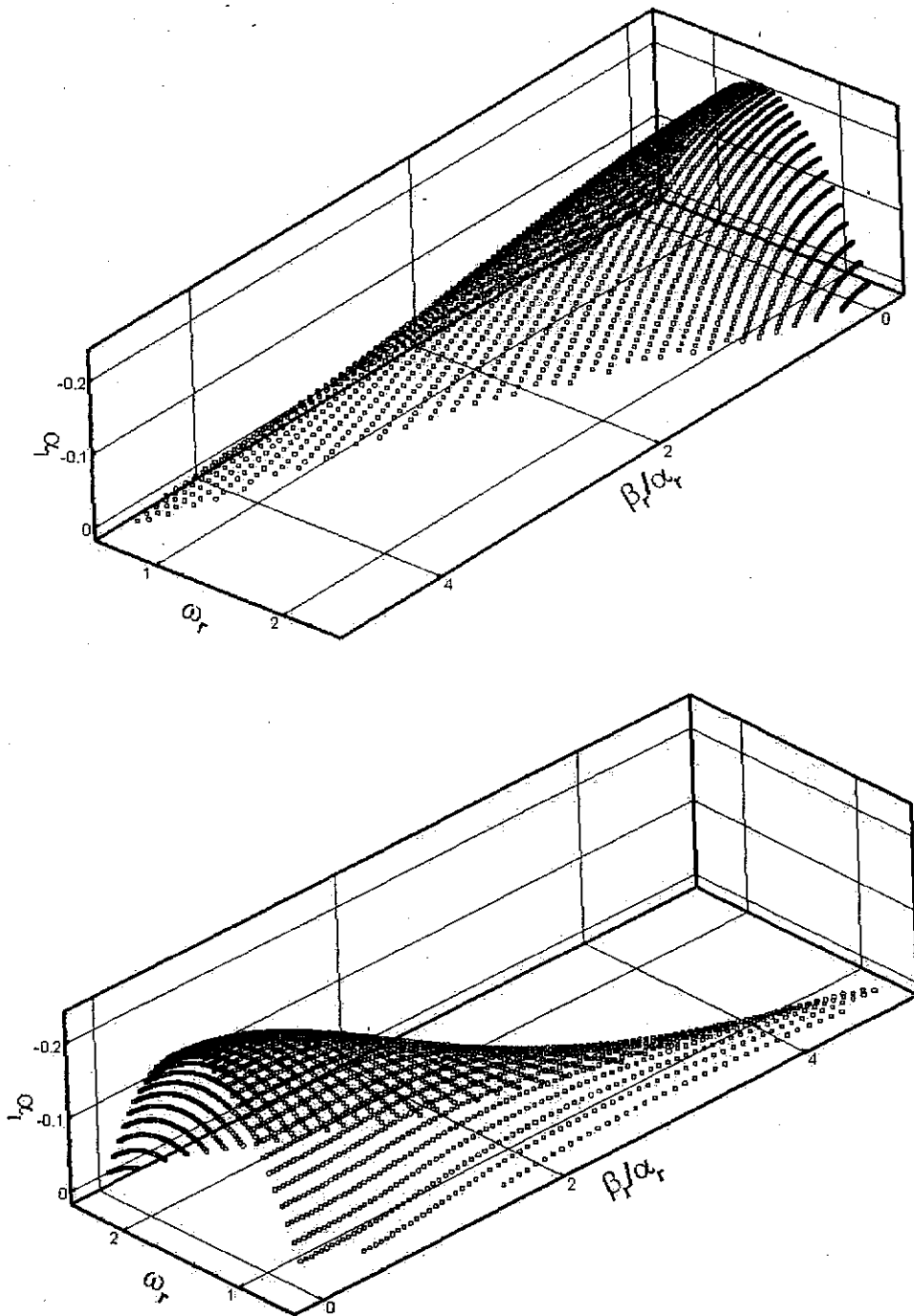


图 3.4 X=30 inch 处流动剖面的不稳定模态点及其组成的曲面

(上面两图分别为正视图和后视图)

图 3.4 中流动剖面的不稳定模态点及其组成的曲面给出了 X=30 inch 处流动剖面 $\bar{f}(y)$ 所具有的不稳定模态之间的函数关系 $F(\alpha_i, \omega_r, \beta_r/\alpha_r) = 0$ 。展向波数与流向波数的比值 β_r/α_r 代表了扰动波传播的角度, 因而在本图中组合作为一个坐

标轴。为了得到图 3.4 中的所有离散点, 具体做法是将不同的时间频率 ω_r 和不同的展向波数 β_r 输入 SAYR 程序中反复迭代计算, 得到对应的增长率 α_i 以及流向波数 α_r 。最终得到所有不稳定 ($\alpha_i < 0$) 的离散点, 并在图 3.4 中的坐标系中描出。图 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 中的点连接成许多条独立的空间曲线,

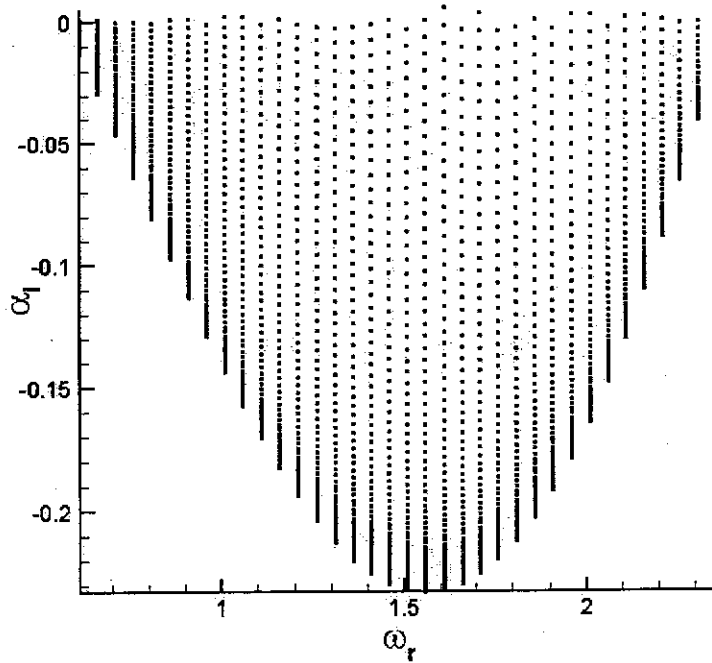


图 3.5 增长率随时间频率的变化

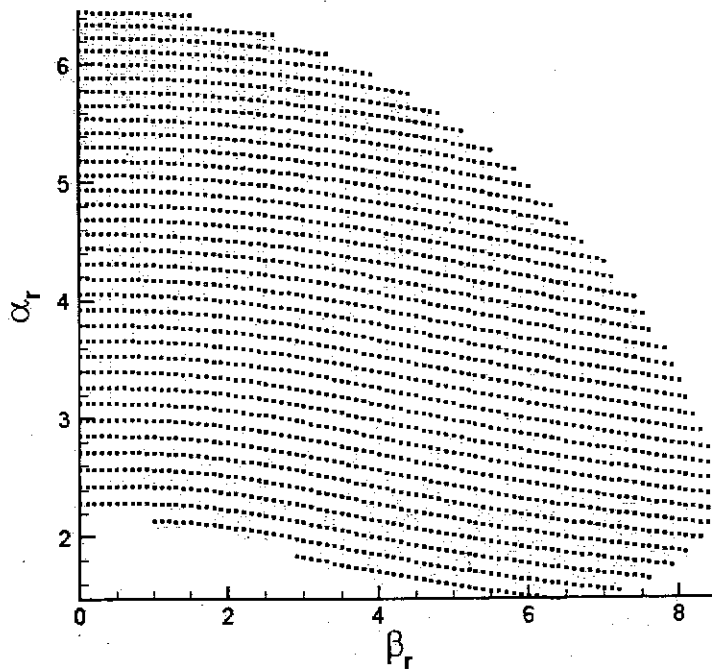


图 3.6 流向波数与展向波数的关系

这些曲线代表了在不同的时间频率 ω_r 下不稳定曲线的分布情况。这些空间曲线即组成了图 3.4 中的空间曲面。

图 3.5 为所有不稳定扰动波在时间频率 ω_r -增长率 α_i 坐标系内的分布情况。可见, 随着时间频率的增大, 最大增长率 α_i 呈现先增大后减小的趋势, $\omega_r = 1.56$

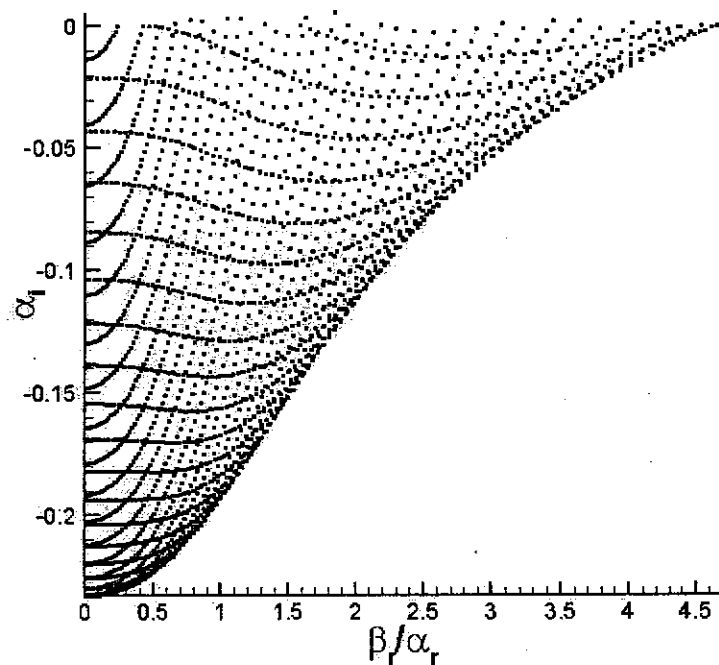


图 3.7 增长率随扰动传播角度的变化

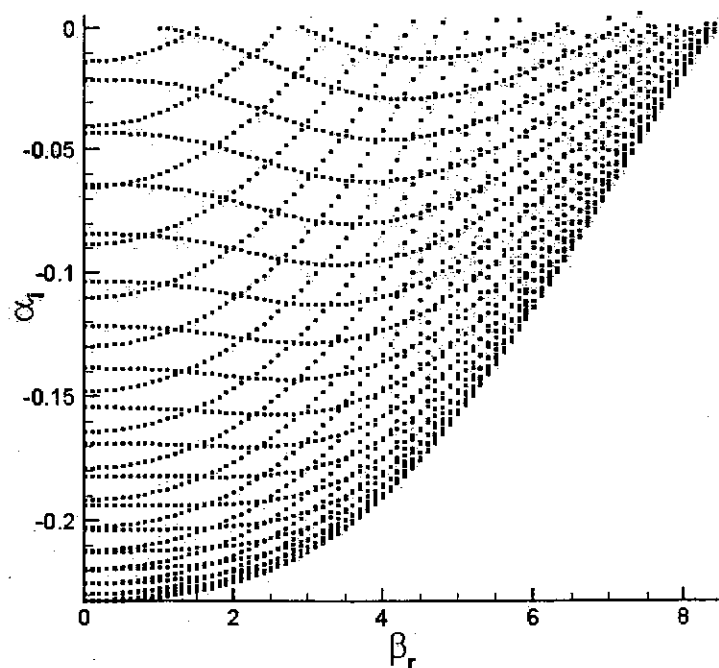


图 3.8 增长率随展向波数的变化

时的增长率最大。图 3.6 为不稳定区域在流向波数 α_r -展向波数 β_r 坐标平面内的分布情况, 在不稳定点所占据的阴影区域内为不稳定的区域, 而之外的区域为稳定区域。不稳定区域的包络线即可看成流场中扰动波的展向波数与流向波数之间关系在不稳定区域(阴影区域)与稳定区域(空白区域)的分界线。

图 3.7 为不稳定点在传播角度 β_r/α_r -增长率 α_r 坐标平面上的分布, 图 3.8 为不稳定扰动点在展向波数 β_r -增长率 α_r 坐标平面上的分布。两图中处于同一轨迹(同一条曲线)上的不稳定点对应着固定相同的时间频率(图 3.5)。结合图 3.7 和图 3.4 可看出, 当时间频率比较小时, 增长率最大(最不稳定)的扰动波是三维的, 即最不稳定扰动波向下游的传播角度不为零。而随着时间频率的增加, 最不稳定扰动波的传播角度逐渐减小, 最终减小到零并保持到不稳定区域的边缘。这意味随着时间频率的增加, 最不稳定波从三维最不稳定逐渐变化为二维最不稳定, 同时对于所有的时间频率 ω_r , 最不稳定的扰动(图 3.5 中 $\omega_r = 1.56$ 时)向下游传播的角度为零, 为二维不稳定波。这是由于增长率随展向波数的变化分布(图 3.8)所造成的。

Mack 提出在超声速情况下可压缩边界层内不止存在一个不稳定模态, 还存在更多的模态。对于 Mack 第一模态(对应于不可压缩边界层内的 T-S 波模态)最不稳定扰动波的传播角度不为零, 呈现为三维扰动特征; 对于 Mack 第二模态最不稳定扰动波的传播角度为零, 呈现为二维平面扰动特征。在本文中, 随着时间频率的增长, 同一频率下的最不稳定扰动从三维扰动逐渐转变为了二维扰动。

3.4 三维可压缩平板湍流边界层的直接数值模拟

3.4.1 计算工况

计算工况和网格参数如表 3.1 所示, 其中 Ma_∞ 为自由来流马赫数, Re_∞ 自由来流雷诺数(用 1 inch 无量纲化), T_w 为平面壁面温度。三维计算的网格数为 $1000 \times 100 \times 320$, 其中法向网格在平板壁面附近加密, 而流向网格和展向网格均采用了均匀网格。

表 3.1 计算工况和网格参数

Ma_∞	Re_∞	T_w
0.7	50000	1.098
$N_x \times N_y \times N_z$	$L_x \times L_y \times L_z$	$\Delta x^+ \times \Delta y_w^+ \times \Delta z^+$
1000 × 100 × 320	10.00 × 0.65 × 1.57	20.25 × 1.013 × 10.13

3.4.2 入口条件

为模拟可压缩边界层的“自然转捩”过程，本文以稳定二维层流中 $X=30$ inch 的流场剖面加上小幅值的不稳定扰动作为三维计算的入口边界条件 ($X=0$ inch)，其具体定义如下：

$$f(y, z) = \bar{f}(y) + \sum_{k=1}^3 \varepsilon_k \hat{f}_k(y) e^{i(\beta_k z - \omega_k t)} \quad (3.1)$$

$\bar{f}(y)$ 为二维层流解在 $X=30$ inch 处的流场剖面，其中 $f = (\rho, u, v, w, T)^T$ 。 $k=1, 2, 3$ 代表不同的扰动波，而 ε_k 为扰动波幅值， β_k 为展向波数， ω_k 为扰动频率， $\hat{f}_k(y)$ 为对应扰动波的特征函数。本文中所加入的不稳定扰动为一个最不稳定的二维 T-S 波和一对三维共轭 T-S 波。三维计算中 ε_k 、 β_k 、 ω_k 的具体数值如表 3.2 中所示。

表 3.2 扰动波参数

$\varepsilon_1, \beta_1, \omega_1$	$\varepsilon_2, \beta_2, \omega_2$	$\varepsilon_3, \beta_3, \omega_3$
0.04, 0.00, 1.56	0.0005, 4.00, 1.56	0.0005, -4.00, 1.56

图 3.9 中为二维 T-S 波(a)和三维共轭 T-S 波(b)速度的特征函数 $\hat{f}_k(y)$ 的模沿壁面法向分布(注：共轭的一对三维 T-S 波具有同样幅值的特征函数，在图 3.9 b 中表示)，可见 T-S 波的扰动集中在边界层内以及边界层的外沿。对比图 3.2 中的流向速度 U 的分布，可以看到扰动 u' 、 v' 主要集中在边界层内，同时二维扰动与三维扰动的各特征值大体趋势相似，三维扰动由于在展向也有扰动因而图 3.9. b 比图 3.9. a 中多出了 w' 的特征值。

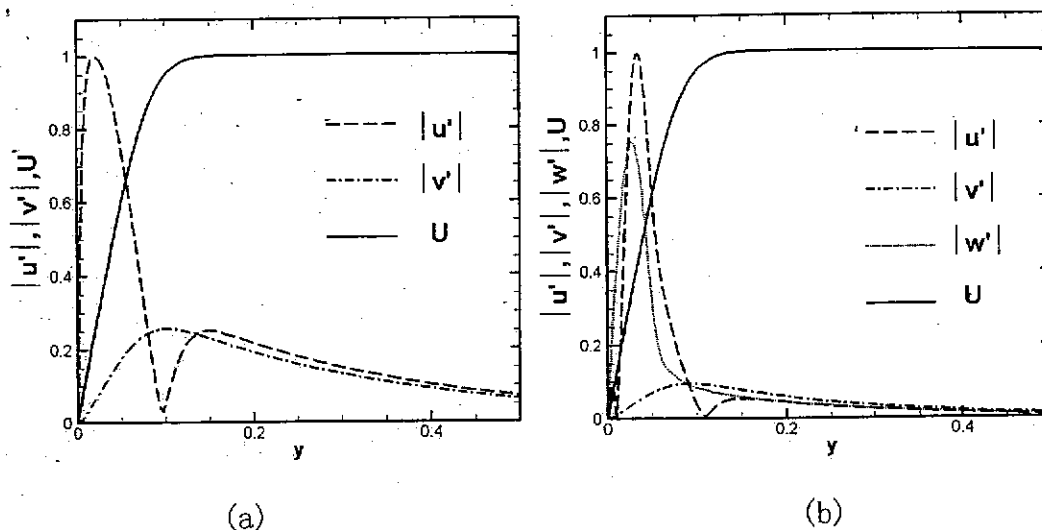


图 3.9 二维 T-S 波(a)和三维共轭 T-S 波(b)特征值的模

3.4.3 计算结果和统计数据

图 3.10 为平板壁面沿流向的摩擦阻力分布，其定义为 $C_f = \tau_w / (\rho \bar{u}^2 / 2)$ ，其中 $\tau_w = \mu_w \partial \bar{u} / \partial y|_w$ 。图 3.10 中直接数值模拟分别与层流区域摩阻的理论公式和湍流区域摩阻的理论公式进行了比较，可看出在层流区 ($X=0 \sim 4.5$ inch) 和湍流区 ($X=8.0 \sim 10.0$ inch) 两个区域直接数值模拟结果均与理论结果吻合得很好。层流区域摩阻的理论公式[36] 为 $C_{f,l} = 0.6641 / \sqrt{\text{Re}_x}$ ，湍流区域摩阻的理论公式[37] 为

$$C_f = \frac{0.455}{S^2} \left[\ln \left(\frac{0.06}{S} \right) \text{Re}_x \frac{1}{\mu_w \sqrt{T_w}} \right]^{-2}, \text{ 其中}$$

$$S = \frac{1}{\sin^{-1} A} \sqrt{T_w - 1}, A = \left(\gamma \frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2 \frac{1}{T_w} \right)^{1/2}.$$

在层流区和湍流区之间的区域 ($X=4.5 \sim 8.0$ inch) 摩擦阻力从 0.0005 迅速上升至 0.004，这个区域对应于转捩过程中非线性 Breakdown 阶段，具体内容将在第四章中作介绍。

图 3.11 为 $X=9.9$ inch 处经过 Van Dierckx 变换之后的正则平均速度型，并

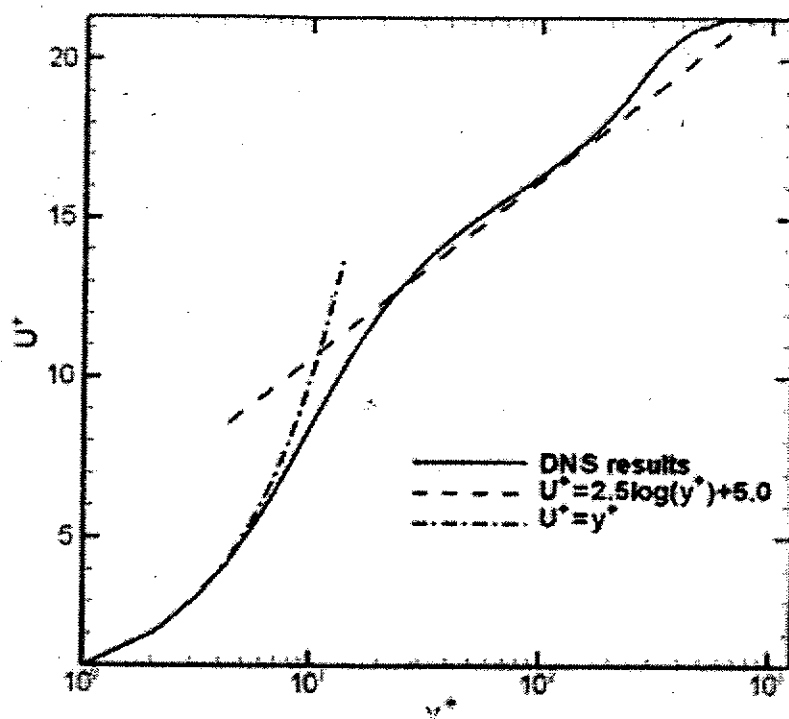


图 3.11 Van Direst 变换之后的正则平均流向速度型 ($X=9.9$ inch)

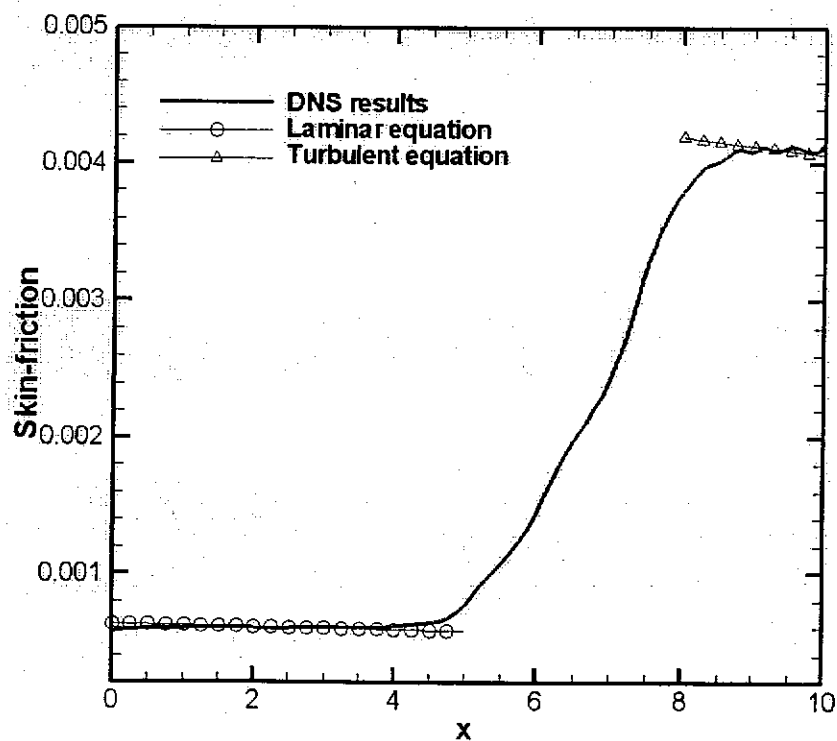


图 3.10 平板壁面沿流向的摩擦阻力分布

且分别与层流底层的壁面率 ($U^+ = y^+$) 和对数率层的对数率 ($U^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.0$)

进行比较,可以看出直接数值模拟结果在边界层的层流底层和对数率层均与理论结果吻合很好。

图 3.12 为 $X=9.9$ 处使用当地平均流向速度规整化后的湍流强度分布以及对应的不可压平板边界层的实验结果[38]。直接数值模拟结果与实验结果吻合得很好,同时说明在此工况 $Ma=0.7$ 之下可压缩效应并不明显,并且本文此工况的计算结果中 Morkovin 假设仍然成立。

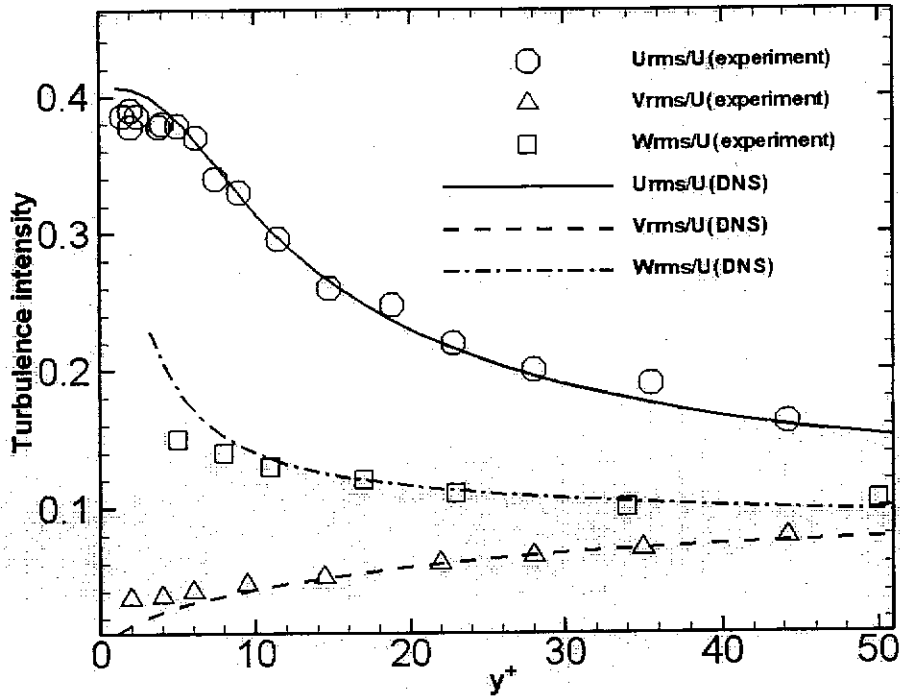


图 3.12 当地平均流向速度正则化后的湍流强度分布 ($X=9.9$ inch)

图 3.13 为流向位置 $X=9.9$ inch 处三个方向速度分别在层流粘性底层 ($y^+=2$) 和过渡层 ($y^+=11$) 的展向 (Z 轴) 自相关曲线。从图 3.13 中的结果可以看出,在展向采取周期性边界条件的情况下,展向自相关曲线在 $Z=0.05$ inch 之后逐渐趋近于零,同时说明本文在展向所取的计算域是合适的,能够适应正确计算的需要。

从统计数据结果看出,本文的计算结果与很多公认的理论结果和实验结果吻合很好,说明了本文的计算结果是可信和可用的。

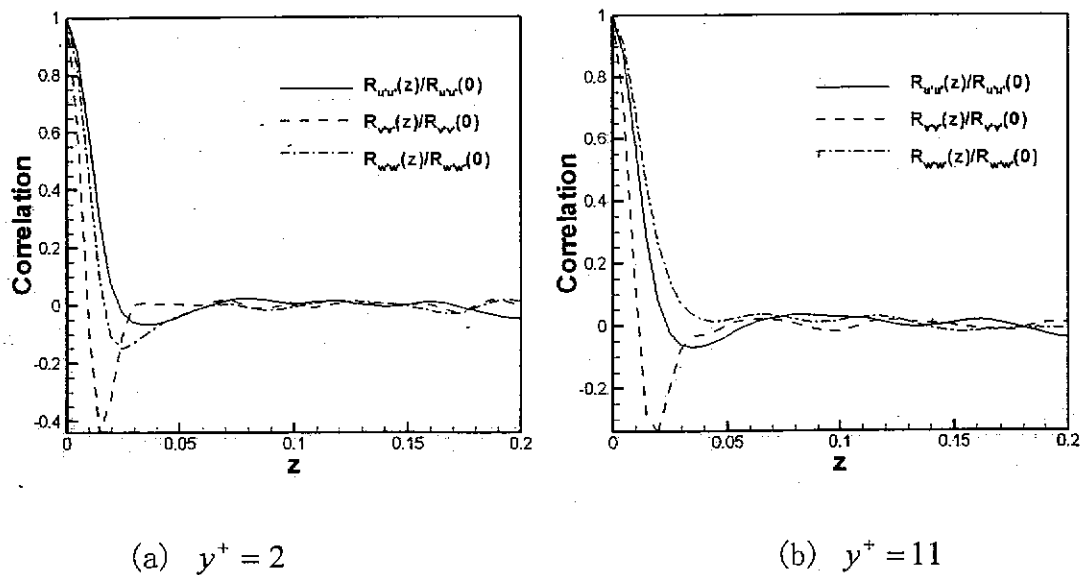


图 3.13 展向自相关曲线

3.4.4 边界层转换及湍流的特征

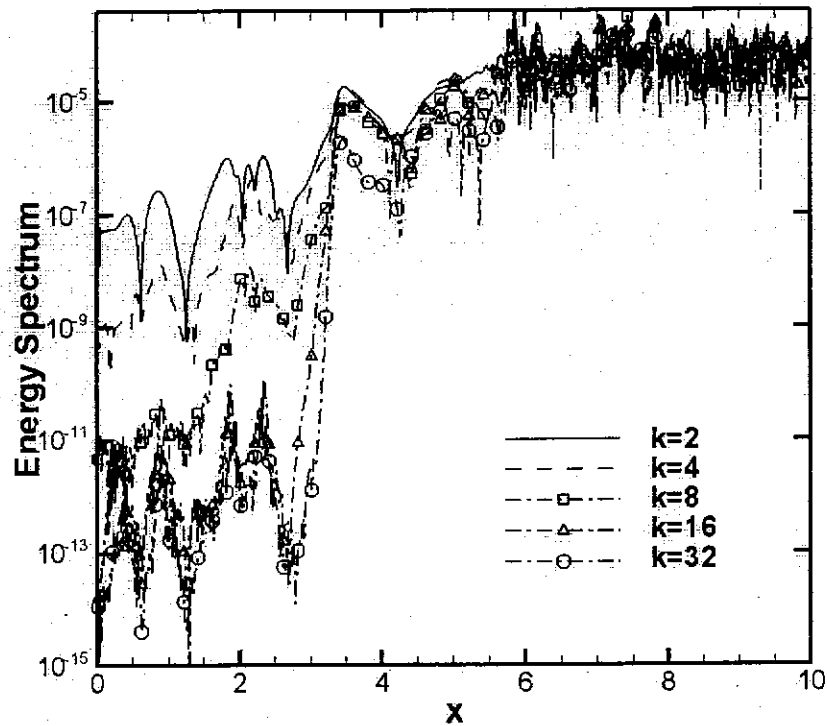


图 3.14 各波数扰动能的瞬时能谱分布

图 3.14 为各波数扰动能的瞬时能谱分布。低波数的分量代表了大尺度扰动的能量，而高波数的分量代表了小尺度扰动的能量。图 3.14 中，在转换开始前 ($X=0.0\sim 3.0$ inch) 由于加入了大尺度的不稳定扰动波，扰动能量中低波数 (图

3.14, $k=2, 4$) 扰动占主导; 随着转捩的开始 ($X=3.0\sim 6.0$ inch) 高波数的扰动也被激发, 这说明小尺度的扰动开始出现; 当边界层流动达到湍流时 ($X=6.0\sim 10.0$ inch), 大范围波数的扰动都被激发, 各波数 (多尺度) 扰动的能量分量达到同一量级, 最终形成了宽带谱, 这说明了湍流是一个多尺度的复杂流动。

图 3.15 为 X - Y 平面上 $Z=0.785$ 处的密度 ρ 等值图。图中可以看到湍流边界层的特征现象——平板湍流边界层的上抛下扫现象, 即低密度流体向上抛起, 高密度的流体向下扫掠。图 3.16 为 X - Z 平面上平板湍流近壁处的流向速度 U 等值图。图中高和低流向速度的流体相间排列, 形成条带结构。条带结构为湍流边界层近壁处的另一特征现象, 文中亚音速平板边界层中的条带结构宽度 (条带尺度) 与不可压缩流动时的条带尺度大致相同。近期研究认为, 上抛下扫现象与条带结构现象均与湍流边界层中的拟序结构有密切的关系, 并且发现湍流边界层内的拟序结构与转捩过程中的拟序结构十分相似。本文将在第四章中研究边界层的转捩过程中的拟序结构。

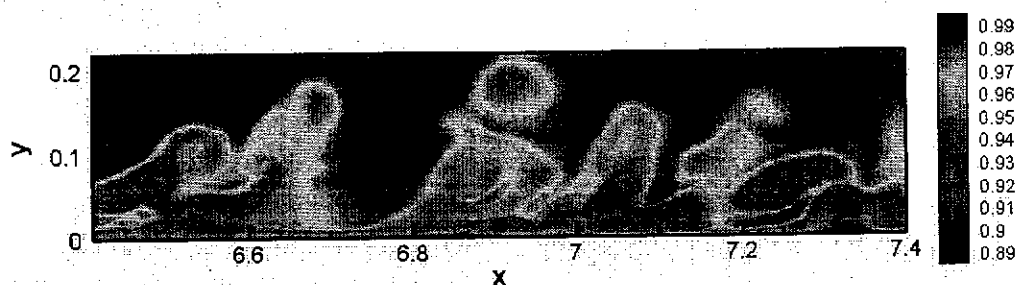


图 3.15 X - Y 平面密度等值图

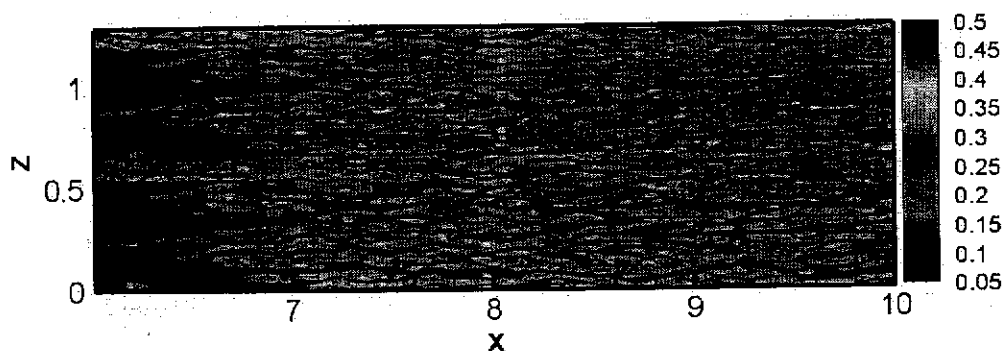


图 3.16 x - z 平面流向速度 u 等值图

小结

本章首先介绍了二维平板边界层层流流动的直接数值模拟。根据直接数值模拟结果得到的层流速度型,对平板边界层的线性稳定性进行了分析。根据本文结果,随着时间频率的增大,同一时间频率 ω_r 下不稳定扰动波的最大增长率 α_r 呈现一个先增大后减小的趋势;在本文中,随着时间频率的增长,同一频率下的最不稳定扰动从三维扰动逐渐转变为了二维扰动。在此基础上,本文选取了 $\omega_r = 1.56$ 时最不稳定的二维扰动波和同一时间频率 ω_r 下一对三维共轭谐波作为直接数值模拟可压缩平板边界层转捩和湍流数值流场入口的不稳定扰动波。

然后给出了可压缩平板边界层的自然转捩与湍流的直接数值模拟结果,模拟了亚音速平板边界层从层流经过自然转捩发展到湍流的整个过程。直接数值模拟结果的流场统计特征(包括平均速度分布、物面摩阻系数、湍流度等)与相关理论和实验符合甚好。说明本文所使用的数值方法能够有效地对所研究的问题进行模拟,所得的结果是可靠而有效的并能够使用于亚音速平板边界层的转捩机理研究。

第四章 Ma=0.7 可压缩平板边界层转换过程中的拟序结构研究

拟序结构 (Coherent structures) 又称为拟序涡 (Coherent eddies) 或涡结构 (Vortical structures), 是湍流运动的重要特征, 探讨拟序结构及拟序结构之间的相互作用, 是湍流研究的不可缺少的部分。统计平均数据和统计平均描述, 虽然可以提供流场中的相互关联和整体平均信息, 但是却不能帮助我们直接地了解漩涡的形成、增长、相互作用和消散等过程。而研究平板边界层中的拟序结构的演化, 可以帮助我们更深入地了解边界层从层流流动转换到湍流状态的过程以及湍流边界层中的流动机理, 从而为湍流的控制、湍流模式及湍流大涡模拟研究提供依据。本章基于第三章中的直接数值模拟结果, 通过研究转换过程中的拟序结构、拟序结构的演化过程以及与拟序结构相关的各物理量, 探讨平板边界层转换的机理和可压缩效应对转换的影响。

研究拟序结构首先要解决拟序结构的识别问题。湍流场中的拟序结构多以涡旋的形态出现, 因此拟序结构识别算法多是以涡旋的识别为基础的。最容易想到的方法是根据涡量值的大小来判断是否有涡旋存在。涡量作为速度向量的旋度, 有着明确的定义; 而“涡旋”或“涡”的概念却相当模糊。通常认为, 构成涡旋的流体质点应当具有直观上的螺旋状运动特征。在有些情况下涡量并不能很好地反映出涡旋的流动形态, 例如, 在平行剪切流中, 流场的涡量不为零, 但流场质点中并不存在直观的涡旋运动。在壁湍流中, 壁面附近总是存在着很强的涡量分布, 通过涡量场也很难判断出流场中的涡结构。另一种比较简便的方法是根据流场的低压力区来识别涡结构。通常涡旋的核心区 (涡核) 的压力比周围流场低, 通过流场的低压区可以刻画出流场中的涡结构。但对于复杂流动, 特别是较高马赫数的可压缩流动, 压力场受多种因素影响, 变化相当复杂, 这给用低压力区的方法识别涡结构带来很大困难。目前比较常用方法多是基于速度局部微分性质的涡结构识别方法。假设流场某点处的速度为 v_i , 则该点周围的速度分布为

$$v'_i = v_i + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dx_j。因此, 某点处的速度梯度张量 $A_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ 决定了该点周围 (小临$$

域内) 流场的形态。Jeong et al (1995) [39], 对速度梯度张量 A_{ij} 进行了特征

分析,发现,当 $\lambda_2 < 0$ 时,该点周围的流场具有螺旋分布的特征。因此将可以通过 $\lambda_2 = \lambda_0$ ($\lambda_0 < 0$)的等值面来描述涡结构。其中, λ_2 是张量 $S_{ij}S_{ij} + W_{ij}W_{ij}$ 的第二个特征值(三个特征值中大小居中的那个), $S_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ 和 $W_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i) / 2$ 分别为 A_{ij} 的对称部分和反对称部分。除了 Jeong et al (1995)的 λ_2 判据之外,目前经常使用的还有 Hunt et al. (1988) [40]的 Q -判据(Q 为速度梯度张量 A_{ij} 的第二不变量,用正 Q 值的等值面来描述拟序涡),以及 Chong et al (1990) [41]的 Δ -判据等($\Delta = 27/4R^2 + Q^3$, Q 和 R 分别为 A_{ij} 的第二不变量和第三不变量)。

根据以上判据刻画出来拟序涡都依赖于人为给定的阈值。例如 Q -判据是根据 $Q = Q_0$ ($Q_0 > 0$)的等值面来刻画涡结构的, Q_0 需要人为设定, Q_0 不同,画出来的等值面会有所区别。当然,在最初设计算法的时候,已经考虑到这个因素。目前比较常用的涡识别方法(例如 Q -判据, λ_2 -判据, Δ -判据等),识别出来的涡(尤其是涡的拓扑结构)对于阈值的依赖并不十分明显。Tanahashi et al (1999) [43]开发了一套不依赖于阈值的涡识别方法(“微细涡同定法”)。根据该方法,先找出流场中正的 Q 的极大值点(流场中这样的点非常多),然后根据其附近相对速度场的分布情况,判断该点附近是否存在涡旋结构,如果有涡旋存在,则找出涡旋的中心。然后根据涡量场的走向,找出其他的局部涡旋中心。采用该方法,不但能找出涡旋的位置,还能计算出涡旋的旋转强度,涡核的尺度及局部形状,以及涡核内部及周围流场的分布等重要信息。Li et al (2006) [42]采用 Tanahashi et al (1997) [43]的微细涡同构法研究了可压缩各向同性湍流中的拟序结构,发现由于流场的应力状态为双向拉伸单向压缩,拟序涡的涡核呈椭圆状分布,涡核周围的密度场呈四极子状分布。这些旋转的四极子是湍流噪声的重要来源。

本文采用速度梯度张量第二不变量来描述流场中的三维拟序结构,其中速度梯度张量第二不变量 Q 的表达式为:

$$Q = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} - \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right)$$

$$u_{1,2,3} = u, v, w$$

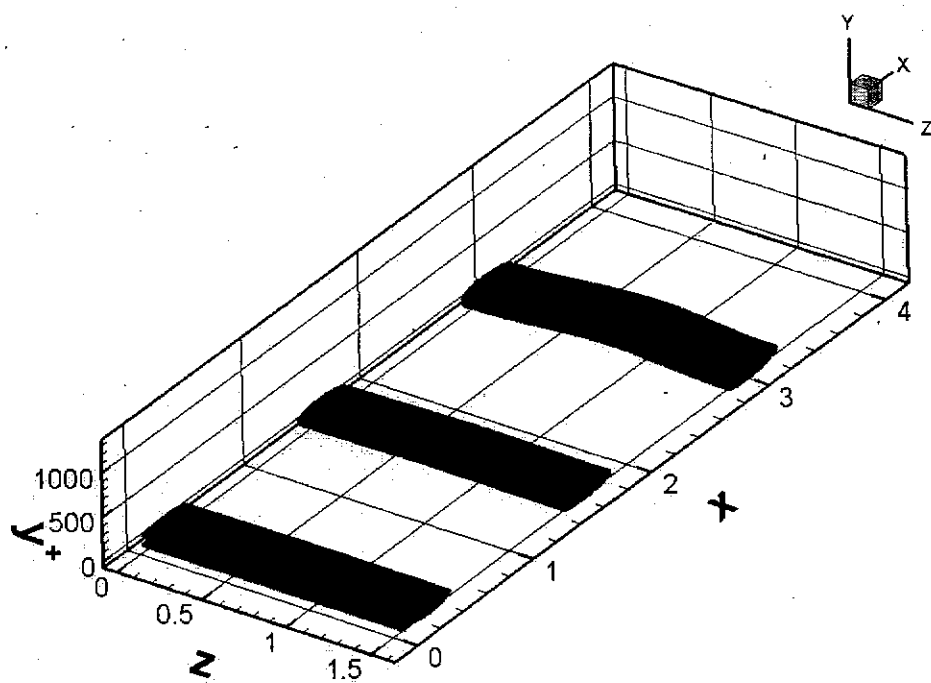
$$x_{1,2,3} = x, y, z$$

4.1 转捩过程中拟序结构描述

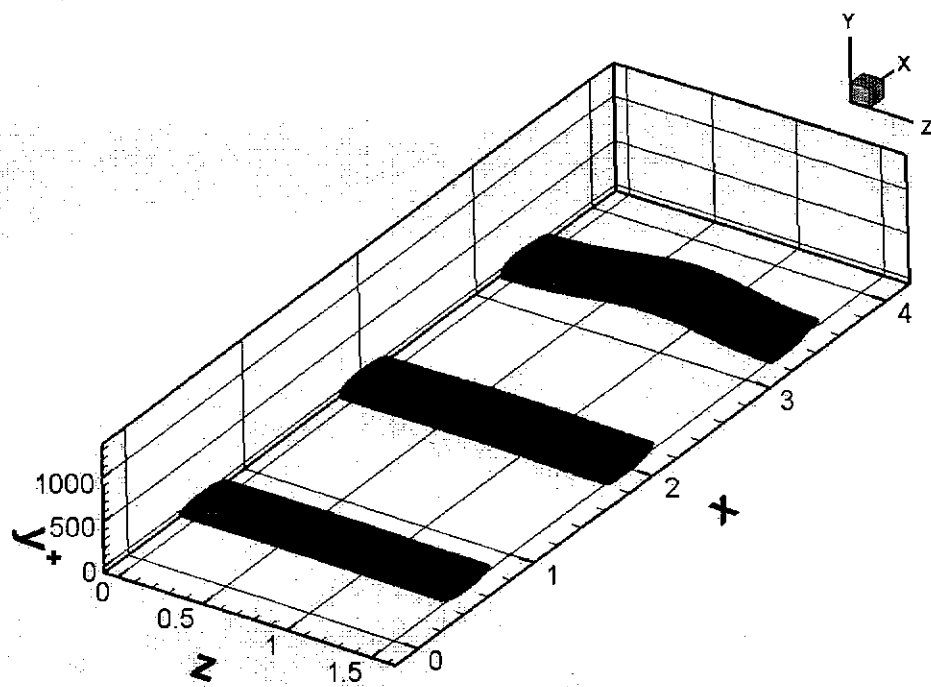
自然转捩的边界层转捩过程主要经历三个过程：感受过程，线性增长过程，非线性失稳过程，然后最终转捩到湍流。本文的直接数值模拟中采用的入口条件为在稳定层流的基础上添加最不稳定的扰动（即 T-S 波），因此本文研究的转捩过程是跳过第一阶段，即感受过程，直接进入不稳定扰动的线性增长开始发展的转捩。在文献中已有很多对转捩过程各方面的描述，本节根据本文的直接数值模拟结果，通过计算流场中的速度梯度张量第二不变量绘制出流场中不同时刻的拟序结构图，结合图中拟序结构的演化对边界层从线性增长过程开始最终达到湍流状态的过程进行描述：

A. 线性增长过程

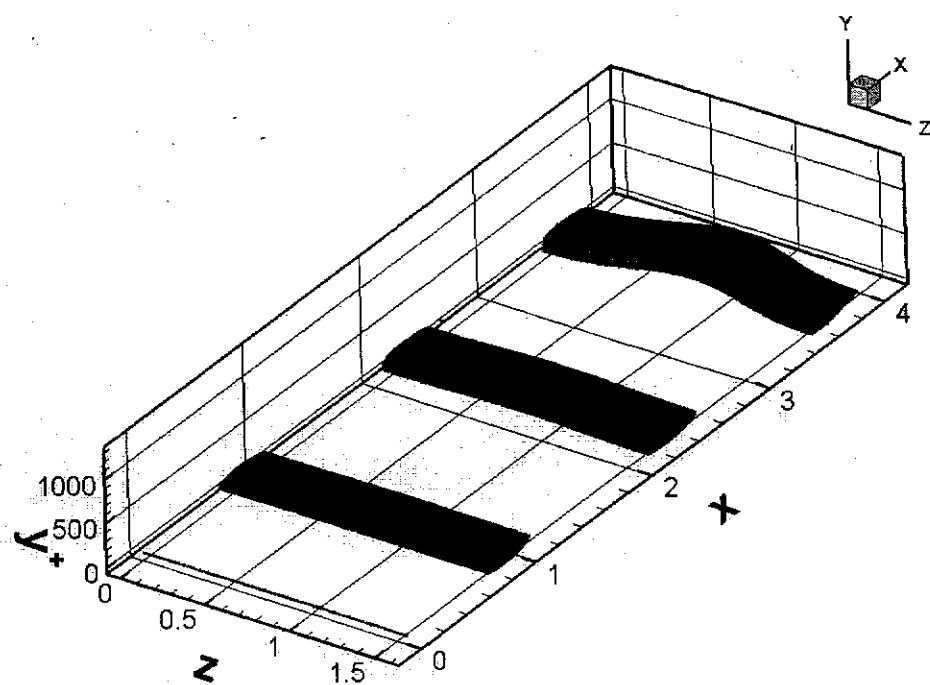
在线性增长阶段中 T-S 波随流动线性增长。图 4.1 展示了三个周期的 T-S 波在一个周期内时间的变化中随流动向下游传播，不断增长和演化的过程。由于在入口处，三维不稳定波的初始扰动振幅 $\varepsilon = 0.0005$ 相对二维不稳定波的初始扰动振幅 $\varepsilon = 0.04$ 很小，同时三维不稳定波的增长率相对二维不稳定波的增长率小，因而在 T-S 的线性增长的初始阶段边界层内的扰动波主要体现为二维的展向波（图 4.1.a）。在 T-S 波被流动携往下游的过程中，由于其自身的不稳定性，扰动波的幅值逐渐增大，在拟序结构中表现为展向涡的涡强逐渐增强，涡管逐渐变粗变大（图 4.1）。当 T-S 波增长到一定的幅值，二维扰动的增长率逐渐减小，而三维扰动越来越大，使得原先主要体现为展向涡的拟序结构出现了三维特征，逐渐出现了流向涡的分量。图 4.1 中第三个周期 T-S 波的拟序结构中间部分开始弯曲（图 4.1.a），随着流动的发展，拟序结构弯曲的程度越来越强烈（图 4.1.b, c, d）。拟序结构将逐渐的演化为 Λ 涡，被流动携往下游，此时边界层的转捩已经完成了 T-S 波的线性增长过程，边界层内的扰动波进入到了更加复杂的非线性发展阶段。



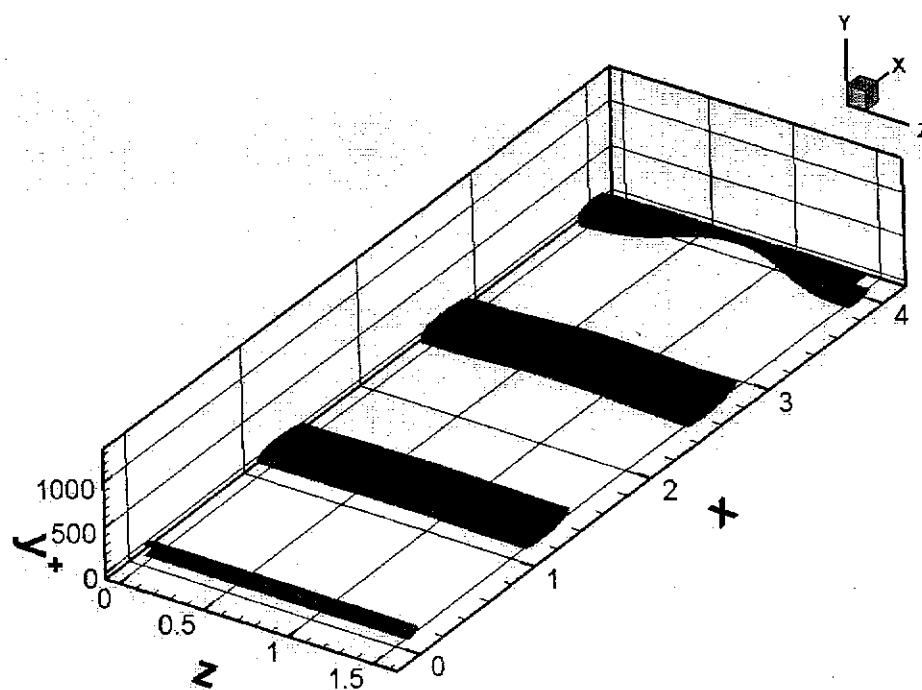
(a) $t = t_0$



(b) $t = t_0 + \frac{1}{4}T$



$$(c) t = t_0 + \frac{2}{4}T$$

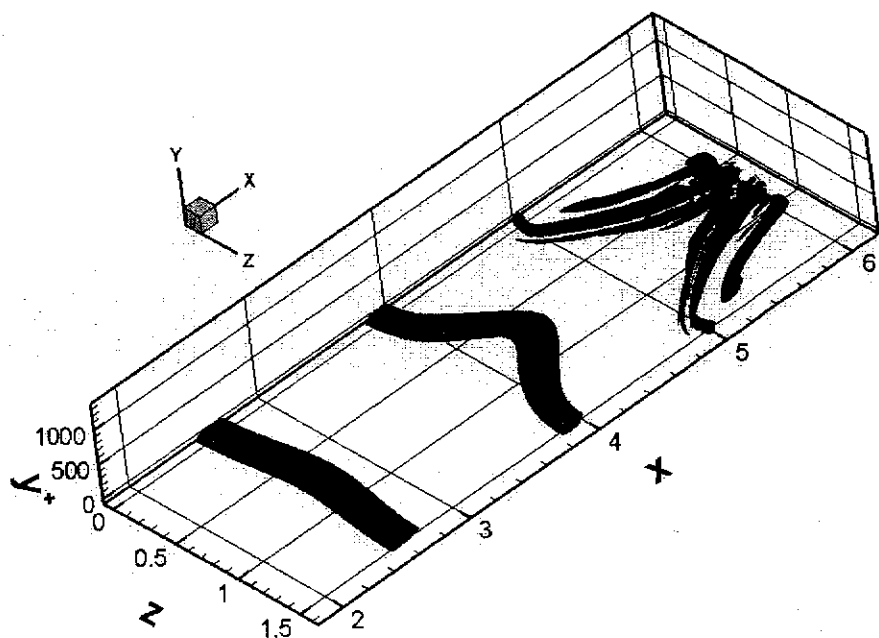


$$(d) t = t_0 + \frac{3}{4}T$$

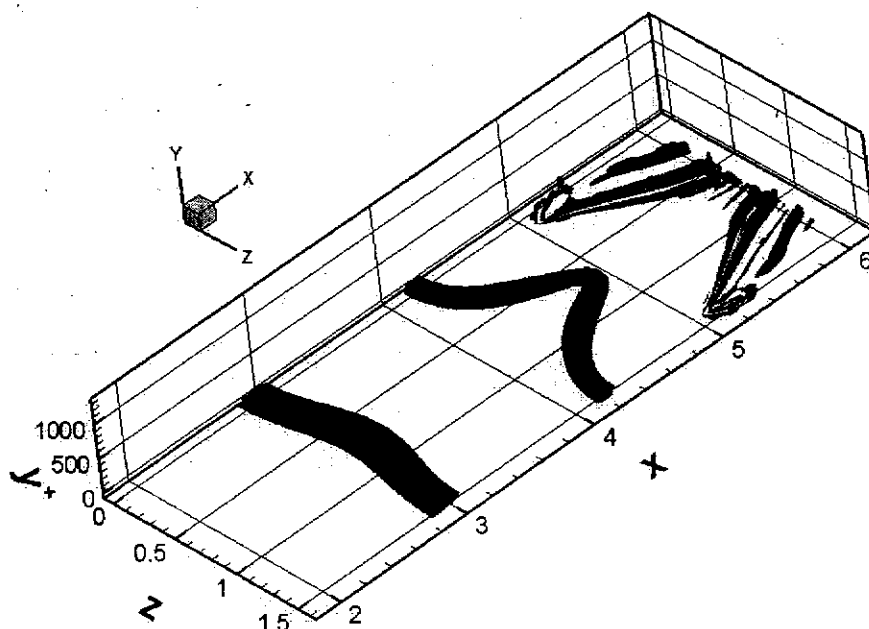
图 4.1 转捩中的线性增长过程 $Q=0.1$

B. Λ 涡的形成

在线性增长阶段, 扰动波的振幅很小, 扰动波与扰动波之间 (或拟序涡结构之间) 以及扰动波 (或拟序涡结构) 内部的相互干扰可以忽略不计。而当扰动波的振幅增大到一定程度时流动进入了非线性作用区域, 拟序涡结构之间及拟序涡结构内部不同部分之间的相互影响就很突出了。由于拟序结构多以涡的形式出现 (尤其是管状涡), 因此拟序结构之间 (或内部不同部分之间) 的相互干扰经常以诱导作用的形式出现。所谓涡的诱导作用, 就是涡核在其周围一定区域内形成旋转流场, 该区域内的流动都要受该旋转流场的影响。多个涡之间相互诱导, 会产生一些有趣的现象。例如, 平面上两个等强度的反向涡相互诱导, 会使它们沿着与二者连线垂直的方向 (同向) 平行运动; 而两个等强度的同向涡则会互相缠绕旋转, 最后在粘性的作用下融合。除了诱导作用, 转捩过程中还有一个重要机制——涡的拉伸。所谓涡的拉伸, 就是构成涡管的流体在轴向被拉长。根据质量守恒, 拉伸涡管会造成涡管变细。涡管变细后, 涡管内的流体只能以更快的速度旋转才能保证动量矩守恒, 这就使得流体的涡量增强。涡的拉伸是湍流及转捩中涡产生的重要机制。



(a) $t = t_1$



$$(b)t = t_1 + \frac{1}{4}T$$

图 4.2 转换非线性失稳过程中 Λ 涡的形成 $Q=0.5$

如上文所述, 由于三维扰动的迅速增长, 流向涡分量出现并且不断增长, 二维展向涡逐渐出现了偏斜, 形成了 Λ 涡 (图 4.2, $4 \text{ inch} < x < 6 \text{ inch}$)。由于自诱导作用, Λ 涡会向上运动 (向远离壁面方向运动), 而曲率最大的部分 (Λ 涡的尖部) 有更大的向上的速度, 比其根部运动更快, 此时 Λ 涡已经演化成为了发卡涡 (图 4.2, $6 \text{ inch} < x < 7.2 \text{ inch}$)。由于加入的扰动在时间区域具有周期性, 因而二维扰动二次失稳出现 Λ 涡, 进而发展为发卡涡的整个过程周而复始地不断进行。

图 4.2 展示了边界层的转换经过了线性增长, 进入非线性增长, 原先的展向涡逐渐演化为 Λ 涡的过程。随着三维不稳定成分的迅速增长, 展向涡中间部分首先发生弯曲 (图 4.2. a), 弯曲的曲率越来越大, 逐渐形成了一个尖点。此时原先的展向涡 (图 4.2. b) 已经变成了与字母 “ Λ ” 很像的形状, 因而被人们形象的称为 Λ 涡。我们称 Λ 涡的尖点位置为涡的头部, 称尖点左右原先的涡管为 Λ 涡的涡腿。形成 Λ 涡的原因是由于当展向涡开始弯曲之后, 尖点左右的两个部分的流向涡分量旋转方向相反, 两支涡腿之间的流动是由下而上的。向上运动的流体使得涡管的头部向上抬起离开了平板壁面。这是一种自诱导现象, 该现象与平面

上一对反向涡在相互诱导作用下沿着垂直连线方向前进是同一原理。离开平板壁面的涡管头部进入了流速更高的流层, 具有了比涡腿更强的对流速度, 使得拟序结构被拉长, 两个涡腿之间的角度越来越小, 逐渐形成了“ Λ ”的形状。

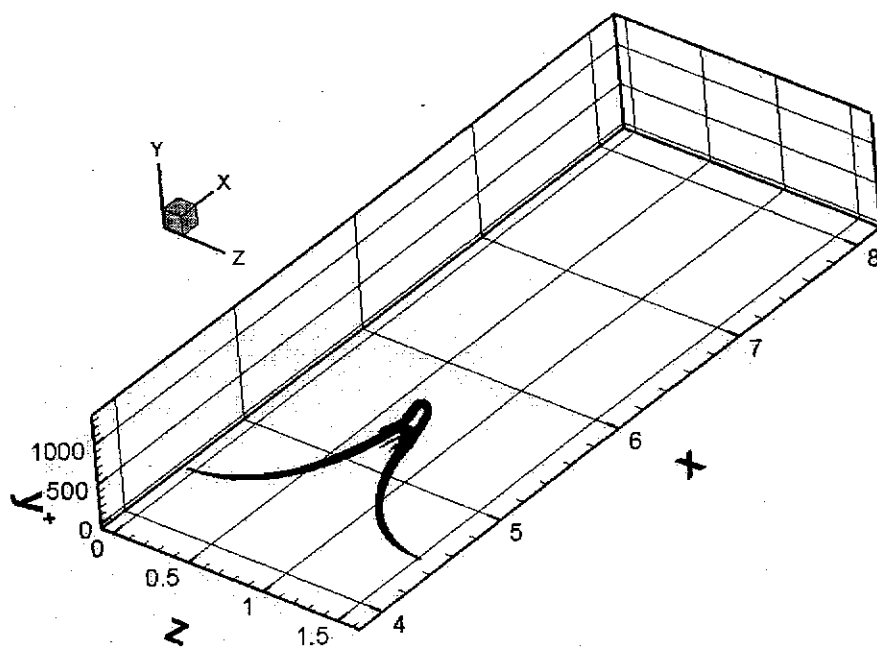
C. 发卡涡的形成和演化

Λ 涡形成之后, 拟序结构将随流动继续发展。由于 Λ 涡的头部处于流向速度较高的流层而腿部位于紧靠壁面流向速度较低的底层, Λ 涡头部与腿部之间流向速度差别, 使得整个拟序结构被拉伸, 两条涡腿之间的距离也越来越近, 这使得涡腿相互之间的自诱导作用持续加强, 造成了 Λ 涡的头部继续向上抬起远离物面。当 Λ 涡头部向上抬起进入了流向速度越来越高的流层, Λ 涡头部的涡量逐渐增强, 此时 Λ 涡头部的形状已不再为箭头状而是逐步变大变圆, 头部形成“ Ω ”的形状。此时的拟序结构, 人们根据它的形状特点, 称其为发卡涡 (或马蹄涡)。

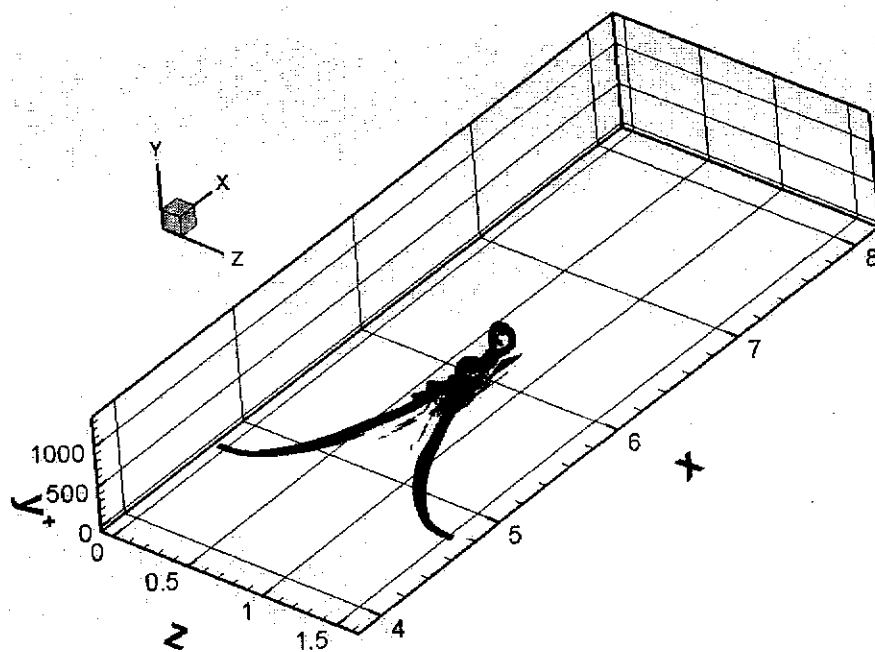
由于发卡涡的头部处于平均流速较高的边界层外部, 因此其运动速度比其尾部更快。在本文中, 发卡涡头部的对流运动速度为 0.882 而尾部的运动速度为 0.259。由于发卡涡头部与尾部较大的速度差, 发卡涡在向下游的运动过程中逐渐的被拉伸而变得越来越长。由于涡的拉伸效应, 涡量会逐渐加强。低速发卡涡头部升起进入有更高平均速度的流层, 影响了高速主流, 造成主流速度剖面产生拐点。拐点的产生大大增强了流动的不稳定性, 加快了三维不稳定性发展, 造成扰动的快速增长。

由于发卡涡头部的自诱发作用最强, 因而其上升得最快, 与壁面之间的倾斜角也最大, 由于对流速度差造成得涡拉伸作用也最强。强烈的拉伸作用使得发卡涡头部附近的涡量大大增强, 同时使得发卡涡头部与腿部的连接部分变得比较脆弱。当发展到一定阶段, 该连接处会发生断裂, 发卡涡的头部会脱落下来。图 4.3 展示了发卡涡的头部与腿部之间发生断裂之后的演化过程。发卡涡的头部与腿部之间的位置断裂, 在断裂处并不直接破碎产生小尺度的涡结构, 而是在断裂的位置重新形成了一对新的拟序结构, 这一对新的拟序结构渐渐的靠拢组成了一个新的发卡涡头部, 将分离的两条发卡涡腿重新连接起来形成了一个新的发卡涡。此时的新旧发卡涡拟序结构仍然处于相对稳定的状态, 组成了一个发卡涡串, 被流动携向下游。随着不稳定流动的继续发展, 新的拟序结构不断产生, 在原先大尺度涡结构的周围又不断产生了许多新的尺度较小的涡结构, 最终形成局部的湍流

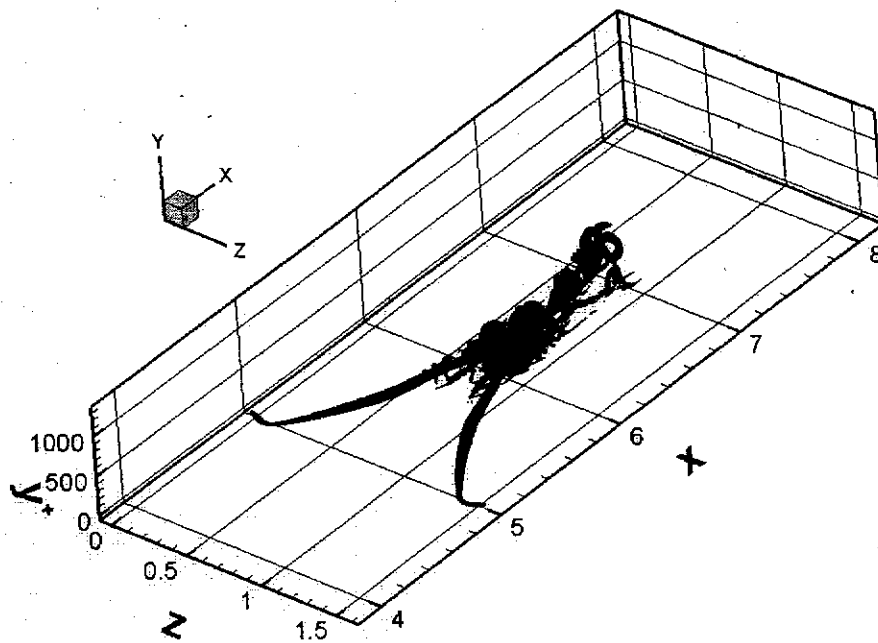
斑。图 4.3 的发卡涡串即是由两个前后脱离了原先发卡涡的头和一个新形成的发卡涡所组成，从图中还可以看到，一个发卡涡头正在形成并将导致一个新的发卡涡的产生。



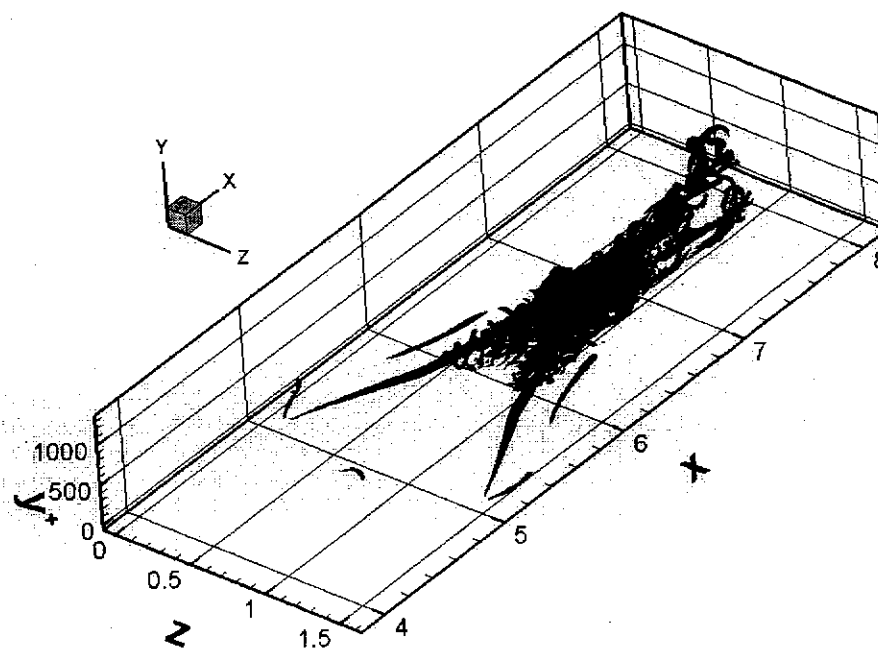
(a) $t = t_2$



(b) $t = t_2 + \frac{1}{4}T$



$$(c) t = t_2 + \frac{2}{4}T$$



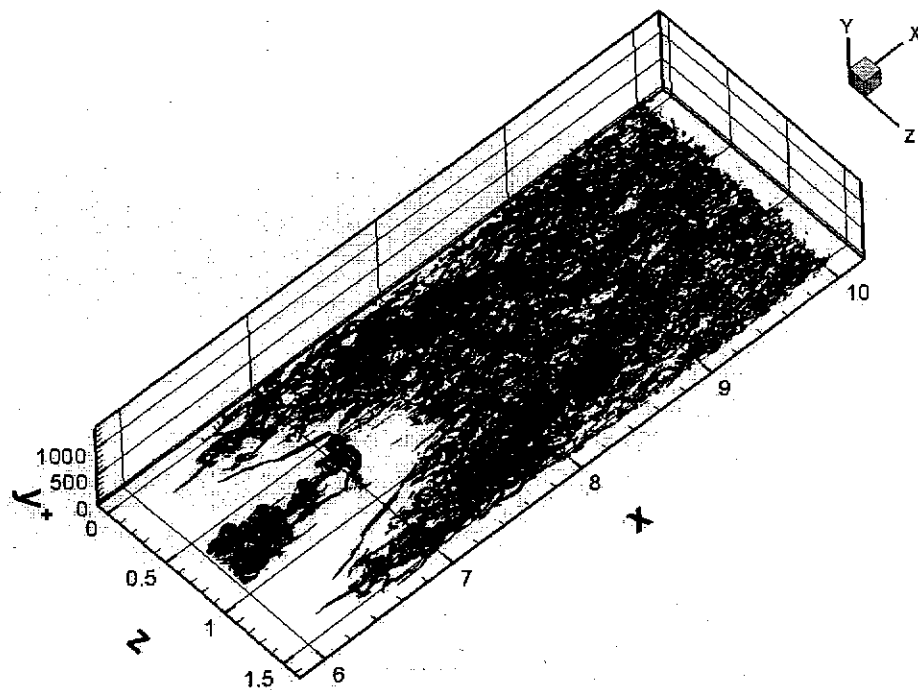
$$(d) t = t_2 + \frac{3}{4}T$$

图 4.3 转换非线性失稳过程中发卡涡的演化 $Q=10$

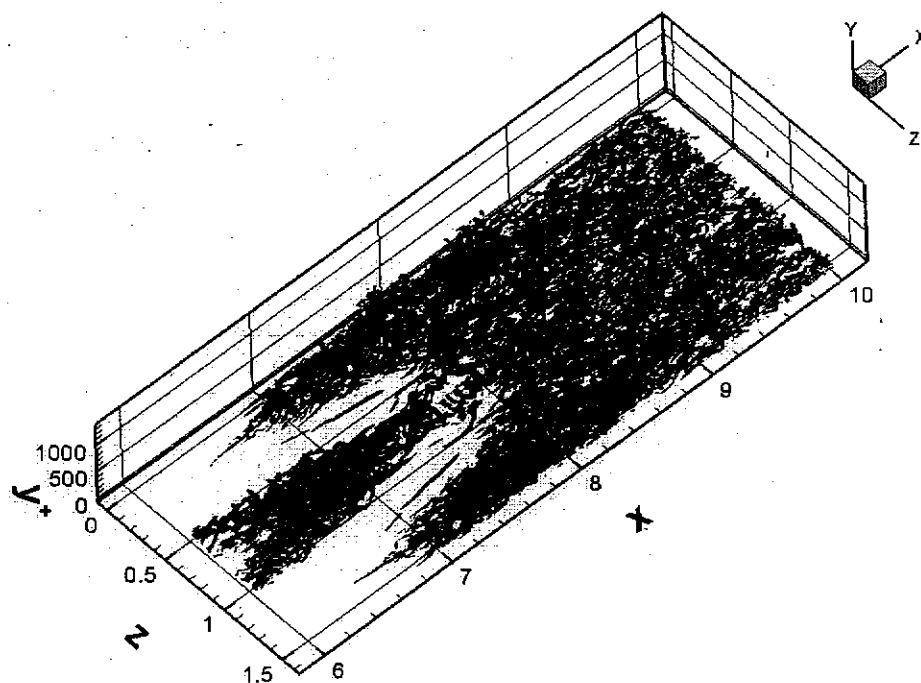
D. 湍流斑的扩散与湍流边界层的形成

局部的湍流斑产生后被流动携往下游，与层流区之间相互剪切作用，促使周围层流的不稳定，使得湍流斑的扩散和湍流斑之间的融合，最终形成湍流。

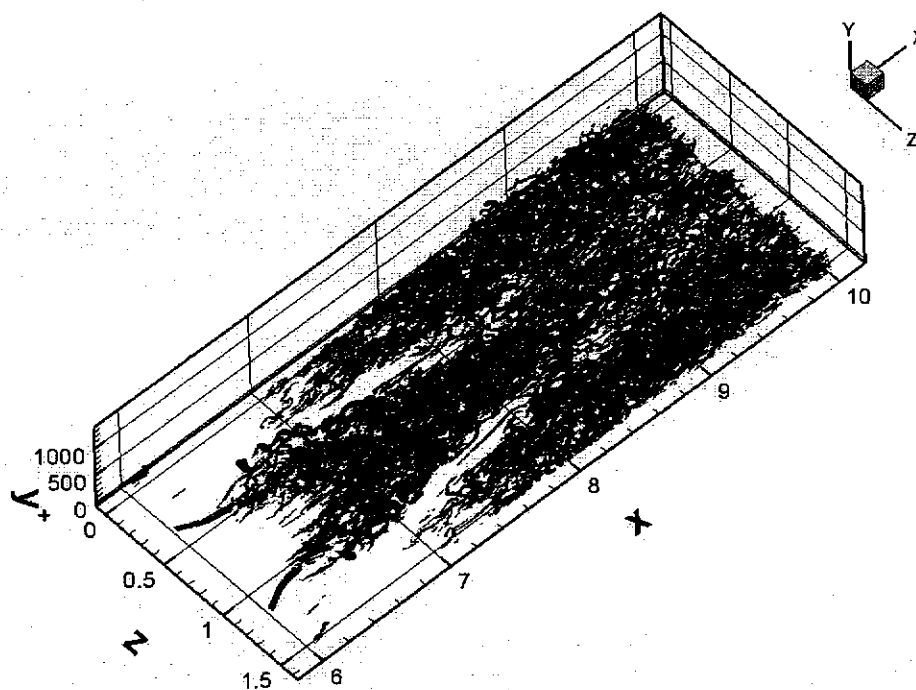
图 4.4 中流场的下游边界层内布满了各种尺度的涡，即在此区域内流动已经达到了湍流状态。而当被层流包围的局部湍流斑后形成后，湍流斑作为一个整体呈箭头状向下游运动进入了图 4.4 中的流场。湍流斑在发展的过程中导致了周围的层流（图 4.4 中空白区域）受到扰动变得不稳定起来，使得局部湍流的区域不断的扩大并占据了原先是层流的位置，最终局部湍流区域完全占据了层流区域，并与下游已经形成的湍流边界层连成了一片，此时平板边界层的转换过程已基本完成。



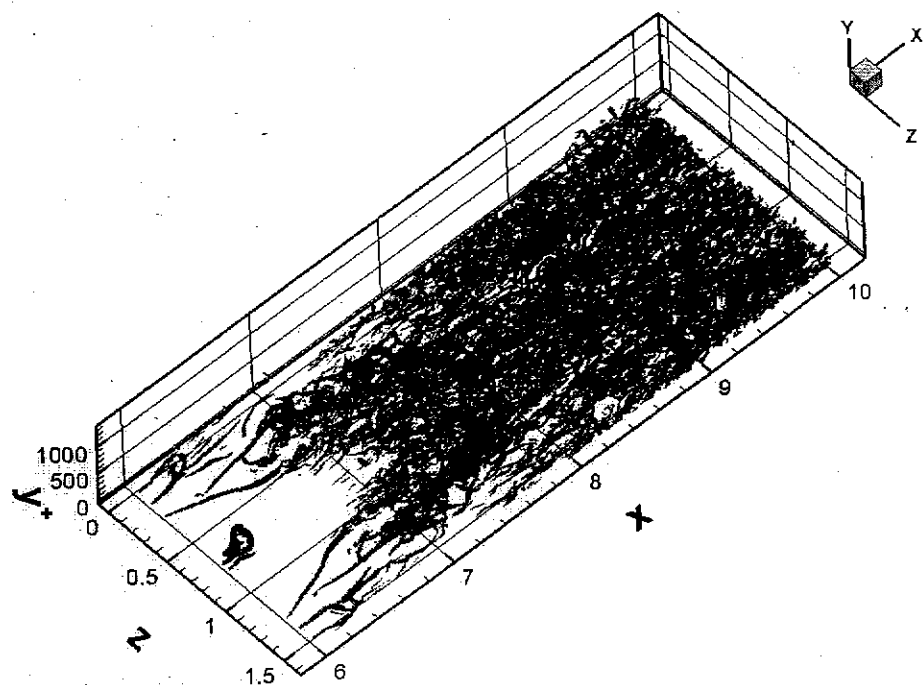
(a) $t = t_3$



$$(b) t = t_3 + \frac{1}{4}T$$



$$(c) t = t_3 + \frac{2}{4}T$$



$$(d)t = t_3 + \frac{3}{4}T$$

图 4.4 转换非线性失稳过程中湍流斑的演化 $Q=20$

E. 发卡涡头部脱落现象及边界层外层间歇现象

当发卡涡头部附近的切应力增长到达某一个阈值时,发卡涡的颈部将发生断裂,发卡涡的头部脱离主体成为一个孤立的自由涡。这个自由涡处于离开物面平均流向速度更高的流层,脱离了主体的束缚以更快的速度沿着边界层的外层翻滚向下游运动,最终流出本文所设置的计算域。孤立自由的发卡涡头部虽然并不很快的消失,但是随着它进入了速度更高的流层(边界层外层),所处流层流向速度的法向梯度逐渐减小,自由涡逐渐失去了能量的供给而不再增强,并且将屈从于流动的粘性耗散,最终逐渐消失。因此也将边界层外层称为拟序结构的“坟墓”。

由于不存在像发卡涡那样的涡腿之间的自诱发机制,发卡涡头部脱落后形成的孤立自由涡失去了进一步远离壁面的动力。因此该自由涡会在边界层外层被无扰动的层流包围,随主流向下游运动。由于存在与主流其他拟序结构的相互作用(例如涡的相互诱导等),该自由涡向下游的运动过程也相当复杂,从图 4.5 可以看出,脱落后的自由涡一边翻滚,一边向下游运动。这一现象也被 Wang et al. [44] 的研究中发现。在边界层外层,拟序涡被层流包围,拟序涡与周围的层流场

之间有比较明显的分界面。因此,边界层外层的层流区与湍流区之间也有相当明显的交界面,只是该交界面是随时间不断变化的,呈现出很强的随机性。边界层外层因此会呈现出层流区-湍流区交替出现的间歇现象。

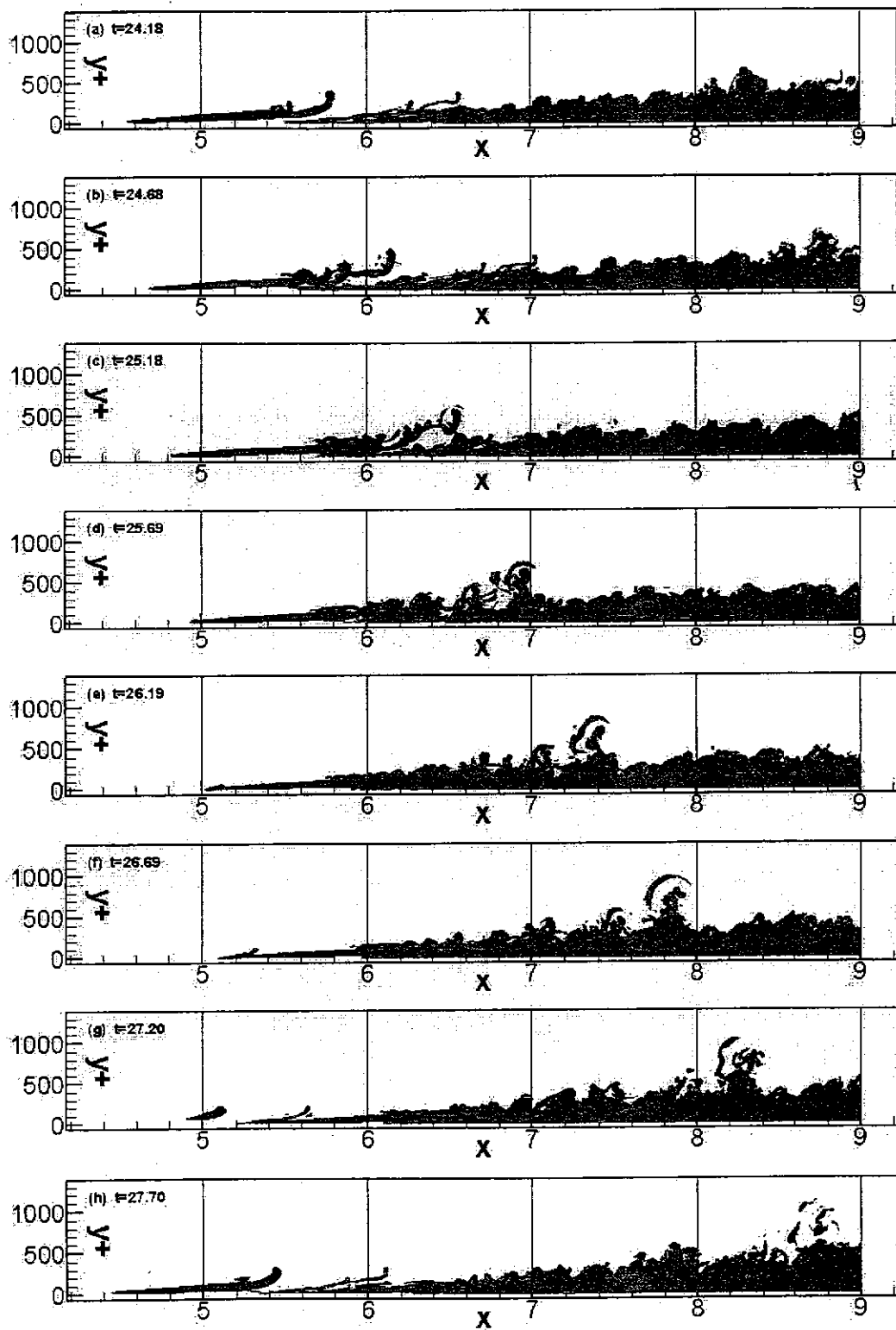


图 4.5 转捩过程中发卡涡头部脱落现象

F. 不同扰动强度下拟序结构的另一演化方式

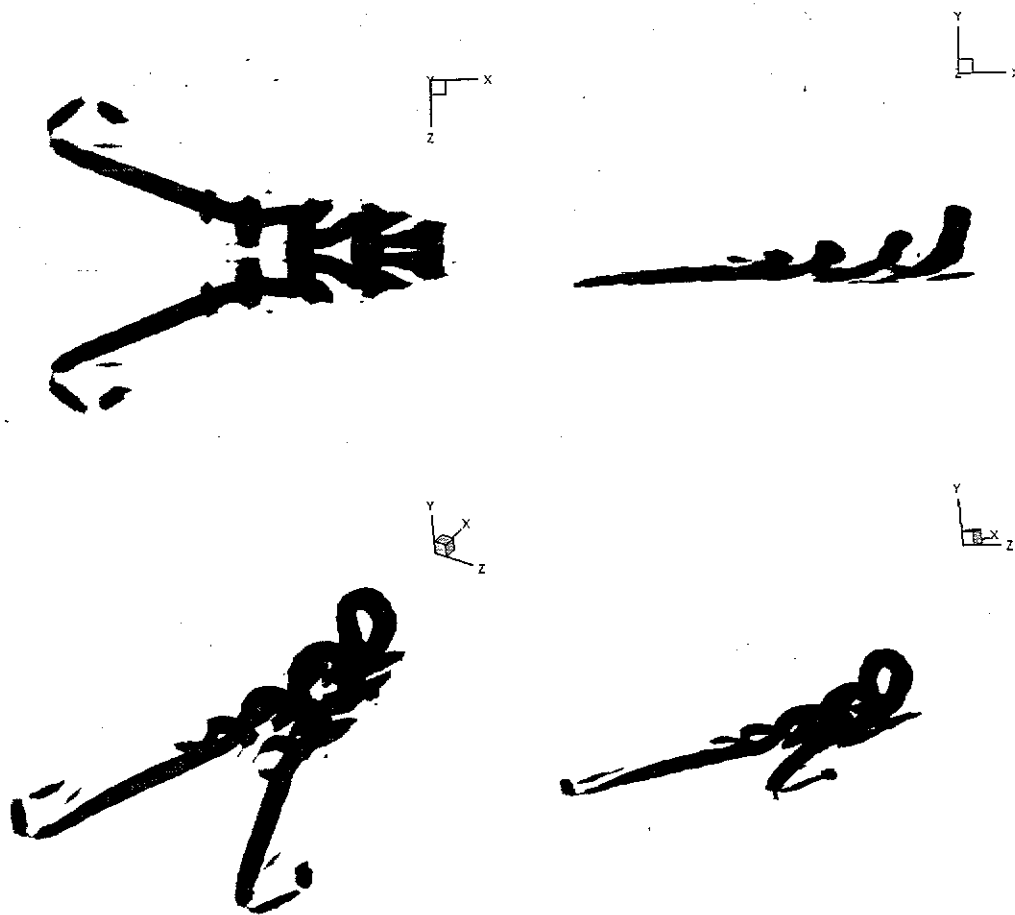


图 4.6 发卡涡和马蹄涡的形成（同一时刻不同视角图）

Head 和 Bandyopadhyay [17] (1981) 提出流场中的大尺度运动在低雷诺数时仅为一个单一的马蹄涡, 但是在高雷诺数情况下大尺度结构将被拉长并且诱发出更多的发卡涡形成一个发卡涡串。同时观察到了发卡涡串的产生并且发现发卡涡的头部保持与壁面大约 20° 的角度。Zhou et al [19] (1999) 通过直接数值模拟, 探讨了槽道流动中发卡涡的产生机制, 发现足够强的发卡涡在消亡之前, 能够在上游或下游诱发出新的发卡涡, 并对这种诱发机制进行了探讨。本文的结果也观察到了这一现象:

对于不同的初始扰动条件或不同的流动工况, 发卡涡随流动的演化过程也会随之变化。图 4.6 展示了发卡涡的头部与腿部之间发生断裂之后的另一演化现象。当发卡涡所处区域的雷诺瞬时切应力增大到一定大小, 发卡涡的头部与腿部之间的位置断裂, 在断裂处并不直接破碎为小尺度的涡结构, 而是在断裂的位置重新形成了一对新的拟序结构, 这一对新的拟序结构渐渐的靠拢组成了一个新的

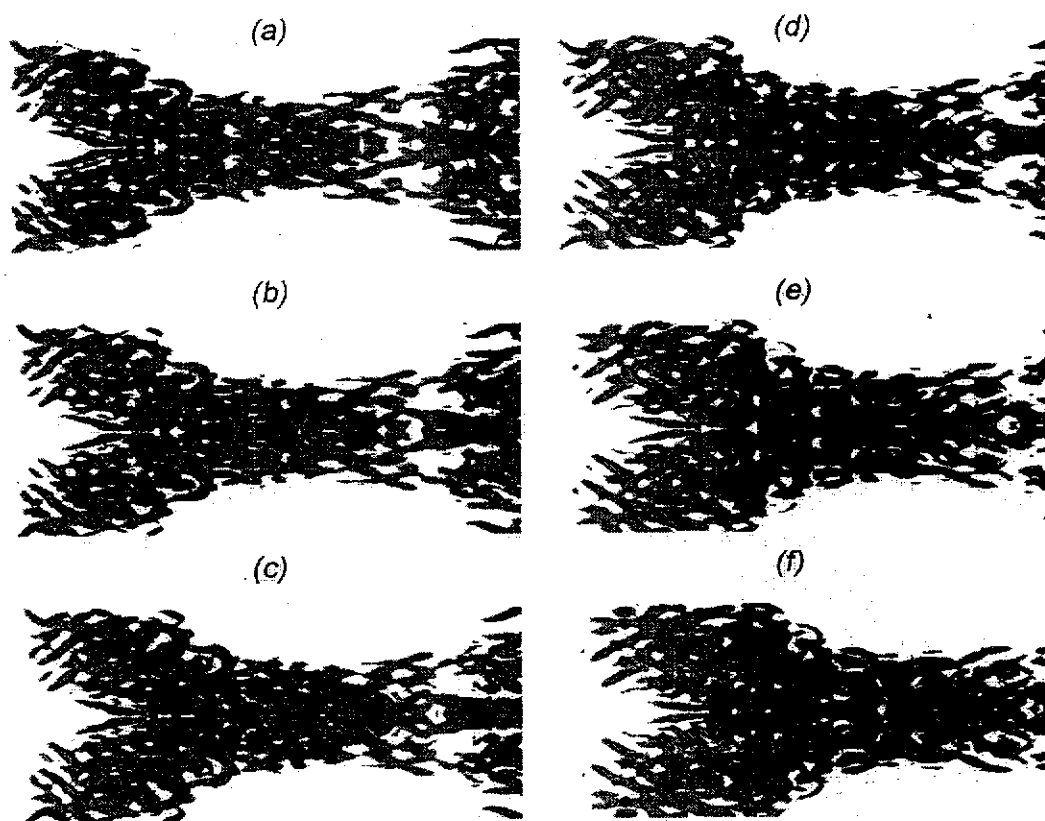


图 4.7 湍流斑的扩大和演化

发卡涡头部，将分离的两条发卡涡腿重新连接起来形成了一个新的发卡涡。原先的发卡涡头由于所处的位置流速较高，被流动携带脱离了新形成的发卡涡，这一过程可持续产生若干次。而此时的新旧发卡涡拟序结构仍然处于一下相对稳定的状态，并没有立刻破碎成小尺度的涡。新旧发卡涡组成了一个发卡涡串，被流动携向下游，随着不稳定流动的继续发展，发卡涡串也将逐渐的破碎，在原先大尺度涡结构之上破碎并产生若干小尺度的涡，最终形成局部的湍流斑。图 4.6 的发卡涡串即是由两个前后脱离了原先发卡涡的头和一个新形成的发卡涡所组成，从图中还可以看到，一个发卡涡头正在形成并将导致一个新的发卡涡的产生。

图 4.7 则展示了图 4.6 中由发卡涡串形成的局部湍流斑演化和扩展的细节过程。湍流斑在扩散的过程中不断的变大，并且在原先发卡涡的周围产生了越来越多的小尺度的发卡涡以及其他的复杂结构。

图 4.8 则展示了图 4.7 中的湍流斑扩大，并逐渐完全占据原先层流区域，最终形成湍流边界层的整个过程。

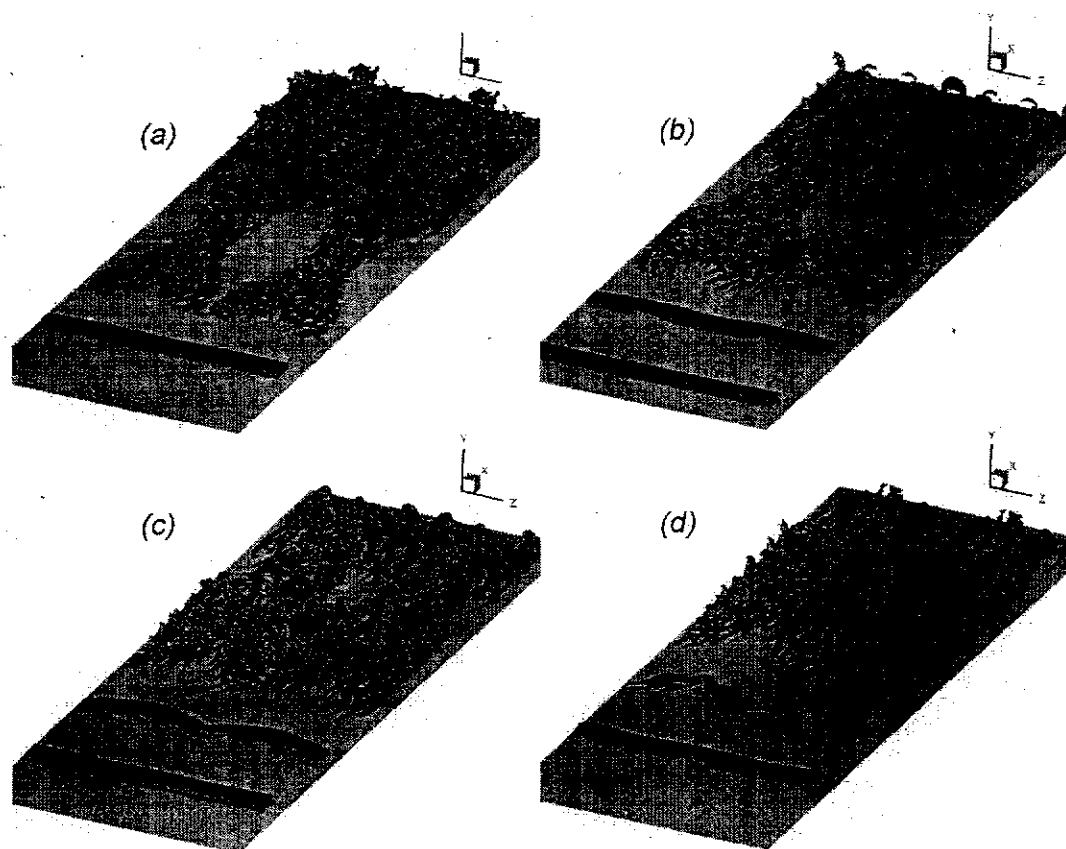


图 4.8 相邻两个湍流斑的相互融合过程

4.2 转捩过程中拟序结构与切应力的关系

从对直接数值模拟结果观察来看, 拟序结构所处的区域与高瞬时雷诺应力之间有着紧密的联系, 发卡涡所处的空间区域是瞬时雷诺应力的集中区域。虽然雷诺应力是在雷诺平均方程理论中提出来的, 在雷诺平均方程中雷诺应力是一个平均量, 但一些文献中开始使用瞬时雷诺应力来分析湍流中的物理机理。本文也使用了同样的方法, 并将瞬时雷诺应力与拟序结构联系起来, 以期寻找并研究两者之间的联系以及雷诺应力在转捩过程中的作用, 并为湍流控制研究以及湍流模式、大涡模拟的研究提供依据。

图 4.9、图 4.10、图 4.11 分别为时刻 $t=15.61$ 、 $t=16.62$ 、 $t=17.63$ 时的拟序结构侧视图和对应位置的瞬时雷诺应力- uv 分布图。从三幅图中可以看出, 拟序结构所处的区域也是瞬时雷诺应力集中的区域。对比三个时刻 $t=15.61$ 、 $t=16.62$ 、 $t=17.63$, 随着拟序结构被拉长并扩大, 结构变得越来越复杂, 瞬时雷

雷诺应力集中的区域也变得越来越大。瞬时雷诺应力并不集中在拟序结构的涡管的轴心（涡心）位置，而是集中在涡管的边缘。这是因为，涡心处的旋转速度为 0，涡管边缘处的旋转速度最大，而涡管外围的流体旋转速度又逐渐减小。拟序涡的这种速度分布类似于 Burgers 涡。因此，涡心处的瞬时雷诺应力很小而涡管边缘处瞬时雷诺应力较大。

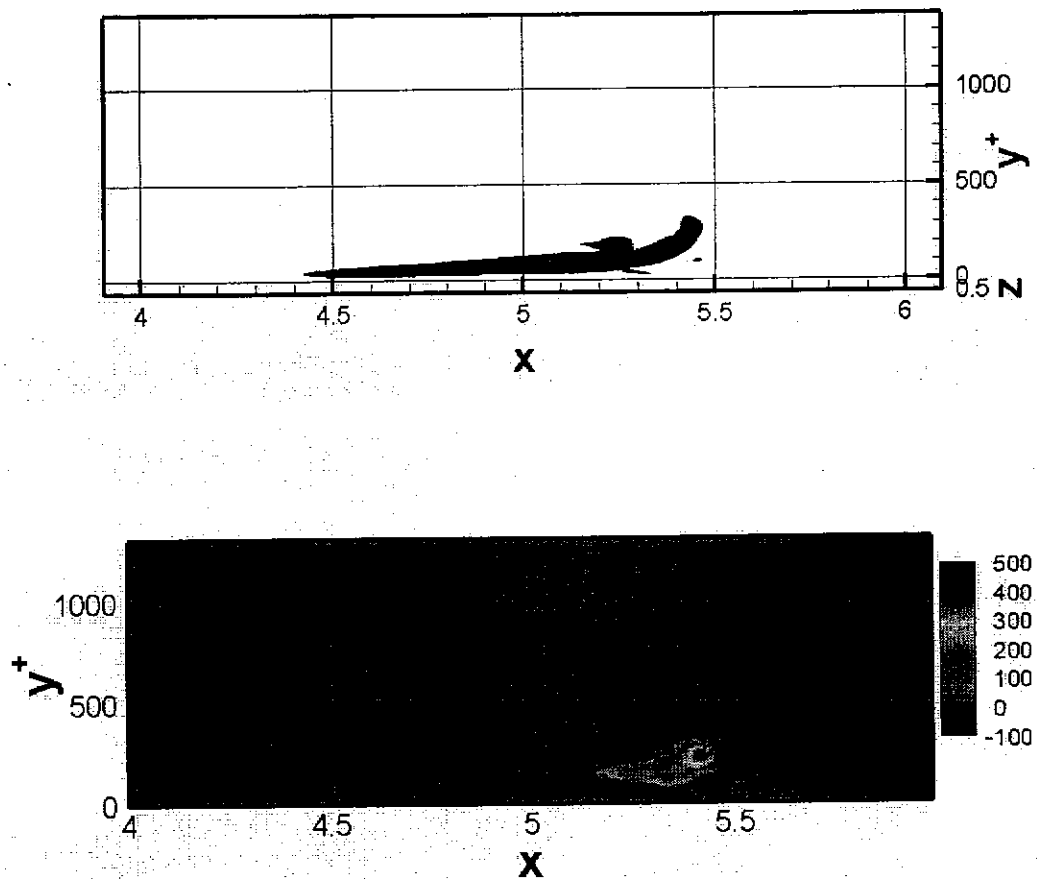
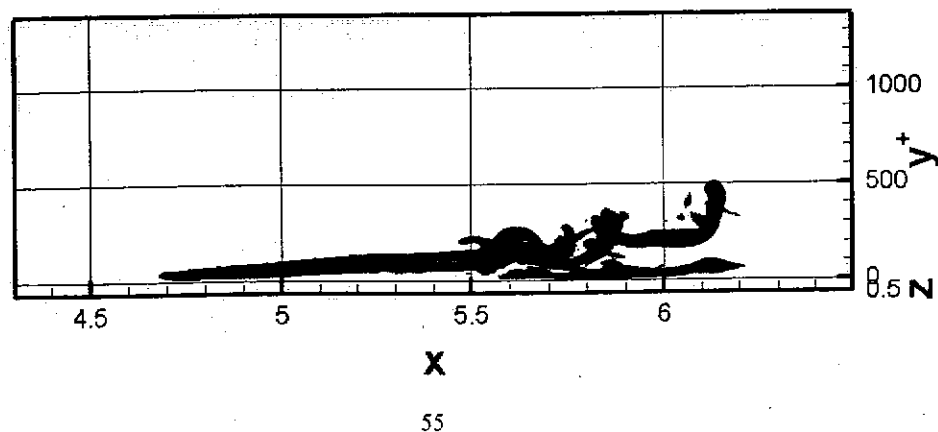


图 4.9 $t=15.61$ 时 拟序结构侧视图及对应的剪切应力分布图



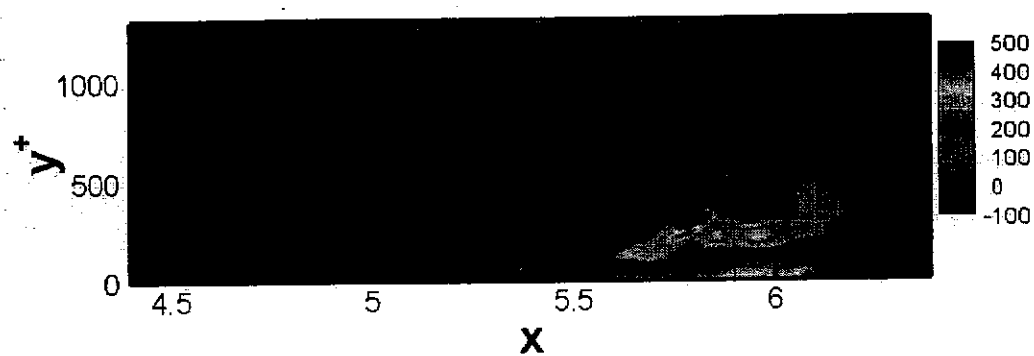


图 4.10 $t=16.62$ 时 拟序结构侧视图及对应的剪切应力分布图

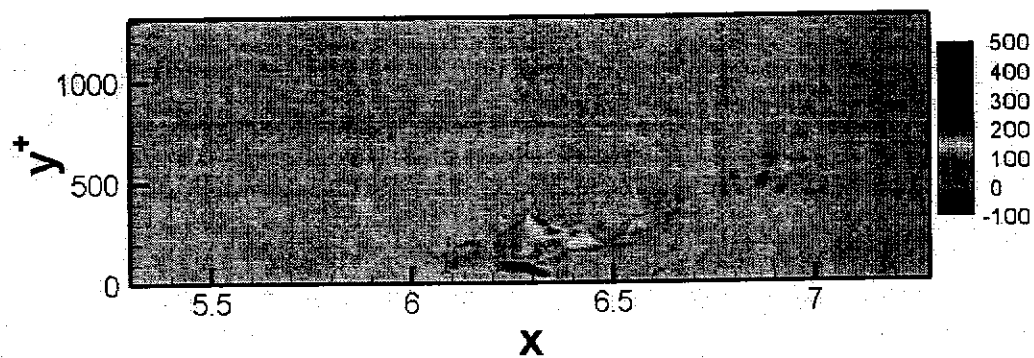
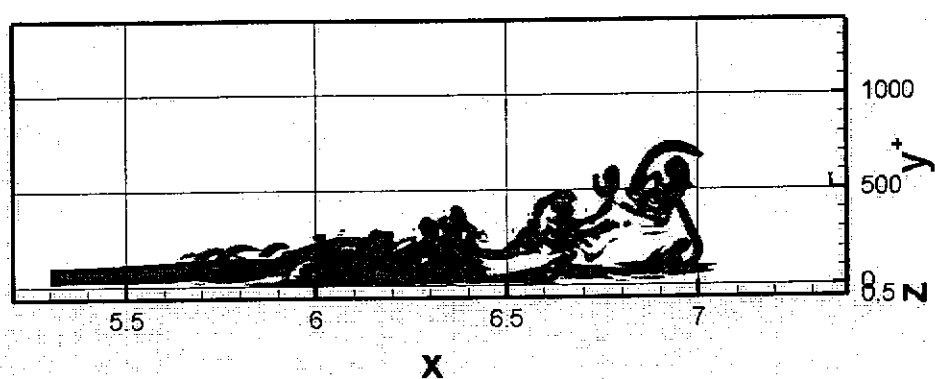


图 4.11 $t=17.63$ 时 拟序结构侧视图及对应的剪切应力分布图

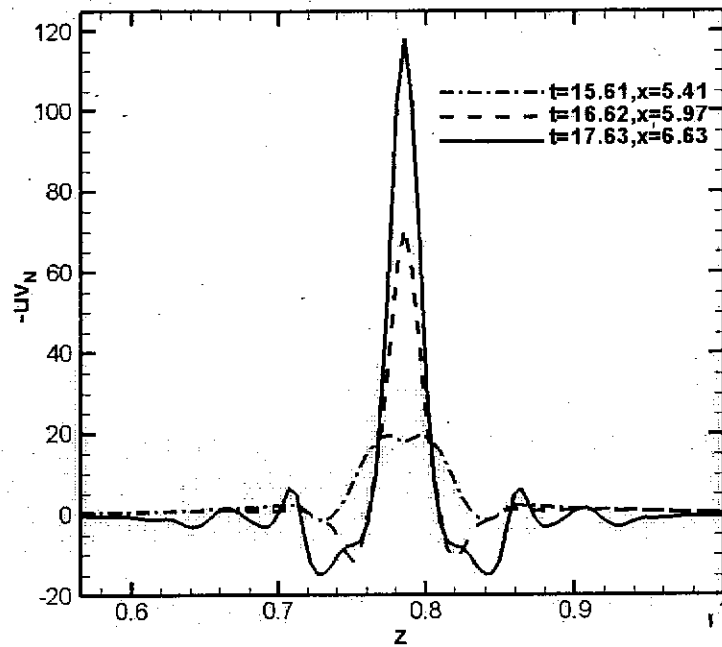


图 4.12 归一化后的剪切应力 $-UV$ 的展向分布

瞬时雷诺切应力随着拟序结构破碎并逐渐崩溃的演化是逐渐增大的。图 4.12 为对应图 4.9、图 4.10、图 4.11 中时刻的拟序结构，在发卡涡头部位置归一化后的剪切应力 $-UV_N$ 的展向分布。归一化 $-UV_N = -UV / \overline{UV}$ ，其中 $-UV$ 为瞬时雷诺应力， $\overline{UV}$ 为当地（流向位置）Y-Z 平面内瞬时雷诺应力的平均值。发卡涡被平均流的剪切力拉长，并且由于自诱导的作用和边界层速度的法向梯度，发卡涡的头部逐渐的升起，离开平板表面。这反过来又导致了发卡涡附近剪切应力的上升。当剪切应力增长超过一个阈值后，发卡涡比较薄的部分开始断裂，并在头部和断裂点的附近形成了很多新的小尺度涡结构，依附在发卡涡主体之上。拟序结构随着流动向下游运动，原来大尺度的拟序结构变成了一个涡包，涡包作为一个整体一起向下游运动并继续被剪切应力拉伸。当所有大尺度的结构完全崩溃为小尺度的涡结构时，原先的发卡涡演化并形成了一个局部的湍流区域，既湍流斑。

4.3 转换过程中拟序结构与壁面摩擦关系

根据本文的结果和观察，转换过程中的壁面摩擦的迅速增加与转换过程中的拟序结构及其演化有着重要的联系。从结果中发现，发卡涡头部强烈漩涡诱导出

来的新的拟序结构对平板壁面当地的瞬时摩擦阻力有很大的贡献。

图 4.13 为 $t=15.61$ 时的拟序结构图，图中可以明显看出在发卡涡形成的初期，发卡涡在其正下方的紧贴壁面处诱导出了一对流向涡。图 4.14 是与图 4.9 相同时刻 $t=15.61$ ， $Z=0.79$ inch 平板壁面沿流向的摩擦阻力分布。图 4.14 中，在区域 $X=5.0 \sim 6.0$ inch 之间，摩擦阻力有一个振荡过程，并在振荡之后摩擦阻力有所上升。而在这个区域内，恰好为发卡涡头部所处的位置（图 4.13），而摩擦阻力产生振荡的位置恰好位于发卡涡头部的正下方，发卡涡头部的下部的流动方向为与平均流方向相反的逆流，这是造成在该区域摩擦阻力振荡并上升的原因。

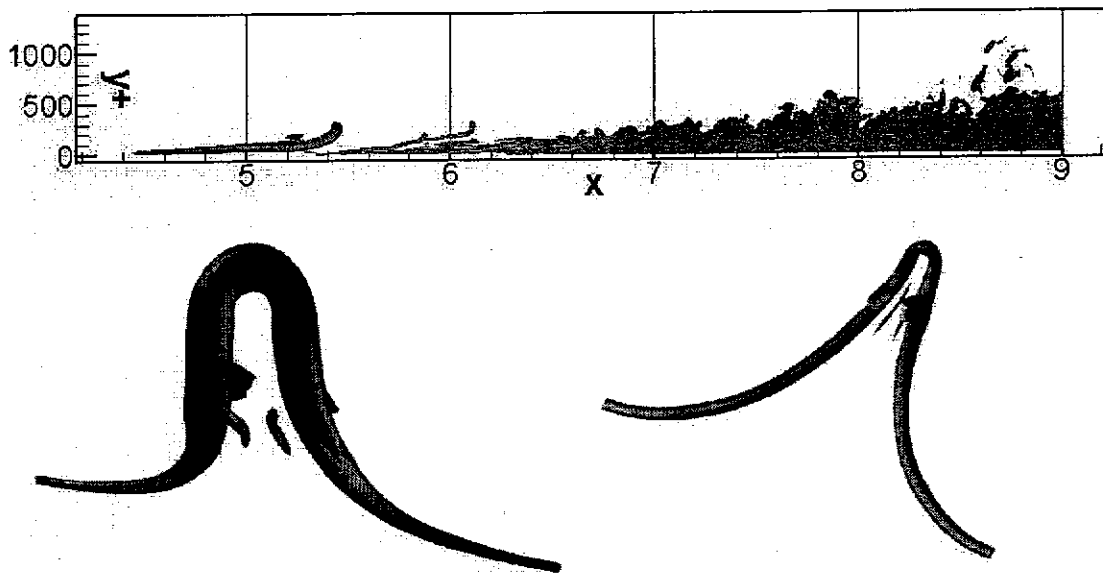


图 4.13 $t=15.61$ 时 拟序结构

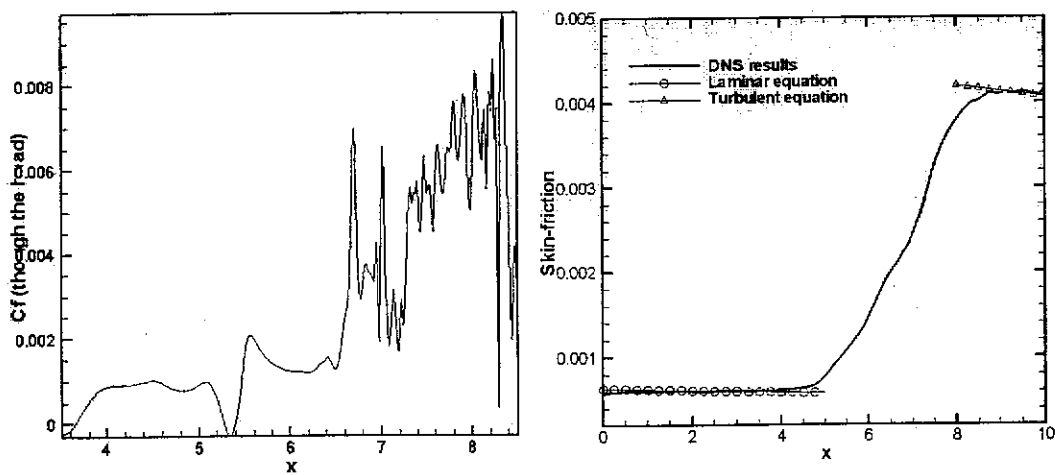


图 4.14 $t=15.61$ 时瞬时壁面摩擦阻力系数分布和统计平均壁面摩擦阻力系数

图 4.15 为 $t=16.62$ 时的拟序结构图，图中发卡涡的颈部发生了断裂并在断

裂处重新形成了一个发卡涡,而原先的发卡涡连同新产生的发卡涡在其正下方的紧贴壁面处诱导出了更强烈的拟序结构。图 4.16 是与图 4.10 相同时刻 $t=16.62$, $Z=0.79$ inch 平板壁面沿流向的摩擦阻力分布。图 4.16 中,壁面摩阻系数在区域 $X=5.5 \sim 6.1$ inch 之间有一个急剧的上升并下降的过程,并在 $X=6.0$ inch 附近达到了最大值。对比图 4.15,此区域与原先的发卡涡处于同一位置,但由于原先的发卡涡已经远离壁面,而由发卡涡诱导出的紧贴壁面的拟序结构恰位于同一流向位置,因此此时壁面摩擦阻力的急剧上升应为原先的发卡涡和诱导出的新拟序结构共同作用的结果。摩擦阻力上升至最大值后更急剧的下降到一个较低的值,是因为这一段区域中没有拟序结构,是两个周期之间的空隙区域,流动在这个区域内为层流流动。

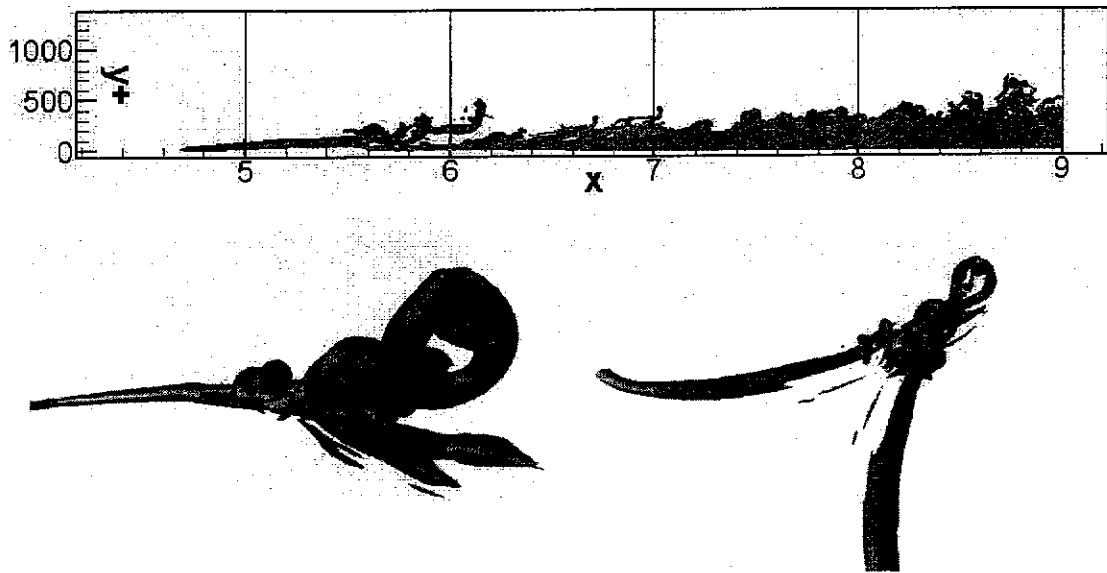


图 4.15 $t=16.62$ 时 拟序结构

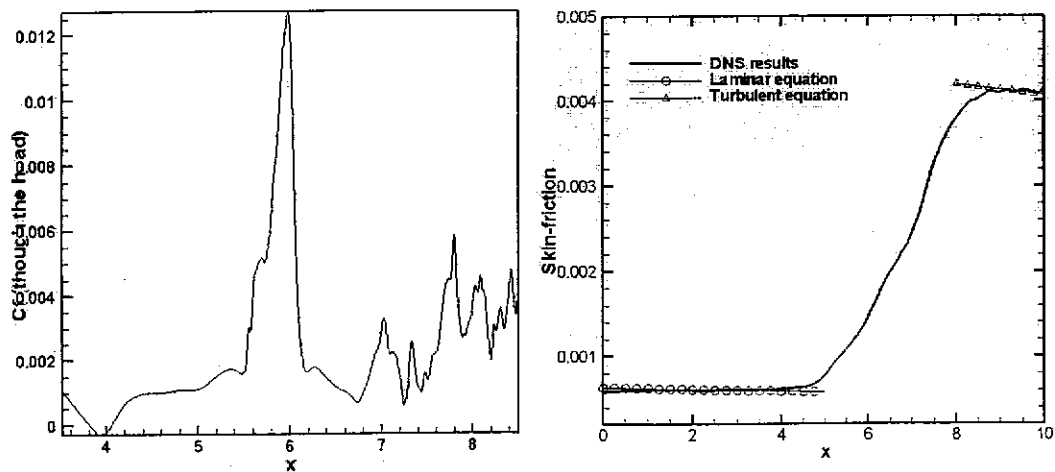


图 4.16 $t=16.62$ 时瞬时壁面摩擦阻力系数分布和统计平均壁面摩擦阻力系数

同样,在时刻 $t=17.63$,对比拟序结构(图 4.17)和摩擦阻力分布(图 4.18)可以进一步看出拟序结构与摩擦阻力之间的关系。 $t=17.63$ 时,原先的大尺度的发卡涡破碎并开始崩溃(breakdown)形成了很多小尺度的涡,依附于主体之上。发卡涡的头部更加远离物面,并与位于其正下方被诱导出的新的拟序结构产生了强烈的非线性干扰,使得结构更加复杂。这也造成了壁面的摩擦阻力继续增长。

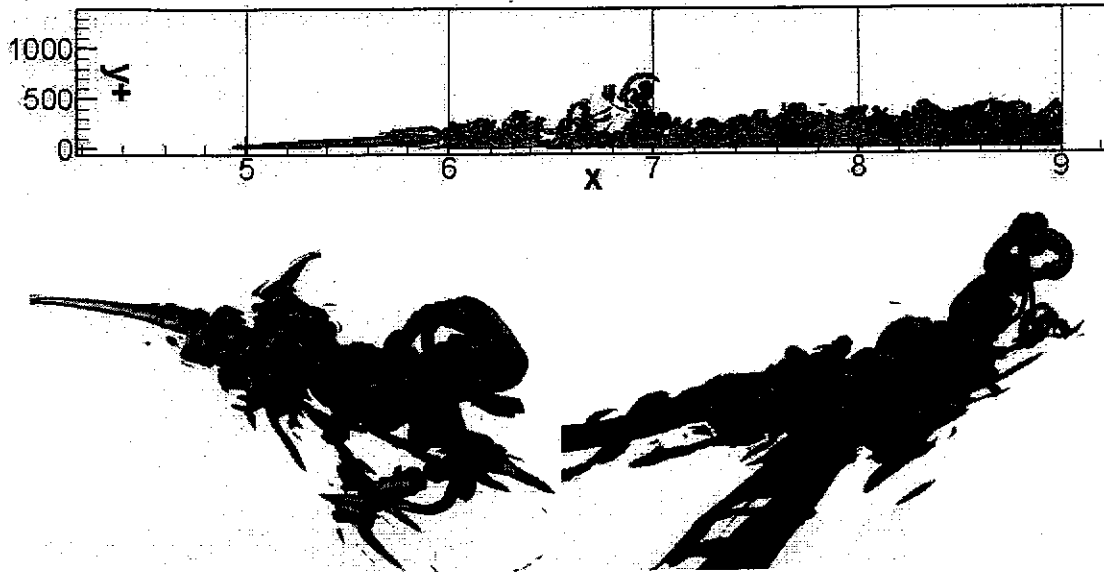


图 4.17 $t=17.63$ 时 拟序结构

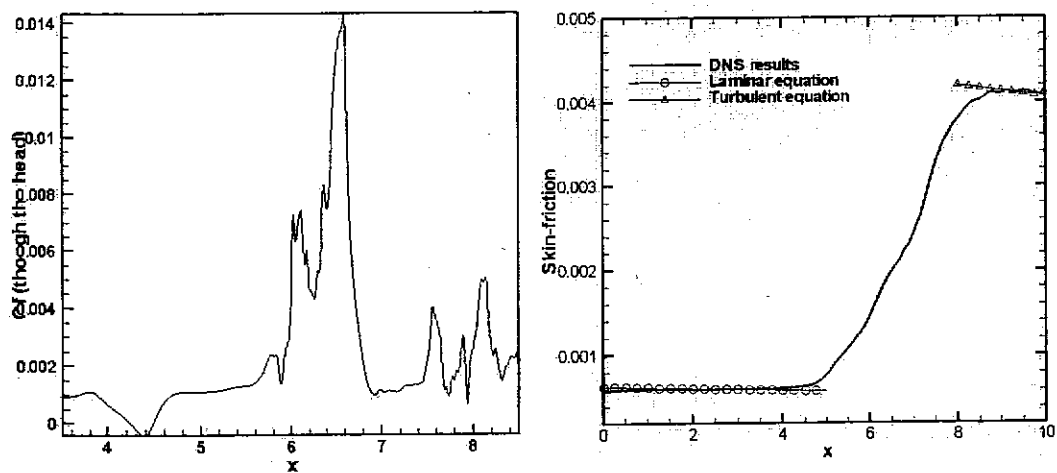


图 4.18 $t=17.63$ 时瞬时壁面摩擦阻力系数分布和统计平均壁面摩擦阻力系数

本节分析了边界层转换过程中的拟序结构与平板表面瞬时摩擦阻力分布之间的关系,本文认为二者之间存在着紧密地联系。发卡涡在其破碎和崩溃的演化过程中,与其诱导出的新的拟序结构一起,造成了发卡涡头部所处的流向位置附近的摩擦阻力急剧上升。随着发卡涡的演化,原先的拟序结构变得越来越复杂,并与诱导出的新的拟序结构强烈的相互干扰,造成了最大瞬时摩擦阻力系数(峰

值)的增大。从涡量的分量来看,拟序涡结构的展向(Z 方向)分量的增大对平板表面瞬时摩擦阻力的增加有着必然的联系。

4.4 转换过程中拟序结构的其他特征

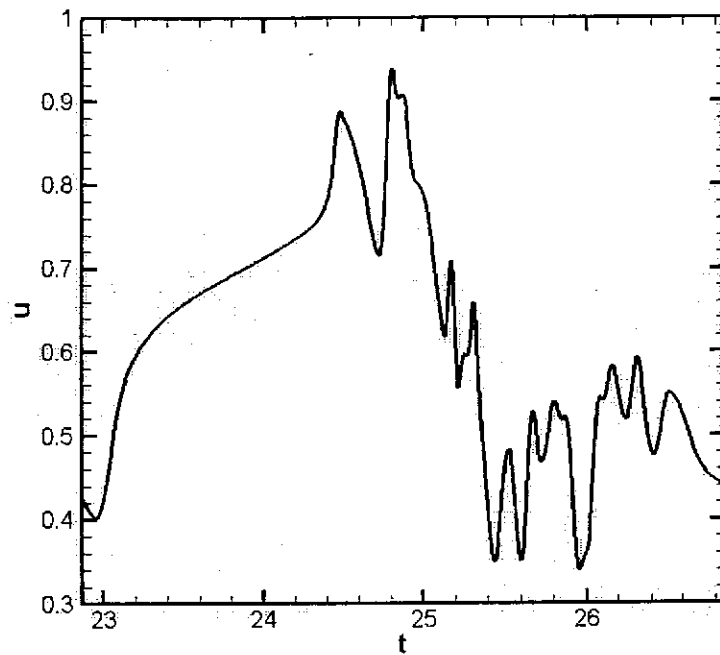


图 4.19 $X=5.80, y^+=99.06, Z=0.79$ 点处流向速度沿时间的轨迹

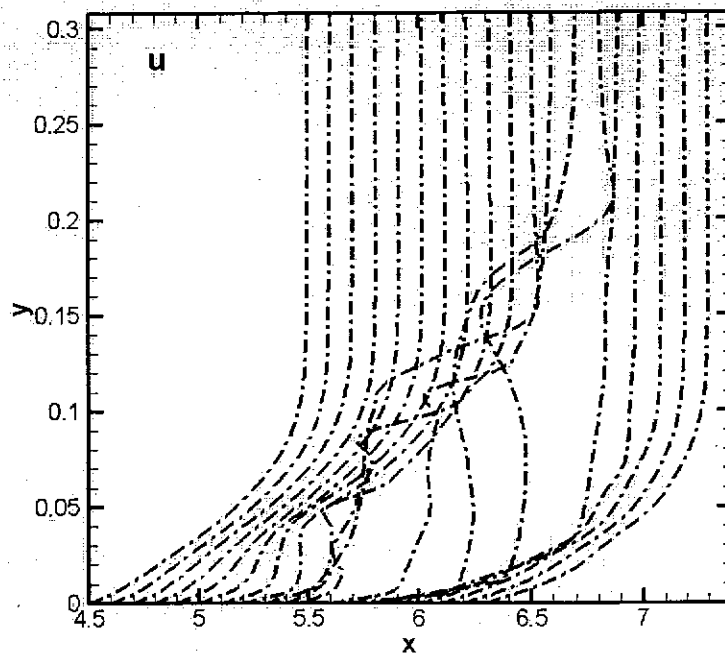


图 4.20 流向速度 U 沿流向分布 $t=16.18$

图 4.19 中记录了 $X=5.80$, $y^+=99.06$ (对数律层), $Z=0.79$ 点处流向速度在时间区间 $t=22.86 \sim 26.86$ 的振荡过程。在前段时间区间 $t=22.86 \sim 24.40$ 内, 流向速度的曲线十分光滑, 这是因为发卡涡拟序结构还没有经过这一点; 而在后段时间区间 $t=24.40 \sim 26.69$ 内, 流向速度的曲线开始强烈振荡, 这是因为在 $t=24.40 \sim 26.69$ 内, 发卡涡的颈部开始破碎并崩溃, 形成涡包经过此点, 造成了此点处流向速度的高频振荡。

图 4.20 展示了在 $t=24.18$ 时刻 (图 4.8 a), 发卡涡所处区域 $X=4.5 \sim 6.3$ 的流向速度型沿流向的分布。图 4.20 中, 拐点在 $X=5.0 \sim 6.0$ inch 逐渐出现, 流向速度的亏损在发卡涡头部所处位置 $X=5.8$ inch 处达到了最大。拐点和流向速度亏损在 $X=6.1 \sim 6.3$ inch 逐渐消失, 因为这个区域处于发卡涡和前一个周期的湍流斑之间的空隙处, 流动仍处于层流流动。

小结

本章分析了边界层转捩过程中的拟序结构的产生和演化过程, 并探讨了拟序结构与雷诺应力, 壁面摩阻分布之间的关系。

最初阶段, 在外界扰动作用下, 由于边界层的不稳定性, 产生了二维不稳定波 (T-S 波) 并不断增强, 当二维不稳定波发展到一定程度时, 三维扰动的迅速增强, 流向涡分量出现并且不断增长, 二维展向涡逐渐出现了偏斜, 出现了 Λ 涡。 Λ 涡形成之后, 该拟序结构在自诱发机制下向远离壁面的方向运动, 由于头部自诱发作用最强, 因此头部上升得最快。由于头部远离壁面, 因而以较高的速度向下游运动, 而涡脚离壁面较近, 移动速度低, 因此该涡结构被逐渐拉伸。此时 Λ 涡头部的形状已不再为箭头状而是逐步变大变圆, 形成发卡涡。发卡涡在涡的拉伸机制作用下涡量逐渐加强。当拉伸到一定程度时, 发卡涡头部与涡脚连接处比较薄的部分开始断裂, 并在头部和断裂点的附近形成了很多新的小尺度涡结构, 依附在发卡涡主体之上。同时, 原发卡涡又在其下游诱发出新的发卡涡结构。拟序结构随着流动向下游运动, 原来大尺度的拟序结构变成了一个涡包, 涡包作为一个整体一起向下游运动并继续被主流的剪切拉伸。最后原先的发卡涡演化形成为了一个局部的湍流区域, 既湍流斑。随后湍流斑融合成完全的湍流。

本研究发现边界层转捩过程中的拟序结构与平板表面瞬时摩擦阻力之间关

系密切。发卡涡在其演化过程中, 与其诱导出的新的拟序结构一起, 造成了发卡涡头部所处的流向位置附近的摩擦阻力急剧上升。随着发卡涡的演化, 原先的拟序结构变得越来越复杂, 并与诱导出的新的拟序结构强烈的相互干扰, 造成了最大瞬时摩擦阻力系数(峰值)的增大。

第五章 结论

本文以来流马赫数 $Ma=0.7$, 雷诺数 $Re=50000/inch$ 的亚音速平板边界层的转捩和湍流为研究对象, 采用直接数值模拟(DNS)的方法, 模拟了亚音速平板边界层流动跨过感受过程从最不稳定扰动线形增长开始自然转捩到湍流的过程。在此基础上, 分析了平板边界层的线性稳定性, 研究了可压缩平板边界层从层流到湍流的转捩过程中流动的拟序结构演化过程以及与拟序结构相关的物理量, 探讨了可压缩平板边界层自然转捩 Breakdown 过程中的物理机理。得出以下结论:

1. 根据直接数值模拟结果得到的层流速度型, 对平板边界层的线性稳定性进行了分析。根据本文结果, 随着时间频率的增大, 同一时间频率 ω_r 下不稳定扰动波的最大增长率 α_r 呈现一个先增大后减小的趋势; 在本文中, 随着时间频率的增长, 同一频率下的最不稳定扰动从三维扰动逐渐转变为了二维扰动。在此基础上, 本文选取了 $\omega_r=1.56$ 时最不稳定的二维扰动波和同一时间频率 ω_r 下一对三维共轭谐波作为直接数值模拟可压缩平板边界层转捩和湍流数值流场入口的不稳定扰动波。

2. 本文给出了可压缩平板边界层的自然转捩与湍流的直接数值模拟结果, 模拟了亚音速平板边界层从层流经过自然转捩发展到湍流的整个过程。直接数值模拟结果的流场统计特征(包括平均速度分布、物面摩阻系数、湍流度等)与相关理论和实验符合甚好。说明本文所使用的数值方法能够有效地对所研究的问题进行模拟, 所得的结果是可靠而有效的并能够使用于亚音速平板边界层的转捩机理研究。

3. 基于本文中的直接数值模拟结果, 结合各文献教材对平板边界层的转捩描述, 本文详细地描述并边界层转捩过程中拟序结构的产生和演化过程; 分析了边界层内 Λ 涡、发卡涡、湍流斑以及湍流边界层形成的过程和演化的机理; 介绍了不同扰动振幅条件下, 拟序结构的不同演化形态及其原因; 同时发现了发卡涡头部脱落并离开边界层的现象和形成发卡涡串的现象。

4. 本文探讨了拟序结构与雷诺应力, 壁面摩阻分布之间的关系。发现在转

换过程中的 Breakdown 阶段, 瞬时雷诺应力在拟序结构的周围集中, 最大瞬时雷诺应力随拟序结构的演化逐渐的增大。同时研究发现边界层转换过程中的拟序结构与平板表面瞬时摩擦阻力之间关系密切。发卡涡在其演化过程中, 与其诱导出的新的拟序结构一起, 造成了发卡涡头部所处的流向位置附近的摩擦阻力急剧上升。随着发卡涡的演化, 原先的拟序结构变得越来越复杂, 并与诱导出的新的拟序结构强烈的相互干扰, 造成了最大瞬时摩擦阻力系数(峰值)的增大。通过这些结果探讨了转换机理, 并为下一步更深入地了解机理提供了有效的证据。