

实验中必须同步扫描探测器 1 和探测器 2 的空间位置，所以可以认为：

$r_{a1} = r_{a2} = r_a; r_{b1} = r_{b2} = r_b$ ，则有：

$$G^{(2)}(r_1, r_2) \propto \cos^2\left(\frac{(k_s + k_u)(r_a - r_b)}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{(k_s + k_u)b\theta}{2}\right). \quad (6.20)$$

由于 $k_s + k_u = k_s + (k_p + k_i) = 2k_p$ ，则双缝的分辨率为：

$$G^{(2)} \propto \cos^2\left(\frac{4\pi b}{\lambda}\theta\right), \quad (6.21)$$

λ 是经典光刻中光源的波长，也就是简并参量下转换光的波长 $\lambda = \lambda_p / 2$ 。同样方法考虑单缝衍射效应，我们在上式双缝干涉的基础上得到一个单缝的衍射包络，正比于 $\sin^2\left(\frac{4\pi a}{\lambda}\theta\right)$ 。所以利用纠缠传递的双光子纠缠源可以得到的双缝衍射分布为：

$$\sin^2\left(\frac{4\pi a}{\lambda}\theta\right) \cos^2\left(\frac{4\pi b}{\lambda}\theta\right). \quad (6.22)$$

比较式 (6.15)，(6.16) 和 (6.22)，我们发现采用普通的 SPDC 光源做量子光刻，可以使分辨率提高一倍，如果 SPDC 再级联一个频率上转换过程，分辨率可再提高一倍。也就是与经典光刻比较，分辨率提高了 3 倍。利用这种纠缠传递双光子源做光刻打破了人们之前对于量子光刻的分辨率认识，即：N 光子纠缠源的光刻分辨率提高到 N 倍。现在只用双光子纠缠源就可以实现 4 倍于经典光源的分辨率。目前 N 光子的纠缠源的实现难度还是非常大，所以这种纠缠传递的方法可能会率先得到应用。

§6.2.5 传递效率的估算

要实现并应用纠缠转移，一个很重要也是很实际的问题就是，怎样尽量提高和频过程的效率？让我们先看单通和频过程的上转换效率。非线性耦合波方程：

$$\begin{cases} \frac{dE_i}{dz} = -i \frac{\omega_i d_{eff}}{n_i c} E_p^* E_u \\ \frac{dE_u}{dz} = -i \frac{\omega_u d_{eff}}{n_u c} E_p E_i \end{cases}, \quad (6.23)$$

因为下转换得到的闲置光子数目相对泵浦光子来说很少，可以认为泵浦光在和频过程中是无损耗的。初始条件为：

$$E_i|_{z=0} = E_i(0), E_u|_{z=0} = 0, \quad (6.24)$$

令归一化振幅为 $A_{p,i,u} = \sqrt{\frac{n_{p,i,u}}{\omega_{p,i,u}}} E_{p,i,u}$ ，则光强 $I = \frac{\varepsilon_0 c \omega_{p,i,u} A_{p,i,u}^2}{2}$ 。耦合波方程可以写成：

$$\begin{cases} \frac{dA_i}{dz} = -i\kappa A_p^* A_u \\ \frac{dA_u}{dz} = -i\kappa A_p A_i \end{cases}, \quad (6.25)$$

其中 $\kappa = \frac{d_{eff}}{c} \sqrt{\frac{\omega_p \omega_i \omega_u}{n_p n_i n_u}}$ 。上式得解析结果为：

$$\begin{cases} A_i(z) = A_i(0) \cos(\kappa A_p z) \\ A_u(z) = A_i(0) \sin(\kappa A_p z) \end{cases}, \quad (6.26)$$

光场能量在闲置光与和频光之间交替振荡。其实这是光子数守恒关系

$\frac{A_i^2(z) + A_u^2(z)}{A_i^2(0)} = 1$ 决定的。因为光子数 $N_{i,u} = \frac{s \varepsilon_0 c \omega_u A_{i,u}^2}{\hbar \omega_{i,u}} \propto A_{i,u}^2$ ， s 是相互作用

截面面积。以上计算表明：提高和频过程的转换效率，核心在于提高泵浦光的功率密度。取一个典型的实验配置：泵浦光束腰 40 微米，晶体长度 20mm。有效非线性系数 $d_{eff} = d_{33} \pi / 2$ 。图 6.4 是和频效率和泵浦光功率之间的关系：

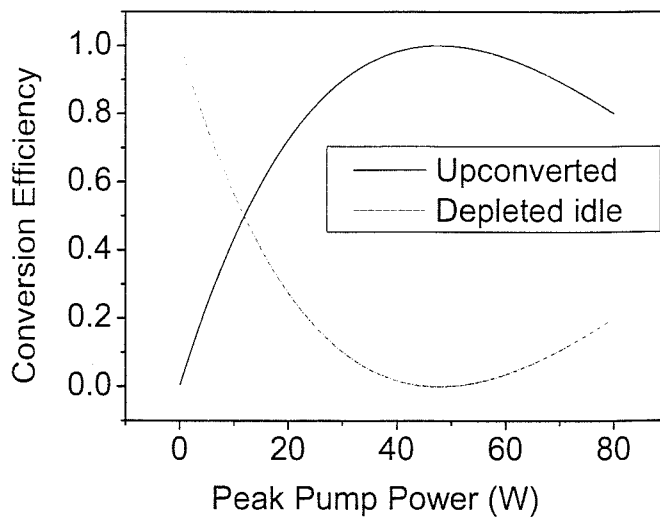


图 6.4 闲置光场与和频光场的能量随泵浦功率变化的关系

可见 50W 左右的泵浦光可以将较弱的闲置光百分百的上转换掉。这是对泵浦光峰值功率的要求，利用脉冲泵浦光很容易达到要求。但是在脉冲泵浦的实验配置会使符合计数率会受到重复频率的限制，所以理想的光源还是连续泵浦光源。

前面提到，国际上已经有几个研究组在研究怎样利用上转换将近红外光子上转换到易于探测的可见光波段，实现尽可能高的转换效率。斯坦福大学的 Feijer 研究组和 Northwestern 大学的 Sarah 等人采用波导结构的周期极化铌酸锂晶体^[7,8]，在较低的泵浦功率（<1W）就可以达到 100% 的上转换效率。上海华东师大的 Zeng 教授组利用腔内倍频技术在腔内 $1.064\mu\text{m}$ 的有效能量为 80W 的时候将 $1.55\mu\text{m}$ 的近红外光子几乎完全转化到可见光波段^[10]。这些工作已经很好的展示了频率上转换的效率，遗憾的是这些工作都没有继续研究纠缠光子经和频后的其纠缠特性转移情况。要研究纠缠光子经泵浦和频后的纠缠特性，这确实很有挑战性。因为利用传统的双折射相位匹配晶体或者常见的周期极化晶体都无法保证高效的纠缠传递。本实验设计了一块特殊结构调制的钽酸锂光学超晶格，可以让参量下转换过程和闲置光子与泵浦光子上转换过程在一块晶体内同时达到相位匹配。虽然根据 (6.26) 式估计 1W 泵浦光可以实现 1% 的和频效率，但是实验中测到的和频效率远低于此。实验发现 1W 的泵浦光输出的信号光光子与和频光光子的光子数分别为： $R_{\text{signal}} = 10^9 \text{ c/s}$ 和 $R_{\text{up}} = 10^3 \text{ c/s}$ 。如果降低泵浦光功率使得信号光子降到 1Mc/s 的光子计数率水平，这时候的和频光子相对信号光比例只有 10^{-8} ，无法看到符合计数。和频效率远低于预期，究其原因主要是不能使所有时空分布内的闲置光都有效地参与和频：

(1) 和频过程的带宽匹配问题。因为自发参量下转换过程的特性之一就是带宽非常宽，所以闲置光中只有很少一部分可以用于和频。这个问题实际上是可以克服的，我们可以通过选取带宽较窄的干涉滤光片（比如：FWHM 为 1nm）将信号光中与和频光对应的频率部分准确的挑选出来；

(2) 和频过程的空间模式匹配问题。因为参量荧光的特性之二就是方向性较差，这样还需要从空间上来找出与和频光对应的信号光，所以还需一个精细的空间滤波；

除此之外可以借鉴其他研究组在高效上转换红外波段单光子的工作中采用的技术途径^[7-13]：

(1) 制备成超晶格波导^[7,8]。波导结构有两大好处：减小相互作用面积，增加相互作用参量光强度，提高和频效率；空间模式重叠比较好。

(2) 使用对闲置光高共振的 OPO 谐振腔^[10]。闲置光多次通过晶体可以极大增加自发参量下转换的几率和与泵浦光子共振的几率，所以该方案实际上采用的腔内和频技术。然而谐振腔的引入必然对双光子的纠缠时间特性有所影响。对于 OPO 腔如何改变纠缠光子的时间行为，Z. Y. Ou 等人已经有研究^[15]，我们在下面的实验中可以借鉴。

§ 6.3 光学超晶格中的其他奇异双光子态

增加光学超晶格调制的维度或者在调制序列中添加特定的空间花样^[10]，可获得很多其他的奇异双光子态。下面举两个实例：

一、空间（动量）关联调制双光子态

如果我们除了给晶体一个纵向满足相位匹配要求的调制，对其横向额外添加一个图案信息，那么我们就可以将这个信息写入双光子的空间谱函数中，这时双光子的空间关联也就传递了图像信息。假设横向调制 $T(\vec{\rho})$ ，那么双光子的波函数变成：

$$|\varphi\rangle = \int d\nu \phi_L(\nu) \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} \int d\vec{\rho} T(\vec{\rho}) e^{i\vec{\rho} \cdot (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)} \hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ |0\rangle, \quad (6.27)$$

横向调制的傅立叶变换 $T(\vec{\rho}) = \int d\vec{k} e^{i\vec{k} \cdot \vec{\rho}} f(\vec{k})$ ，单光子探测器 1 和 2 处的电场用格林函数的演化表示为：

$$E_j^{(+)}(\vec{r}_j, t_j) = \sum_{\vec{k}_j} e^{-i\omega_j t_j} g(\vec{k}_j, \omega_j; \vec{\rho}_j, z) \hat{a}_{\vec{k}_j} \quad (j=1,2), \quad (6.28)$$

远场的横向关联振幅为：

$$A(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \langle 0 | E_1 E_2 | \varphi \rangle = \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} \int d\vec{\rho}_s d\vec{\rho}'_s e^{-i(\frac{\omega_1}{cz_1} \vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_s + \frac{\omega_2}{cz_2} \vec{\rho}_2 \cdot \vec{\rho}'_s)} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{\rho}_s + \vec{k}_2 \cdot \vec{\rho}'_s)} \int d\vec{\rho} T(\vec{\rho}) e^{i\vec{\rho} \cdot (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}, \quad (6.29)$$

经过合理近似后（晶体有效作用截面面积无穷大，横向模式无穷多），我们得到：

$$A(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = f\left(\frac{\omega_1}{cz_1} \vec{\rho}_1 + \frac{\omega_2}{cz_2} \vec{\rho}_2\right) \quad (6.30)$$

其中 $f(x)$ 函数就是横向调制函数的傅立叶变换。 $T(\vec{\rho})=1$ ，即退化到横向均匀调

制的材料，傅立叶变换 $f(x)$ 就是 δ 函数 (5.19) 式。上式清楚地说明晶体内部的图案信息加载到了双光子的谱函数当中，并且当单个探测器扫描而不作符合测量时，无法获取图案信息。要获取图案信息就必须做符合测量。这意味使用纠缠光子可以高度保密的传递图像信息，为未来的量子通讯增添了新的功能和研究内容。同时我们发现，如果探测器 1 和 2 作同步扫描，那么符合测量得到图案分辨率可以提高 1 倍。这在亚波长量子干涉、亚波长量子成像中有很好的应用前景。

二、 高维双光子态

因为光学超晶格中很容易实现多重相位匹配，我们通过适当设计可以让一对双光子同时具有几种可能的相位匹配方式，可以产生频域、或者路径的高维叠加态。下面以二维正方点阵为例，介绍一种路径纠缠的高维双光子态：

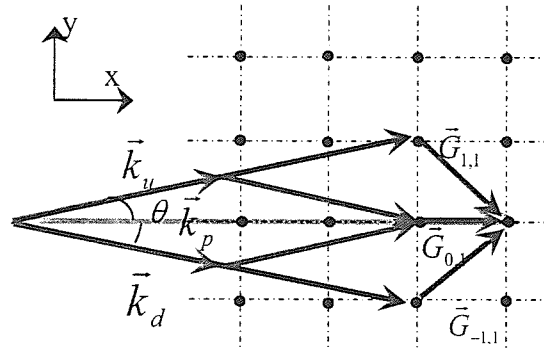


图 6.5 正方点阵到空间示意图及三种可能的相位匹配方式

为了简单起见，设计 $532\text{nm} \rightarrow 1064\text{nm}$ 的简并参量下转换过程。该过程可以有两种基本的相位匹配模式（参见第二章），泵浦光平行于 $\hat{x}$ 轴。匹配模式一：利用与泵浦光平行的倒格矢 $\vec{G}_{0,1}$ ，参量下转换的信号光和闲置光组成一个菱形匹配，信号光和闲置光在泵浦两侧 $\pm\theta$ 处对称输出。匹配模式二：利用与泵浦成 45° 的倒格矢 $\vec{G}_{1,1}$ 与 $\vec{G}_{-1,1}$ ，参量下转换的信号光和闲置光共线，同时在泵浦同侧 $+\theta$ 或者 $-\theta$ 输出。这个结构的巧妙之处在于： $\vec{G}_{0,1}$ 正好是 $\vec{G}_{1,1}$ 与 $\vec{G}_{-1,1}$ 的投影，所以这两种匹配模式能够同时发生，于是产生的双光子态处于这两种相位匹配模式的叠加态：

$$|\varphi\rangle = \varphi_0 \frac{1}{\sqrt{3}} (\alpha^2 |u\rangle|u\rangle + \alpha^2 |d\rangle|d\rangle + \beta^2 |u\rangle|d\rangle) \quad (6.31)$$

设计恰当的干涉光路（比如 Mach-Zehnder 干涉仪）可以测出该两光子的高维特性。通过控制两种匹配过程的相对强弱，还可以把上述双光子态的维度从三维降到二维甚至一维。当然除了这种正方点阵，六角点阵也可以达到相同的效果，甚至可以实现更高维的双光态。这种高维双光子态可望在量子计算和量子通信、量子波分复用中有新的用途，相关的实验已经在进行之中。

§ 6.4 本章小节

本章主要介绍了光学超晶格中的几种特异双光子态，包括纠缠转移双光子态、空间调制双光子态及高维的路径纠缠双光子态。理论研究表明：和频过程能很好的传递参量下转换双光子的时间、空间纠缠特性，证明了和频过程是保真度非常高的量子信息转移通道。同时，经和频后的新的纠缠光子用作光刻光源的话，能将经典光刻分辨率提高 3 倍。空间调制双光子态及路径高维双光子态可以充分发挥超晶格灵活设计的优势，以期在量子传像和量子计算中找到新的应用。

【参考文献】

- [1] A. K. Ekert, Phys. Rev. Lett. **67**, 661 (1991)
- [2] C. H. Bennett and S. J. Wiesner, Phys. Rev. Lett. **69**, 2881 (1992)
- [3] B. E. A. Saleh, S. Popescu, and M. C. Teich, in *Proceedings of the Ninth Annual Meeting of IEEE Lasers and Electro-Optics Society*, edited by P. Zory (IEEE, Piscataway, NJ, 1996), Vol. 1, pp. 362-363, Catalog No. 96CH35895
- [4] D. V. Strekalov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3600 (1995); T. B. Pittman *et al.*, Phys. Rev. A **52**, R3429(1995)
- [5] A. N. Boto *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2733 (2000); M. O. Scully, in *Proceedings of the Conference on Effects of Atomic Coherence and Interference in Quantum Optics, Crested Butte, Colorado, 1993* (IOP, Bristol, 1994); see also U. Rathe and M. O. Scully, Lett. Math. Phys. **34**, 297(1995)
- [6] D. Bouwmeester, J. W. Pan, M. Daniell *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1345 (1999); Z. Zhao, T. Yang, Y.-A. Chen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 180401 (2003); K. J. Resch, P. Walther, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **94**, 070402 (2005); Z. Zhao, Y.-A. Chen, A.-N. Zhang *et al.*, Nature **430**, 54 (2004)
- [7] R. V. Roussev *et al.*, Opt. Lett. **29**, 1518 (2004)
- [8] S. W. Dugan *et al.*, QThJ2, p661, CIEO/QELS(2005)
- [9] S. Tanzilli *et al.*, Eur. Phys. J. D **18**, 155-160 (2002)
- [10] H. Pan *et al.*, Opt. Lett. **31**, 793 (2006); Appl. Phys. Lett. **89**, 191108 (2006)
- [11] K. Yoshino *et al.*, Appl. Phys. Lett. **90**, 041111 (2007)
- [12] M. Albota *et al.*, Opt. Lett. **29**, 1449 (2004)
- [13] M. Albota *et al.*, J. Mod. Opt. **51**, 1417 (2004)
- [14] S. Tanzilli *et al.*, Nature **437**, 116 (2005)
- [15] Z. Y. Ou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2556(1999)
- [16] G. Molina-Terriza *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 065802 (2005)

第七章 光学超晶格中的EPR三光子态

§ 7.1 引言

贝尔不等式的出现及实验验证^[1-3]，对现有的量子力学理论体系是一个有力的支持，但是在很多情况下用隐变量理论来讨论双粒子纠缠体系也能得出和量子力学一样的结论^[4]，量子力学的地位一度再受怀疑，要彻底对量子力学和隐变量理论进行评判，必须寻求新的量子态。于是 Zeilinger 等人提出了一种三粒子体系的纠缠态--GHZ 态^[5]，使得量子力学与隐变量理论划清了界限。在最近一二十年内纠缠的三个及三个以上多光子纠缠态吸引了很多研究者的兴趣。当然纠缠多光子态并不局限于 GHZ 态，还有 W 态等^[6]。研究进展表明，多粒子纠缠态不但可以让人们更加清楚的认识量子力学的本质，还会在量子通讯^[7]、量子密集编码^[8]、量子克隆^[9]、量子密钥分发^[10]等领域带来革命性的变化。实验上的进展也是异常迅速^[11]，其中奥地利的 Zeilinger 小组做了突出的贡献。不过，目前所有实验中的多光子态 ($n \geq 3$) 都是对多个双光子 EPR 态进行后天选择，让双光子的直积态向某个多光子态“投影”。然而如果多光子纠缠态是在晶体内部通过非线性相互作用，由基本的动量、能量守恒定律约束产生，那么这种多光子则这称为 EPR 多光子态。其内禀的纠缠特性与“投影”方法得到的多光子态截然不同，前者揭示的物理本质会更加深刻，应用前景也会更加丰富。

通过非线性作用直接产生多光子 EPR 纠缠态已经有一些理论尝试和实验方案^[12,13]。比如 Keller 等人提出了基于 LBO 等双折射晶体中参量折返效应的级联二阶过程^[13]，即在晶体内先产生两对自发参量下转换光子然后两对光子中各有一个光子参加到后面的和频过程中，这样就可以产生一个三光子 EPR 纠缠态。这种实验方案至少需要两块双折射相位匹配晶体，晶体之间的有效耦合和光路调整都存在着较大困难，所以目前为止案还只是限于理论探讨。

基于第二章的实验结果，本章提出利用光学超晶格材料制备这种 EPR 三光子态的设想，并在理论上探讨了在光学超晶格材料中产生多光子纠缠态的实验方案、多光子纠缠特征及可能的应用等。

§ 7.2 光学超晶格中的EPR三光子态

§7.2.1 EPR三光子态的产生方案

两个参量下转换过程再级联一个和频过程，三个过程都需要满足能量守恒和动量守恒条件，至少需要利用两块传统的双折射光学晶体。相比之下，设计一块光学超晶格材料提供三个倒格矢分别参与到三个非线性过程并不困难。比如可以设计这样一个级联二阶过程：泵浦光先自发参量下转换产生两对参量光子，然后两对纠缠光子对中的闲置光子和频到新的频率。示意图如下：

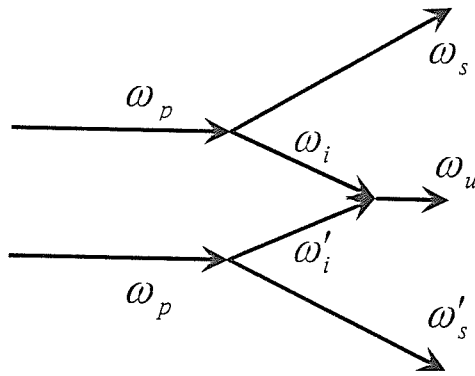


图 7.1 参量下转换级联和频过程的示意图

两个信号光子 ω_s 、 ω'_s 及和频光子 ω_u 组成一个EPR三光子态。三个参量过程分别满足各自的能量和动量守恒条件：

$$\begin{aligned} \Delta \vec{k}_1 &= \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i - \vec{g}_1 = 0, \Delta \omega_1 = \omega_p - \omega_s - \omega_i = 0 \\ \Delta \vec{k}_2 &= \vec{k}_p - \vec{k}'_s - \vec{k}'_i - \vec{g}_2 = 0, \Delta \omega_2 = \omega_p - \omega'_s - \omega'_i = 0. \\ \Delta \vec{k}_3 &= \vec{k}_u - \vec{k}_i - \vec{k}'_i - \vec{g}_3 = 0, \Delta \omega_3 = \omega_u - \omega_i - \omega'_i = 0 \end{aligned} \quad (7.1)$$

如果两个参量下转换过程简并，那么这正是第二章中描述的参量自倍频过程。在第二章中我们已经描述了上述过程的经典性质，在泵浦功率比较大的时候，参量下转换与和频过程的效率分别达到了 10% 和 14%，泵浦光单次通过晶体能达到这么高的转化效率，主要是因为光学超晶格可以利用较大的非线性系数、能够实现高效的多波耦合。本章将这个相互作用系统量子化，重点研究所产生的三光子的物理特征和可能的应用。

§7.2.2 EPR三光子态函数

该体系相互作用哈密顿量 H_I 由三部分组成：

$$\begin{aligned} H_I &= H_I^{(1)} + H_I^{(2)} + H_I^{(3)} \\ &= \int d^3r \frac{\varepsilon_0 \chi^{(2)}}{2} \{ E_p^{(+)} E_1^{(-)} E_1^{(-)} + E_{p'}^{(+)} E_2^{(-)} E_2^{(-)} + E_3^{(-)} E_1^{(+)} E_2^{(+)} \}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

Shrodinger 表象中求解三光子的量子态, $|\psi\rangle = e^{\frac{1}{i\hbar} \int dt H_I(t)} |0\rangle$, 展开到三阶项, 则有:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |0\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int dt H_I(t) |0\rangle + \frac{1}{(i\hbar)^2} \iint dt dt' H_I(t) H_I(t') |0\rangle \\ &\quad + \frac{1}{(i\hbar)^3} \iiint dt dt' dt'' H_I(t) H_I(t') H_I(t'') |0\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (7.3)$$

其中第一项是真空涨落项。第二项就是我们前面熟悉的自发参量下转换的纠缠双光子态。第三项描述的是参量放大过程 (OPA), 在高泵浦功率下这个过程可以变得很强, 超过前面自发参量光子的强度。第四项里出现了我们需要的三光子态。下面我们重点研究这一项:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{(i\hbar)^3} \iiint dt dt' dt'' H_I(t) H_I(t') H_I(t'') |0\rangle \\ &= \psi_0 \sum_{\vec{k}_s, \vec{k}'_s, \vec{k}_u} \sum_{\vec{k}_i, \vec{k}'_i} U(\vec{k}_s, \vec{k}'_s, \vec{k}_u; \vec{k}_i, \vec{k}'_i) \hat{a}_s^{(+)} \hat{a}_{s'}^{(+)} \hat{a}_u^{(+)} |0\rangle, \end{aligned} \quad (7.4)$$

其中 $U(\vec{k}_s, \vec{k}'_s, \vec{k}_u; \vec{k}_i, \vec{k}'_i) = \iiint d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 e^{i\Delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + i\Delta\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + i\Delta\vec{k}_3 \cdot \vec{r}_3} \delta(\Delta\omega_1) \delta(\Delta\omega_2) \delta(\Delta\omega_3)$ 称为三光子谱函数, ψ_0 是与泵浦光强度、三个过程的二阶非线性系数等有关的常数。

这里认为泵浦光是连续光且作无损耗的小信号近似, 视为经典场, 信号光场、闲置光场和上转换光场均作量子化处理。如果相互作用体积近似为无穷大, 那么三光子波函数进一步简化为:

$$|\psi\rangle = \psi_0 \sum_{\vec{k}_s, \vec{k}'_s, \vec{k}_u} \delta(2\omega_p - \omega_s - \omega'_s - \omega_u) \delta(2\vec{k}_p - \vec{g} - \vec{k}_s - \vec{k}'_s - \vec{k}_u) \hat{a}_{\vec{k}_s}^{(+)} \hat{a}_{\vec{k}'_s}^{(+)} \hat{a}_{\vec{k}_u}^{(+)} |0\rangle, \quad (7.5)$$

其中 $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3$ 。我们看到这是一个标准的 EPR 三光子态。这两个 δ 函数将三光子的诸多参数关联在一起。这三个光子中任一个的动量或能量都是不确定的, 然而只要知道其中一个光子的动量或能量, 那么其他两个光子的动量或能量

之和就是一个 100% 可预知。这其实是一只“薛定谔猫”，英文中用“Three-photon”已经不能准确地表达这种密切的内在联系，所以有了“Triphoton”这个词，就像“Biphoton”更能表达双光子 EPR 态的内在一样。

§7.2.3 EPR 三光子态的时间关联

上节中的谱函数 $U(\vec{k}_s, \vec{k}'_s, \vec{k}_u; \vec{k}_i, \vec{k}'_i)$ 的不可分解特性体现了三光子态的纠缠特征。想知道其具体的空间（动量）关联特性和时间（能量）关联特性，需要进行进一步的理论计算。

类似两光子的处理方法，我们求解三光子的时间关联时仍作傍轴近似，毋须考虑横向动量的积分，波函数简化为：

$$|\psi\rangle = \psi_0 \iint d\nu_s d\nu'_s L_1(\nu_s D_{s1}) L_2(\nu'_s D'_{s'1'}) L_3(\nu_s D_{u1} + \nu'_s D'_{u'1'}) \hat{a}_s^{(+)} \hat{a}_{s'}^{(+)} \hat{a}_u^{(+)} |0\rangle. \quad (7.6)$$

这里我们引入两个变量：两个参量下转换过程中产生的信号光子 ω_s 和信号光子 ω'_s 的频率相对于中心频率 Ω_s, Ω'_s 失谐量分别为 ν_s 和 ν'_s 。根据能量守恒条件，各个光场的频率都可以用 ν_s 和 ν'_s 表示：

$$\begin{aligned} \omega_s &= \Omega_s + \nu_s, \omega_i = \Omega_i - \nu_s; \\ \omega'_s &= \Omega'_s + \nu'_s, \omega'_i = \Omega'_i - \nu'_s; \\ \omega_u &= \Omega_i + \Omega'_i - (\nu_s + \nu'_s) = \Omega_u - (\nu_s + \nu'_s) \end{aligned} \quad (7.7)$$

假设探测器 D_1 、 D_2 和 D_3 分别探测的是信号光子 ω_s 、信号光子 ω'_s 和上转换和频光子 ω_u 。三光子态的时间关联函数 $G^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = |A(\tau_1, \tau_2, \tau_3)|^2$ ，其中 $A(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ 定义为三光子态的几率幅，其中 $\tau_j = t_j - \frac{z_j}{c}$ ($j=1,2,3$) 分别代表三个探测器所在的时空点。

$$\begin{aligned} A(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= \langle 0 | E_1^{(+)}(t_1, z_1) E_2^{(+)}(t_2, z_2) E_3^{(+)}(t_3, z_3) | 0 \rangle \\ &= A_0 \iint d\nu_1 d\nu_2 e^{-iT_{31}\nu_1} e^{-iT_{32}\nu_2} F(\nu_1, \nu_2) \end{aligned} \quad (7.8)$$

其中 $F(\nu_1, \nu_2) = \sin c(\frac{\nu_1 D_{11} l}{2}) \sin c(\frac{\nu_2 D_{22} l}{2}) \sin c(\frac{\nu_1 D_{31} l + \nu_2 D_{32} l}{2})$ ， $\tau_{ij} = \tau_i - \tau_j$ 是探

测器 m 、 n 接收到单光子的时间之差， $D_{mn} = \frac{1}{u_m} - \frac{1}{u_n}$ 是光场 m 、 n 在晶体内的群速倒数之差。我们可以看到三个光子触发探测器的时间被关联到了一起。这个关联的起源就是级联的和频过程，也就是 $F(\nu_1, \nu_2)$ 中的第三个 sinc 函数，它使 ν_1 和 ν_2 变得不独立，最终带来两个相对时间 τ_{31} 和 τ_{32} 之间的关联。这正是这种多光子 EPR 态区别于“投影”多光子态的地方。因为利用投影方法产生的三光子态的 τ_{31} 和 τ_{32} 是相互独立的。为了更清楚的看到这种 EPR 三光子时间关联的特征，我们试着进一步解析 (7.8) 式。设新的变量： $\nu_+ = \nu_1 + \nu_2$ ， $\nu_- = \frac{\nu_1 - \nu_2}{2}$ 。对于参量自倍频过程， $D_{31'} = D_{32'}$ ，(7.8) 式则简化为：

$$A(\tau_{31}, \tau_{32}) \propto \prod(\tau_{31} + \tau_{32}, -D_{31'}l/2)\delta(\tau_{31} - \tau_{32}) \quad (7.9)$$

其中矩形函数 $\prod(x, a) = 1, x \in (0, a)$ 。从 (7.9) 式能看出，三光子关联时间的窗口大小仍然由晶体的群速色散 $D_{mn}l$ 决定，但是三光子态的几率分布沿时间轴 $\tau_{31} + \tau_{32}$ 和 $\tau_{31} - \tau_{32}$ 不对称，这个不对称分布是三光子时间关联的主要特征。数值求解 (7.8) 式，可以得到图 7.2，证明三光子的时间行为和前面理论是分析一致的。

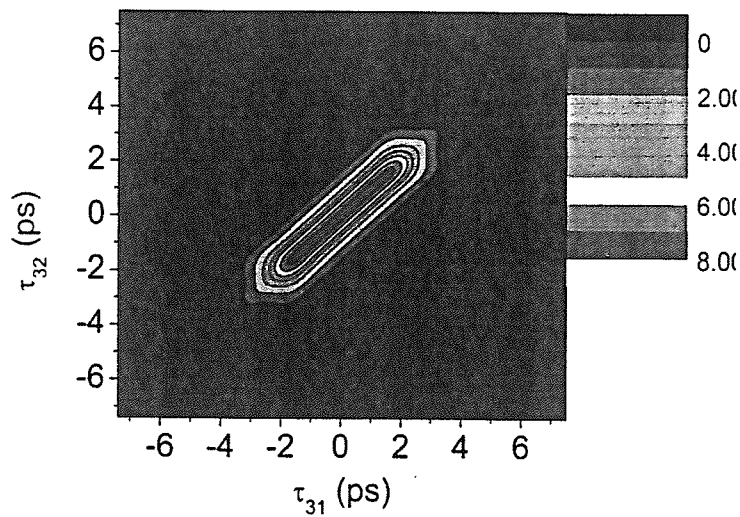


图 7.2 三光子时间关联函数 $G^{(3)}(\tau_{31}, \tau_{32})$ 的俯视图

需要注意的是：三阶关联函数应该是变量 τ_1 、 τ_2 和 τ_3 的函数，三维作图时，我们却只需要选取相对时间 τ_{31}, τ_{32} 作为变量。其实这在物理上也是很好理解的，因为三个触发时间 τ_1, τ_2 和 τ_3 只有两个约束条件，所以可以让其中任一个作为自由变量，这里自由变量是 τ_3 。

§7.2.4 EPR三光子的空间关联

为了考察三光子完整的时空特性，我们还需对其空间关联进行分析。从三维积分的波函数开始，(7.4) 式在傍轴近似下纵向（时间）部分谱函数和横向（空间）部分谱函数是独立的：

$$|\psi\rangle = \psi_0 \iint d\nu_s d\nu'_s \phi_L(\nu_s, \nu'_s) \iint d\vec{k}_s d\vec{k}'_s H(\vec{k}_s, \vec{k}'_s) \hat{a}_s^{(+)} \hat{a}_{s'}^{(+)} \hat{a}_u^{(+)} |0\rangle, \quad (7.10)$$

其中纵向谱函数：

$$\phi_L(\nu_s, \nu'_s) = \sin c(\nu_s D_{si} l / 2) \sin c(\nu'_s D_{s'i'} l / 2) \sin c(\nu_s D_{ui} l / 2 + \nu'_s D_{u'i'} l / 2), \quad (7.11)$$

横向谱函数：

$$H_T(\vec{k}_s, \vec{k}'_s) = \iiint d\vec{k}_i d\vec{k}'_i d\vec{k}_u T(\vec{k}_s + \vec{k}_i) T(\vec{k}'_s + \vec{k}'_i) T(\vec{k}_u - \vec{k}_i - \vec{k}'_i), \quad (7.12)$$

其中 $T(\Delta\vec{k}_i) = \int d\vec{\rho}_i e^{-i\Delta\vec{k}_i \cdot \vec{\rho}_i}$ ， $\Delta\vec{k}_i$ ($i=1, 2, 3$) 代表三个参量过程中的横向波矢失配，分别为 $\Delta\vec{k}_1 = \vec{k}_s + \vec{k}_i$ ， $\Delta\vec{k}_2 = \vec{k}'_s + \vec{k}'_i$ ， $\Delta\vec{k}_3 = \vec{k}_u - \vec{k}_i - \vec{k}'_i$ ， $\vec{k}_j$ ($j=s, i, s', i', u$) 是几个光场波矢的横向分量波矢。

三光子几率幅包括横向和纵向两部分：

$$A(\tau_1, \tau_2, \tau_3; \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3) = A_0 L g(\tau_1, \tau_2, \tau_3) Tr(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3). \quad (7.13)$$

时间部分已经在上一节详细研究过，这里主要考察空间关联：

$$Tr(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3) = \iiint d\vec{\rho}_{s1} d\vec{\rho}_{s2} d\vec{\rho}_{s3} \prod_i G(|\vec{\rho}_i - \vec{\rho}_{si}|, \frac{\omega_i}{cz_i}) e^{i \sum_i \vec{k}_i \cdot \vec{\rho}_{si}} \iint d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 H(\vec{k}_1, \vec{k}_2). \quad (7.14)$$

我们仍然根据非线性光学作用截面面积和横向模式数目进行讨论：

- (1) 相互作用面积有限，并且横模数较少

$$Tr(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3) = \iint d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 \iiint d\vec{k}'_1 d\vec{k}'_2 d\vec{k}_3 \prod_i \text{somb}(\vec{k}_i - \frac{\omega_i}{cz_i} \vec{\rho}_i) \prod_i \text{somb}(\Delta \vec{k}_i); \quad (7.15)$$

(2) 相互作用面积有限, 并且横模数无穷

$$Tr(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3) = \int d\vec{\rho}_s e^{-i(\frac{\omega_1}{cz_1} \vec{\rho}_1 + \frac{\omega_2}{cz_2} \vec{\rho}_2 + \frac{\omega_3}{cz_3} \vec{\rho}_3) \cdot \vec{\rho}_s} = \text{somb}\left(\left[\frac{\omega_1}{cz_1} \vec{\rho}_1 + \frac{\omega_2}{cz_2} \vec{\rho}_2 + \frac{\omega_3}{cz_3} \vec{\rho}_3\right] a\right); \quad (7.16)$$

(3) 相互作用面积无穷, 并且横模数无穷

$$Tr(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3) = \delta\left(\frac{\omega_1}{cz_1} \vec{\rho}_1 + \frac{\omega_2}{cz_2} \vec{\rho}_2 + \frac{\omega_3}{cz_3} \vec{\rho}_3\right). \quad (7.17)$$

(7.17) 式非常清楚地描述了 EPR 三光子态的性质: 各个单光子在空间哪点塌缩完全不确定, 但是如果光子 1 被测到在某个位置, 那么另外两个光子 2、3 所在位置之和就定了, 但是并不能分别知道这两个光子在那里被测到的几率最大。这就是一个薛定谔猫态, 光子 1 就如那罐毒气, 而光子 2 和光子 3 则分别代表了猫的“活态”和“死态”, 同时这个三光子态又是个标准的 EPR-GHZ 态。

§ 7.3 EPR三光子态的应用实例

前面两节对EPR三光子的时空特性的分析, 清楚地揭示了EPR三光子和目前“投影”方法产生的三光子态的不同之处。就时间关联特征, 目前的探测手段还不能区分两种态, EPR三光子关联特征在ps范围内, 而“投影”多光子态更一般是在一个fs脉冲内产生, 由于目前的单光子探测器的响应时间抖动为几百ps, 完全掩盖了时间关联的细节。所以EPR多光子态和后选择多光子态的可测量的区别应该是空间关联的有无, 这也正是两者之间最大的区别。造成这种本质区别的原因就是: 经由非线性过程产生的三光子态满足动量、能量守恒条件, 三光子除了时间上的内在关联特征, 在空间也具有内在关联特性。这种EPR三光子态有全新的应用领域, 比如量子光刻、量子成像等, 下面分别做介绍。

§7.3.1 量子成像

§7.3.1.1 EPR双光子“鬼成像”

为了研究利用 EPR 三光子态的量子成像, 有必要先介绍一下 EPR 双光子的量子成像, 也就是所谓双光子“鬼成像”。Shih 等研究组^[14, 15]利用纠缠光子成像

做了很多开创性工作，这种成像基于双光子符合测量，成像的光路和经典成像有所区别，下图是一个简单的示意图。

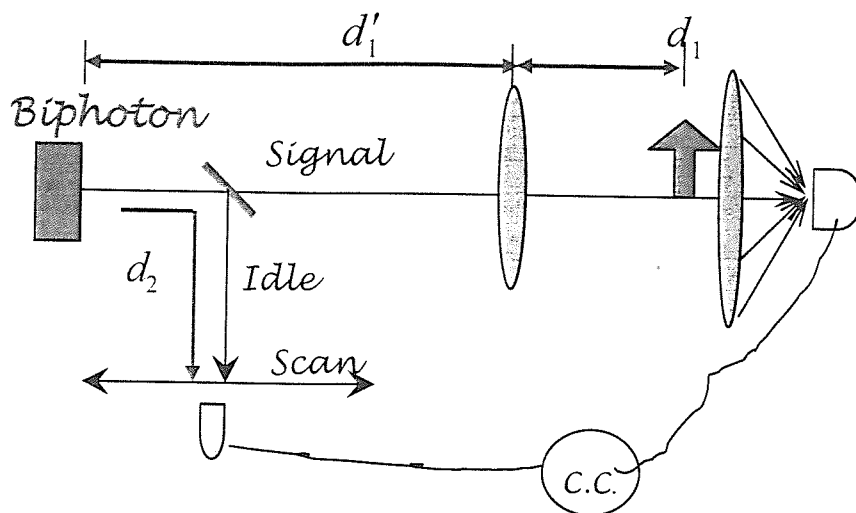


图 7.3 EPR 双光子“鬼成像”实验光路图

参量下转换 (SPDC) 的纠缠双光子源经过分束镜后信号光和闲置光分成两路，信号光路中放置一个成像透镜，然后放置一个物体，由一个等效体探测器探测。等效体探测器可以用下面的方法实现：在成像物后紧贴一个透镜将所有的信号光子收集到单光子探测器 D_1 。闲置光路则只需要放置一个点探测器扫描探测即可。经计算和实验结果得知 EPR 双光子成像公式：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{\frac{\omega_1}{\omega_2} d_2 + d'_1}, \quad (7.18)$$

这就是著名的 Klyshko 薄透镜成像公式^[12, 13]。其中 d_1 是物距 S_o ，也就是物到透镜

的距离， $\frac{\omega_1}{\omega_2} d_2 + d'_1$ 是像距 S_i ，像距定义与经典不同，它是从透镜出发回到双光

子源的距离 d'_1 加上从双光子源出发到达探测器 D_2 的等效距离，也就是 d_2 乘以信号光和闲置光的波长之比。这个成像过程经典理论无法解释的，因为经典像成在信号光一路，而量子成像却是通过在闲置光一路的单光子探测得到的。成像出现在经典理论预料不到的位置，被戏称为“鬼成像”。

有了成像公式后 (7.18) 式就可以给出简单的物像对应关系：

$$A(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) = \text{somb}\left(N.A. \frac{\omega_1}{c} \left| \bar{\rho}_1 - \frac{1}{m} \bar{\rho}_2 \right| \right), \quad (7.19)$$

其中成像放大倍数 $m = -\frac{S_i}{S_o}$ ，数值孔径 $N.A. = \frac{D}{S_o}$ 。借助下面的双光子“鬼成像”

的原理图，我们可以进一步理解这个成像过程的实质。

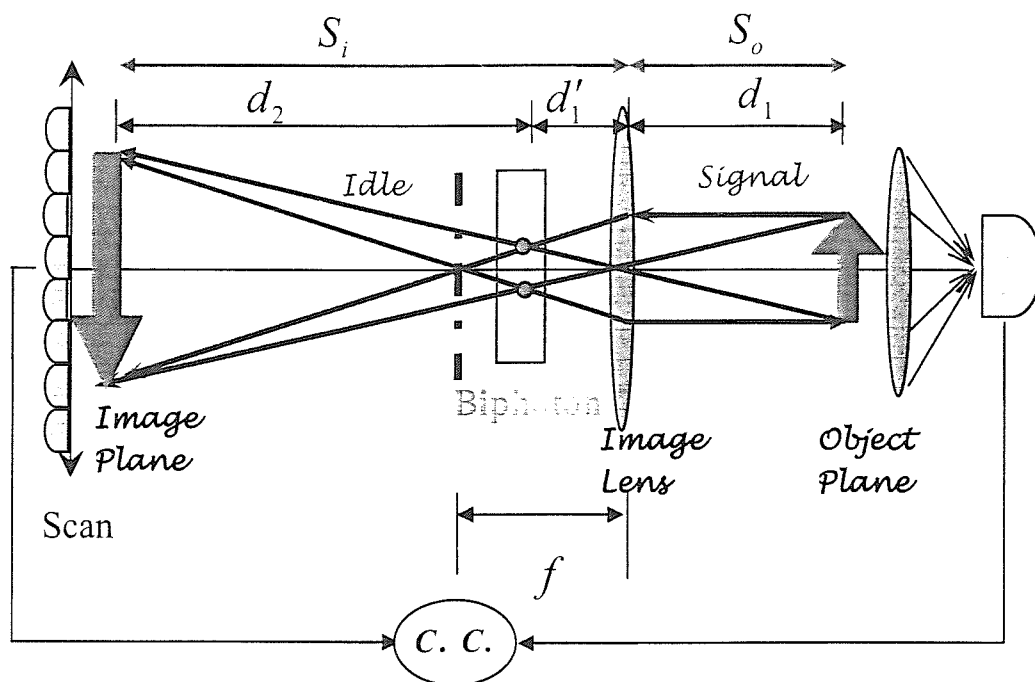


图 7.4 EPR 双光子“鬼成像”原理图

EPR 双光子源中的每一对光子都满足动量守恒和能量守恒，向相反方向发出信号光子和闲置光子，照到物体上的信号光子必定可以通过符合测量在像平面内的找到对应的闲置光子。尤其要注意的是由于双光子态是纯态，每对光子都包含了各种可能的动量方向，所以单对光子就可以成完整的像，就像图 7.4 表示的那样。最后的成像效果是晶体内各处双光子源的相干叠加。所以双光子成像是一种相干成像，有别于热光场的非相干成像^[16]。

§7.3.1.2 EPR 三光子“鬼成像”

受 EPR 双光子成像的启发，我们提出了 EPR 三光子成像并进行了理论研究。为了简单起见，讨论一物一透镜系统，光路示意图如图 7.5：

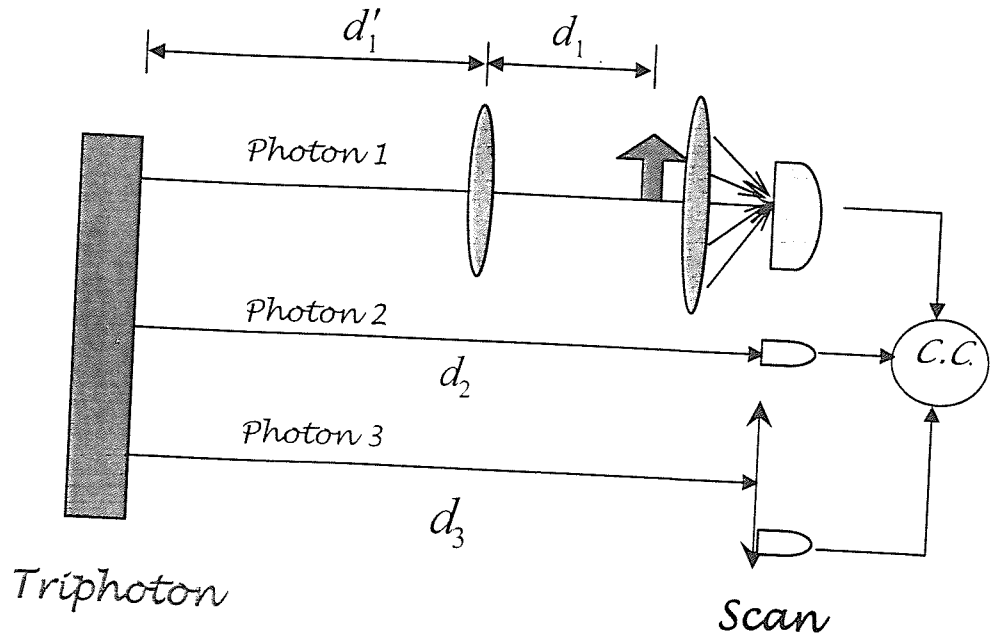


图 7.5 EPR 三光子成像实验光路图

EPR 三光子从晶体中出来后分成三束，信号光 1 经过 d'_1 到一个成像透镜，透镜后 d_1 处放置一物体，物体后用一个大口径的透镜尽可能多的收集信号光光子，等效为一个体探测器。信号光 2 到对应的点探测器的距离为 d_2 。信号光 3 到对应的点探测器的距离为 d_3 。对三路光子作三重符合测量就可以得到成像情况。三个单光子探测器处的量子化场算符分别写成：

$$\begin{cases} E_1(\vec{\rho}_1) = \sum_{\vec{k}_1} \int d\vec{\rho}_s \int d\vec{\rho}_l G(|\vec{\rho}_l - \vec{\rho}_s|, \frac{\omega_1}{cd'_1}) G(|\vec{\rho}_l - \vec{\rho}_l|, \frac{\omega_1}{cd_1}) s(\vec{\rho}_l) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{\rho}_s} \\ E_2(\vec{\rho}_2) = \sum_{\vec{k}_2} \int d\vec{\rho}_s G(|\vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_s|, \frac{\omega_2}{cd_2}) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{\rho}_s} \\ E_3(\vec{\rho}_3) = \sum_{\vec{k}_3} \int d\vec{\rho}_s G(|\vec{\rho}_3 - \vec{\rho}_s|, \frac{\omega_3}{cd_3}) e^{i\vec{k}_3 \cdot \vec{\rho}_s} \end{cases} \quad (7.20)$$

最后三光子几率幅为，

$$A(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3) \propto A_0 \int d\vec{\rho}_l G(|\vec{\rho}_l|, \frac{\omega_1}{c} (\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1 + \frac{1}{\frac{\omega_2}{\omega_1 d_2} + \frac{\omega_3}{\omega_1 d_3}}})) s(\vec{\rho}_l)$$

$$\times \exp \left[-i \left(\frac{\omega_1}{cd_1} \bar{\rho}_1 + \frac{\frac{\omega_1 \omega_2}{c^2 d_2 d'_1}}{\frac{\omega_1}{cd'_1} + \frac{\omega_2}{cd_2} + \frac{\omega_3}{cd_3}} \bar{\rho}_2 + \frac{\frac{\omega_1 \omega_3}{c^2 d_3 d'_1}}{\frac{\omega_1}{cd'_1} + \frac{\omega_2}{cd_2} + \frac{\omega_3}{cd_3}} \bar{\rho}_3 \right) \cdot \bar{\rho}_l \right]. \quad (7.21)$$

我们知道成像就是物和像之间能有点对点的对应关系，当然由于有限透镜的数值孔径的限制，实际系统都不会是完美的点对点成像，而是点对斑（艾利斑）。要成实像，（7.18）式中透镜函数必须和前面的传递函数共轭，也就是：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1 + \frac{1}{\frac{\omega_2}{\omega_1 d_2} + \frac{\omega_3}{\omega_1 d_3}}}, \quad (7.22)$$

我们称这个为三光子薄透镜成像公式。其中 d_1 是物距 S_o ，也就是物到透镜的距离， $d'_1 + \frac{1}{\frac{\omega_2}{\omega_1 d_2} + \frac{\omega_3}{\omega_1 d_3}}$ 是像距 S_i ，这个像距定义不同于两光子成像系统，更不同

于经典，它是从透镜出发回到三光子源的距离 d'_1 加上一个有效光程：由三光子源到达探测器 D_2 的等效距离 $\frac{\omega_1}{\omega_2} d_2$ 和探测器 D_3 的等效距离 $\frac{\omega_1}{\omega_2} d_2$ 的“并联”。所谓“光程并联”的定义来源于并联电路的“等效电阻”，是由支路“电阻” $R_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} d_2$

与 $R_3 = \frac{\omega_1}{\omega_3} d_3$ “并联”。

有了成像公式后（7.22）式就可以给出简单的物像对应关系：

$$A(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3) = \text{somb} \left(N.A. \frac{\omega_1}{c} \left| \bar{\rho}_1 - \frac{1}{m} (f_2 \bar{\rho}_2 + f_3 \bar{\rho}_3) \right| \right), \quad (7.23)$$

其中成像放大倍数 $m = -\frac{S_i}{S_o}$ ，数值孔径 $N.A. = \frac{D}{S_o}$ 。 f_2 和 f_3 是分流系数，分别表示为：

$$f_2 = \frac{1}{R_1 + R_2 // R_3} \frac{R_3}{R_2 // R_3} = \frac{\frac{\omega_2}{d'_1 d_2}}{\frac{\omega_1}{d'_1} + \frac{\omega_2}{d_2} + \frac{\omega_3}{d_3}}$$

$$\text{和 } f_3 = \frac{1}{R_1 + R_2 // R_3} \frac{R_2}{R_2 // R_3} = \frac{\frac{\omega_3}{d'_1 d_3}}{\frac{\omega_1}{d'_1} + \frac{\omega_2}{d_2} + \frac{\omega_3}{d_3}} \quad (7.24)$$

如果透镜口径无穷大，(7.23) 式的物象关系就成了一个 δ 函数。这个物象关系和两光子成像大不一样，三光子成像的原理图见图 7.6:

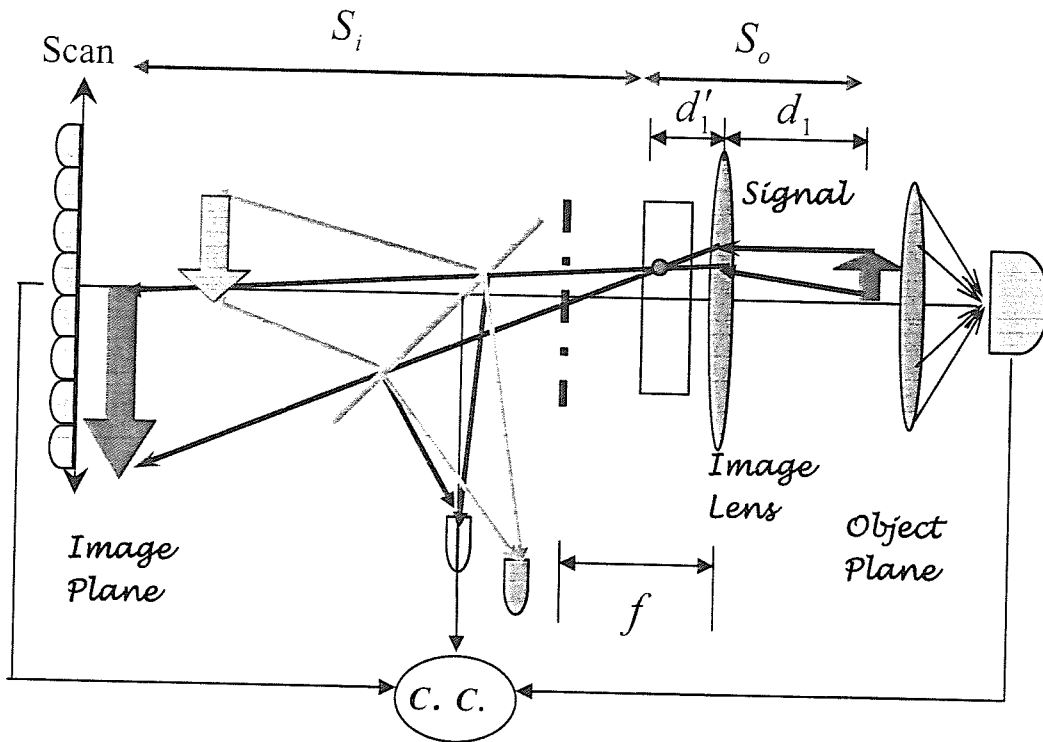


图 7.6 EPR 三光子成像原理图

我们看到三个单光子探测器收集光子的方式各不一样，探测器 D_1 前面有收集透镜，是体探测器，探测器 D_2 固定在光路中任意一点，探测器 D_3 在由成像公式 (7.22) 式确定的像平面内做扫描。如果探测器 D_2 的位置 $\bar{\rho}_2 = 0$ ，那么 $\bar{\rho}_3$ 处可成倒立的实像，但是如果探测器 D_2 的位置 $(\bar{\rho}_2, d_2)$ 偏离主轴，那么 $\bar{\rho}_3$ 处的成像

完全偏离了原来的主轴，新的成像位置就由 (7.23) 式给出，如示意图 7.6 所示。也就是说，一个物点可以对应若干的像点，条件是探测器 D_2 有若干个收集路径。

值得强调的是：EPR 三光子源中的每一对光子都满足动量守恒和能量守恒，向三个方向辐射信号光 1、信号光 2 和上转换光 3。由于这种 EPR-GHZ 态的特性，当知道照到物体上的信号光的信息之后只能确定知道另外两支光的信息之和。所以还需要进一步明确其中一个的信息，才能最终清晰的像的信息。其实这就是一个多端口远程量子传物， D_3 处预接收 D_1 处的物，还受到 D_2 调控，安全性较双光子传物又有提高。值得指出的是这是三光子相干成像，即每对三光子都包含了各种可能的动量方向，应该说每个三光子对就已经包含了完整的成像信息，无论是一点一像还是多点多像，最后的成像效果是晶体内所有三光子源的相干叠加。

上面只是以一物一透镜为例，展示 EPR 三光子成像的基本特征。成像的性质本质上还是取决于 EPR 三光子波包的非经典特性。当然我们还可以计算两物两透镜的情况。这些成像规则都有新的特征，在经典光学里找不到任何对应。

§7.3.2 量子光刻

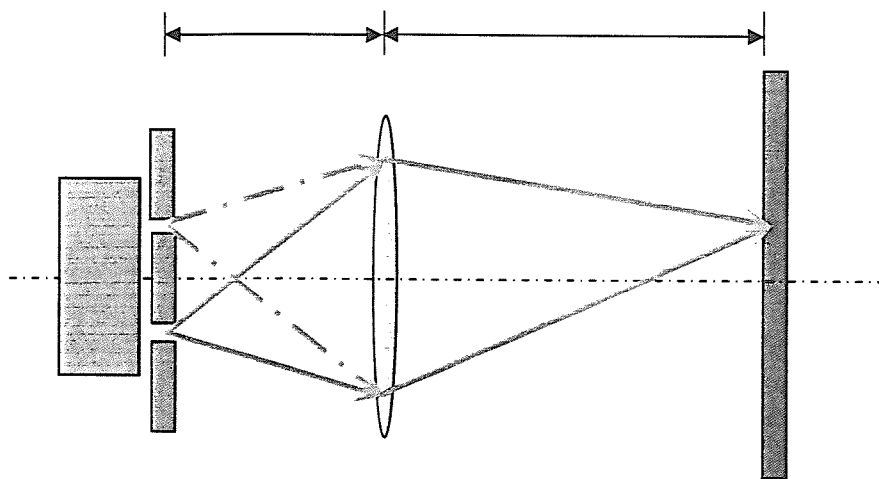


图7.7 量子光刻示意图

量子光刻的概念最初由 Boto et al. 和 Scully 等提出来的^[17]。简并 EPR 双光子作光刻光源时，物须紧贴光源，保证一对双光子经由物上同一点出来，经计

算光刻分辨率能提高一倍^[18]，如下

$$I(\vec{\rho}) = \left\{ \int d\vec{\rho}_0 T(\vec{\rho}_0) \text{somb}^2 \left(N.A. \frac{\omega_p}{2c} (\vec{\rho}_0 - \frac{\vec{\rho}}{m}) \right) \right\}^2, \quad (7.25)$$

其中 $T(\vec{\rho}_0)$ 是物函数, $N.A. = \frac{D}{S_o}$ 数值孔径, $m = -\frac{S_i}{S_o}$ 是放大倍率。

如果用简并 EPR 三光子光源做光刻, 则有:

$$I(\vec{\rho}) = \left\{ \int d\vec{\rho}_0 T(\vec{\rho}_0) \text{somb}^3 \left(N.A. \frac{\omega_p}{3c} (\vec{\rho}_0 - \frac{\vec{\rho}}{m}) \right) \right\}^2 \quad (7.26)$$

光刻分辨率提高了三倍。

§ 7.4 EPR三光子产生的其他几种可行性方案

对 EPR 三光子的时间-能量和空间-动量的关联特征做深入研究, 不仅会让人们进一步理解量子力学的内涵, 还会在量子干涉、量子计算、量子通信和量子成像等领域带来全新的概念。然而目前国际上还没有 EPR 三光子的实验报道。理论上已有一些方案, 不过都是基于传统的非线性光学晶体如 LBO, BBO 等, 这样的方案在产生效率和光路调整上都有很大的困难, 所以至今没有实现。我们有针对性地提出以下几个方案并将他们作横向比较, 他们分别是基于光学超晶格中的级联参量过程或者基于光子晶体的三阶参量过程。

方案一：参量自倍频过程

这个过程产生的 EPR 三光子的纠缠特性在前面已有详细研究, 这里主要讨论一下三光子的产生效率问题。对和频过程作小信号近似, 量子化系统的相互作用哈密顿得到信号光子数、闲置光子数与和频光子数分别为:

$$\langle n_s \rangle = \langle n_i \rangle = \sinh^2 \left(\frac{\kappa_1 A_p z}{2} \right), \langle n_u \rangle = \frac{c \hbar \kappa_1^4 \kappa_2^2 A_p^4 z^4}{8 \epsilon_0 a} \quad (7.27)$$

其中 $A_p = E_p \sqrt{\frac{n_p}{\omega_p}}$ 为泵浦光场的归一化振幅, $\kappa_1 = \frac{d_1}{c} \sqrt{\frac{\omega_s \omega_i \omega_p}{n_s n_i n_p}}$,

$\kappa_2 = \frac{d_2}{c} \sqrt{\frac{\omega_i^2 \omega_u}{n_i^2 n_u}}$ 分别是参量下转换过程及和频过程的多波耦合系数, d_1 和 d_2 是

二阶非线性系数。设计适当的光学超晶格，可以在百兆瓦每平方厘米的泵浦功率密度下得到约信号百分之几十，和频百分之几的转化效率。参量下转换能够进入受激放大阶段，得益于准相位匹配的高增益特性。但是在低泵浦功率下，参量过程只能以自发辐射的形式完成，因而上转换的效率也急剧下降。计算表明连续激光器、ns 激光器及 ps 激光器都很难有效的产生第三个光子即和频光子，但是如果选择 fs 激光器(比如 100fs 脉宽)，在保证每个脉内只有两对参量光子的前提下，大概 10^5 个脉冲就有 1 个和频光子产生，这个比例已经可以满足实际测量的需要。

方案二：级联参量下转换

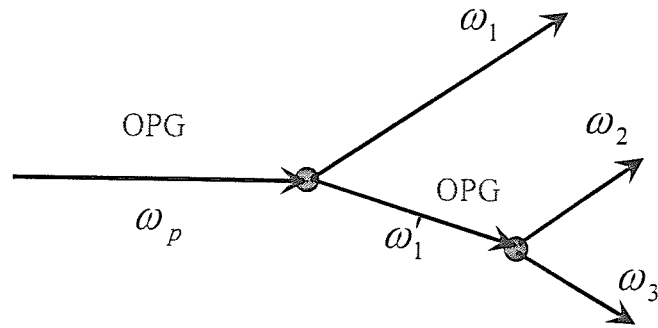


图 7.8 级联参量下转换过程的示意图

我们还可以设计光学超晶格使得有两个倒格矢分别参与到级联的参量下转换过程中，图 7.8 是该过程的示意图。我们对这个方案产生的三光子态的关联特性也进行下简单的探讨。两个参量过程的动量守恒和能量守恒条件分别为：

$$\begin{cases} \omega_p = \omega_1 + \omega'_1 \\ \vec{k}_p = \vec{k}_1 + \vec{k}'_1 + \vec{g}_1 \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} \omega'_1 = \omega_2 + \omega_3 \\ \vec{k}'_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3 + \vec{g}_2 \end{cases} \quad (7.28)$$

系统的相互作用哈密顿量是：

$$H_I = H_I^{(1)} + H_I^{(2)} = \int d^3r \frac{\epsilon_0}{2} \left\{ \chi_1^{(2)} E_p^{(+)} E_1^{(-)} E_1^{(-)} + \chi_2^{(2)} E_{p'}^{(+)} E_2^{(-)} E_2^{(-)} + c.c. \right\} \quad (7.29)$$

其中泵浦光视为经典场，两个参量过程中的信号光场和闲置光场都作量子化处理。

在 Shrodinger 表象下求解三光子的量子态：

$$|\psi\rangle = e^{\frac{1}{i\hbar} \int dt H_I(t)} |0\rangle = |0\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int dt H_I(t) |0\rangle + \frac{1}{(i\hbar)^2} \iint dt dt' H_I(t) H_I(t') |0\rangle + \dots, \quad (7.30)$$

发现其中的二阶展开项就是我们感兴趣的纠缠三光子对的来源，如果晶体长度足够长，波函数的形式解为，

$$|\psi\rangle = \psi_0 \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3} \delta(\omega_p - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \delta(\vec{k}_p - \vec{g}_1 - \vec{g}_2 - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \hat{a}_1^{(+)} \hat{a}_2^{(+)} \hat{a}_3^{(+)} |0\rangle \quad (7.31)$$

这是又一个标准的 EPR 三光子态。

考虑有限长度的晶体，根据能量守恒我们只需要引入两个变量：一次参量过程的剩余支 ω_1 和二次参量过程的信号光 ω_2 的频率失谐分别为 ν_1 和 ν_2 。级联参量的三光子波包为：

$$|\psi\rangle = \psi_0 \iint d\nu_1 d\nu_2 F(\nu_1, \nu_2) \hat{a}_1^{(+)} \hat{a}_2^{(+)} \hat{a}_3^{(+)} |0\rangle, \quad (7.32)$$

其中三光子谱函数 $F(\nu_1, \nu_2) = \sin c(\frac{\nu_1 D_{11} l}{2}) \sin c(\frac{\nu_1 D_{31} l + \nu_2 D_{32} l}{2})$ ，不能分解为有关

ν_1 和 ν_2 的独立的函数，从而决定了三光子内在的纠缠特性。 ψ_0 是只和泵浦光强度、两个参量过程对应的有效二阶非线性系数等有关的常数。

同样我们还可以简单看一下这种三光子的时间关联特性，也就是三路单光子探测器分别探测到三个纠缠光子的时间 τ_1 、 τ_2 和 τ_3 之间的关系，三光子时间关联振幅为：

$$\begin{aligned} A(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= \langle 0 | E_1^{(+)}(t_1, z_1) E_2^{(+)}(t_2, z_2) E_3^{(+)}(t_3, z_3) | 0 \rangle \\ &= A_0 \iint d\nu_1 d\nu_2 e^{-i\tau_1 \nu_1} e^{-i\tau_2 \nu_2} F(\nu_1, \nu_2), \end{aligned} \quad (7.33)$$

其中 $\tau_{nm} = \tau_m - \tau_n$ 是单光子抵达探测器 m、n 的时间之差。比较式 (7.8) 虽然和参量自倍频方法得到三光子谱函数 $F(\nu_1, \nu_2)$ 有细微差别，但是时间关联等特性是类似的。

下面我们对该方案的光子产出率做估计。 $\langle n_i \rangle = \langle n_s \rangle = \langle n_i \rangle = \sinh^2(\frac{\kappa_1 A_p z}{2})$ 。

以钽酸锂超晶格为例，如果两个参量过程都处于自发辐射的水平，那么转换效率大约都是 10^{-9} ，二级参量光子产生效率只有 10^{-18} ，能同时探测到三个纠缠光子的几率非常低。然而利用以下技术有望使三光子态的产生率提高到现有的测量系统可以接受的水平：（1）利用周期极化晶体波导，据文献报道可以将参量下转换过程的光子产率提高 3 或 4 个量级[19]；（2）将光学超晶格置于谐振腔内，通过对第一个参量过程中产生的信号光共振，同时增强两个参量过程的有效作用长度以提高最终的三光子产率。

方案三： 利用 $\chi^{(3)}$ 直接参量下转换产生三光子 EPR 对

和前两种方案不同，这种产生方案基于三阶非线性过程，泵浦光子在动量和能量守恒的条件下直接劈裂为三个光子，如图 7.9 所示：

$$\omega_p = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \vec{k}_p = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 \quad (7.34)$$

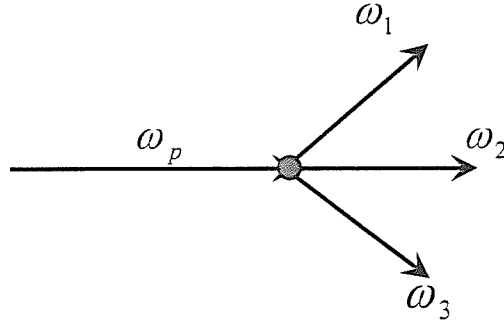


图 7.9 三阶非线性参量下转换过程的示意图

系统哈密顿量：

$$H_I = \int d\vec{r} \frac{\epsilon_0 \chi^{(3)}}{2} \{ E_p^{(+)} E_1^{(-)} E_2^{(-)} E_3^{(-)} + c.c \} \quad (7.35)$$

作一阶微扰，对于无限长晶体，我们得到利用三阶非线性直接得到的 EPR 三光子的态函数：

$$|\psi\rangle = \psi_0 \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3} \delta(\omega_p - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \delta(\vec{k}_p - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \hat{a}_1^{(+)} \hat{a}_2^{(+)} \hat{a}_3^{(+)} |0\rangle. \quad (7.36)$$

这与前面的级联参量过程的动量和能量守恒相似，只不过动量守恒由材料本身的

色散保证，类似于相干斯托克斯（CSRS）和相干反斯托克斯拉曼散射过程（CARS）以及四波参量过程中的相位匹配条件。

对于有限长晶体，同样根据能量守恒，以光子 1 和光子 2 在中心频率附近的失谐 ν_1, ν_2 为变量，我们得到三光子的态函数为：

$$|\psi\rangle = \psi_0 \iint d\nu_1 d\nu_2 F(\nu_1, \nu_2) \hat{a}_1^{(+)} \hat{a}_2^{(+)} \hat{a}_3^{(+)} |0\rangle, \quad (7.37)$$

其中三光子谱函数 $F(\nu_1, \nu_2) = \sin c(\frac{\nu_1 D_{31} l + \nu_2 D_{32} l}{2})$ 。关于三光子的时间关联特性的讨论方法和前面两种情况相同。对比这几种 EPR 三光子态发现：虽谱函数各不相同，但是时间关联特性基本类似。

这种 $\chi^{(3)}$ 参量下转换三光子的产生效率受到低的三阶非线性系数的限制，在通常的非中心对程的材料中，如钽酸锂、铌酸锂等，三光子的产生率不会超过前面两种级联二阶过程。然而利用光子晶体微腔，通过局域电场的增强，有望大大提高这个 $\chi^{(3)}$ 参量下转化的效率。光子晶体微腔中高效的直接三倍频过程已经得到实验验证^[16]，所以直接 $\chi^{(3)}$ 下转换的光子产率预期会有很大的提高，还需进一步的实验证明！

我们对三种方案作简单的横向比较。前两种方案充分利用超晶格中多重相位匹配的优势，在结构设计上简单灵活，辅以特定的优化设计，比如对于参量自倍频过程的产生方案，须利用 fs 脉冲泵浦，对于参量级联参量过程的方案，须结合波导技术或 OPO 技术，应该都能得到可观的 EPR 三光子产率。同时光子晶体微腔也是一种有希望的技术途径。

§ 7.5 本章小结

本章基于超晶格多重相位匹配的优势,提出了利用光学超晶格产生 EPR 三光子对的几种方案。我们详细研究了其中一种方案:利用两个参量下转换级联一个上转换的过程。研究表明:该过程产生的 EPR 三光子态的时空关联行为不同于以往的任何“投影”三光子态,对解决量子力学理论体系的基本问题有重要意义,在量子成像和量子光刻方面也将有新的应用。我们发展了 EPR 三光子的成像理论、得出了成像公式并研究了成像特性。从 EPR 两光子成像到 EPR 三光子成像不是一个简单的推广,其涵盖的物理意义有了新的扩充。此外如果将这个 EPR 三光子源用来做光刻光源,其分辨率是经典光刻的 3 倍。最后我们对目前三种产生 EPR 三光子的方案进行了比较,发现:EPR 三光子的产生过程虽然有所不同,但是几种 EPR 三光子的关联特征和可能带来的应用非常类似。

【参考文献】

- [1] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195(1965); *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966)
- [2] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91 (1982)
- [3] Y. H. Shih and C. O. Alley, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2921 (1988)
- [4] M. O. Scully and M. S. Zubairy, in *Quantum Optics*, (Cambridge University Press 1997)
- [5] D. M. Greenberger, M. Horne, and A. Zeilinger, in *Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, ed. M. Kafatos (Kluwer, Dordrecht 1989), p. 73
- [6] W. Dur, G. Vidal, and J. I. Cirac, *Phys. Rev. A* **62**, 062314 (2000); A. Acín, D. Bruß, M. Lewenstein, and A. Sanpera, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 040401 (2001)
- [7] A. Karlsson and M. Bourennane, *Phys. Rev. A* **58**, 4394 (1998); V. N. Gorbachev, A. I. Trubilko, and A. A. Rodichkina, *Opt. Spectrosc.* **94**, 706 (2003); B. -S. Shi and A. Tomita, *Phys. Lett. A* **296**, 161 (2002); J. Joo and Y. -J. Park, *Phys. Lett. A* **300**, 324 (2002); B. -S. Shi and A. Tomita, *Phys. Lett. A* **300**, 538 (2002); J. Joo, Y. -J. Park, S. Oh, and J. Kim, *New J. Phys.* **5**, 136 (2003)
- [8] J. -C. Hao, C. -F. Li, and G. -C. Guo, *Phys. Rev. A* **63**, 054301 (2001); V. N. Gorbachev, A. I. Trubilko, A. A. Rodichkina, and A. I. Zhiliba, *Phys. Lett. A* **314**, 267 (2003)
- [9] A. Karlsson and M. Bourennane, *Phys. Rev. A* **58**, 4394 (1998)
- [10] J. Kempe, *Phys. Rev. A* **60**, 910 (1999); G. A. Durkin, C. Simon, and D. Bouwmeester, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 187902 (2004)
- [11] D. Bouwmeester, J. W. Pan, M. Daniell *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1345 (1999); Z. Zhao, T. Yang, Y. -A. Chen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 180401 (2003); K. J. Resch, P. Walther, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 070402 (2005); Z. Zhao, Y. -A. Chen, A. -N. Zhang *et al.*, *Nature* **430**, 54 (2004)
- [12] M. V. Chekhova *et al.*, *Phys. Rev. A* **72**, 023818 (2005)
- [13] T. E. Keller *et al.*, *Phys. Rev. A* **57**, 2076 (1998)

- [14] B. E. A. Saleh, S. Popescu, and M. C. Teich, in Proceedings of the Ninth Annual Meeting of IEEE Lasers and Electro-Optics Society, edited by P. Zory (IEEE, Piscataway, NJ, 1996), Vol. **1**, pp. 362-363, Catalog No. 96CH35895.
- [15] D. V. Strekalov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3600 (1995); T. B. Pittman *et al.*, Phys. Rev. A **52**, R3429 (1995)
- [16] G. Scarcelli *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 063602 (2006).
- [17] A. N. Boto *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2733 (2000); M. O. Scully, in Proceedings of the Conference on Effects of Atomic Coherence and Interference in Quantum Optics, Crested Butte, Colorado, 1993 (IOP, Bristol, 1994); see also U. Rathe and M. O. Scully, Lett. Math. Phys. **34**, 297(1995).
- [18] M. D'Angelo *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 013602 (2001)
- [19] F. Wang *et al.*, Appl. Phys. Lett. **88**, 071102 (2006)

第八章 结论和展望

光学超晶格在非线性光学和激光技术领域的应用已日臻成熟，与此同时，光学超晶格中的新效应仍层出不穷；而在量子光学领域，准相位匹配的研究才刚刚开始，不过它所展现出的新异功能及其可能的应用已让人心动不已。论文作者看到并抓住这一机遇，潜心研究，完成了该篇论文。

论文记录了作者从研究二维光学超晶格的极化工艺和学习准相位匹配基础理论开始，一直到将光学超晶格的研究从经典拓展到量子这一历程。本论文系统地总结了二维光学超晶格中非共线准相位匹配的理论和实验方法，并将其应用于光学超晶格中弹性弹射、非弹性的拉曼散射的研究，获得了成功。利用准相位匹配技术可以将介质内不同物理过程激发的微弱信号进行放大，这种过程在非线性晶体内部完成，无需任何外部设备和电子信号（如光电倍增器件），因而能够高效地放大有用信号而抑制不需要的背景噪声，获得极高的提高信噪比。在上述研究基础上，将光学超晶格的研究从非线性光学延伸到量子光学，与其说是研究工作本身的自然拓展，不如说是不同学科交叉带来的机遇。我们将光学超晶格中各种非线性光学效应量子化后，就自然得到了它们的量子关联特性及其依赖的条件。幸运的是，我们发现超晶格中通过准相位匹配参量下转换产生的 EPR 双光子对的时空关联具有和以往双折射匹配类似的非经典特征，这预示光学超晶格材料同样也可以在将来的量子通信、量子计算等应用领域中发挥核心作用。由于光学超晶格能够实现多个参量过程的级联，这一功能使我们预测它可以用来实现纠缠传递，用作高保真的量子信息转移通道，制备多种新异双光子态和多光子($n \geq 3$) EPR 态，用于高分辨量子光刻、高分辨量子成像、甚至可以制备带有横向结构信息的纠缠光子对在远程量子通讯中直接实现图像的保密传输。新异双光子态中还包括一些高维的双光子态，如高维路径纠缠、高维频率纠缠等双光子态。这些只有通过光学超晶格才能产生的具有新的特性的纠缠光子，虽然现在我们对它们了解还不多，可以相信它们必将对量子光学研究产生积极影响。我们在论文中探讨的利用光学超晶格实现 EPR 三光子态的几种技术路径还有待实践的检验，如果能通过非线性相互作用产生了 EPR 三光子，这对深入研究量子力学的完备性和非局域性，对量子隐型传态、量子计算、量子光刻等应用领域新的技术突破都有

极重要意义。所以从这个角度来讲，尽管本论文中介绍的几种方案都有一定的技术难度，但是人们对通过非线性作用制备多光子纠缠态的努力将永远不会放弃。

本论文的研究成果有可能转化为实际应用：对二维光学超晶格中各种基本参量过程和级联过程的研究为下一代新型二维超晶格原型器件提供技术储备。这些技术路线包括：（1）基于二维光学超晶格的激光倍频技术及光学参量振荡器（OPO）技术；（2）基于二维光学超晶格的新型 RGB 激光显示光源和短波长相干光的产生技术；（3）基于二维光学超晶格的波长可调谐的锥形光束的产生技术；（4）基于二维光学超晶格的频域间隔可调的梳状拉曼激光谱的产生技术；（5）基于光学超晶格的高通量、频率可调的单光子源、纠缠光子源的产生技术；（6）基于光学超晶格的多种奇异双光子态和多光子态（ $n \geq 3$ ）的产生技术等。

攻博期间发表论文、参加学术会议及申请专利

发表和待发表的论文

- 1). *"Conical Second Harmonic Generation in a 2 D $\chi^{(2)}$ Photonic Crystal – a Hexagonally Poled LiTaO₃"*
P. Xu, S. H. Ji, S. N. Zhu, X. Q. Yu, J. Sun, H. T. Wang, J. L. He, Y. Y. Zhu, and N. B. Ming
Phys. Rev. Lett. **93**, 133904 (2004) (Cover page article)
- 2). *"Experimental studies of enhanced Raman scattering from a hexagonally poled LiTaO₃ crystal"*
P. Xu, S. N. Zhu, X. Q. Yu, S. H. Ji, Z. D. Gao, G. Zhao, Y. Y. Zhu, and N. B. Ming
Phys. Rev. B **72**, 064307 (2005)
- 3). *"Quasi-phase-matched generation of tunable blue light in a quasi-periodic structure"*
Ping Xu, Kun Li, Gang Zhao, Shi-Ning Zhu,^{a)} Yan Du, Shuai-Hua Ji, Yong-Yuan Zhu, and Nai-Ben Ming
Opt. Lett. **29**, 95 (2004)
- 4). *"Theory of three-photon entangled state from cascaded nonlinearities"*
P. Xu et al., (in preparation)
- 5). *"A red-green-blue laser light source based on a hexagonally poled LiTaO₃ crystal"*
P. Xu et al., (in preparation)
- 6). *"Quantum imaging by the counter-propagating biphoton from an optical superlattice"*
P. Xu et al., (in preparation)
- 7). *"High-dimensional entangled biphoton from a rectanglly poled LiTaO₃ crystal"*
P. Xu et al., (in preparation)
- 8). *"Transverse Correlation in Triphoton Entanglement: Geometrical and Physical Optics"*

- Jianming Wen, **P. Xu**, Morton H. Rubin, and Yanhua Shih
Phys. Rev. A **76**, 023828 (2007)
- 9). “*All-solid-state red and green laser by temperature tuning*”
H. X. Li, **P. Xu**, Y. X. Fan, P. Lu, Z. D. Gao, S. Liu, S. N. Zhu, and J. L. He
Journal of Physics D: Applied Physics **37**, L21 (2004)
Rapid communication
- 10). “*530-mW quasi-white-light generation using all-solid-state laser technique*”
H. X. Li, Y. X. Fan, **P. Xu**, S. N. Zhu, P. Lu, Z. D. Gao, H. T. Wang, Y. Y. Zhu,
N. B. Ming, and J. L. He
J. Appl. Phys. **96**, 7756 (2004)
- 11). “*Study of optical elastic scattering in a quasiperiodically poled LiTaO₃ crystal*”
Z. D. Xie, G. Zhao, **P. Xu**, Z. D. Gao, and S. N. Zhu
J. Appl. Phys. **101**, 056104 (2007)
- 12). “*Generation of three-mode continuous-variable entanglement by cascaded nonlinear interactions in a quasiperiodic superlattice*”
Y. B. Yu, Z. D. Xie, X. Q. Yu, H. X. Li, **P. Xu**, H. M. Yao, and S. N. Zhu
Phys. Rev. A **74**, 042332 (2006)
- 13). “*Parametric and cascaded parametric interactions in a quasi-periodic optical superlattice*”
Y. Du, S. N. Zhu, Y. Y. Zhu, **P. Xu**, C. Zhang, Y. B. Chen, Z. W. Liu, and N. B. Ming
Appl. Phys. Lett. **81**, 2573 (2002)
- 14). “绿光抽运准周期光学超晶格产生红光与蓝光的研究”
《光学学报》 24 卷, 第六期, 页 808-812 (2004)
徐平, 赵刚, 杜燕, 祝世宁, 朱永元, 闵乃本

参加学术会议

- 1). *"Temperature and wavelength tuning of optical parametric generation in a quasi-periodically optical superlattice"*,
S. N. Zhu, **P. Xu**, Y. Du, Y. Y. Zhu, and N. B. Ming
Technical Digest, COLO/Pacific Rim'2003 (Dec.15-19, Taiwan)
- 2). *"Nonlinearly Elastic Scattering in a 2D $\chi^{(2)}$ Photonic"*
P. Xu and S. N. Zhu
International Symposium on Photonic Crystals and Meta-materials", Beijing, China (2004.12)
- 3). *" $\chi^{(2)}$ 光子晶体中散射诱导的非线性衍射的实验研究"*
徐平 "第一届两岸光学微结构与雷射技术研讨会"台湾 (2005.10)

申请专利目录

- 1). 集成单电极控制极化法制备光学超晶格
发明人：谢臻达、徐平、赵刚、王雯、祝世宁
- 2). 以级联超晶格为变频晶体的高效全固态准白光激光器的设计方法
发明人：祝世宁、李红霞、王慧田、徐平、何京良、朱永元、吕鹏、闵乃本
- 3). 以双周期超晶格为变频晶体的高效全固态红绿两色激光器的设计方法
发明人：祝世宁、李红霞、王慧田、徐平、何京良、朱永元、吕鹏、闵乃本
- 4). 以多通道倍频周期超晶格为变频晶体的高稳定、高效蓝光激光输出的设计方法
发明人：祝世宁、胡小鹏、李红霞、徐平、王慧田、何京良、朱永元、闵乃本
- 5). 以多通道倍频周期超晶格为变频晶体的固体蓝光激光器
发明人：祝世宁、胡小鹏、李红霞、徐平、王慧田、何京良、朱永元、闵乃本

申请号：03152914 公开号：1492547 公开日：2004年4月28日

致 谢

在此论文完成之际，谨向所有关心和帮助过我的人表示衷心的感谢！

首先要感谢我的导师祝世宁教授。祝老师引领我进入非线性光学以及量子光学研究领域，多年来悉心指导、不断鼓励。老师锲而不舍、严谨治学、孜孜不倦的工作态度和谦和、豁达的处事标准是我永远的榜样！老师科研上对我严格要求、循循善诱；生活中谆谆教导、亲切关心，让我觉得老师不仅是受人敬重的师长更是一位可以信赖的朋友。老师的言传身教让我在今后的学习生活中更懂得如何取舍、如何奋斗。在此，谨向导师祝世宁教授表示诚挚的谢意和由衷的敬意！

感谢马里兰大学巴尔的摩分校(UMBC)的 Yanhua Shih 教授，Shih 教授从量子光学中的基本概念到实验技能的耐心传授，使我受益终身。Shih 老师对科研的执著和激情感染了我、激励着我。也感谢史老师、张合义老师、何雪华老师对我在美国期间生活上的帮助。同时感谢 UMBC 的 Morton H. Rubin 教授和 Li Yan 教授的多次讨论和指导。感谢 UMBC 的周宇和温建明同学的有益讨论和帮助。

感谢朱永元教授，与朱老师讨论后往往问题变得豁然明朗；感谢何京良教授在激光技术上的指导和帮助；感谢王慧田教授传授我现代光学知识，帮我解决光学难题；感谢台湾中央研究院原子与分子研究所的孔庆昌研究员在光参量振荡技术上的指导和帮助；感谢王振林教授、陈延峰教授、秦亦强教授、吕鹏老师在日常学习生活中给予的帮助；感谢实验室的张超副教授、刘辉副教授经常与我进行学术讨论，激发新的想法。

感谢实验室一起学习和生活多年的学友们，与他们在一起的日子如沐春风，他们是：杜燕、罗国珍、李涛、朱志宏、潘淑娣、董正高、任铁未、王翔、王飞燕、赵刚、胡小鹏、张勇、王前进、高志达、李家齐、王漱明、严仲、王富明、齐臻、吕新杰、王雯、章晨、周林、张燕婷、杨伟卿、赵丽娜、袁晔、陆俊、李澄等。感谢一起努力工作在量子光学方向的诸位学友，他们是：俞友宾、谢臻达、喻小强、李红霞、王俊锋、冷晗阳、赵建士等，感谢大家的互相鼓励和支持！特别感谢 98 年物理和 02 级研究生的诸位好友，与他们相识是我的荣幸！

感谢我的父母，养育我、支持我、理解我。感谢元世魁、感谢小妹的支持！

最后还要感谢国家自然科学基金和国家基础研究重大项目对本论文的资助！

徐 平 二零零七年十一月